

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

---

Кафедра двигателей летательных аппаратов

А.М. Бутов, А.Р. Носова

## ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

**Учебно-методическое пособие**  
по выполнению лабораторной работы  
«Течение газа в реактивных соплах»

*для студентов III курса  
направления 25.03.01 и специальности 25.05.05  
всех форм обучения*

Москва  
ИД Академии Жуковского  
2025

УДК 533.6.011:621.452.3  
ББК 6П2.2  
Б93

Рецензент:  
*Котовский В.Н.* – д-р техн. наук, профессор

**Б93      Бутов А.М.**  
Техническая термодинамика и теплопередача [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению лабораторной работы «Течение газа в реактивных соплах» / А.М. Бутов, А.Р. Носова. – М.: ИД Академии Жуковского, 2025. – 32 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Техническая термодинамика и теплопередача» по учебному плану для студентов III курса направления подготовки 25.03.01 и специальности 25.05.05 всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 30.01.2025 г. и методического совета 12.02.2025 г.

**УДК 533.6.011:621.452.3  
ББК 6П2.2**

## Содержание

Введение.....	4
1. Цель и содержание работы.....	5
2. Теоретическая часть.....	5
2.1. Уравнение Вулиса.....	5
2.2. Устройства для разгона и торможения газовых потоков, применяемые на летательных аппарата.....	7
2.2.1. Форма сопел.....	7
2.2.2. Форма диффузоров.....	8
2.2.3. Характер изменения статических параметров в энергоизолированном потоке.....	8
2.3. Характер изменения полных параметров при различных видах внешних воздействий.....	10
2.4. Критические параметры.....	10
2.5. Число Маха и приведенная скорость.....	11
2.6. Газодинамические функции (ГДФ).....	12
3. Закономерности течения газа в суживающемся сопле.....	14
3.1. Параметры сопла.....	15
3.2. Скорость истечения газа из сопла.....	15
3.3. Режимы работы суживающегося сопла.....	16
3.4. Влияние расчетной степени понижения давления $\pi_c$ расп на течение газа в суживающемся сопле.....	20
3.5. Расход газа в суживающемся сопле.....	21
4. Практическая часть лабораторной работы.....	22
4.1. Отчетность по работе.....	25
4.2. Информация для преподавателя.....	25
4.3. Контрольные вопросы.....	25
Литература.....	27
Приложение 1. Зависимость атмосферного давления от высоты.....	27
Приложение 2. Таблицы ГДФ.....	27
Приложение 3. Графики ГДФ.....	30
Приложение 4. Примеры графиков, выполненных по ГОСТ.....	30

## Введение

При проведении лабораторной работы студенты закрепляют знания, полученные на лекциях путем практического изучения основных термодинамических процессов, протекающих в реактивных соплах. В данной работе основной упор делается на изучение течения газа в суживающихся соплах, применяемых на всех самолетах гражданской авиации.

В ходе выполнения работы студенты получат полное представление о характере протекания газодинамических параметров вдоль сопла и о режимах его работы, зависящих от параметров окружающей среды и параметров на входе в сопло, имитирующих режим работы двигателя.

При выполнении работы приветствуется использование студентами персональной электронно-вычислительной техники в виде ноутбуков или планшетов. Отчеты по выполненной работе оформляются студентами в специальной тетради для лабораторных работ по дисциплине «Техническая термодинамика и теплопередача», все графические работы выполняются только на миллиметровой бумаге с соблюдением правил ГОСТ по оформлению графических работ. Студент должен уметь анализировать полученные результаты и отвечать на приведенные в пособии контрольные вопросы.

Лабораторная работа  
ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В СУЖИВАЮЩЕМСЯ СОПЛЕ

### 1. Цель и содержание работы

1. Расчет течения идеального газа в суживающемся сопле
2. Оформление графических материалов
3. Формулирование выводов по итогам выполнения лабораторной работы
4. Индивидуальная защита полученных результатов

### 2. Теоретическая часть

#### 2.1. Уравнение Булиса

Изменение скорости потока в каналах происходит в результате энергобмена с окружающей средой, расходного и геометрического воздействий. Также на характер течения оказывает влияние и трение в потоке.

Уравнение по учету этих факторов получают в результате решения системы, состоящей из:

- 1) уравнения неразрывности для каналов с проницаемыми стенками

$$\frac{dc}{c} = \frac{dG}{G} - \frac{dF}{F} - \frac{dp}{\rho}; \quad (1)$$

- 2) уравнения сохранения энергии

$$dq_{внешн} + dl_{внешн} = c_p dT + d \frac{c^2}{2}; \quad (2)$$

- 3) обобщенного уравнения Бернулли

$$dl_{внешн} = \frac{dp}{\rho} + d \frac{c^2}{2} + dq_{трн}; \quad (3)$$

- 4) уравнения состояния идеального газа в дифференциальной форме.

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T}. \quad (4)$$

Выразив из уравнения ( 2 )  $dT$  :

$$dT = \frac{1}{c_p} (dq_{внешн} + dl_{внешн} - cdc),$$

а из уравнения ( 3 )  $dp$  :

$$dp = \rho (dl_{внешн} - dq_{трн} - cdc)$$

и подставив полученные выражения для  $dT$  и  $dp$  в уравнение состояния ( 4 ), получим

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{p}{p} (dl_{внешн} - dq_{трн} - cdc) - \frac{1}{c_p T} (dq_{внешн} + dl_{внешн} - cdc) \quad (5)$$

Если учесть, что скорость звука  $a = \sqrt{\kappa RT}$ , а  $c_p = \frac{\kappa}{\kappa-1} R$ , то множитель  $\frac{\rho}{p}$  в (5)

преобразуется к виду  $\frac{\rho}{p} = \frac{1}{RT} = \frac{\kappa}{\kappa RT} = \frac{\kappa}{a^2}$ , а второй множитель  $\frac{1}{c_p T}$  к виду

$\frac{1}{c_p T} = \frac{\kappa-1}{\kappa RT} = \frac{\kappa-1}{a^2}$ . Подставив в уравнение (5) вместо  $\frac{\rho}{p}$  и  $\frac{1}{c_p T}$  полученные

только что их значения, раскрыв скобки и приведя подобные члены, уравнение (5) преобразуется к новому виду:

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{1}{a^2} dl_{\text{внешн}} - \frac{\kappa}{a^2} dq_{\text{трен}} - \frac{\kappa-1}{a^2} dq_{\text{внешн}} + \frac{1}{a^2} cdc. \quad (6)$$

Подставив выражение для  $\frac{dp}{\rho}$  из выражения (6) в уравнение (1) и сгруппировав подобные члены, получим:

$$\left( \frac{dc}{c} - \frac{1}{a^2} cdc \right) = \frac{dG}{G} - \frac{dF}{F} - \frac{1}{a^2} dl_{\text{внешн}} + \frac{\kappa}{a^2} dq_{\text{трен}} + \frac{\kappa-1}{a^2} dq_{\text{внешн}}.$$

Вынеся за скобку в левой части этого выражения  $\frac{dc}{c}$ , и учитя, что число Маха

$M = \frac{c}{a}$ , поменяв знаки в обоих частях уравнения на противоположные, окончательно получим уравнение для анализа внешних воздействий на скорость в потоке газа:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = \frac{dF}{F} - \frac{dG}{G} - \frac{\kappa-1}{a^2} dq_{\text{внешн}} + \frac{1}{a^2} dl_{\text{внешн}} - \frac{\kappa}{a^2} dq_{\text{трен}}. \quad (7)$$

Уравнение (7) принято называть *уравнением Вулиса*, в честь его автора – советского ученого Л.А.Вулиса (1912 – 1973г).

Из него следует, что переход через скорость звука возможен только при изменении знака воздействия на противоположный. Поэтому уравнение (7) еще носит название *закона обращения воздействия*.

Оно позволяет качественно оценить влияние на изменение скорости  $dc$  геометрического воздействия  $dF$ , расходного  $dG$ , воздействие внешнего тепла  $dq_{\text{внешн}}$  и работы  $dl_{\text{внешн}}$ , а также трения  $dq_{\text{трен}}$ .

В реальных технических устройствах наиболее широко используется только геометрическое воздействие. Влияния остальных воздействий представляют собой лишь теоретический интерес и широкого прикладного распространения не получили.

Для оценки геометрического воздействия следует в уравнении (7) принять  $dG = dq_{\text{внешн}} = dl_{\text{внешн}} = dq_{\text{трен}} = 0$ , в итоге будет получено:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} F = dF \quad (8)$$

Суть уравнения (8) в том, что оно связывает между собой три независимо изменяющихся фактора: числа Маха в набегающем потоке, изменение скорости потока  $dc$  и площади поперечного сечения канала  $dF$ .

## 2.2. Устройства для разгона и торможения газовых потоков, применяемые на летательных аппаратах

На современных летательных аппаратах устройства для разгона и торможения газовых потоков представляют собой каналы с переменной по длине площадью поперечного сечения. К таким устройствам относятся сопла и диффузоры.

Закон изменения поперечной площади для каждого из устройств (сопла или диффузора) зависит от числа Маха на входе в канал и однозначно определяется при помощи уравнения (8).

Определим поочередно необходимые формы каналов для сопла и диффузора при различных числах Маха на входе.

### 2.2.1. Форма сопел

**Соплами называются специально спрофилированные каналы, предназначенные для разгона газовых потоков.**

Так как в соплах поток разгоняется, то при движении вдоль сопла приращение скорости потока  $dc$  положительно ( $dc > 0$ ). Тогда из уравнения (8) следует, что **при дозвуковой скорости на входе** в канал ( $M < 1$ ) левая часть уравнения (8) будет отрицательной. Для сохранения отрицательного знака и в правой части необходимо, чтобы канал суживался ( $dF < 0$ ). Такие сопла называются суживающимися - рис. 1а. В них на выходе может быть достигнута скорость, меньшая или равная скорости звука, то есть число Маха не может превысить  $M=1$ .

**При сверхзвуковой скорости на входе** ( $M > 1$ ) выражение слева при  $dc > 0$  станет положительным. Тогда правая часть уравнения (8) также останется положительной только при  $dF > 0$ , то есть канал должен расширяться – рис. 1б. На выходе из сопла скорость потока превысит местную скорость звука, а число Маха будет больше единицы ( $M>1$ ).

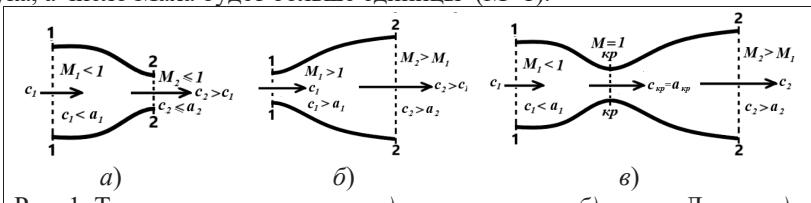


Рис. 1. Типы сопел: дозвуковое а), сверхзвуковое б), сопло Лаваля в).

Таким образом, для разгона дозвукового потока до сверхзвуковой скорости, необходимо совместить сечение 2-2 дозвукового сопла на рис. 1а с сечением 1-1 сверхзвукового сопла на рис. 1б. В итоге получается суживающееся-расширяющийся канал. Такие сопла принято называть соплами Лаваля по имени шведского инженера Густава де Лаваля, предложившего впервые такую форму сопла в 1890г – рис. 1в.

## 2.2.2. Форма диффузоров

*Диффузорами называются специально спрофилированные каналы, предназначенные для торможения газовых потоков*

В диффузорах скорость потока должна уменьшаться, то есть приращение скорости  $dc$  вдоль канала отрицательно ( $dc < 0$ ).

*При дозвуковой скорости на входе в канал ( $M < 1$ ) левая часть уравнения (8) будет положительной. Это означает, что для торможения дозвукового потока канал должен расширяться ( $dF > 0$ ).*

*При сверхзвуковой скорости на входе ( $M > 1$ ) выражение слева станет отрицательным. Значит для торможения сверхзвукового потока площадь вдоль канала должна уменьшаться ( $dF < 0$ ).*

Таким образом, для уменьшения скорости потока от  $M > 1$  до  $M < 1$  канал так же должен быть суживающееся-расширяющимся.

## 2.2.3. Характер изменения статических параметров в энергоизолированном потоке газа

Из курса технической термодинамики [ 1,2 ] известно, что параметры потока подразделяются на полные, или заторможенные ( $p^*, T^*, \rho^*$ ), и статические, их еще называют газодинамическими ( $p, T, \rho$ ). Полные параметры замеряются специальными устройствами при полном торможении потока. А статические можно замерить только при движении вместе с потоком. Одноименные полные параметры всегда будут больше статических на величину «заторможенной» до нуля кинетической энергии потока  $c^2 / 2$ . Таким образом в потоке газа всегда будут выполняться неравенства:  $p^* > p, T^* > T, \rho^* > \rho$ .

Приняв допущения об отсутствии трения и энергообмена с окружающей ( $q_{\text{трн}} = q_{\text{внеш}} = l_{\text{внеш}} = 0$ ), закономерности изменения статических параметров вдоль каналов легко установить, используя основные уравнения термодинамики газового потока.

**Изменение давления.** В соответствии с уравнением Бернулли

$$dl_{\text{внеш}} = vdp + \frac{dc^2}{2} + dq_{\text{трн}}, \text{ или } dl_{\text{внеш}} = vdp + cdc + dq_{\text{трн}}$$

и с учетом принятого допущения окончательное выражение примет вид:

$$dp = -\frac{c}{v} dc. \quad (9)$$

Таким образом при увеличении скорости потока ( $dc > 0$ ) статическое давление будет уменьшаться ( $dp < 0$ ). И наоборот, при снижении скорости ( $dc < 0$ ) статическое давление будет повышаться ( $dp > 0$ ).

**Изменение температуры.** Из уравнения сохранения энергии при  $q_{\text{внешн}} = l_{\text{внешн}} = 0$ , следует, что  $i + \frac{c^2}{2} = \text{const}$ . Дифференцируя это выражение, получаем:  $di + cdc = 0$ , или  $c_p dT + cdc = 0$ . Тогда

$$dT = -\frac{c}{c_p} dc. \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что с ростом скорости вдоль канала ( $dc > 0$ ) статическая температура снижается ( $dT < 0$ ), а при уменьшении скорости ( $dc < 0$ ) статическая температура возрастает ( $dT > 0$ ).

**Изменение удельного объема.** Продифференцировав уравнение состояния идеального газа  $p\nu = RT$ , получим  $p\nu d\nu + \nu dp = RdT$ , откуда

$$d\nu = \frac{1}{p} (RdT - \nu dp).$$

Подставив в это выражение полученные ранее зависимости (9) для  $dp$  и (10) для  $dT$ , получаем:

$$d\nu = \frac{c}{\kappa p} dc. \quad (11)$$

Из (11) следует, что с ростом скорости потока ( $dc > 0$ ), удельный объем  $\nu$  будет увеличиваться ( $d\nu > 0$ ), то есть газ будет расширяться. При снижении скорости ( $dc < 0$ ) удельный объем уменьшается, то есть газ будет сжиматься ( $d\nu < 0$ ).

**Изменение плотности.** Так как удельный объем обратно пропорционален плотности газа  $\nu = \frac{1}{\rho}$ , то  $\rho\nu = 1$ . Дифференцируя это выражение, получаем, что  $\rho\nu d\nu + \nu d\rho = 0$ , откуда  $d\rho = -\frac{\rho}{\nu} d\nu$ . Замена  $d\nu$  на выражение (11), приводит к новому выражению  $d\rho = -\frac{\rho}{\nu p} \frac{cdc}{\kappa}$ . Учтя, что  $p\nu = RT$ , а  $\kappa RT = a^2$ , окончательно

$$d\rho = -\frac{\rho c}{a^2} dc. \quad (12)$$

Это означает, что при увеличении скорости потока ( $dc > 0$ ) плотность газа падает ( $d\rho < 0$ ), а при уменьшении скорости ( $dc < 0$ ) - плотность газа возрастает ( $d\rho > 0$ ).

Описанные выше закономерности изменения статических параметров зависят только от изменения скорости потока, вне зависимости от того, какими причинами вызвано изменение скорости: под влиянием теплового, геометрического или иного другого воздействия.

### 2.3. Характер изменения полных параметров при различных видах внешних воздействий

Характер изменений полной температуры газового потока при различных видах внешних воздействий с учетом наличия трения непосредственно следует из уравнения сохранения энергии:

$$dT^* = \frac{1}{c_p} (dq_{\text{внешн}} + dl_{\text{внешн}}).$$

Следует отметить, что несмотря на отсутствие в этом выражении отдельного члена, указывающего на наличие трения, оно в нем присутствует в неявном виде, так как теплота, выделяющаяся при трении между собой частиц газа в потоке, полностью компенсируется работой потока, затраченной на преодоление трения.

Закон изменения полного давления вытекает из совместного решения уравнения первого закона термодинамики, уравнения сохранения энергии и уравнения связи между параметрами в адиабатном процессе:

$$dp^* = \frac{p^*}{R} \left[ \frac{dl_{\text{внешн}}}{T^*} - \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T^*} \right) dq_{\text{внешн}} - \frac{dq_{\text{трн}}}{T} \right].$$

*Из этих двух уравнений следует, что при энергоизолированном течении идеального газа в каналах ( $dq_{\text{внешн}} = dl_{\text{внешн}} = 0$ ), при отсутствии трения ( $dq_{\text{трн}} = 0$ ), вне зависимости от формы проточной части каналов, полная температура и полное давление остаются неизменными:  $T^* = \text{const}$  и  $p^* = \text{const}$ .*

### 2.4. Критические параметры

Если в каком-либо сечении канала число Маха станет равным единице ( $M=1$ ), то есть скорость потока газа станет равна местной скорости звука, то статические параметры в этом сечении принято называть критическими. К ним относятся:

Критическая температура

$$T_{\text{kp}} = T^* \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right). \quad (13)$$

Критическое давление

$$p_{\text{kp}} = p^* \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}. \quad (14)$$

Критическая плотность

$$\rho_{\text{kp}} = \rho^* \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}, \quad (15)$$

где

$$\rho^* = \frac{p^*}{RT^*}. \quad (16)$$

Из уравнений ( 13-15 ) следует, что критические параметры зависят только от показателя адиабаты, то есть от рода газа, и от одноименных полных параметров.

Критическая скорость по определению равна

$$c_{kp} = a_{kp} = \sqrt{\kappa RT_{kp}},$$

или с учетом ( 13 )

$$c_{kp} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} RT^*}. \quad (17)$$

Таким образом, критическая скорость также зависит от рода газа ( $\kappa$  и  $R$ ) и от полной температуры.

## 2.5. Число Маха и приведенная скорость

Числом Маха  $M = \frac{c}{a}$  называется отношение местной скорости потока к местной скорости звука. Оно характеризует сжимаемость потока и представляет собой безразмерную (относительную) скорость потока, причем масштабом скорости является местная скорость звука

$$a = \sqrt{\kappa RT}. \quad (18)$$

Но в ряде случаев за масштаб скорости газа удобно принимать критическую скорость. Соответствующая ей величина по определению называется приведенной скоростью «лямбда».

$$\lambda = \frac{c}{c_{kp}} = \frac{c}{\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} RT^*}}. \quad (19)$$

Приведенная скорость и число Маха однозначно связаны между собой уравнением

$$\lambda = \frac{c}{c_{kp}} = \frac{M}{\sqrt{\frac{2}{\kappa+1} \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)}}. \quad (20)$$

Из этого уравнения следует, что:

- при  $M=0, \lambda=0$ ,
- при  $M=1, \lambda=1$ ,
- при  $M \rightarrow \infty$  приведенная скорость стремится к предельному значению

$$\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}.$$

Из формулы ( 20 ), после несложных преобразований, можно выразить зависимость числа Маха от приведенной скорости:

$$M = \sqrt{\frac{2}{\kappa+1} \left( 1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda^2 \right)}. \quad (21)$$

## 2.6. Газодинамические функции (ГДФ)

Газодинамическими функциями называются безразмерные параметры потока, зависящие от приведенной скорости (и соответственно числа Маха).

Они играют важнейшую роль в исследовании газовых потоков, при проектировании и эксплуатации авиадвигателей. В частности, именно газодинамические функции позволяют определять статические параметры, которые, за исключением, на практике измерить технически невозможно.

К газодинамическим функциям относятся:

$$\text{Относительная температура «тая от лямбда» } \tau(\lambda) = \frac{T}{T^*}.$$

Учтя, что  $T^* = T \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)$ , и используя формулу (21), после несложных преобразований, получаем:

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda^2. \quad (22)$$

$$\text{Относительное давление «пи (заглавная) от лямбда» } \Pi(\lambda) = \frac{p}{p_*}.$$

Используя уравнение связи параметров в адиабатном процессе  $\frac{p}{p_*} = \left( \frac{T}{T^*} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$ , получаем

$$\Pi(\lambda) = [\tau(\lambda)]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (23)$$

$$\text{Относительная плотность «эпсилон от лямбда» } \varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho_*}.$$

Или, с учетом связи параметров в адиабатном процессе  $\frac{\rho}{\rho_*} = \left( \frac{T}{T^*} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$

$$\varepsilon(\lambda) = [\tau(\lambda)]^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (24)$$

Характер изменения этих функций от приведенной скорости при различных показателях адиабаты приведен на рисунке 2. Из рисунка следует, что при  $\lambda=0$  ( $M=0$ ), функции  $\tau(\lambda)$ ,  $\Pi(\lambda)$  и  $\varepsilon(\lambda)$  равны 1, а при  $\lambda \rightarrow \lambda_{\text{пред}}$  стремятся к нулю. Но при этом, как было показано в разделе 2.5, число Маха стремится к бесконечности (на рис. 2 это не показано).

Эти три функции:  $\tau(\lambda)$ ,  $\Pi(\lambda)$ ,  $\varepsilon(\lambda)$  изменяются в диапазоне от нуля до единицы, характеризуют изменение параметров газового потока и однозначно связаны между собой приведенной скоростью и числом Маха. Например, если в ходе расчетов или эксперимента было определено относительное давление  $\Pi(\lambda)$ , то сначала можно вычислить относительную температуру

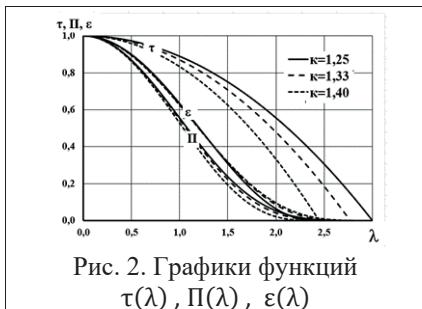


Рис. 2. Графики функций  $\tau(\lambda)$ ,  $\Pi(\lambda)$ ,  $\varepsilon(\lambda)$

$$\tau(\lambda) = [\Pi(\lambda)]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad (24.1)$$

затем относительную скорость

$$\lambda = \sqrt{[1 - \tau(\lambda)] \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \quad (25)$$

и по формуле (21) число Маха.

Важное значение имеет газодинамическая функция, характеризующая расход газа.

**Это относительная плотность тока «ку от лямбда»**  $q(\lambda) = \frac{c_p \rho}{c_{kp} \rho_{kp}}$ .

Или, после ряда последовательных преобразований:

$$q(\lambda) = \lambda \left( \frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \varepsilon(\lambda). \quad (26)$$

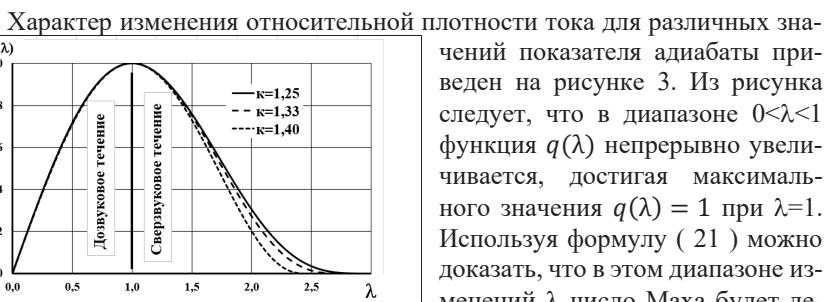


Рис. 3. График функции  $q(\lambda)$ ,

в этом диапазоне изменения  $\lambda$  возможно только дозвуковое течение газа. В диапазоне  $1 < \lambda < \lambda_{\text{пред}}$  функция  $q(\lambda)$  непрерывно уменьшаясь, обращается в ноль, как и три предыдущие функции при достижении  $\lambda_{\text{пред}}$ . Число Маха при этом возрастает от  $M=1$  до  $M \rightarrow \infty$ , то есть это область сверхзвукового течения.

Второй особенностью этой функции является ее двузначность. Из рис. 3 наглядно видно, что одной и той же величине  $q(\lambda)$  будет соответствовать два

совершенно разных значения относительной скорости  $\lambda$ , а значит и два различных значения остальных трех газодинамических функций  $\tau(\lambda)$ ,  $\Pi(\lambda)$  и  $\varepsilon(\lambda)$ . Этую особенность необходимо обязательно учитывать при расчетах течений газовых потоков.

Значения газодинамических функций при различных показателях адиабаты в настоящее время сведены в таблицы (табулированы), например, в [ 3 ].

Величина  $q(\lambda)$  однозначно связана с расходом газа следующим образом:

$$G = c\rho F = Fc\rho \frac{c_{kp}\rho_{kp}}{c_{kp}\rho_{kp}} = Fq(\lambda)c_{kp}\rho_{kp}.$$

Подставив сюда вместо  $c_{kp}$  и  $\rho_{kp}$  их значения из ( 17 ) и (15 ), после ряда преобразований, получим:

$$G = m \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} Fq(\lambda), \quad (27)$$

где  $m$  – размерная константа, зависящая от рода газа  $R$  и  $\kappa$ :

$$m = \sqrt{\frac{\kappa}{R} \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \cdot \left( \frac{\text{кгК}}{\text{Дж}} \right)^{0.5}. \quad (28)$$

Например, для воздуха при  $\kappa=1,4$  и  $R=287,05$  Дж/(кгК), величина  $m=0,0404$ .

### 3. Закономерности течения газа в суживающемся сопле

При изучении течения в суживающихся соплах принимается два допущения:

- газ является идеальным;
- течение газа происходит без трения и энергообмена с окружающей средой.

На рисунке 4 приведен профиль суживающегося сопла с обозначением характерных сечений. Движение газа возникает за счет наличия перепада давления между давлением  $p_1^*$  на входе в сопло в сечении «1-1» и давлением окружающей среды – атмосферным давлением  $p_h$ .

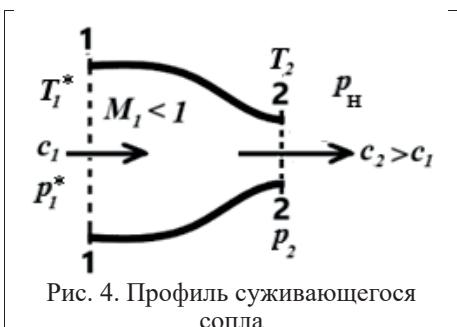


Рис. 4. Профиль суживающегося сопла

При этом, как следует из уравнения Вулиса ( 8 ), при дозвуковом потоке на входе ( $M<1$ ) при сужении канала ( $dF < 1$ ), скорость газа вдоль сопла будет возрастать ( $dc > 0$ ). Поэтому скорость потока  $c_2$  на выходе из сопла в сечении «2-2» будет больше скорости  $c_1$  на входе в сечении «1-1».

Так как при движении газа вдоль сопла скорость увеличивается ( $dc>0$ ), то в соответствии с уравнениями ( 9...12 ) будут изменяться статическое давление, температура, плотность и удельный объем.

### 3.1. Параметры сопла

Основными параметрами, характеризующими режим работы сопла, являются:

**Располагаемая степень понижения давления**  $\pi_{c,\text{расп}}$ , равная отношению полного давления газа на входе в сопло к давлению окружающей среды.

$$\pi_{c,\text{расп}} = \frac{p_1^*}{p_h}. \quad (29)$$

**Действительная степень понижения давления**  $\pi_c$ , равная отношению полного давления газа на входе в сопло к давлению в выходном сечении 2-2

$$\pi_c = \frac{p_1^*}{p_2}. \quad (30)$$

**Критическая степень понижения давления**  $\pi_{kp}$ , равная отношение полного давления газа на входе в сопло к критическому давлению:

$$\pi_{kp} = \frac{p_1^*}{p_{kp}}. \quad (31)$$

Если учесть выражение (14) для  $p_{kp}$ , то предыдущее выражение (31) преобразуется к виду:

$$\pi_{kp} = \left( \frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (32)$$

Таким образом, критическая степень понижения давления зависит только от рода газа (показателя адиабаты). В частности, для воздуха при  $\kappa=1,4$  величина  $\pi_{kp} = 1,893$ .

### 3.2. Скорость истечения газа из сопла

Скорость в выходном сечении сопла определяется с использованием уравнения сохранения энергии, которое в случае энергоизолированного течения ( $q_{\text{внеш}} = l_{\text{внеш}} = 0$ ) имеет вид  $i_1^* = i_2 + c_2^2/2$ , откуда

$$c_2 = \sqrt{2(i_1^* - i_2)}.$$

Учтя, что для идеального газа  $i^* = c_p T^*$ ,  $i = c_p T$  и  $c_p = \frac{\kappa}{\kappa-1} R$ , предыдущее уравнение примет вид:

$$c_2 = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R (T_1^* - T_2)} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_1^* \left( 1 - \frac{1}{T_1^*/T_2} \right)}.$$

Используя связь между параметрами в адиабатном процессе и выражение

(30) для действительной степени понижения давления в сопле, следует, что

$$\frac{T_1^*}{T_2} = \left( \frac{p_1^*}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \pi_c^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}.$$

Тогда окончательное выражение для скорости истечения газа из сопла примет вид:

$$c_2 = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_1^* \left( 1 - \frac{1}{\pi_c^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right)}. \quad (33)$$

Таким образом, скорость истечения газа из сопла зависит от:

- физических свойств газа ( $\kappa, R$ );
- полной температуры газа перед соплом  $T_1^*$ ;
- действительной степени понижения давления газа в сопле  $\pi_c$ .

Зависимость скорости истечения  $c_2$  от  $\pi_c$  показана на рисунке 5. Из формулы (33) следует, что:



Рис. 5. Зависимость скорости истечения газа из сопла от  $\pi_c$

- при  $\pi_c = 1$  течение отсутствует, т.е.  $c_2 = 0$ , так как нет перепада давления в сопле;
- при  $\pi_c = \pi_{kp}$  скорость равна критической  $c_2 = c_{kp} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa+1} R T_1^*}$ ;
- при  $\pi_c \rightarrow \infty$  скорость истечения стремится к предельной величине

$$c_2 = c_{пред} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_1^*}.$$

Таким образом, даже при  $\pi_c \rightarrow \infty$  скорость истечения газа имеет конечное значение. Это объясняется тем, что при энергоизолированном течении увеличение скорости и, соответственно, кинетической энергии газового потока, происходит за счет убыли полной энталпии, которая на входе в сопло имеет конечную величину  $i_1^* = c_p T_1^*$ . Так как температура  $T_1^*$  в технических устройствах всегда конечна, то и скорость истечения также будет иметь конечную (предельную) величину.

### 3.3. Режимы работы суживающегося сопла

Полным расширением газа в соплах считается такой режим работы, когда давление на срезе сопла в сечении «2»  $p_2$  будет равно давлению окружающей среды, в частном случае – атмосферному давлению  $p_n$ . То есть должно выполняться равенство  $p_2 = p_n$ .

Режимы работы суживающегося сопла определяются соотношением между располагаемой  $\pi_{c,расп}$  и критической  $\pi_{kp}$  степенями понижения давления.

Будем рассматривать изменение  $\pi_{c,расп} = p_1^* / p_h$  за счет изменения атмосферного давления  $p_h$  при неизменном давлении  $p_1^* = const$  перед соплом.

На практике при некоторых допущениях это будет соответствовать набору самолетом высоты при неизменном режиме работы двигателя.

В зависимости от соотношения между  $\pi_{c,расп}$  и  $\pi_{kp}$  возможны три режима работы суживающегося сопла.

**Режим полного расширения** реализуется, когда  $\pi_{c,расп} < \pi_{kp}$  - рис. 6а.

В этом случае давление газа в выходном сечении сопла будет равно давлению окружающей среды ( $p_2 = p_h$ ). При этом будет выполняться равенство  $\pi_c = \pi_{c,расп}$ .

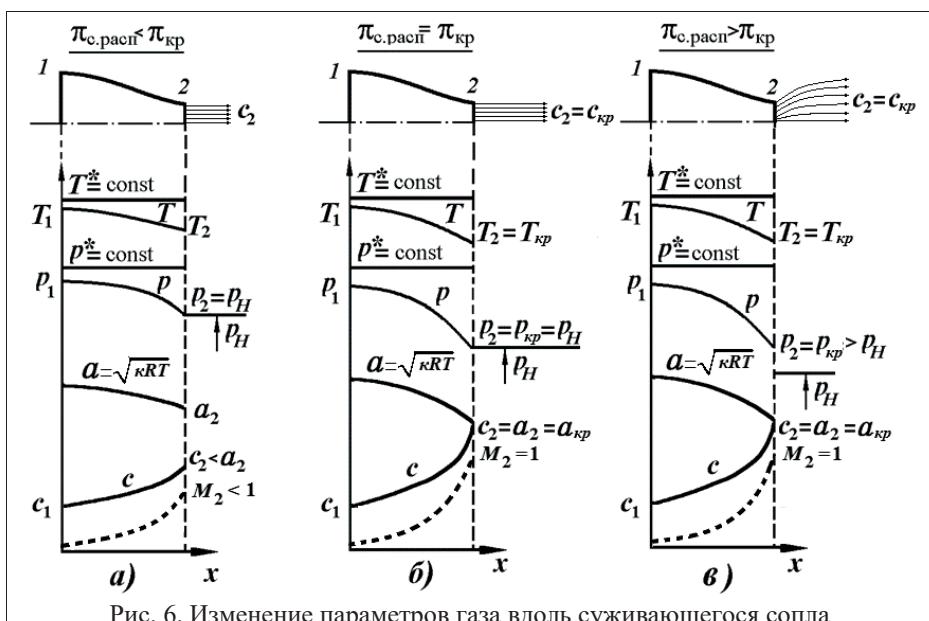


Рис. 6. Изменение параметров газа вдоль суживающегося сопла

Так как в сопле реализуется течение без энергообмена с окружающей средой, то полные параметры, как отмечалось в разделе 2.3, будут оставаться неизменными, то есть  $p_1^* = const$  и  $T_1^* = const$ . Поэтому на всех трех фигурах рисунка 6 эти полные параметры изображены горизонтальными линиями.

При дозвуковом потоке на входе, в соответствии с уравнением Вулиса (8), за счет геометрического воздействия на поток при  $dF < 0$ , его скорость будет увеличиваться ( $dc > 0$ ). Поэтому, исходя из уравнений (9) и (10), статические давление и температура будут снижаться (рис. 6а). Снижение температуры является причиной уменьшения местной скорости звука  $a = \sqrt{\kappa RT}$ .

Значит непрерывно будет возрастать число Маха  $M = c / a$  (штриховая линия на рис. 6а), причем более интенсивно, чем скорость потока, по причине одновременном уменьшении местной скорости звука при снижении статической температуры и увеличении скорости потока.

В свою очередь рост числа Маха ведет, в соответствии с формулой (20), к росту приведенной скорости  $\lambda$ , а значит и к возрастанию относительной плотности тока  $q(\lambda)$  (на рисунке 6. характер изменения  $\lambda$  и  $q(\lambda)$  не показан).

Но так как  $\pi_{c, \text{расп}} < \pi_{kp}$ , то располагаемой степени понижения давления недостаточно для разгона потока до скорости звука, поэтому в выходном сечении скорость истечения  $c_2$  будет меньше местной скорости звука  $a_2$ , значит число Маха  $M_2 = c_2 / a_2$  будет меньше единицы  $M_2 < 1$ . А это означает, что в канале сопла реализуется дозвуковое течение и на срезе сопла  $q(\lambda_2) < 1$ .

На рисунке 2 это значение  $q(\lambda_2)$  будет располагаться где-то в дозвуковой области течения газа в диапазоне изменения  $0 < \lambda < 1$ .

Характер изменения параметров вдоль сопла при данном соотношении между  $\pi_{c, \text{расп}}$  и  $\pi_{kp}$  показан на рис. 6а.

**Критический режим.** Если давление  $p_h$  будет понижаться так, что достигнется равенство  $\pi_{c, \text{расп}} = \pi_{kp}$  (рис. 6б), то в этом случае также реализуется полное расширение ( $p_2 = p_h$ ). Тогда, исходя из равенства  $\pi_c = \pi_{kp}$ , давление  $p_2$  на срезе сопла становится равным критическому. Так как  $\pi_c = \pi_{kp}$ , то поток в сопле разгоняясь, достигает на срезе сопла местной скорости звука, равной критическому значению  $a_{kp}$ . Скорость на выходе  $c_2$  в этом случае также станет равной критической  $c_{kp}$ . Значит число Маха на выходе из сопла

$$M_2 = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_{kp}}{a_{kp}} \quad \text{при} \quad c_{kp} = a_{kp} \quad \text{будет равно единице} \quad M_2 = 1, \quad \text{а приведенная скорость} \quad \lambda = 1.$$

В итоге статическое давление и температура в сечении «2» достигнут критических значений  $p_2 = p_{kp}$  и  $T_2 = T_{kp}$ , а относительная плотность тока  $q(\lambda_2)$  своего максимального значения  $q(\lambda_2) = 1$ .

Этот режим является предельным для суживающегося сопла с точки зрения полного расширения газа в нем.

Так как при полном расширении давление газа на срезе сопла равно атмосферному, то векторы выходной скорости  $c_2$ , изображенные в верхней части рисунков 6а и 6б будут параллельны, то есть струи потока будут двигаться за соплом параллельно оси сопла. На рисунке 6а скорость  $c_2 < a_2$ , а на рис. 6б  $c_2 = a_2 = a_{kp} = c_{kp}$ . По этой причине длины векторов скоростей за соплом на рис. 6б умышленное изображены больше, чем на рис. 6а.

**Режим недорасширения.** Если еще сильнее понижать атмосферное давление  $p_h$ , тогда  $\pi_{c, \text{расп}}$  может стать больше  $\pi_{kp}$  ( $\pi_{c, \text{расп}} > \pi_{kp}$ ) - рисунок 6в.

Следует напомнить, что в газовой среде возмущения в виде волн давления распространяются со скоростью звука. В рассматриваемом случае таким возмущением является изменение атмосферного давления  $p_{\text{н}}$ . Но в предыдущем случае на срезе сопла уже сформировалось течение с числом Маха  $M_2 = 1$ . А это означает, что изменение атмосферного давления  $p_{\text{н}}$  в виде волны давления не сможет проникнуть внутрь сопла и перестроить внутри его течение газа. Поэтому на срезе сопла число М останется равным единице ( $M=1$ ), а давление останется равным критическому  $p_2 = p_{\text{кр}}$  и больше атмосферного  $p_2 > p_{\text{н}}$ . Значит и действительная степень понижения давления останется равной критической  $\pi_c = \pi_{\text{кр}}$ . Поэтому в выходном сечении остальные параметры также примут критические значения:  $c_2 = c_{\text{кр}} = a_{\text{кр}}$  и  $T_2 = T_{\text{кр}}$ , а относительная плотность тока в сечении «2» также достигнет своего максимального значения  $q(\lambda_2) = 1$ .

Так как  $p_2 > p_{\text{н}}$ , то окончательное расширение газа, то есть понижение его давления до величины  $p_{\text{н}}$ , будет происходить уже за пределами сопла (рис. 6б), а контур струи газа за ним приобретает характерную «бочкообразную» форму. Длина вектора скорости в ядре такого потока останется такой же, как и на критическом режиме на рис. 6б.

Следовательно, при реализации такого режима работы сопла, располагая степень понижения давления газа  $\pi_{c,\text{расп}}$  не полностью используется в сопле для увеличения скорости потока. А двигатель, на котором было бы установлено такое сопло, терял бы часть реактивной тяги.

**Таким образом**, сравнивая между собой три рассмотренных случая, можно легко прийти к выводу, что для суживающегося сопла фактически характерны только два режима работы:

**режим полного расширения**, при котором на срезе сопла  $p_2 = p_{\text{н}}$  и  $\pi_c = \pi_{c,\text{расп}} \leq \pi_{\text{кр}}$ ,  $c_2 \leq a_2$ ,  $M_2 \leq 1$  и  $q(\lambda_2) \leq 1$ .

**режим недорасширения**, при котором на срезе сопла  $p_2 > p_{\text{н}}$  и  $\pi_c = \pi_{c,\text{расп}} > \pi_{\text{кр}}$   $c_2 = a_2 = a_{\text{кр}} = c_{\text{кр}}$ ,  $M_2 = 1$  и  $q(\lambda_2) = 1$ .

Из этого следует, что в суживающемся сопле нельзя разогнать поток до скорости больше скорости звука.

### 3.4. Влияние располагаемой степени понижения давления $\pi_{c,\text{расп}}$ на течение газа в суживающемся сопле

На рис. 7 показаны зависимости  $\pi_c$ , скорости потока  $c_2$  числа Maxa  $M_2$  и относительной плотности тока  $q(\lambda_2)$  от  $\pi_{c,\text{расп}}$ . Как и в предыдущих случаях на рис. 6, режим работы сопла изменяется за счет уменьшения давления окружающей среды  $p_n$  (штриховая линия) при неизменном давлении  $p_1^* = \text{const}$  и полной температуре  $T_1^* = \text{const}$  на входе в сопло.

Как было установлено выше, в области  $\pi_{c,\text{расп}} \leq \pi_{\text{кр}}$  сопло работает на режиме полного расширения газа ( $\pi_c = \pi_{c,\text{расп}}$ ), поэтому зависимость  $\pi_c$  от  $\pi_{c,\text{расп}}$  представляет собой прямую линию, выходящую из начала координат под углом  $45^\circ$ . С ростом  $\pi_{c,\text{расп}}$  в диапазоне  $1 < \pi_{c,\text{расп}} < \pi_{\text{кр}}$  скорость истечения газа  $c_2 = \sqrt{2c_p T_1^* \left(1 - \frac{1}{\pi_c^{(\kappa-1)/\kappa}}\right)}$  будет возрастать, достигая при  $\pi_{c,\text{расп}} = \pi_{\text{кр}}$  критической величины  $c_2 = c_{\text{кр}}$ . Но при  $T_1^* = \text{const}$  с ростом скорости статическая температура  $T_2 = T_1^* - \frac{c_2^2}{2}$  будет снижаться. Значит скорость звука  $a_2 = \sqrt{\kappa R T_2}$  также будет снижаться, что при одновременном повышении скорости  $c_2$  будет означать более активный рост числа Maxa  $M_2 = c_2 / a_2$ . Одновременно с ростом числа Maxa будет увеличивать приведенная скорость  $\lambda_2$  и относительная плотность потока  $q(\lambda_2)$ , которая при  $\pi_{c,\text{расп}} = \pi_{\text{кр}}$  достигнет своего предельного значения  $q(\lambda_2) = 1$ .

При дальнейшем увеличении  $\pi_{c,\text{расп}}$  в области  $\pi_{c,\text{расп}} > \pi_{\text{кр}}$ , когда сопло работает на режиме недорасширения, скорость  $c_2$  престает изменяться, оставаясь неизменной и равной  $c_{\text{кр}}$ . Значит перестанут изменяться температура  $T_2$ , а значит и скорость звука, поэтому число Maxa  $M_2$  будет оставаться неизменным, достигнув своего максимального значения  $M_2 = 1$ . Относительная плотность тока  $q(\lambda_2)$  также будет оставаться неизменной, равной единице.

Выше, при описании режимов работы сопла, уже упоминалось, что в области значений  $\pi_{c,\text{расп}} > \pi_{\text{кр}}$  давление окружающей среды  $p_n$  при  $p_1^* = \text{const}$  не влияют на параметры потока в выходном сечении сопла. Сопло при этом

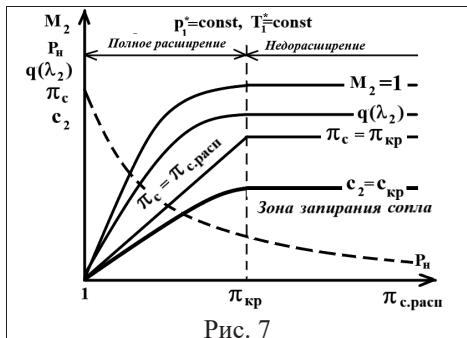


Рис. 7

как бы становится «запертым». Эффект запирания каналов играет большую роль при изучении теории авиационных двигателей.

Двигатели с большими и сверхбольшими степенями двухконтурности в стартовых условиях могут работать на режиме полного расширения при  $\pi_{c,расп} < \pi_{kp}$ , что значительно снижает шум ГТД на взлете. Но с ростом скорости полета за счет скоростного напора полное давление на входе в двигатель повышается и даже несмотря на естественное снижение атмосферного давления располагаемая степень понижения давления, как правило, превышает критические значения и сопла двигателей могут работать и на режиме недорасширения.

### 3.5. Расход газа через суживающееся сопло

Расход газа определяется по полученной ранее формуле (27), которая, применительно к выходному сечению сопла (рис. 4) примет вид:

$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_2 q(\lambda_2), \quad (34)$$

где для воздуха  $m = 0,0404$  ( $\text{кг К/Дж}$ )<sup>0.5</sup> при  $\kappa=1,4$  и  $R=287,05$   $\text{Дж/(кгК)}$ .

Таким образом, расход газа через суживающееся сопло зависит от:

- свойств газа, т.е. коэффициента  $m=f(\kappa, R)$ ;
- параметров заторможенного потока на входе в сопло  $p_1^*$  и  $T_1^*$ ;
- площади выходного сечения сопла  $F_2$ ;
- относительной плотности тока в выходном сечении  $q(\lambda_2)$ .

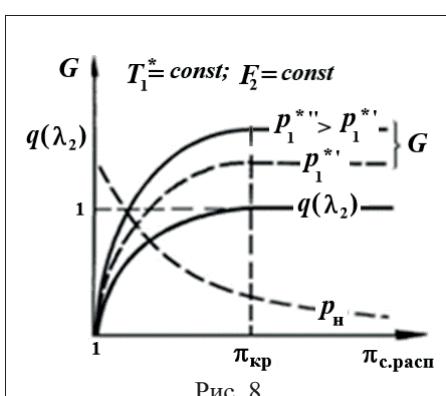


Рис. 8

На рисунке 8 показана зависимость расхода газа  $G$  через сопло от  $\pi_{c,расп}$ , которое меняется, как и в предыдущих случаях, за счет снижения атмосферного давления  $p_n$  при неизменных значениях  $T_1^* = \text{const}$  и  $F_2 = \text{const}$ . Из рисунка следует, что при  $\pi_{c,расп} = 1$  течение газа в сопле отсутствует, поэтому расход газа  $G = 0$ . Повышение  $\pi_{c,расп}$  в области  $\pi_{c,расп} \leq \pi_{kp}$  приводит к увеличению скорости потока и числа Маха (см. рис. 6), а значит и  $q(\lambda_2)$ . В итоге расход газа будет в этой области возрастать. Возрастание расхода будет происходить до тех пор, пока скорость потока на выходе из сопла не достигнет местной скорости звука и рост относительной плотности тока  $q(\lambda_2)$  прекратится, достигнув максимального значения  $q(\lambda_2) = 1$ , оставаясь далее неизменной величиной при  $\pi_{c,расп} > \pi_{kp}$ . Сопло при

рис. 6), а значит и  $q(\lambda_2)$ . В итоге расход газа будет в этой области возрастать. Возрастание расхода будет происходить до тех пор, пока скорость потока на выходе из сопла не достигнет местной скорости звука и рост относительной плотности тока  $q(\lambda_2)$  прекратится, достигнув максимального значения  $q(\lambda_2) = 1$ , оставаясь далее неизменной величиной при  $\pi_{c,расп} > \pi_{kp}$ . Сопло при

этом окажется «запертым». Так как дальнейшее увеличение  $\pi_{c,расп}$  за счёт понижения  $p_n$  уже не окажет влияния на параметры газа в сопле, то расход через него остаётся постоянным.

При неизменной величине  $T_1^*$  и площади на срезе сопла  $F_2$  расход газа через сопло может быть увеличен, как показано на рис. 8, только за счет увеличения полного давления на входе в сопло, что непосредственно следует из формулы (34).

#### 4. Практическая часть лабораторной работы

В лабораторной работе исследуется течение газа в суживающемся сопле неизменной геометрической формы (рис. 9) с площадью выходного сечения  $F_2 = 0,327 \text{ м}^2$  (это примерная площадь критического сечения сопла, полученная расчетом для двухвального форсированного двигателя РД-Ф300, устанавливавшегося на истребителях МиГ-21). Индексами 1-1 и 2-2 указаны площади на входе и выходе из сопла. Площадь в последнем сечении №7 совпадает с площадью выходного сечения  $F_2$ .

Рабочим телом считается воздух с показателем адиабаты  $\kappa=1,4$  и газовой постоянной  $R=287,05 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\text{К}}$ .

Каждый студент получает индивидуальный вариант задания в соответствии с таблицей 1.

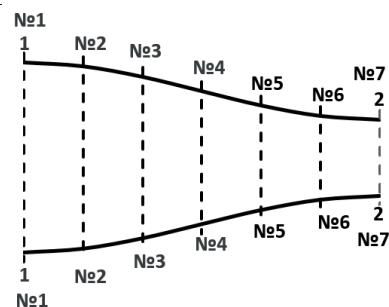


Рис. 9. Расчетная схема суживающегося сопла

Таблица 1.

Вариант №	1	2	3	4	5	6	7	8
$p_1^*, \text{ Па}$	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000
$T_1^*, \text{ К}$	450	470	490	510	530	550	570	590
$H, \text{ м}$	0	300	600	900	1200	1500	1800	2025

Таблица 1. (продолжение)

Вариант №	9	10	11	12	13	14	15	16
$p_1^*, \text{ Па}$	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000
$T_1^*, \text{ К}$	610	630	650	670	690	710	730	750
$H, \text{ м}$	2100	2400	2700	3000	3300	3600	3900	4200

По заданной высоте в приложении 1 определяется величина атмосферного давления  $p_n$ . Заданные в варианте значения  $p_1^*$ ,  $T_1^*$  и  $p_n$  записываются в соответствующие ячейки таблицы 3 (таблицы предварительных данных).

С целью исключения методических ошибок в первую очередь рекомендуется выполнить расчет констант и их вычисленные значения записать в таблицу 2 (таблицу констант).

- При заполнении таблиц для каждой величины, после знака «=» студент обязан вписать расчетную формулу, а само значение и размерность занести в ячейку под формулой.*
- При выполнении ручного расчета все вычисления проводятся с сохранением четырех значащих цифр после запятой.*

**Таблица констант. Таблица 2**

$F_2, \text{м}^2$	$\kappa$	$R, \text{Дж/(кгК)}$	$\frac{2\kappa}{\kappa + 1}$	$\frac{\kappa + 1}{2}$	$\frac{2}{\kappa + 1}$	$\frac{\kappa}{\kappa - 1}$	$\frac{\kappa - 1}{\kappa}$	$\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}$
0,327	1,4	287,05						
$\frac{1}{\kappa - 1}$	$m =$		$C_{\text{кр}} =$		$\pi_{\text{кр}} =$		$p_{\text{кр}} =$	
$\rho^* =$			$\rho_{\text{кр}} =$		$T_{\text{кр}} =$			

Следующим шагом является заполнение таблицы 3 предварительных данных. Целью расчетов является определение расхода воздуха в выходном сечении «2-2» (сечение №7 на рис. 9). При заполнении таблицы 3 рекомендуется пользоваться таблицами ГДФ в приложении 2, графиками ГДФ в приложении 3 или формулами из теоретической части настоящего методического пособия. Значения  $p_n$  для заданных высот Н определяются в приложении 1.

**Таблица предварительных данных. Таблица 3**

№ п.п	Формула или константа	Число	№ п.п	Формула или константа	Число
1	$p_1^*, \text{Па} =$		7	$\Pi(\lambda_2) = \frac{1}{\pi_c}$	
2	$T_1^*, K =$		8	Опред. по ГДФ или формуле $\tau(\lambda_2) =$	
3	$p_n, \text{Па} =$		9	Опред. по ГДФ или формуле $\lambda_2 =$	
4	$\pi_{\text{c,расп}} =$		10	Опред. по ГДФ или формуле $\varepsilon(\lambda_2) =$	
5	если $\pi_{\text{c,расп}} \leq \pi_{\text{кр}}, p_2 = p_n$ если $\pi_{\text{c,расп}} > \pi_{\text{кр}}, p_2 = p_{\text{кр}}$		11	Опред. по ГДФ или формуле $q(\lambda_2) =$	

6	При $\pi_{c,\text{расп}} > \pi_{kp}$ принять $\pi_c = \pi_{kp}$ . При $\pi_{c,\text{расп}} \leq \pi_{kp}$ , рассчитать $\pi_c = \frac{p_1^*}{p_2}$		12	Рассчитать по формуле $G =$	
---	---	--	----	--------------------------------	--

Дальнейшие вычисления проводятся по алгоритму и в последовательности основной расчетной таблицы 4 для сечений сопла №1...№7.

**Примечание:** При определении функции  $\Pi(\lambda_x)$  по сечениям вдоль канала сопла по вычисленной в строке №7 таблицы 4 величине  $q(\lambda_x)$ , следует воспользоваться только таблицами или графиками ГДФ, приведенных в приложениях 2 или 3.

Остальные ГДФ, такие как  $\tau(\lambda_x)$ ,  $\varepsilon(\lambda_x)$  и приведенная скорость  $\lambda_x$  можно определять как по таблицам или графикам ГДФ, так и по формулам из теоретической части методического пособия. Сами формулы студент обязан вписать в соответствующие ячейки после знака равенства.

**Основная расчетная таблица. Таблица 4.**

№ п.п	Параметры в сече- ниях «х» вдоль сопла	Номера сечений, «х»						
		1	2	3	4	5	6	7
1	$X, \text{ м}$	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
2	$F_x, \text{ м}^2$	2,044	1,883	1,477	1,001	0,618	0,396	0,327
3	$\rho^*, \text{ кг/м}^3 =$							
4	$p_1^*, \text{ Па} =$							
5	$T_1^*, \text{ К} =$							
6	$p_n, \text{ Па} =$							
7	$q(\lambda_x) = \frac{G\sqrt{T_1^*}}{mp_1^*F_{(x)}}$							
8	$\Pi(\lambda_x)$ определяется по таблицам или графикам ГДФ по величине $q(\lambda_x)$ .							
9	Определить по ГДФ или по формуле $\tau(\lambda_x) =$							
10	Определить по ГДФ или по формуле $\varepsilon(\lambda_x) =$							
11	Определить по ГДФ или по формуле $\lambda_x =$							
12	$p_x =$							

13	$T_x =$						
14	$\rho_x =$						
15	$c_x =$						
16	$a_x =$						
17	$M_x =$						

#### 4.1. Отчетность по работе.

В качестве отчета по лабораторной работе должны быть предоставлены:

1. Заполненные таблицы 2, 3, 4 с указанием размерностей физических величин и расчетных формул.
2. Графики зависимостей параметров вдоль сечений сопла:
  - 2.1. Относительной плотности тока  $q(\lambda)_x$  и числа Маха  $M_x$ .
  - 2.2. Скорости звука  $a_x$  и скорости потока  $c_x$ .
  - 2.3. Полного давления  $p_1^*$ , атмосферного  $p_a$  и статического давления  $p_x$ , выраженные в кПа.
3. По результатам построенных графиков студент должен определить режим работы сопла.
4. Сформулированные письменно в журнале лабораторных работ выводы по результатам проделанной работы.

#### Примечание:

1. Расчеты рекомендуется выполнять с применением инженерных калькуляторов, ноутбуков или планшетов.
2. Все графические работы выполняются на миллиметровой бумаге с соблюдением правил, определенных ГОСТ 2.319Р81, ГОСТ 3.1128Р93 ЕСТД и рекомендаций ЕСКД- 50Р77Р88 (см. Приложение 4).

#### 4.2. Информация для преподавателя

Методические материалы по данной работе хранятся на кафедре ДЛА на «рабочем столе» персонального компьютера аудитории 2026 в одноименной с названием лабораторной работы директории.

#### 4.3. Контрольные вопросы

1. Какие параметры в термодинамике называются полными, какие статическими? В каком случае они будут равны между собой?
2. Какой режим работы сопла реализовался в Вашем варианте в результате выполнения лабораторной работы? Назовите все признаки, полученные

в графической и табличной формах, подтверждающие наличие названного Вами режима.

3. Какие параметры называются критическими и почему? Перечислите все известные Вам критические параметры.
4. Поясните, как изменяются статические параметры потока ( $p$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $v$ ) при его разгоне.
5. Поясните, какой поток называется энергоизолированным. Как изменяются полные параметры ( $p^*$ ,  $T^*$ ,  $\rho^*$ ) при отсутствии трения в энергоизолированном потоке?
6. Запишите уравнение Вулиса при геометрическом воздействии на поток. Прокомментируйте входящие в уравнение переменные.
7. Почему уравнение Вулиса называют законом обратимости воздействия? О каких видах воздействий идет речь?
8. Что такое приведенная скорость? Как изменяется приведенная скорость при  $M \rightarrow \infty$ ?
9. Сформулируйте определения и запишите выражения для газодинамических функций.
10. В чем заключается особенность газодинамической функции  $q(\lambda)$ ?
11. Запишите формулу расхода газа. Назовите размерности всех величин, входящих в состав формулы.
12. Поясните, что означает выражение «запирание сопла»? В чем его физический смысл?
13. От каких параметров зависит скорость истечения газа из сопла.
14. Запишите формулу скорости истечения газа из сопла. Чему будет равна скорость при  $\pi_c \rightarrow \infty$ ?
15. Поясните физический смысл того факта, что при  $\pi_c \rightarrow \infty$  скорость истечения газа из сопла имеет предельную величину? Какую?
16. Назовите и запишите выражения для основных параметров реактивных сопел.
17. На каких режимах могут работать суживающиеся сопла?
18. Существует ли взаимосвязь между относительной скоростью  $\lambda$  и числом Маха?
19. Запишите выражение для числа Маха. Что оно характеризует?
20. Запишите выражение для предельного значения относительной скорости  $\lambda_{\text{пред}}$ .
21. От каких свойств рабочего тела зависят газодинамические функции?
22. Изобразите графики изменения газодинамических функций  $\Pi(\lambda)$ ,  $\tau(\lambda)$ ,  $\varepsilon(\lambda)$  и  $q(\lambda)$ .
23. Изобразите график функции  $q(\lambda)$ . Поясните в чем заключается особенность этой функции?
24. К каким предельным величинам стремятся все газодинамические функции?

25. Какой должна быть форма канала для разгона дозвукового потока до скорости звука?
26. Какой должна быть форма канала для торможения дозвукового потока?
27. Изобразите графически характер изменения параметров ( $p^*, p, T^*, T, a, c, M$ ) вдоль суживающегося сопла на режиме полного расширения.
28. Изобразите графически характер изменения параметров ( $p^*, p, T^*, T, a, c, M$ ) вдоль суживающегося сопла на режиме недорасширения.
29. Изобразите график зависимости  $M_2, c_2, \pi_c$  и  $q(\lambda_2)$  от  $\pi_{c,pacn}$ .
30. Изобразите график зависимости от  $\pi_{c,pacn}$  расхода воздуха  $G$  и относительной плотности тока  $q(\lambda_2)$  при  $T_1^* = const, F_2 = const$  и двух различных значениях  $p_1^*$ .

### Литература

1. Котовский В.Н. Техническая термодинамика. Конспект лекций. МГТУ ГА 2015г.
2. Кобельков В.Н., Улас В.Д., Федоров Р.М. Термодинамика и теплопередача. М.: ВВИА им. Проф. Н.Е. Жуковского, 2013г.
3. Таблицы и диаграммы теплофизических величин и газодинамических функций. Составители: Р.М. Федоров, Н.И. Мелик-Пашаев – М.: Воениздат, 1980г., 128 стр.

### Приложение 1

Зависимость атмосферного давления от высоты

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$H, м$	0	300	600	900	1200	1500	1800	2025
$p_h, Па$	101325	97773	94322	90970	87716	84556	81489	79249

№ варианта	9	10	11	12	13	14	15	16
$H, м$	2100	2400	2700	3000	3300	3600	3900	4200
$p_h, Па$	78513	75626	72825	70109	67475	64922	62448	60051

### Приложение 2.

Таблица ГДФ

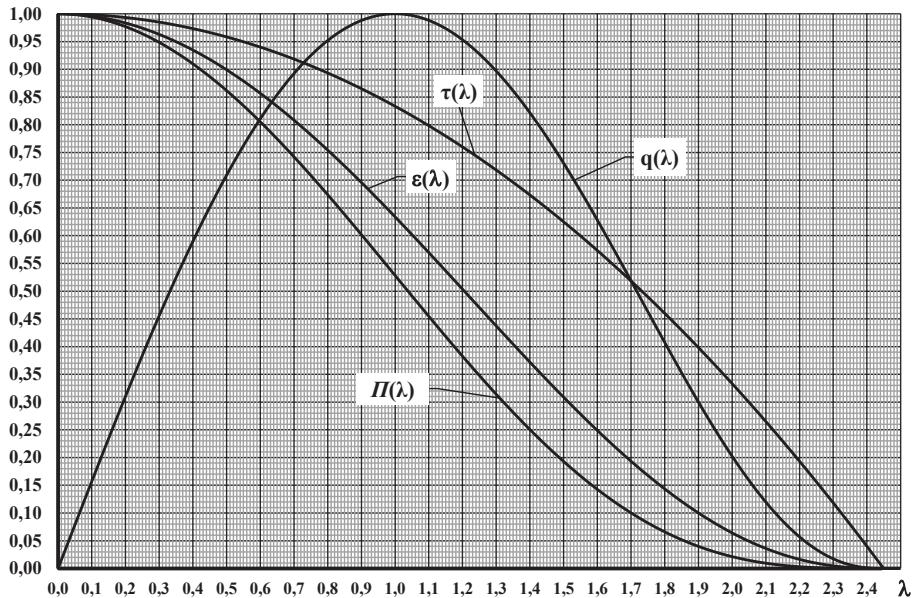
$\lambda$	$\tau(\lambda)$	$\Pi(\lambda)$	$\varepsilon(\lambda)$	$q(\lambda)$
0,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,0122	1,0000	0,9999	0,9999	0,0193
0,0245	0,9999	0,9997	0,9998	0,0386
0,0367	0,9998	0,9992	0,9994	0,0579
0,0490	0,9996	0,9986	0,9990	0,0772
0,0612	0,9994	0,9978	0,9984	0,0964
0,0735	0,9991	0,9969	0,9978	0,1157

0,0857	0,9988	0,9957	0,9969	0,1348
0,0980	0,9984	0,9944	0,9960	0,1539
0,1102	0,9980	0,9929	0,9949	0,1730
0,1225	0,9975	0,9913	0,9938	0,1920
0,1347	0,9970	0,9895	0,9925	0,2109
0,1470	0,9964	0,9875	0,9910	0,2298
0,1592	0,9958	0,9853	0,9895	0,2485
0,1715	0,9951	0,9830	0,9878	0,2672
0,1837	0,9944	0,9805	0,9860	0,2857
0,1960	0,9936	0,9778	0,9841	0,3042
0,2082	0,9928	0,9749	0,9820	0,3225
0,2205	0,9919	0,9719	0,9799	0,3408
0,2327	0,9910	0,9688	0,9776	0,3588
0,2449	0,9900	0,9654	0,9752	0,3768
0,2572	0,9890	0,9619	0,9727	0,3946
0,2694	0,9879	0,9583	0,9700	0,4123
0,2817	0,9868	0,9545	0,9673	0,4298
0,2939	0,9856	0,9505	0,9644	0,4472
0,3062	0,9844	0,9464	0,9614	0,4643
0,3184	0,9831	0,9421	0,9583	0,4814
0,3307	0,9818	0,9377	0,9551	0,4982
0,3429	0,9804	0,9331	0,9517	0,5148
0,3552	0,9790	0,9283	0,9483	0,5313
0,3674	0,9775	0,9234	0,9447	0,5475
0,3797	0,9760	0,9184	0,9410	0,5636
0,3919	0,9744	0,9132	0,9372	0,5794
0,4042	0,9728	0,9079	0,9333	0,5950
0,4164	0,9711	0,9025	0,9293	0,6104
0,4287	0,9694	0,8969	0,9252	0,6256
0,4409	0,9676	0,8911	0,9210	0,6405
0,4532	0,9658	0,8852	0,9166	0,6552
0,4654	0,9639	0,8792	0,9122	0,6697
0,4777	0,9620	0,8731	0,9076	0,6839
0,4899	0,9600	0,8669	0,9030	0,6978
0,5021	0,9580	0,8605	0,8982	0,7115
0,5144	0,9559	0,8540	0,8934	0,7249
0,5266	0,9538	0,8473	0,8884	0,7380
0,5389	0,9516	0,8406	0,8834	0,7509
0,5511	0,9494	0,8337	0,8782	0,7635
0,5634	0,9471	0,8268	0,8730	0,7758
0,5756	0,9448	0,8197	0,8676	0,7878
0,5879	0,9424	0,8125	0,8622	0,7995
0,6001	0,9400	0,8052	0,8566	0,8109
0,6124	0,9375	0,7978	0,8510	0,8220
0,6246	0,9350	0,7903	0,8453	0,8329

0,6369	0,9324	0,7827	0,8395	0,8433
0,6491	0,9298	0,7750	0,8336	0,8535
0,6614	0,9271	0,7673	0,8276	0,8634
0,6736	0,9244	0,7594	0,8215	0,8729
0,6859	0,9216	0,7514	0,8154	0,8822
0,6981	0,9188	0,7434	0,8091	0,8910
0,7104	0,9159	0,7353	0,8028	0,8996
0,7226	0,9130	0,7271	0,7964	0,9078
0,7348	0,9100	0,7189	0,7900	0,9157
0,7471	0,9070	0,7105	0,7834	0,9232
0,7593	0,9039	0,7021	0,7768	0,9304
0,7716	0,9008	0,6937	0,7701	0,9373
0,7838	0,8976	0,6852	0,7633	0,9438
0,7961	0,8944	0,6766	0,7565	0,9500
0,8083	0,8911	0,6679	0,7496	0,9558
0,8206	0,8878	0,6593	0,7426	0,9612
0,8328	0,8844	0,6505	0,7356	0,9663
0,8451	0,8810	0,6418	0,7285	0,9711
0,8573	0,8775	0,6329	0,7213	0,9755
0,8696	0,8740	0,6241	0,7141	0,9795
0,8818	0,8704	0,6152	0,7068	0,9832
0,8941	0,8668	0,6063	0,6995	0,9865
0,9063	0,8631	0,5973	0,6921	0,9894
0,9186	0,8594	0,5884	0,6846	0,9920
0,9308	0,8556	0,5794	0,6771	0,9942
0,9431	0,8518	0,5703	0,6696	0,9961
0,9553	0,8479	0,5613	0,6620	0,9976
0,9675	0,8440	0,5523	0,6544	0,9987
0,9798	0,8400	0,5432	0,6467	0,9995
0,9920	0,8360	0,5342	0,6390	0,9999
1,0000	0,8333	0,5283	0,6339	1,0000

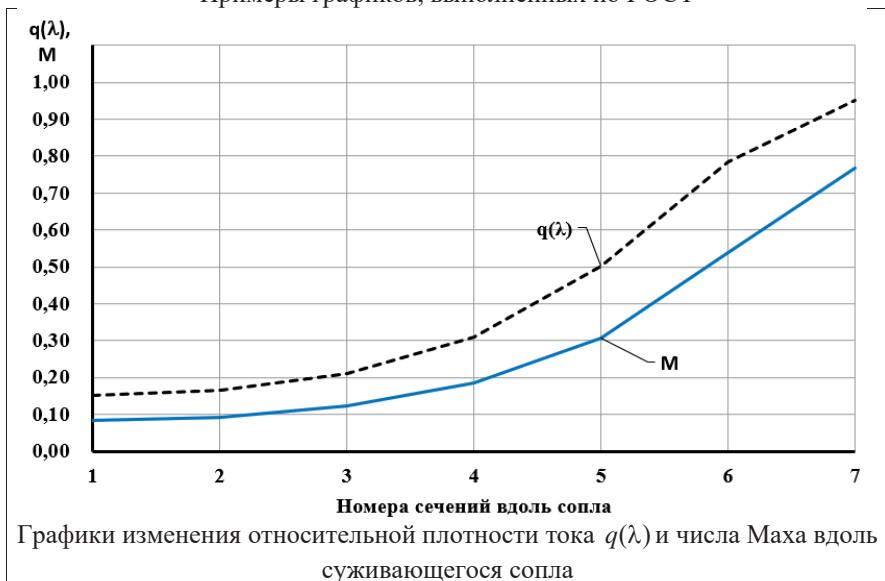
### Приложение 3

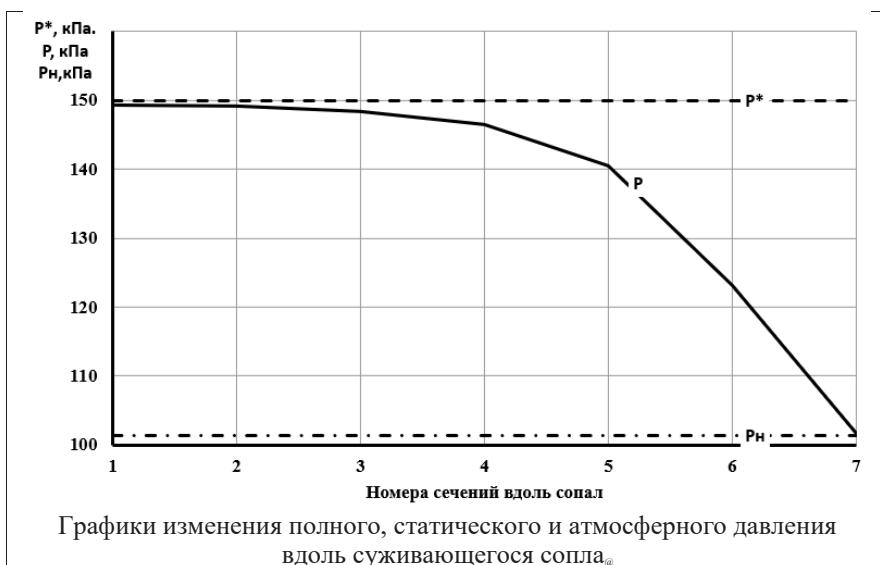
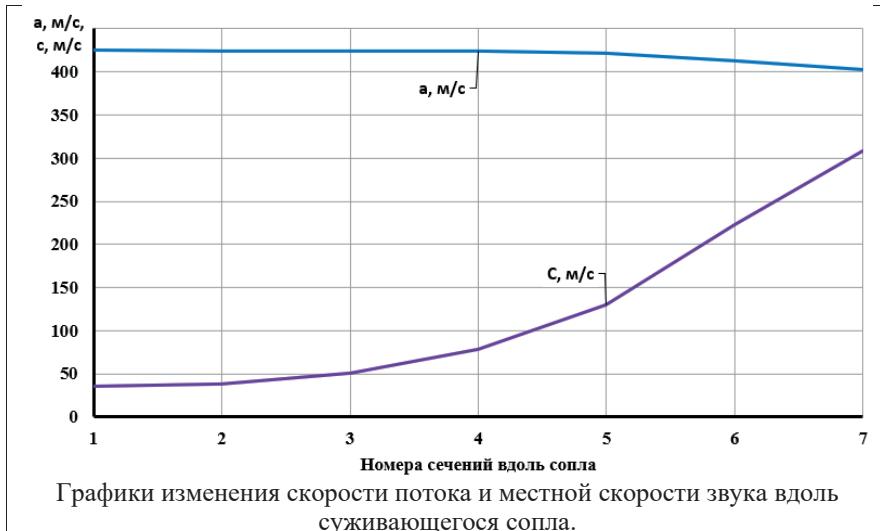
#### Графики ГДФ



### Приложение 4

#### Примеры графиков, выполненных по ГОСТ





А.М. Бутов, А.Р. Носова

Техническая термодинамика  
и теплопередача

*Учебно-методическое пособие*

В авторской редакции

Подписано в печать 21.05.2025 г.  
Формат 60x84/16 Печ. л. 2 Усл. печ. л. 1,86  
Заказ № 1078/0325-УМП14 Тираж 25 экз.

Московский государственный технический университет ГА  
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского  
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А  
Тел.: (499) 755-55-43  
E-mail: [zakaz@itsbook.ru](mailto:zakaz@itsbook.ru)