



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

С.Б. Стукалов, Д.С. Адамов

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

Учебно-методическое пособие
по проведению практических занятий

для студентов
специальности 25.05.03
всех форм обучения

Москва · 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра технической эксплуатации
радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта

С.Б. Стукалов, Д.С. Адамов

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

Учебно-методическое пособие
по проведению практических занятий

*для студентов
специальности 25.05.03
всех форм обучения*

Москва
ИД Академии Жуковского
2022

УДК 621.37
ББК 6Ф2
С88

Рецензент:
Костенков В.А. – канд. техн. наук, доцент

Стукалов С.Б.

C88 Радиотехнические цепи и сигналы [Текст] : учебно-методическое пособие по проведению практических занятий / С.Б. Стукалов, Д.С. Адамов. – М.: ИД Академии Жуковского, 2022. – 52 с.

Учебно-методическое пособие подготовлено в соответствии с программой по курсу дисциплины «Радиотехнические цепи и сигналы» и требованиями государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Содержание учебно-методического пособия составляют практические задания курса дисциплины «Радиотехнические цепи и сигналы» для студентов. Приведены методики решения задач, составлены планы. Решения первых задач рассмотрены подробно, что позволяет быстро понять, как решать задачи подобного типа. Задачи составлены с учетом характеристик и параметров радиоэлектронных средств, применяемых в гражданской авиации. Представленные учебные материалы могут быть также успешно использованы в дистанционных формах обучения.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальности 25.05.03 «Техническая эксплуатация транспортногоadioоборудования» всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 25.11.2022 г. и методического совета 25.11.2022 г.

**УДК 621.37
ББК 6Ф2**

В авторской редакции

Подписано в печать 08.11.2022 г.

Формат 60x84/16 Печ. л. 3,25 Усл. печ. л. 3,02
Заказ № 934/1021-УМП01 Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А
Тел.: (495) 973-45-68
E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический
университет гражданской авиации, 2022

Введение

Изучение учебной дисциплины «Радиотехнические цепи сигналы» являются базовой ступенью освоения задач технической эксплуатации бортового и наземного радиооборудования гражданской авиации (рис.1).

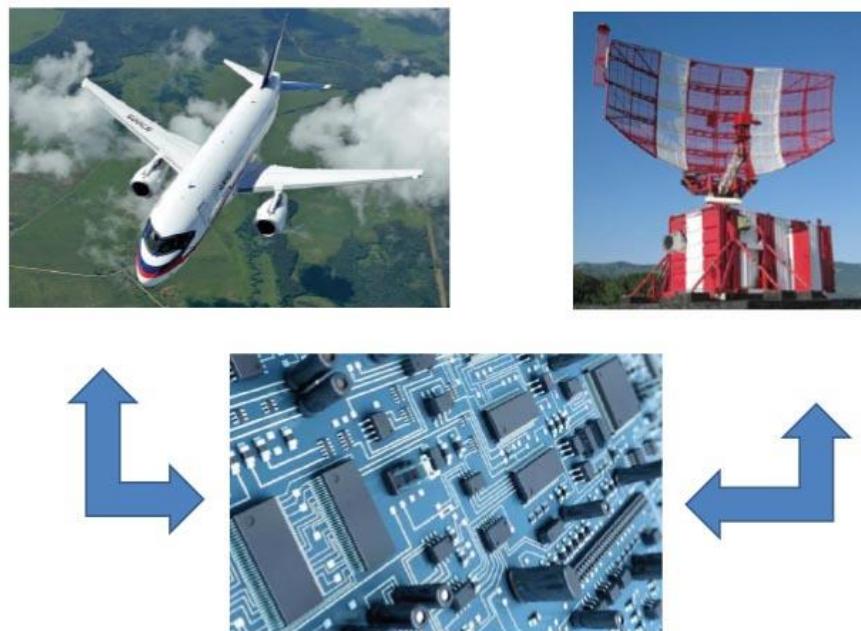


Рис.1. Применение радиотехнических цепей и в бортовом и наземном радиооборудовании гражданской авиации

Настоящее учебно-методическое пособие по дисциплине «Радиотехнические цепи сигналы» предназначено для достижения цели – углубленного изучения теоретических и прикладных вопросов о радиотехнических цепях и сигналах. С этой целью представлен учебный материал в виде примеров и задач по анализу характеристик и свойств типовых сигналов и радиотехнических цепей, применяемых в современном авиационном радиооборудовании (рис.2).

В учебно-методическом пособии представлены планы решения задач, показаны методики решения. Составлен цикл задач и упражнений по основным разделам учебной дисциплины. Примеры и задачи сопровождаются краткими методическими рекомендациями по их выполнению и интерпретации. Предлагается выполнить решение самостоятельно и индивидуально. Для этого в заданиях учитывается параметр n - номер студента по списку учебной группы.

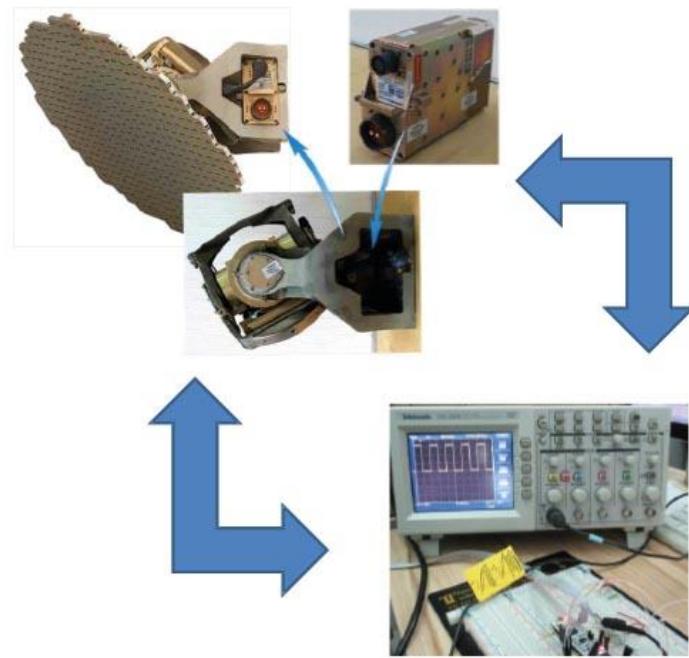


Рис.2. Анализ характеристик типовых сигналов и радиотехнических цепей в авиационном радиооборудовании

Учебно-методическое пособие включает основные разделы курса учебной дисциплины. Методические рекомендации к разделам пособия показывают особенности и сущность теоретического и прикладного толкования различных типов сигналов и радиотехнических цепей.

1. Анализ параметров и временных характеристик детерминированных сигналов

Задача 1.1

По заданному графику гармонического сигнала определить параметры сигнала (амплитуду и действующее значение, период и частоту, начальную фазу). Записать формулу сигнала, если закон изменения – синусоидальный.

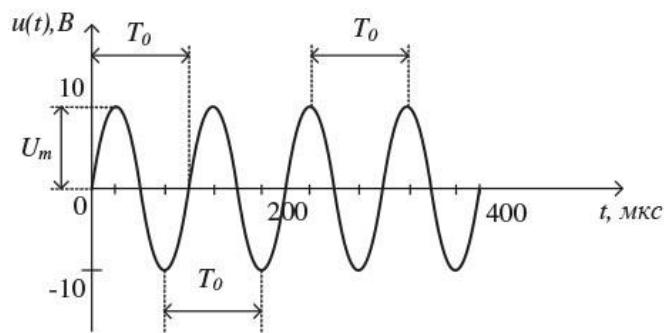


Рис. 1.1. Гармонический сигнал

План решения задачи

1. Определим по графику амплитуду, период колебания и начальную фазу.
2. Рассчитаем дополнительные параметры: частоту и действующее значение.
3. По найденным параметрам сигнала запишем его формулу.
4. Сформулируем выводы.

Решение

1. По графику (рис. 1.1) определяем:
амплитуда $U_m = 10 \text{ В};$
период $T_0 = 100 \text{ мкс};$
начальная фаза $\phi_0 = 0^\circ$.
2. Дополнительные параметры:
частота $f_0 = 1/T_0 = 10 \text{ кГц};$
 $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 62800 \text{ рад/с};$
действующее значение равно

$$U = U_m / \sqrt{2} = 10 / \sqrt{2} \approx 7 \text{ B.}$$

3. Математическая модель сигнала

$$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \phi_0) = 10 \sin(62800t) \text{ B.}$$

Выполнить решение самостоятельно для случая регистрации гармонического сигнала в устройствах радиооборудования (рис.1.2), когда $U_m = 20 \cdot n$, В, где n - номер по списку, деление шкалы $50 \cdot n$, мкс.

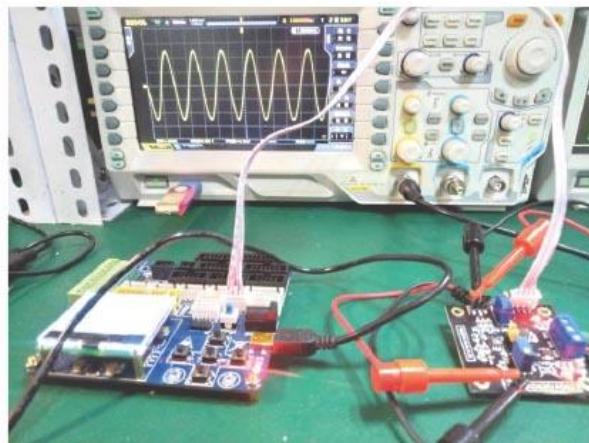


Рис. 1.2. Регистрация гармонического сигнала

Задача 1.2

По графику (рис.1.2) одиночного экспоненциального видеоимпульса определить его параметры (амплитуду, длительность фронта и спада по уровню 0,9 и 0,1 от амплитуды, длительность импульса по уровню 0,5 от амплитуды, начальную задержку фронта).

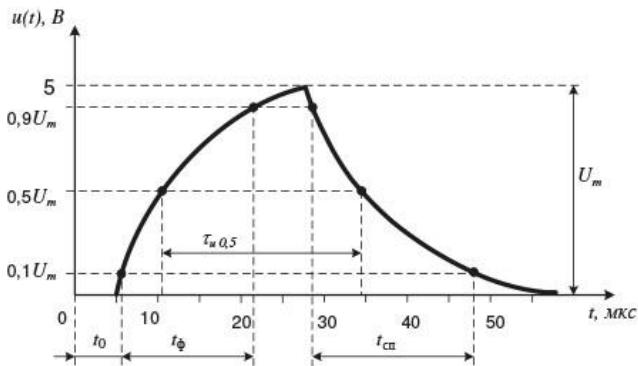


Рис. 1.2. Одиночный экспоненциальный видеоимпульс

Решение

1. Амплитуда импульса по графику (рис. 1.2) равна $U_m = 5 \text{ В}$.
2. Значение напряжения по уровню 0,5 от амплитуды равно

$$U_{m0,5} = U_m \cdot 0,5 = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ В.}$$

Проводим на этом уровне ($2,5 \text{ В}$) вспомогательную прямую, параллельную оси времени t . Опускаем из точек пересечения с графиком перпендикуляры на ось времени и измеряем длительность импульса: $\tau_u \approx 34 - 11 = 13 \text{ мкс}$.

Аналогично рассчитываем значения $U_{m0,1} = 0,5 \text{ В}$, $U_{m0,9} = 4,5 \text{ В}$, строим вспомогательные прямые и измеряем длительность фронта и спада видеоимпульса: $t_\phi = 22 - 6 = 16 \text{ мкс}$; $t_{cr} = 48 - 28 = 20 \text{ мкс}$.

3. Начальную задержку фронта импульса находим по графику: $t_0 \approx 6 \text{ мкс}$.

Примечание: начальная задержка может измеряться до максимума или до середины импульса.

Выполнить решение самостоятельно для случая, когда $U_m = 5 \cdot n \text{ В}$, где n - номер по списку, деление шкалы $10 \cdot n \text{ мкс}$.

Задача 1.3

По заданному графику периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов (ППВИ) (рис. 3) определить ее параметры (амплитуду, длительность импульсов, период и частоту следования импульсов, начальную задержку). Записать формулу сигнала.

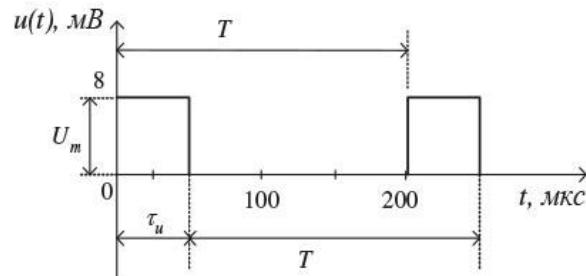


Рис. 1.3. Периодическая последовательность прямоугольных видеопульсов

Решение

1. По графику определяем:
амплитуда $U_m = 8 \text{ мВ}$;
длительность импульсов $t_u = 50 \text{ мкс}$;
период следования импульсов $T = 200 \text{ мкс}$;
начальная задержка середины импульсов $t_0 = 25 \text{ мкс}$.
2. Частота следования импульсов:

$$F = 1/(200 \cdot 10^{-6} \text{ с}) = 5 \text{ кГц}, \quad \Omega = 2\pi F = 31,4 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Скважность $q = 200/50 = 4$.

3. Математическая модель сигнала:

$$u(t) = \begin{cases} 0,008 \text{ В}, & k \cdot 200 \cdot 10^{-6} \leq t \leq 50 \cdot 10^{-6} + k \cdot 200 \cdot 10^{-6}; \\ 0 \text{ В}, & 50 \cdot 10^{-6} + k \cdot 200 \cdot 10^{-6} \leq t \leq (k+1) \cdot 200 \cdot 10^{-6}; \end{cases}$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$.

Выполнить решение самостоятельно для случая, когда $U_m = 10 \cdot n \text{ В}$, где n - номер по списку, деление шкалы $10 \cdot n \text{ мкс}$.

Задача 1.4

По заданному графику (рис. 1.4) периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов (ПРИ) определить ее параметры: амплитуду, длительность импульсов, период и частоту следования импульсов, период и частоту несущего колебания, начальную задержку и начальную фазу.

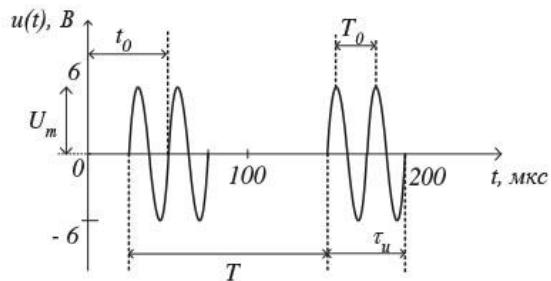


Рис. 1.4. Периодическая последовательность прямоугольных радиоимпульсов

Решение

1. По графику определим:
амплитуда $U_m = 6 \text{ В}$;
длительность импульсов $\tau_u = 50 \text{ мкс}$;
период следования импульсов $T = 125 \text{ мкс}$;
период несущих колебаний $T_0 = 25 \text{ мкс}$;
начальная задержка импульсов $t_0 = 50 \text{ мкс}$;
начальная фаза $\phi_0 = 0^\circ$.
2. Дополнительные параметры:
частота следования импульсов:

$$F = 1/T = 1/(125 \cdot 10^{-6} \text{ с}) = 8 \text{ кГц}, \Omega = 2\pi F = 5,027 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1};$$

несущая частота $f_0 = 1/T_0 = 1/(25 \cdot 10^{-6} \text{ с}) = 40 \text{ кГц}$, $\omega_0 = 2\pi f_0 = 25,12 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$;
скважность $q = T/\tau_u = 125 \cdot 10^{-6}/50 \cdot 10^{-6} = 2,5$.

Выполнить решение самостоятельно для случая, когда $Um = 10 \cdot n$, В, где n - номер по списку, деление шкалы $200 \cdot n$, мкс.

Задача 1.5

По результатам регистрации (рис.1.5) последовательности экспоненциальных импульсов, представленных на графике рис.1.6, определить их параметры: амплитуду, длительность импульса (по половинному уровню), длительность фронта и спада (по уровням 0,1 и 0,9 от амплитуды), период (и частоту) следования импульсов.

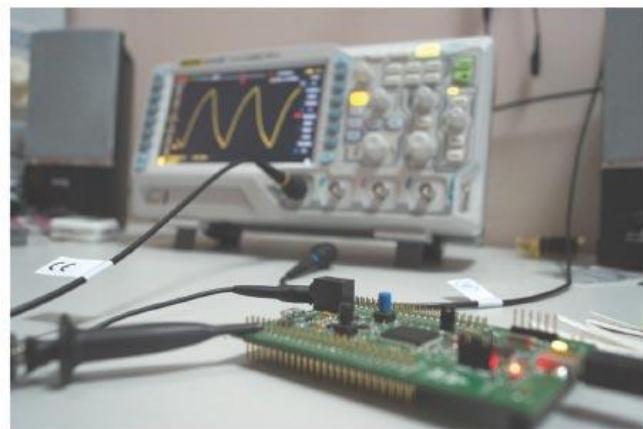


Рис.1.5. Регистрация последовательности экспоненциальных импульсов.

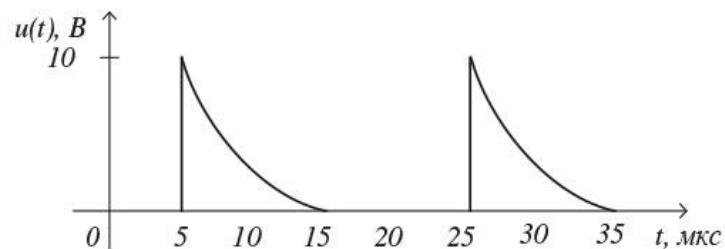


Рис. 1.6. Периодическая последовательность экспоненциальных импульсов

Задача 1.6

По заданному графику гармонического сигнала (рис. 1.7) вычислить его параметры. Записать формулу сигнала (закон изменения – косинус). Построить график на ПЭВМ.

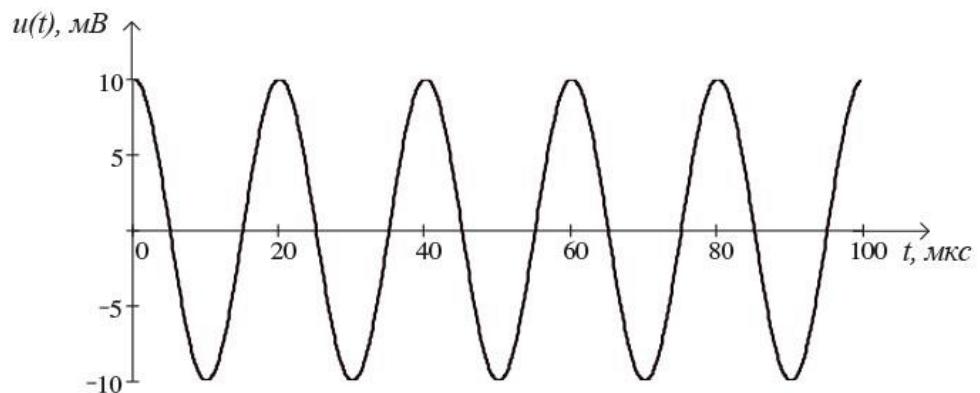


Рис. 1.7. Гармонический сигнал

Задача 1.7

По заданному графику гармонического сигнала (рис. 1.7) вычислить его параметры и записать формулу. Построить график на ПЭВМ.

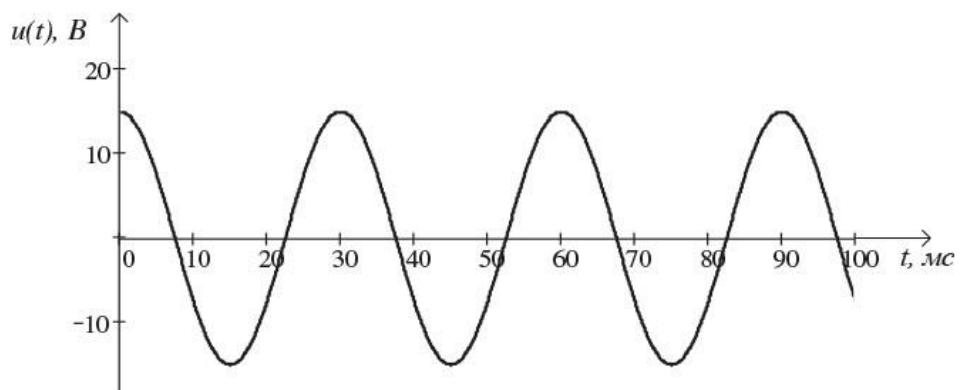


Рис. 1.7. Гармонический сигнал

Задача 1.8

По заданному графику периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов (рис. 1.8) определить ее параметры. Записать формулу сигнала.

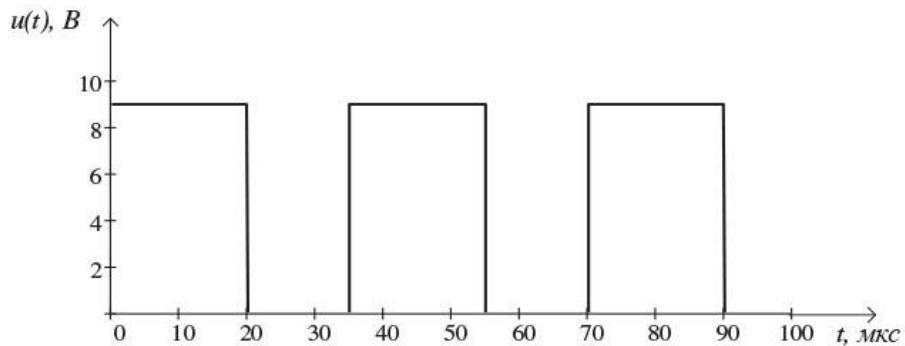


Рис. 1.8. Периодическая последовательность прямоугольных видеоимпульсов

Задача 1.9

По заданному графику ПППВИ (рис. 1.9) определить параметры и записать формулу сигнала.

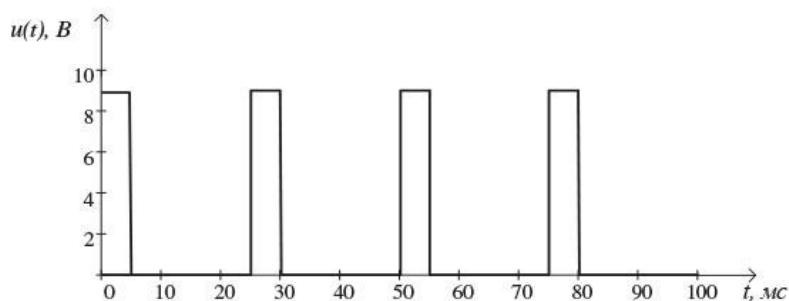


Рис. 1.9. Периодическая последовательность прямоугольных видеоимпульсов

Задача 1.10

По заданной формуле построить график сигнала:

$$u(t) = 10 \cdot n \cdot \sin(314 \cdot n \cdot t), \text{ В}$$

где n - номер рабочего места.

Задача 1.11

Построить график ПППВИ. Параметры сигнала: $U_m = 5 \cdot n, \text{ В}$, $t_0 = 10 \text{ мкс}$, $T = 300 \text{ мкс}$, $t_u = 50 \cdot n \text{ мкс}$, где n - номер по списку учебной группы.

2. Частотные характеристики модулированных сигналов

Расчет спектров радиосигналов с амплитудной модуляцией

Задача 2.1

Рассчитать и построить АЧС и ФЧС однотонального амплитудно-модулированного сигнала, заданного формулой

$$u(t) = \left(1 + 0,25\cos(10^2 t + 30^\circ)\right) \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ)$$

Определить эффективную ширину спектра сигнала.

План решения задачи

1. Найдем значения амплитуд, частот и начальных фаз гармонических составляющих сигнала.
2. Построим графики АЧС и ФЧС.
3. Определим ЭШС.
4. Сформулируем выводы.

Решение

1. Амплитуды центральной (несущей), верхней и нижней боковых гармонических составляющих определим по данным формулы:

$$U_m = 1B, U_{mh} = U_{mH} = U_m \cdot m_{am}/2 = 0.125 B.$$

Аналогично определим частоты и начальные фазы несущего и модулирующего колебаний:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= 10^5 \text{ rad/s}; \Omega = 10^2 \text{ rad/s}; \\ \varphi_0 &= 60^\circ = \pi/3; \psi_0 = 30^\circ = \pi/6. \end{aligned}$$

Вычислим частоты и начальные фазы верхней боковой и нижней боковой гармоник:

$$\omega_H = \omega - \Omega = 99900 \text{ rad/s}, \omega_B = \omega + \Omega = 100100 \text{ rad/s}$$

$$\varphi_{0H} = \varphi_0 - \psi_0 = \pi/3 - \pi/6 = \pi/6;$$

$$\Phi_{0\hat{a}} = \Phi_0 + \Psi_0 = \pi/3 + \pi/6 = \pi/2$$

2. Построим спектры сигнала.

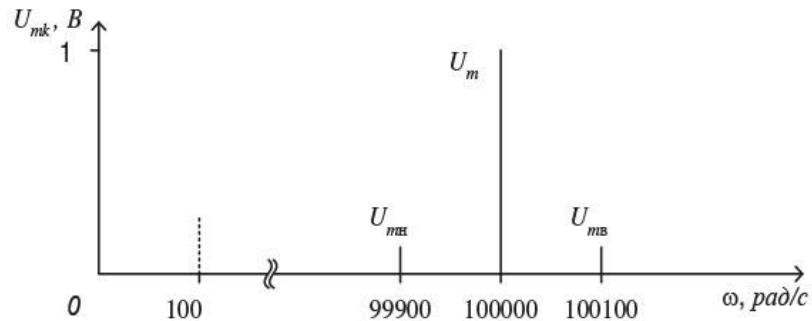


Рис.2.1. Амплитудно-частотный спектр сигнала

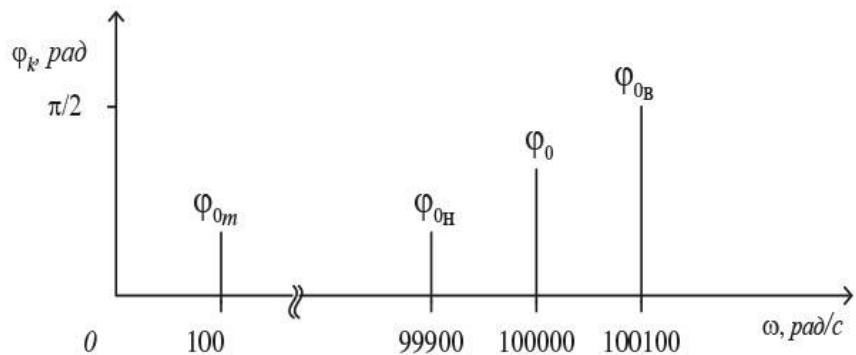


Рис. 2.2. Фазочастотный спектр сигнала

3. ЭШС равна удвоенному значению частоты модулирующего сигнала:

$$\Delta f = \Delta\omega / 2\pi$$

4. Выводы:

спектр однотонального АМС состоит из трех гармонических составляющих (рис. 2.1);

ЭШС определяется частотой модулирующего сигнала.

Задача 2.2

Найти среднюю мощность, выделяемую двухтональным АМС с параметрами $U_m = 30 B$; $m_{am1} = 2/3$; $m_{am2} = 2/3$, на резисторе в 1 Om .

Определить мощность боковых колебаний.

План решения задачи

1. Найдем среднюю мощность АМС (на единичном сопротивлении).
2. Найдем долю мощности боковых колебаний.
3. Сформулируем выводы.

Решение

1. Средняя мощность АМ колебания:

$$\frac{U_m^2}{2} + \frac{U_m^2 m_{am1}^2}{4} + \frac{U_m^2 m_{am2}^2}{4}$$

2. Мощность боковых колебаний:

$$P_a = (m_1^2 + m_2^2) \frac{U_m^2}{4}; P_f = \frac{U_m^2}{4};$$

3. Выводы:

средняя мощность АМ сигнала складывается из мощности несущего и боковых колебаний;
мощность полезного сигнала (боковых колебаний) определяется коэффициентом амплитудной модуляции.

Для самостоятельного решения

Задача 2.3

По заданному АЧС (рис. 2.3) определить ЭШС и записать формулу сигнала.

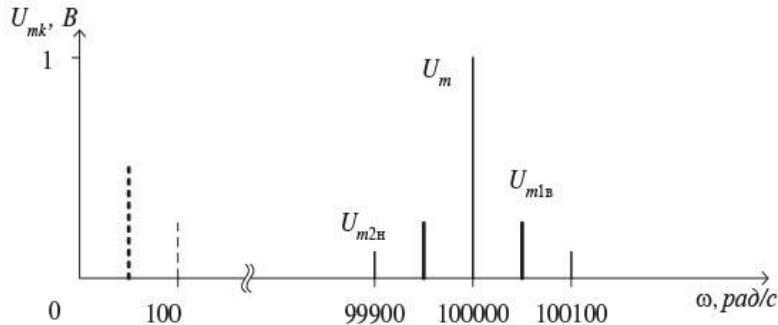


Рис. 2.3. Амплитудно-частотный спектр сигнала

Примечание. Начальные фазы считать равными нулю.

Задача 2.4

Амплитудно-модулированный ток

$$i(t) = 200 \cdot (1 + 0,8 \cdot \cos(4t)) \cdot \cos(10^3 t)$$

протекает по резисторной нагрузке 75 Ом.

Найти мощность, потребляемую от источника, и относительную долю мощности, сосредоточенную в несущем колебании.

Задача 2.5

Радиопередающее устройство АМС в режиме “молчание” (при отсутствии модулирующего сигнала) излучает мощность $P_0=4 \cdot n, кВт$ где **n- номер по списку учебной группы**;

Найти мощность однотонального АМ-сигнала при $m_{am} = 0,8$.

Задача 2.6

По заданной формулы АМС

$$u(t) = [1 + 0,25 \cos(10^2 t + 30^\circ)] \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ) B$$

расчитать и построить графики АЧС и ФЧС

Расчет спектров радиосигналов с угловой модуляцией

Задача 2.7

Рассчитать спектр ЧМ-радиосигнала с параметрами:
 амплитуда $U_m = 100 \text{ мВ}$;
 несущая частота $f_n = 75 \text{ МГц}$;
 девиация частоты $\delta f = 75 \text{ кГц}$;
 частота модулирующего низкочастотного сигнала $\Omega = 15 \text{ кГц}$;
 начальные фазы несущего и модулирующего сигнала равны нулю.

План решения задачи

1. Вычислим индекс угловой модуляции и количество учитываемых гармоник в спектре.
2. Рассчитаем амплитуды и частоты спектральных составляющих сигнала и построим график АЧС.
3. Определим ЭШС.
4. Сформулируем выводы.

Решение

1. Индекс угловой модуляции β :

$$\frac{\delta f}{\Omega} = \frac{75}{15} = 5.$$

Максимальный порядок учитываемой гармоники $n_{max} = m + 1 = 6$.

2. Амплитуды и частоты спектральных составляющих сигнала рассчитаем по формулам:

$$U_n = U |J_n(m)|; f_n = f_n + n\Omega, n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, n_{max}.$$

Здесь $J_n(m)$ –функция Бесселя первого рода n -го порядка аргумента m .

Результаты расчета амплитуд и частот спектральных составляющих сигнала (гармоник спектра) приведены в табл.2.1. Поскольку спектр симметричен, выполнены расчеты только для положительных значений n .

По данным таблицы построим график АЧС.

Таблица 2.1

Номер гармоники (n)	Частота гармо- ники, МГц $f_n = f_{\text{н}} + n\Omega$	Значение функ- ции Бесселя $ J_n(5) $	Амплитуда гар- моники, мВ $U_n = U J_n(5) $
0	75	0.178	17.8
1	75.015	0.328	32.8
2	75.030	0.047	4.7
3	75.045	0.365	36.5
4	75.060	0.391	39.1
5	75.075	0.261	26.1
6	75.090	0.131	13.1

3. ЭШС сигнала

$$\Delta f = 2(m+1) \cdot \Omega = 2 \cdot 6 \cdot 15 = 180 \text{ кГц}$$

4. Выводы:

спектр сигнала дискретный (рис. 2.4);
расстояние между соседними гармониками по частоте определяется ча-
стотой модулирующего сигнала;
ЭШС сигнала зависит от индекса угловой модуляции и значительно пре-
вышает ЭШС АМС.

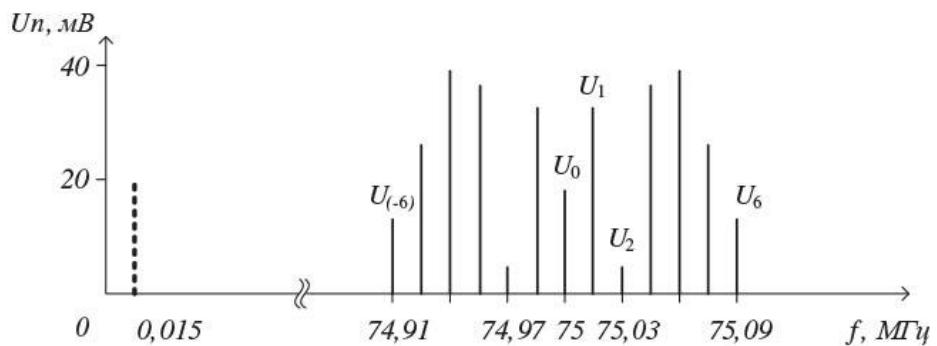


Рис. 2.4. АЧС однотонального ЧМС

Задача 2.8

Рассчитать спектр однотонального ЧМС с параметрами:
амплитуда $Um=4 \cdot n, B$ где n - номер по списку в учебной группе;
несущая частота 75 МГц;
девиация частоты 50 кГц;

частота модулирующего сигнала 10 кГц .

начальные фазы нулевые.

Построить график АЧС, определить ЭШС. Записать формулу сигнала.

Задача 2.9

Какое количество радиопередатчиков с амплитудной модуляцией (АМ) и частотной модуляцией (ЧМ, индекс угловой модуляции $\beta = 7$) можно разместить в диапазоне волн КВ и УКВ диапазонах. Максимальная частота модулирующего колебания $f_{\text{мод}} = 2 \cdot n, \text{кГц}$ где n - номер по списку в учебной группе.

Задача 2.10

Изобразить графически (качественно) АЧС АМ-радиосигнала, если АЧС управляющего колебания имеет вид, изображенный на рис.2.5.

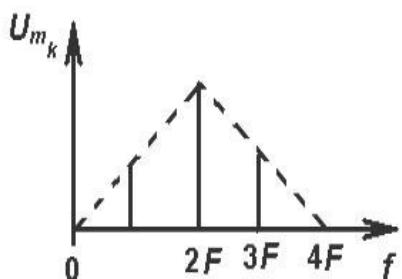


Рис.2.5. АЧС управляющего колебания

Задача 2.11

АМ-радиосигнал с несущей частотой $f_n = 2 \cdot n, \text{МГц}$ где n - номер по списку в учебной группе и максимальной частотой управляющего колебания $F_{\text{max}} = 5 \text{ кГц}$ поступает на вход радиоприемника. Какую добротность должен иметь входной контур для обеспечения малоискаженного приема радиосигнала? Изобразить АЧС радиосигнала и АЧХ контура.

Задача 2.12

Написать аналитическое выражение для ЧМ-радиосигнала, если $\omega_n = 10^7 \text{ рад/с}$, $U_{m_H} = 80 \text{ В}$, $\Psi_n = 0$, частота управляющего колебания $\Omega = 10^4 \text{ рад/с}$, девиация частоты $\Delta\omega_m = 3 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$ и закон изменения управляющего коле-

бания $u_{\text{мод}} = U_m \cos \Omega t$. Вычислить ширину спектра сигнала. Гармониками с номером $k > \beta + 1$ пренебречь.

Задача 2.13

Управляющее напряжение (В) изменяется по закону:

$$u_{\text{мод}} = (20 \cos 4\pi 10^3 t + 5 \cos 8\pi 10^3 t).$$

Определить закон изменения ЧМ- и ФМ-радиосигналов, если несущее колебание $u_n = 100 \cos 4\pi 10^8 t$ В, а индекс угловой модуляции для первой составляющей управляющего сигнала $\beta_1 = 8$ в обоих случаях.

Задача 2.14

ЧМ-радиосигнал имеет параметры: $U = 200$ В, $f_n = 20 \cdot n$ МГц, где n - номер по списку в учебной группе, $F_{\text{мод}} = 2$ кГц, $\Delta f_m = 4$ кГц. Вычислить и построить АЧС и ширину спектра сигнала. Составляющими с номером $k > \beta = 1$ пренебречь.

Задача 2.15

Что произойдет с шириной спектра ЧМ-радиосигнала, если амплитуда управляющего напряжения уменьшится в 2 раза? Если изменится, то почему?

Задача 2.16

Радиоимпульс прямоугольной формы длительностью $t_n = 1$ мс имеет несущую частоту $f_n = 10$ МГц и промодулирован по амплитуде в пределах длительности с частотой модуляции $f = 100$ кГц. Определить ширину спектра радиоимпульса. Нарисовать модуль его спектральной плотности.

Задача 2.17

8. Изобразить периодическую последовательность радиоимпульсов с огибающей прямоугольной формы, а также АЧС сигнала, если $f_n = 1$ МГц, $t_n = 10$ мкс, а период повторения $f = 100$ кГц.

3. Частотные характеристики последовательностей импульсов

Расчет спектров периодической последовательности видеоимпульсов

Задача 3.1

Рассчитать и построить графики АЧС и ФЧС, определить эффективную ширину спектра периодической последовательности видеоимпульсов (ПППВИ) с параметрами:

- амплитуда 1 В;
- длительность импульса 0,02 мс;
- частота следования импульсов 10 кГц;
- начальная задержка 0,01 мс.

План решения задачи

1. Рассчитаем АЧС.
2. Рассчитаем ФЧС.
3. Определим эффективную ширину спектра.
4. Формулируем выводы.

Решение

При расчете дискретного АЧС периодических сигналов будем придерживаться следующей последовательности:

определим основную частоту;
определим скважность;
определим максимальное значение огибающей спектра;
определим ширину основной (главной) и боковых арок спектра по частоте;

определим количество спектральных линий в арках;
расчитаем частоты и амплитуды спектральных составляющих;
определим эффективную ширину спектра.

Перед расчетом полезно вычислить период следования импульсов:

$$T = \frac{1}{F} = \frac{1}{10 \cdot 10^3} = 10^{-4} \text{ с}$$

1. Проведем расчет АЧС.

Основная частота f_1 совпадает с частотой следования импульсов F :

$$f_1 = F = 10000 \text{ Гц.}$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

Скважность (безразмерная величина):

$$q = \frac{T}{\tau_u} = \frac{10^{-4}}{0,02 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^{-4}}{0,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{0,2} = \frac{10}{2} = 5.$$

Максимальное значение огибающей спектра:

$$\frac{2U_m}{q} = \frac{2 \cdot 1}{5} = 0,4 \text{ В}$$

Ширина основной (главной, первой) и боковых арок спектра по частоте:

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_u} = \frac{1}{0,02 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^3}{0,02} = \frac{10^5}{2} = \frac{100}{2} \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_u} = 2\pi \cdot \Delta f = 6,28 \cdot 5 \cdot 10^4 = 31,4 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

Количество спектральных линий в арках: $n = q - 1 = 5 - 1 = 4$.

Амплитуды и частоты спектральных составляющих рассчитываются по формулам:

$$U_{mk} = \frac{2U_m}{q} \cdot \left| \frac{\sin(k\omega_1) \frac{\tau_u}{2}}{k\omega_1 \frac{\tau_u}{2}} \right|;$$

$$f_k = kf_1, \omega_k = k\omega_1, k = 1, 2, 3, \dots$$

Результаты расчетов амплитуд и частот 13 первых (с наименьшими номерами) гармоник спектра приведены в табл. 3.1. Величина постоянной составляющей (гармоники с нулевой частотой) определяется как половина максимального значения спектра:

$$U_0 = \frac{U_m}{q} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ В}$$

Таблица 3.1.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_{mk}, B	0,2	0,374	0,303	0,202	0,094	0	0,062	0,086	0,076	0,024	0	0,034	0,050
$f_k, \text{кГц}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$\phi_k, \text{рад}$	—	—	—	—	—	—	-6,91	-7,54	-8,17	-8,8	—	-6,91	-7,54

Следовательно, гармоники спектра находятся на частотах: 10 кГц; 20 кГц; 30 кГц и т. д.

График амплитудно-частотного спектра приведен на рис. 3.1.

2. Начальные фазы гармоник рассчитываются по формуле:

$$\phi_k = -k \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t_0 + (n-1)\pi = -k \cdot \omega_1 \cdot t_0 + (n-1)\pi,$$

где n – номер арки огибающей спектра.

Результаты расчетов приведены в табл. 3.1.

3. ЭШС определяется шириной первой (главной) арки:

$$\Delta f = 1/\tau_{\text{и}} = 50 \text{ МГц};$$

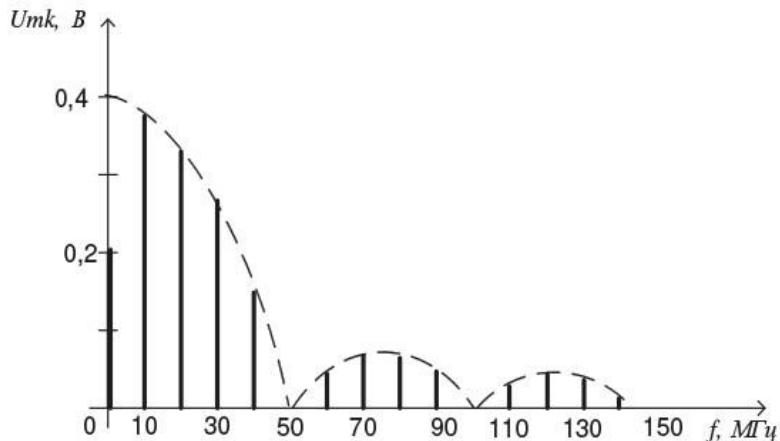


Рис. 3.1. Амплитудно-частотный спектр

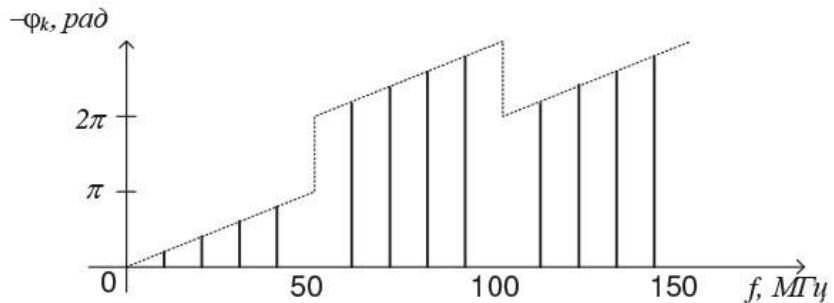


Рис. 3.2. Фазочастотный спектр

4. Выводы:

спектр ПППВИ дискретный с огибающей вида $\sin x/x$;

максимальное значение огибающей спектра - $2U_m/q$ - в рассмотренной задаче составляет $0,4 B$;

ширина интервала по частоте между линиями спектра определяется частотой следования импульсов и равна 10 кГц ;

ширина лепестков спектра определяется длительностью импульсов ПППВИ;

количество линий спектра в каждой арке определяется скважностью и в рассмотренной задаче составляет 5 линий;

эффективная ширина спектра обратно пропорциональна длительности импульса и в рассмотренной задаче составляет 50 кГц .

Для самостоятельного решения

Задача 3.2

Построить АЧС и определить эффективную ширину спектра ПППВИ с параметрами:

амплитуда $10 \cdot n \text{ мВ}$, где n - номер по списку в учебной группе;

длительность импульса $50 \cdot n \text{ мкс}$, где n - номер по списку в учебной группе;

частота следования импульсов 2 кГц ;

задержка импульсов 0 мкс .

Определить требуемую полосу пропускания приемного устройства.

**Расчет спектров периодической последовательности
радиоимпульсов**

Задача 3.3

Построить АЧС и ФЧС, определить эффективную ширину спектра периодической последовательности радиоимпульсов (ППРИ) (рис. 3.3.) с параметрами:

- амплитуда $U_m = 100 \text{ мВ}$;
- длительность импульса $\tau_u = 100 \text{ мкс}$;
- частота следования импульсов $F = 1 \text{ кГц}$;
- начальная задержка импульсов равна нулю;
- несущая частота $f_0 = 250 \text{ МГц}$;
- начальная фаза равна нулю.

Определить требуемую полосу пропускания Δf_n приемного устройства.

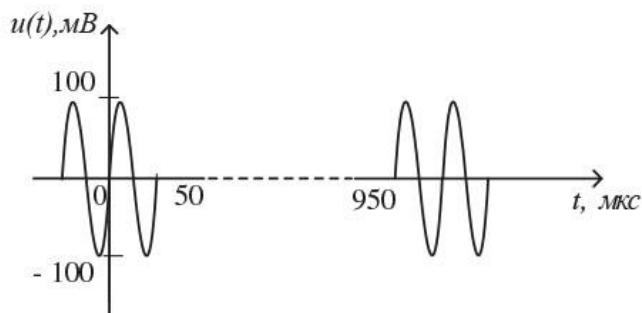


Рис. 3.3.. Периодическая последовательность прямоугольных радиоимпульсов

План решения задачи

1. Рассчитаем АЧС.
2. Рассчитаем ФЧС.
3. Определим эффективную ширину спектра.
4. Определим требуемую полосу пропускания приемного устройства.
5. Сформулируем выводы.

Решение

1. Расчет АЧС проведем в последовательности предыдущей задачи.
Период следования импульсов:

$$T = \frac{1}{F} = \frac{1}{1 \cdot 10^3} = 10^{-3} \text{ с}$$

Основная частота совпадает с частотой следования импульсов:

$$f_1 = F = 1000 \text{ Гц}; \omega_1 = 2\pi f_1 = 6280 \text{ c}^{-1}.$$

Скважность

$$q = \frac{T}{\tau_u} = \frac{10^{-3}}{100 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^{-3}}{10^{-4}} = 10.$$

Максимальное значение огибающей спектра

$$\frac{Um}{q} = \frac{100}{10} = 10 \text{ В.}$$

Ширина по частоте боковых арок спектра:

$$\Delta f = 1/\tau_u = 10000 \text{ Гц};$$

Ширина главной арки спектра:

$$\Delta f_\Theta = 2/\tau_u.$$

Количество спектральных линий в: главной и боковых арках:

$$n_r = 19, n_b = 9$$

Амплитуды и частоты спектральных составляющих находятся по формулам:

$$Um_k = \frac{Um}{q} \cdot \left| \frac{\sin(\omega_0 - k\omega_1) \frac{\tau_u}{2}}{(\omega_0 - k\omega_1) \frac{\tau_u}{2}} \right|;$$

$$f_k = f_0 + kf_1, \omega_k = \omega_0 + k\omega_1;$$

$$k = k_0, k_0 \pm 1, k_0 \pm 2, \dots; k_0 = \frac{f_0}{f_1} = \frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{250 \cdot 10^6}{10^3} = 250000.$$

Результаты расчетов амплитуд и частот гармоник центральной арки спектра приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2.

$k - k_0$	0	-1	-2	-3	...	1	2	3	...	9	10	11	12
U_{mk}, MB	10	9,84	9,35	8,58		9,84	9,35	8,58		1,09	0	0,89	1,56
f_k, MHz	250, 000	249, 999	249, 998	249, 997		250, 001	250, 002	250, 003		250, 009	250, 01	250, 011	250, 012
ϕ_k, rad	-	0	0	0		0	0	0		0	-	π	π

2. Начальные фазы гармоник (амплитуды и частоты которых рассчитаны и приведены в табл. 1.2) вычислим по формуле:

$$\phi_k = -(k - k_0) \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t_0 \pm (n-1)\pi = -(k - k_0) \cdot \omega_1 \cdot t_0 \pm (n-1)\pi.,$$

где n – номер арки огибающей спектра; первой считается центральная арка.

Результаты расчетов приведены в табл. 3.1 и на рис. 3.4, 3.5. Начальные фазы гармоник с нулевой амплитудой не имеют смысла и не вычисляются.

3. Эффективная ширина спектра определяется шириной главной арки:

$$\Delta f_{\Theta} = 2/\tau_{II} = 20000 \text{ Гц};$$

4. Требуемая полоса пропускания Δf_{II} приемного устройства совпадает с ЭШС сигнала Δf .

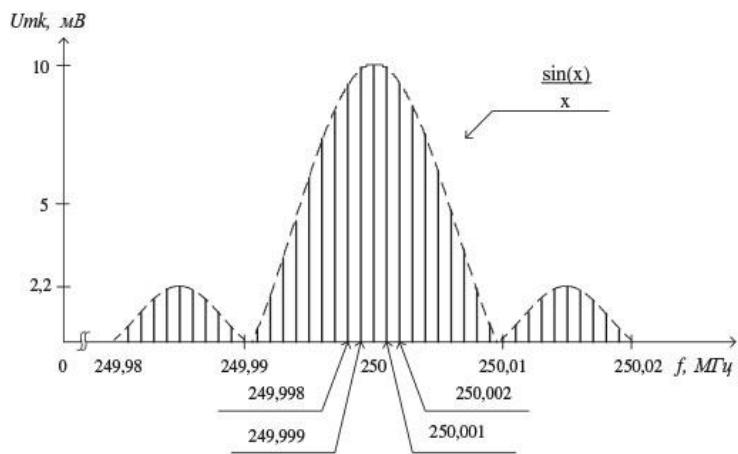


Рис 3.4. Амплитудно-частотный спектр

5. Выводы:

спектр ПППРИ дискретный с огибающей вида $\sin x/x$;
 максимальное значение огибающей спектра Um/q в рассмотренной задаче составляет 10 мВ;
 расстояние по частоте между линиями спектра определяется частотой следования импульсов и равно в рассмотренной задаче 1 кГц;
 ширина лепестков (арок) спектра определяется длительностью импульсов ПППРИ;

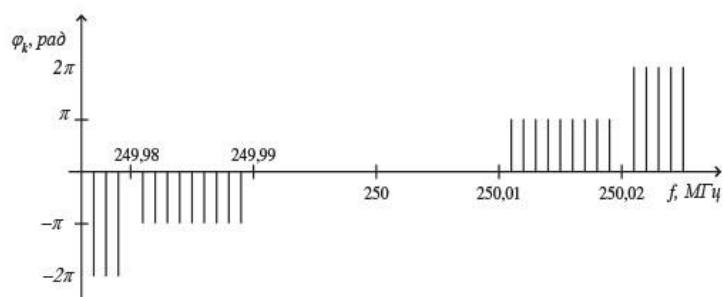


Рис 3.5. Фазочастотный спектр

количество линий спектра определяется скважностью и в рассмотренной задаче составляет: в главной арке - 19 линий, в боковых - по 9 линий; эффективная ширина спектра (ширина главной арки) обратно пропорциональна длительности импульса; в рассмотренной задаче ЭШС составляет 20 кГц, что определяет требуемую ширину пропускания приемного устройства.

Для самостоятельного решения

Задача 3.4

Построить АЧС и определить эффективную ширину спектра ПППРИ с параметрами:

- амплитуда $10 \cdot n \text{ мВ}$, где n - номер по списку в учебной группе;
 - длительность импульса $20 \cdot n \text{ мкс}$, где n - номер по списку в учебной группе;
 - частота следования импульсов 2 кГц ;
 - задержка импульсов равна нулю;
 - несущая частота 250 МГц .
- Определить требуемую полосу пропускания приемного устройства.

Задача 3.5

Рассчитать и построить графики АЧС и ФЧС, определить ЭШС ПППРИ (рис. 3.5).

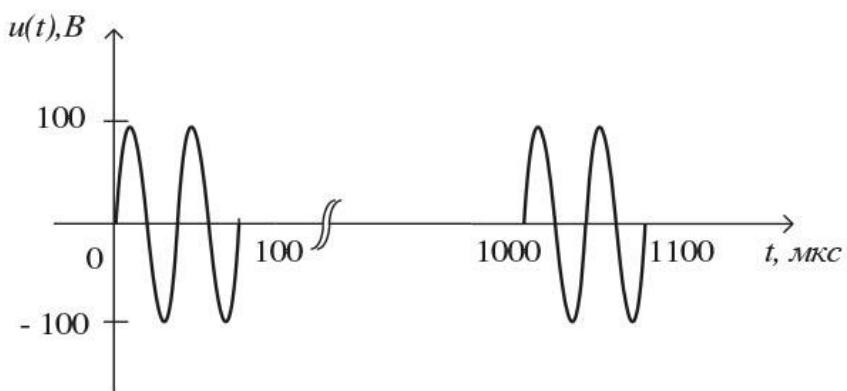


Рис. 3.5. Периодическая последовательность прямоугольных радиоимпульсов

4. Частотные характеристики одиночных импульсов

Расчет спектров одиночных видеоимпульсов

Задача 4.1

Вычислить и построить графики АЧС и ФЧС, определить эффективную ширину спектра прямоугольного видеоимпульса (рис.4.1.) с параметрами:
 амплитуда 4 В;
 длительность импульса 2,5 мкс;
 начальная задержка 5 мкс.

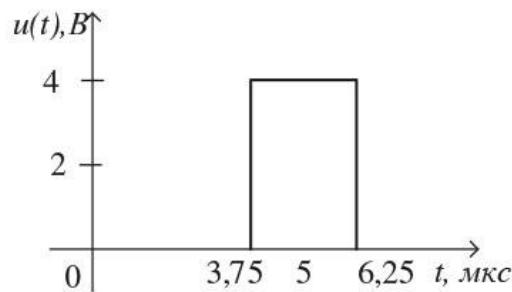


Рис. 4.1. Прямоугольный видеоимпульс

План решения задачи

1. Найдем выражения для АЧС и ФЧС.
2. Рассчитаем и построим графики АЧС и ФЧС.
3. Определим ЭШС.
4. Сформулируем выводы.

Решение

1. Сигнал описывается выражением:

$$u(t) = \begin{cases} 4 B, & 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ с} \leq t \leq 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ с}; \\ 0, & t < 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ с}, \quad t > 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ с}. \end{cases}$$

Его спектр вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned}
S(j\omega) &= \int_{t_0 - \frac{\tau_u}{2}}^{t_0 + \frac{\tau_u}{2}} U_m e^{-j\omega t} dt = \frac{U_m}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{t_0 - \frac{\tau_u}{2}}^{t_0 + \frac{\tau_u}{2}} = \\
&= \frac{U_m \tau_u}{2 j \omega} e^{j\omega t_0} \left(e^{j \frac{\omega \tau_u}{2}} - e^{-j \frac{\omega \tau_u}{2}} \right) = U_m \tau_u e^{j\omega t_0} \frac{\sin(\omega \tau_u / 2)}{\omega \tau_u / 2},
\end{aligned}$$

а АЧС и ФЧС – по формулам:

$$S(\omega) = U_m \tau_u \left| \frac{\sin \frac{\omega \tau_u}{2}}{\frac{\omega \tau_u}{2}} \right|;$$

$$\phi(\omega) = -\omega t_0 \pm (n-1)\pi.$$

После подстановки значений получим:

$$\begin{aligned}
S(\omega) &= 10 \cdot 10^{-6} \left| \frac{\sin(1,25 \cdot 10^{-6} \omega)}{1,25 \cdot 10^{-6} \omega} \right|; \\
\phi(\omega) &= -5 \cdot 10^{-6} \omega \pm (n-1)\pi.
\end{aligned}$$

2. Результаты расчетов приведены в табл.4.1.

Таблица 4.1.

$\omega, rad/c \cdot 10^6$	0	0,63	1,26	1,88	2,51	3,125	3,76	4,375	5
$S(\omega), mKV \cdot c$	10	9	6,3	3	0	1,77	2,1	1,33	0
$\phi(\omega), rad \cdot c$	0	$-\pi$	-2π	-3π	скакок на π	-4π	-5π	-6π	скакок на π

3. ЭШС сигнала определяется шириной первой (главной) арки спектра

$$\Delta\omega_3 = 2\pi/\tau_{II} = 2,51 \cdot 10^6 1/c.$$

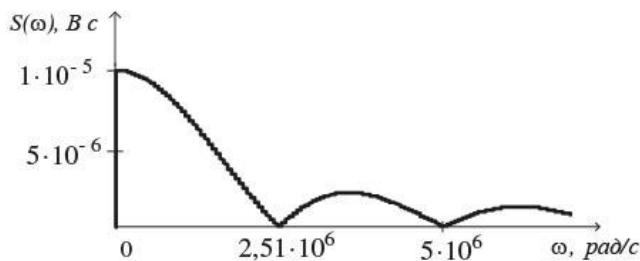


Рис. 4.2. Амплитудно-частотный спектр

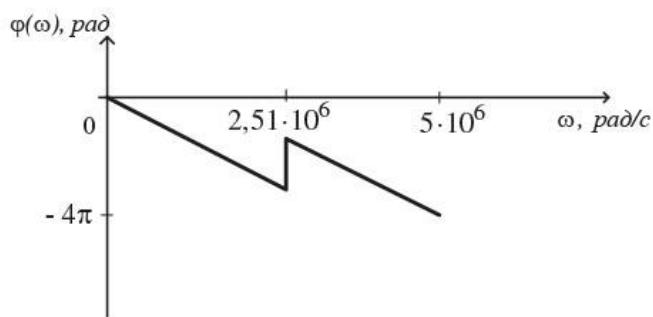


Рис. 4.3. Фазо-частотный спектр

4. Выводы:
 спектр сигнала сплошной;
 АЧС имеет форму арочного синуса, ФЧС – линейную;
 эффективная ширина спектра определяется длительностью импульса: чем
 больше длительность импульса, тем меньше ЭШС, и наоборот;
 наклон ФЧС определяется начальной задержкой сигнала.

Примечание

1. Используется формула Эйлера $\frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} = \sin x$.
2. Функция $\frac{\sin x}{x} = \text{Sa}(x)$ (арочный синус) – табличная, в нуле имеет
максимальное значение, равное единице: $\text{Sa}(0) = 1$.
3. При изменении аргумента на π функция $\text{Sa}(x)$ меняет знак на противоположный.

Для самостоятельного решения

Задача 4.2.

Вычислить и построить графики АЧС и ФЧС экспоненциального видеоимпульса (рис. 4.4) с параметрами:

амплитуда 5 В;

параметр $a = 10 \cdot n$, где n - номер по списку в учебной группе;

Математическая модель сигнала:

$$u(t) = 5e^{-at} B.$$

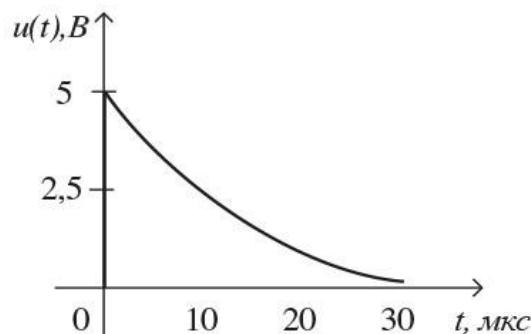


Рис. 4.4. Экспоненциальный видеоимпульс

Расчет спектров одиночных радиоимпульсов

Задача 4.3

По результатам регистрации параметров прямоугольного радиоимпульса (ПРИ) (рис.4.5, рис. 4.6), построить АЧС и ФЧС, определить эффективную ширину спектра:

амплитуда $U_m = 4 B$;

длительность импульса $\tau_u = 2,5 \text{ мкс}$;

начальная задержка импульса равна нулю;

несущая частота $f_0 = 0,8 \text{ МГц}$;

начальная фаза равна нулю.

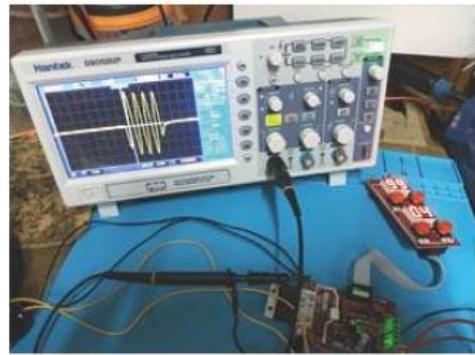


Рис. 4.5. Регистрация прямоугольного радиоимпульса

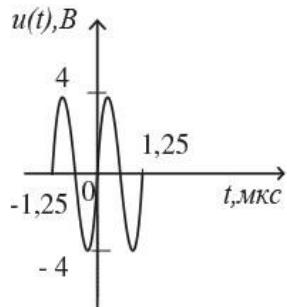


Рис. 4.6. Прямоугольный радиоимпульс

План решения задачи

1. Рассчитаем АЧС.
2. Рассчитаем ФЧС.
3. Определим эффективную ширину спектра.
4. Сформулируем выводы.

Решение

1. Сигнал описывается выражением:

$$u(t) = 4 \sin(2\pi \cdot 0,8 \cdot 10^6 t), \text{ при } -1,25 \cdot 10^{-6} \leq t \leq 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Его спектр вычисляется по формуле:

$$S(j\omega) = \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} U_m \sin(2\pi \cdot 0,8 \cdot 10^6 t) \cdot e^{-j\omega t} dt.$$

Выражения для АЧС и ФЧС ПРИ имеют вид:

$$S(\omega) = \frac{U_m \tau_u}{2} \left| \frac{\sin \frac{(\omega - \omega_0) \tau_u}{2}}{\frac{(\omega - \omega_0) \tau_u}{2}} \right|;$$

$$\varphi(\omega) = -(\omega - \omega_0)t_0 \pm (n-1)\pi.$$

Здесь $\omega_0 = 2\pi f_0$, t_0 – начальная задержка (в нашем случае равная нулю), n – номер арки арочного синуса, считая главную арку первой.

После подстановки значений получим:

$$S(\omega) = 5 \cdot 10^{-6} \left| \frac{\sin(0,625 \cdot 10^{-6}(\omega - \omega_0))}{0,625 \cdot 10^{-6}(\omega - \omega_0)} \right|;$$

$$\varphi(\omega) = \pm(n-1)\pi .$$

2. Результаты расчетов приведены в табл.4.2.

Таблица 4.2.

$f, \text{кГц}$	900	800	700	600	400	1200	1400	1500	1600
$S(\omega), \text{мкВ}\cdot\text{с}$	4,5	5	4,5	3,2	0	0	1,1	0,6	0
$\varphi(\omega), \text{рад}$	0	0	0	0	скакок на π	π	π	π	скакок на π

3. ЭШС сигнала (ширина главной арки спектра) определяет требуемую полосу пропускания приемного устройства:

$$\Delta f_{\Theta} = 2/\tau_u = 8 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$$

4. Выводы:

спектр сигнала сплошной;

АЧС имеет форму арочного синуса (рис. 4.7), ФЧС – линейную (рис. 4.8); эффективная ширина спектра определяется длительностью импульса.

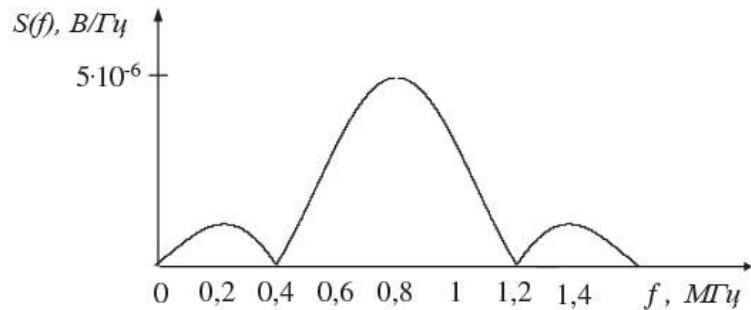


Рис. 4.7. Амплитудно-частотный спектр ПРИ

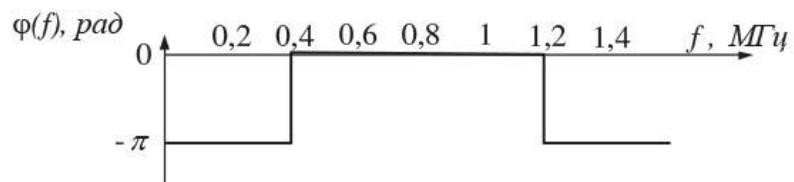


Рис. 4.8. Фазо-частотный спектр ПРИ

Для самостоятельного решения

Задача 4.4.

Вычислить и построить графики АЧС и ФЧС, определить эффективную ширину спектра прямоугольного радиоимпульса с параметрами:

амплитуда $10 \cdot n, B$ где n - номер по списку учебной группы;

длительность импульса 2 мкс ;

задержка импульса 5 мкс ;

несущая частота 250 МГц .

Определить требуемую полосу пропускания приемного устройства.

5. Характеристики и параметры случайных сигналов

Задача 5.1

Рассчитать характеристики и вычислить параметры зарегистрированного случайного напряжения (рис.5.1) по заданной реализации (рис. 5.2).



Рис. 5.1. Регистрация параметров радиотехнических устройств

План решения задачи

1. Подготовим график реализации для вычислений (разобьем на интервалы по времени и напряжению).
2. Рассчитаем количество попаданий напряжения в выбранные интервалы ($\Delta n_k, k = 1, 2, \dots$) и построим гистограмму распределения.
3. Вычислим параметры случайного напряжения.
4. Сформулируем выводы.

Решение

1. Количество интервалов по напряжению и по времени определяет точность и трудоемкость процесса вычисления характеристик и выбирается исследователем. Выберем 8 интервалов по напряжению (от $-4 V$ до $4 V$ с интервалом в $1 V$) и 500 интервалов (точек отсчета) по времени. Первым интервалом по напряжению будем считать интервал от $-4 V$ до $-3 V$, вторым – от $-3 V$ до $-2 V$ и т. д. Соответственно количество попаданий в первый интервал обозначим Δn_1 , во второй – Δn_2 и т. д.

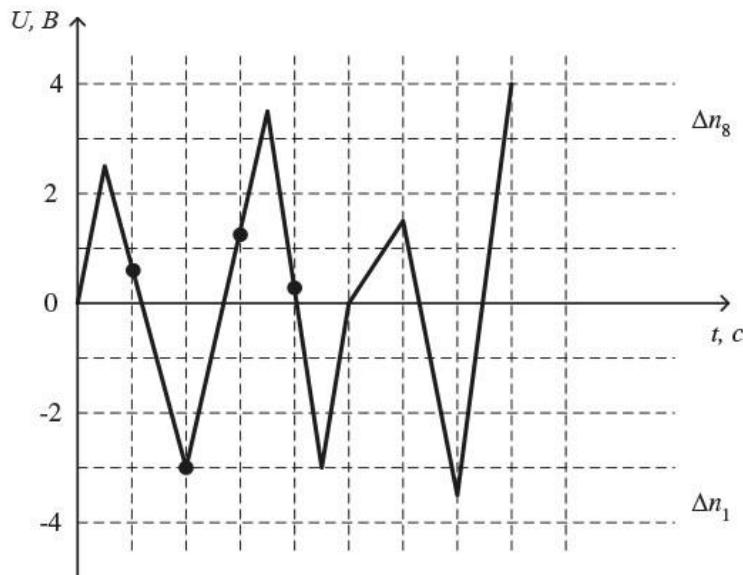


Рис. 5.2. Реализация случайного напряжения

2. Произведем подсчет количества событий Δn_k – «попадание реализации процесса в k -й интервал» и вычислим $p_k = \frac{\Delta n_k}{500}$ – вероятность события «попадание реализации процесса в заданный интервал». Результаты подсчетов сведем в табл. 1. Здесь ΔU – интервал напряжения, U – середина интервала, $p(U)$ – расчетное значение сглаженной плотности вероятности. Заполним таблицу 5.1.

Таблица 5.1

k	1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма
$\Delta U, B$	(-4, -3)	(-3, -2)	(-2, -1)	(-1, 0)	(0, 1)	(1, 2)	(2, 3)	(3, 4)	
U, B	-3,5	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	
Δn	6	25	72	133	120	88	46	10	500
p_k	0,012	0,05	0,144	0,266	0,240	0,176	0,092	0,02	1
$p(U)$	0,003	0,024	0,105	0,236	0,265	0,149	0,042	0,006	

По данным 2 и 5 строк таблицы построим гистограмму (рис.5.3).

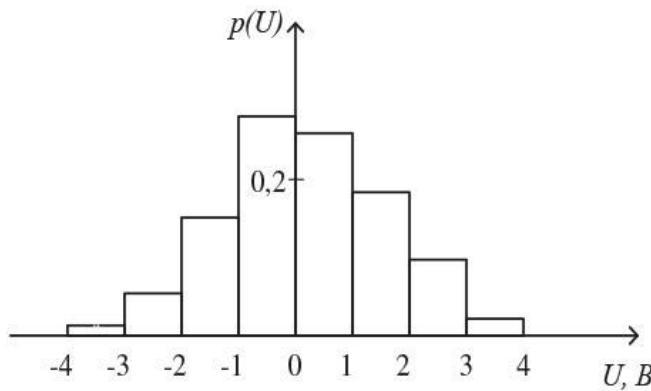


Рис. 5.3. Гистограмма распределения случайного напряжения

3. По данным таблицы вычислим (оценим по имеющейся реализации с определенной достоверностью) среднее значение и дисперсию заданного случайного напряжения. Среднее значение вычислим по формуле средневзвешенного:

$$\bar{U} = \sum_{i=1}^8 u_i p_i = -3,5 \cdot 0,012 - 2,5 \cdot 0,05 - \dots = 0,168 \text{ } B.$$

Дисперсию вычислим по формуле:

$$D = \sigma^2 = \bar{U^2} - (\bar{U})^2.$$

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение:

$$\bar{U^2} = (-3,5)^2 \cdot 0,012 + (-2,5)^2 \cdot 0,05 + \dots = 2,126 \text{ } B^2;$$

$$\sigma^2 = 2,126 - (0,168)^2 = 2,098 \text{ } B^2; \sigma = 1,448 \text{ } B.$$

Грубая оценка гистограммы позволяет предположить, что распределение напряжения близко к нормальному:

$$p(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(U - \bar{U})^2}{2\sigma^2}\right).$$

Окончательное выражение для плотности распределения после подстановки вычисленных среднего значения и дисперсии имеет вид:

$$p(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1,448} \exp\left(-\frac{(U - 0,168)^2}{2 \cdot 1,448^2}\right).$$

Для оценки согласованности модели (формулы) с экспериментальными данными (гистограммой) вычислим значения сглаженной плотности распределения $p(U)$ в точках, удобных для сравнения с гистограммой (в середине интервалов). Результаты вычисления приведены в последней строке табл. 5.1. На рис. 5.4 построены экспериментальное (ломаная кривая) и сглаженное (гладкая кривая) распределения. Видно, что гипотеза о нормальном законе распределения не противоречит экспериментальным данным.

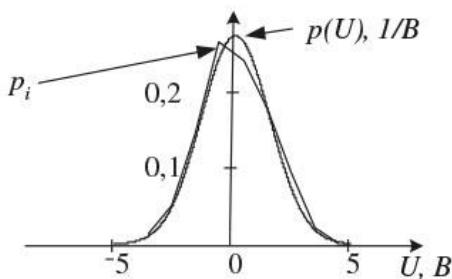


Рис. 5.4. Графики экспериментального и теоретического распределения

4. Выводы:

среднее значение и дисперсия $0,168 B$ и $2,098 B^2$ соответственно;
распределение заданного напряжения близко к нормальному.

Задача для самостоятельного решения

Задача 5.2

По результатам регистрации (рис.5.5) получена реализация случайного напряжения (рис.5.6).

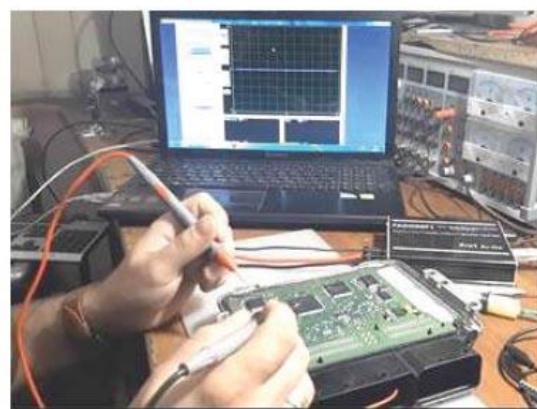


Рис. 5.5. Регистрация случайного напряжения

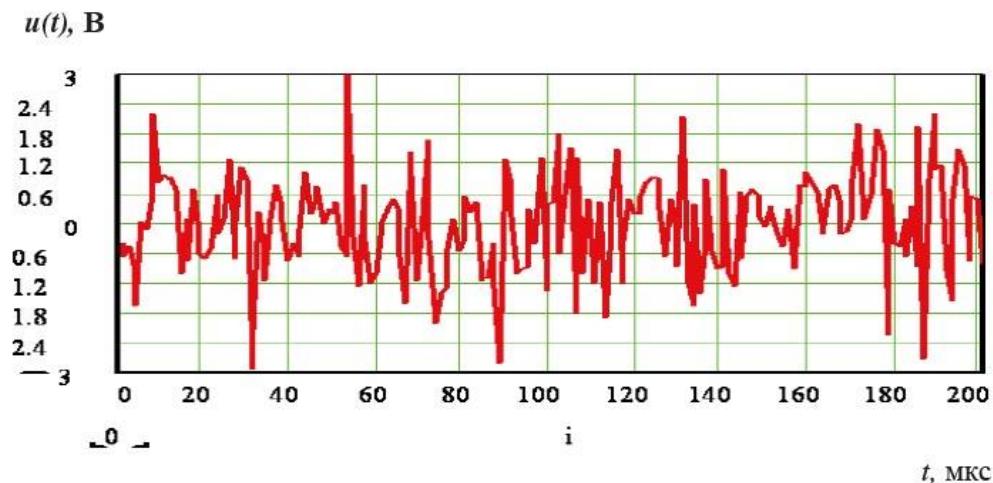


Рис. 5.6. Результат регистрации случайного напряжения

Рассчитать характеристики случайного напряжения:

1. Подготовить график реализации для вычислений (разбить на интервалы по времени и напряжению).

Количество интервалов (точек отсчета) по времени взять $10 \cdot n$, где n – номер по списку.

2. Рассчитать количество попаданий напряжения в выбранные интервалы (Δn_k , $k = 1, 2, \dots$).

3. Построить гистограмму распределения.

Вычислить параметры случайного напряжения.

Задача 5.3.

Используя преобразование Винера-Хинчина найти математическое выражение для энергетического спектра стационарного случайного напряжения $u(t)$ заданного корреляционной функцией (КФ)

$$R(\tau) = \sigma^2 \cdot \exp(-\alpha \cdot |\tau|)$$

с параметрами $\sigma = 3$ В и $\alpha = 0,2 \cdot n$ где n - номер рабочего места.

Построить графики корреляционной функции и энергетического спектра.

Задача 5.4.

Случайный сигнал $u(t)$ в частотной области имеет равномерный и ограниченный по частоте спектр мощности низкочастотного характера с параметрами:

- спектральная плотность мощности $p_0=0,5 \cdot n$ Вт/с; где n - номер рабочего места.

- верхняя граничная частота спектра $f_c = 5$ Гц.

Найти математическое выражение для корреляционной функции и дисперсии данного сигнала. Построить графики спектральной плотности мощности и корреляционной функции.

6. Преобразование радиосигналов нелинейными цепями

Задача 6.1

На вход нелинейного элемента приложено напряжение

$$u(t) = 0,2 + 0,8 \cos \omega t \text{ В.}$$

Вычислить величину постоянной составляющей и амплитуду первых гармоник тока на выходе нелинейного элемента, если его вольтамперная характеристика хорошо аппроксимируется кусочно-линейной (рис. 6.1) с параметрами:

$$U_h = 0,6 \text{ В;}$$

$$S = 25 \text{ мА/В.}$$

План решения задачи

1. Запишем исходные соотношения для расчетов.
2. Определим искомые величины.
3. Сформулируем выводы.

Решение

1. Амплитуда n -й гармоники тока I_n на выходе НЭ с кусочно-ломаной аппроксимацией определяется по формуле:

$$I_n = S U_m \alpha_n(\theta),$$

где S – крутизна вольтамперной характеристики НЭ;

U_m – амплитуда входной гармоники;

$\alpha_n(\theta)$ – функция Берга;

θ – угол отсечки (половина фазового угла, в течение которого НЭ открыт и пропускает ток).

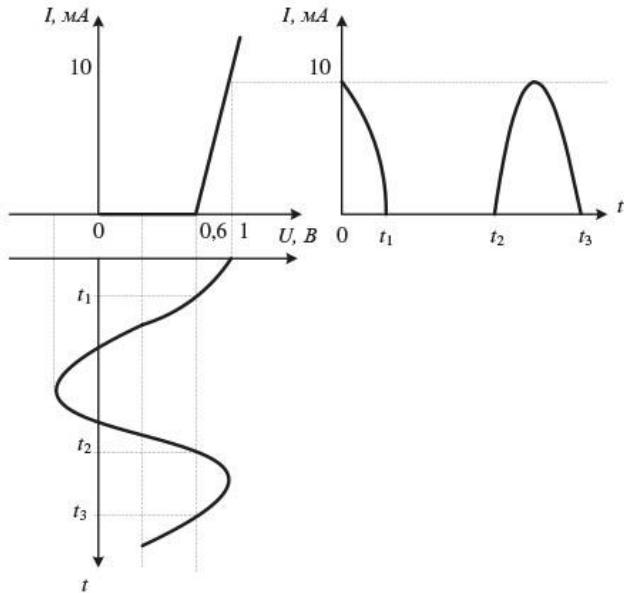


Рис. 6.1. Входной и выходной сигналы и характеристика нелинейного элемента

Угол отсечки определяется из соотношения (см. рис. 6.1)

$$U_0 + U_m \cos \theta = U_h,$$

где U_h - напряжение излома вольтамперной характеристики нелинейного элемента;

U_0 – величина постоянной составляющей входного сигнала.

Окончательно

$$\cos \theta = \frac{U_h - U_0}{U_m} = \frac{0,6 - 0,2}{0,8} = 0,5,$$

откуда $\theta = \arccos(0,5) = 60^\circ$.

Значения коэффициентов Берга найдем по таблице:

$$\alpha_0(60^\circ) = 0,109; \alpha_1(60^\circ) = 0,196; \alpha_2(60^\circ) = 0,138.$$

Последующими коэффициентами пренебрежем ввиду их малости.

2. Постоянная составляющая выходного тока нелинейного элемента

$$I_0 = 25 \cdot 0,8 \cdot 0,109 = 2,18 \text{ mA}.$$

Первая гармоника (частота которой совпадает с частотой входной гармоники) имеет амплитуду:

$$I_1 = 25 \cdot 0,8 \cdot 0,196 = 3,92 \text{ mA}.$$

Вторая гармоника

$$I_2 = 25 \cdot 0,8 \cdot 0,138 = 2,76 \text{ mA}.$$

Ее частота вдвое выше частоты входной гармоники.

Выходной ток описывается выражением

$$i(t) \approx I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t = (2,18 + 3,92 \cos(\omega t) + 2,76 \cos(2\omega t)) \text{ mA}.$$

3. Выводы:

нелинейное преобразование существенно изменяет структуру сигнала;
рассмотренный сигнал преобразуется заданной нелинейной цепью в бес-
конечное число гармоник на частотах, кратных частоте входной гармоники;
амплитуда выходных гармоник зависит от амплитуды входной гармони-
ки, величины угла отсечки и крутизны ВАХ НЭ;
схема позволяет реализовать операцию умножения частоты.

Задача 6.2

Результаты экспериментального определения входной характеристики $i_6=f(u_6)$ транзистора КТ-301 приведены в табл. 6.1. Найти величину постоянной составляющей и амплитуду первых гармоник тока на выходе транзистора при воздействии на его вход сигнала $u(t) = 0,7 + 0,2 \cos \omega t$ В. Характеристику транзистора аппроксимировать полиномом второй степени.

Таблица 6.1

$i_6, \text{ mA}$	0,05	0,15	0,5
$u_6, \text{ В}$	0,5	0,7	0,9

План решения задачи

1. По данным таблицы проведем аппроксимацию характеристики транзи-
стора степенным полиномом второй степени (параболой).
2. Определим постоянную составляющую тока транзистора.
3. Найдем амплитуду первой гармоники.
4. Сформулируем выводы по задаче.

Решение

1. Амплитуда гармоник тока на выходе НЭ со степенной аппроксимацией ВАХ определяется по формуле:

$$I_n = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k+n)!}{2^{2k+n-1} k! (k+n)!} a_{2k+n} U_m^{2k+n}.$$

Найдем входящие в это выражение коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 аппроксимации характеристики транзистора полиномом второй степени в окрестности постоянной составляющей входного напряжения $u_{630} = 0,7$ В. Аппроксимирующий полином имеет вид

$$i_5(u_{63}) = a_0 + a_1(u_{63} - u_{630}) + a_2(u_{63} - u_{630})^2.$$

Подставив попарно данные таблицы, получим систему из трех уравнений:

$$\begin{cases} a_0 - 0,2a_1 + 0,04a_2 = 0,05; \\ a_0 = 0,15; \\ a_0 + 0,2a_1 + 0,04a_2 = 0,5(u_{63} - u_{630})^2. \end{cases}$$

Решая эту систему, получим:

$$a_0 = 0,15 \text{ mA}; \quad a_1 = 1,125 \text{ mA/B}; \quad a_2 = 3,125 \text{ mA/B}^2.$$

Для расчета постоянной составляющей и амплитуд гармоник воспользуемся соотношениями:

$$\begin{aligned} I_0 &= a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \dots; \\ I_1 &= a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{8} a_5 U_m^5 + \dots; \\ I_2 &= \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{8} a_4 U_m^4 + \dots; \\ I_3 &= \frac{1}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{16} a_5 U_m^5 + \dots; \\ &\dots \end{aligned}$$

Постоянная составляющая тока транзистора (в предположении, что коэффициенты разложения с номером 3 и выше равны нулю) имеет величину

$$\begin{aligned} I_0 &= a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 = 0,15 + \frac{1}{2} \cdot 3,125 \cdot 0,2^2 = 0,15 + 3,125 \cdot 0,02 \\ &= 0,2125 \text{ mA}. \end{aligned}$$

Первая гармоника (при том же предположении) равна

$$I_1 = a_1 U_m = 1,125 \cdot 0,2 = 0,225 \text{ mA}.$$

Вторая гармоника

$$I_2 = \frac{1}{2} a_2 U_m^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,125 \cdot 0,2^2 = 0,0625 \text{ mA}.$$

Выводы:

структура спектра сигнала на выходе НЭ существенно зависит от формы характеристики НЭ;

на выходе НЭ присутствуют гармоники кратных частот, что является следствием нелинейного преобразования входного сигнала и позволяет реализовать умножение частоты.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 6.3

На вход транзистора в предыдущей задаче подан бигармонический сигнал

$$u(t) = 0,7 + 0,2 \cos \omega_1 t + 0,2 \cos \omega_2 t \text{ B}.$$

Рассчитать спектр тока транзистора.

Примечание: спектр выходного тока содержит гармоники не только кратных, но и комбинационных частот.

Задача 6.4

Решить задачу 6.2 при условии, что на его вход подан сигнал

$$u(t) = 0,9 + 0,2 \sin \omega t \text{ B}.$$

7. Автогенераторы радиотехнических устройств

Задача 7.1

Для RC – генератора гармонических колебаний (рис. 7.1) найти:
 коэффициент усиления K_0 активного звена, при котором происходит самовозбуждение генератора;
 значение генерируемой частоты.
 Параметры схемы:
 $R_1 = R_2 = 3,6 \text{ кОм}$, $C_1 = 0,15 \text{ мкФ}$, $C_2 = 0,05 \text{ мкФ}$.

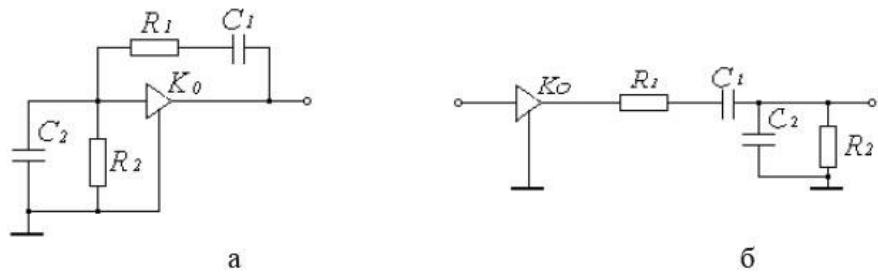


Рис. 7.1. Схема автогенератора (а) и эквивалентная схема при разомкнутой цепи обратной связи (б)

План решения задачи

1. Определим условие самовозбуждения.
2. Вычислим значение генерируемой частоты.
3. Сформулируем выводы.

Решение

1. Условие самовозбуждения автогенератора:

$$K_0 > 1 + (R_1 C_1 + R_2 C_2) / (R_2 C_1).$$

После подстановки исходных данных (параметров схемы) и решения неравенства получаем

$$K_0 > 1 + \frac{3,6 \cdot 10^3 \cdot 0,15 \cdot 10^{-6} + 3,6 \cdot 10^3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-6}}{3,6 \cdot 10^3 \cdot 0,15 \cdot 10^{-6}}.$$

Окончательно условие самовозбуждения: $K_0 > 2,33$.

2. Генерируемая частота равна

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} = \frac{1}{3,6 \cdot 10^3 \cdot 0,15 \cdot 10^{-6} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-6}} = \\ &= \frac{1}{3,6^2 \cdot 0,15 \cdot 0,05} \cdot 10^6 = \frac{1}{0,0972} \cdot 10^6 = 10,288 \cdot 10^6 c^{-1}; \\ f_0 &= \frac{\omega_0}{2\pi} = 1,6 \cdot 10^6 Гц = 1,6 МГц.\end{aligned}$$

3. Выводы:

выполнения условий самовозбуждения можно добиться, изменяя параметры схемы (K_0, R, C);

параметры элементов схемы (R, C) однозначно определяют частоту генерируемых колебаний.

Задача 7.2

В автогенераторе с трансформаторной связью зависимость средней крутизны ВАХ транзистора от управляемого напряжения аппроксимирована полиномом

$$S_1(U) = a_1 + \frac{3}{4}a_3 U^2,$$

где $a_1 = 1 \text{ mA/B}$, $a_3 = -2,5 \text{ mA/B}^3$.

Колебательный контур генератора имеет параметры:

резонансная частота $\omega_0 = 6 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$;

добротность $Q = 25$.

Определить, при каком минимальном значении коэффициента взаимоиндукции M_{min} в системе возникнут автоколебания.

План решения задачи

1. Запишем исходное соотношение.

2. Определим искомое значение коэффициента взаимоиндукции.

3. Сформулируем выводы.

Решение

1. Минимальное значение коэффициента взаимоиндукции найдем из условия

$$a_1 = \frac{RC}{M_{min} \frac{1}{\omega_0 Q M_{min}}}$$

2. Искомое значение коэффициента взаимоиндукции

$$M \frac{1}{a_1 \omega_0 Q} \underset{min}{-8}$$

3. Вывод:

значение минимальной взаимоиндукции, при которой автогенератор самовозбуждается при каждом включении, зависит от параметров контура ω_0 , Q и формы ВАХ НЭ (a_1).

Задача 7.3

Для условий предыдущей задачи вычислить амплитуду U_{ct} колебаний в стационарном режиме при $M = 1 \text{ мкГн}$.

План решения задачи

1. Запишем исходное соотношение.
2. Определим искомое значение амплитуды.
3. Сформулируем выводы.

Решение

1. Амплитуда колебаний в стационарном режиме удовлетворяет уравнению

$$a_1 + \frac{3}{4}a_3 U^2 = \xi,$$

где $\xi = \frac{RC}{M} = \frac{1}{\omega_0 Q M}$.

2. После подстановки данных получаем:

$$\xi = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ См}; U_{ct} = 2 \sqrt{\frac{\xi - a_1}{3a_3}} = 2,4 \text{ В}.$$

3. Вывод:

значение амплитуды колебаний определяется параметрами схемы; регулировать амплитуду можно изменением коэффициента взаимоиндукции.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 7.4

Решить задачу 7.3 при $M = 3M_{\min}$.

Задача 7.5

Решить задачу 7.3 при $M = 10 \text{ мкГн}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стукалов С.Б., Болелов Э.А., Петров В.И. и др. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник / под ред. С.Б. Стукалова. – М.: ИД Академии Жуковского, 2021. - 240 с.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и Связь, 1986. 512 с.
3. Карташов Р. П. Теория электрорадиоцепей. М. Воениздат, 1980. 494 с.
4. Карлащук В. И. Электронная лаборатория на IBM PC. В 2-х т. М., СОЛОН-ПРЕСС, 2006.
5. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники: Линейные электрические цепи. М., Энергия, 1978. 591 с.
6. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. школа, 2005. 462 с.
7. Бакалов В. П. Основы теории цепей. М.: Энергия, 2000. 588 с.
8. Попов В. П. Основы теории цепей. М.: Высш. шк., 2005. 575 с.
9. Зевеке Г. В. и др. Основы теории цепей. М., Энергоатомиздат, 1989. 751 с.
10. Прянишников В. А. Теоретические основы электротехники. СПб.: КОРОНА прнт, 2000. 365 с.
11. Савельев И. В. Курс общей физики. М.: Наука, 1978. 479 с.
12. Дьяконов В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2003. 576 с.
13. Шебес М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособие для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1990. 544 с.
14. Волков Л.Н, Немировский М.С., Шинаков Ю.С. Системы цифровой радиосвязи. Учеб. пособие. М.: Эко-Трендз, 2005. 392 с.
15. Феер К.: Беспроводная цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000. 520 с.
16. Галкин В.А. Цифровая мобильная радиосвязь. М.: Горячая линия – Телеком, 2007. 592 с.
17. Прокис Дж.: Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000. 800с.
18. Шахнович И. Современные технологии беспроводной связи. М., Техносфера, 2004. 166 с.
19. Склар Б. Цифровая связь. М.: Издательский дом Вильямс, 2003. 1104 с.
20. Приказ Министерства транспорта РФ от 20 октября 2014 г. N 297 "Об утверждении Федеральных авиационных правил "Радиотехническое обеспечение полетов воздушных судов и авиационная электросвязь в гражданской авиации».
21. Регламент радиосвязи (Международный союз электросвязи).