

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

---

Кафедра технической эксплуатации  
радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта

А.Т. Кудинов

## ПРИЕМ И ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

### ЧАСТЬ II

**Учебно-методическое пособие**  
по выполнению лабораторных работ

*для студентов  
специальности 25.05.03  
всех форм обучения*

Москва  
ИД Академии Жуковского  
2021

УДК 621.396  
ББК 6Ф2.12  
К88

Рецензент:

*Яманов Д.Н.* – канд. техн. наук, доцент

**Кудинов А.Т.**

К88

Прием и обработка сигналов. Часть II [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению лабораторных работ / А.Т. Кудинов. – М.: ИД Академии Жуковского, 2021. – 48 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Прием и обработка сигналов» по учебному плану для студентов специальности 25.05.03 всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 30.08.2021 г. и методического совета 30.09.2021 г.

**УДК 621.396**  
**ББК 6Ф2.12**

*В авторской редакции*

Подписано в печать 27.10.2021 г.  
Формат 60x84/16 Печ. л. 3 Усл. печ. л. 2,79  
Заказ № 839/1004-УМП07 Тираж 50 экз.

Московский государственный технический университет ГА  
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского  
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А  
Тел.: (495) 973-45-68  
E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический  
университет гражданской авиации, 2021

## Лабораторная работа №1

### «ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОКАНАЛЬНОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО ПРИЕМНИКА»

#### 1. Цель работы

Ознакомление с принципами построения многоканальных корреляционных приемников импульсных (шумоподобных) сигналов и цифровое моделирование приемного устройства данного типа.

#### 2. Теоретические сведения

##### *2.1. Взаимно корреляционное устройство как важнейшая часть оптимальных приемников*

Рассмотрим структуру оптимального приемника для обнаружения полностью известного сигнала. Принимаемое колебание представляет собой или шум  $n_1(t)$ , или сумму сигнала  $S_1(t)$  и шума  $n_1(t)$ <sup>1</sup>

В общем случае можно записать

$$U_1(t) = x \cdot S_1(t) + n_1(t), \quad (1)$$

где параметр  $x = 1$  при наличии сигнала и  $x = 0$  при его отсутствии. Сигнал  $S_1(t)$ , распределение вероятностей параметра  $P(x)$  и распределение вероятностей шума  $P(n_1)$  считаем известными. Неизвестным является только факт наличия сигнала в принимаемом колебании (т.е. значение параметра  $x$ ). О значении этого параметра приемник должен дать ответ в течение интервала наблюдения  $t = 0 \div T$ .

Вследствие искажающего действия шума и конечного времени анализа приемник не может определять величину  $x$  абсолютно точно - всегда будет существовать конечная вероятность ошибочного решения. Поэтому оптимальный приемник на основе анализа принятого колебания должен вычислить апостериорное распределение плотности вероятностей для возможных (в рассматриваемом варианте - двух) значений параметра  $x$  при данном принятом колебании  $U_1(t)$ .

Распределение  $P(x/U_1)$  представляет собой распределение величины  $x$  при условии приема реализации  $U_1(t)$ . В соответствии с теоремой о полных вероятностях

$$P(x, U_1) = P(x) \cdot P(U_1/x) = P(U_1)P(x/U_1), \quad (2)$$

<sup>1</sup> Индекс 1 означает, что рассматриваются напряжения на входе приемника, индекс 2 соответствует выходу линейной части приемника.

где  $P(U_1)$  - вероятность появления реализации  $U_1(t)$ ;

$P(U_1/x)$  - условная вероятность появления этой реализации при данном значении  $x$ , тогда апостериорная вероятность

$$P(x/U_1) = \frac{P(x) \cdot P(U_1/x)}{P(U_1)}. \quad (3)$$

Условная вероятность  $P(U_1/x)$  представляет собой вероятность появления реализации шума  $n_1(t) = U_1(t) - x \cdot S_1(t)$ , т.е.

$$P(U_1/x) = P[n_1(t) = U_1(t) - x \cdot S_1(t)].$$

Согласно (3) вероятность того, что принимаемое колебание содержит сигнал  $x=1$  составляет

$$P(1/U_1) = \frac{P(1) \cdot P[n_1(t) = U_1(t) - S_1(t)]}{P(U_1)}, \quad (4)$$

а вероятность того, что в принимаемом колебании отсутствует сигнал ( $x=0$ )

$$P(0/U_1) = \frac{P(0) \cdot P[n_1(t) = U_1(t)]}{P(U_1)}. \quad (5)$$

Отношение этих вероятностей

$$\frac{P(1/U_1)}{P(0/U_1)} = \frac{P(1) \cdot P[n_1(t) = U_1(t) - S_1(t)]}{P(0) \cdot P[n_1(t) = U_1(t)]} \quad (6)$$

является произведением отношений априорных вероятностей приема сигнала и шума и отношения вероятностей того, что принимаемое колебание содержит сигнал, и того, что это колебание является только шумом. Так как априорные вероятности обычно неизвестны, то о величине  $\frac{P(1/U_1)}{P(0/U_1)}$  судят только по величине так называемого отношения правдоподобия

$$\lambda(U_1) = \frac{P[n_1(t) = U_1(t) - S_1(t)]}{P[n_1(t) = U_1(t)]}, \quad (7)$$

показывающего, насколько правдоподобно предложение о приеме сигнала, чем альтернативное предложение о его отсутствии. Если считать, что шум в полосе частот  $\Delta F$  является белым нормальным и имеет спектральную плотность мощности (иногда называют спектральной интенсивностью)  $F_1(f) = 2N_0$ <sup>1</sup>, то вероятность реализации шума  $n_1(t)$ , имеющего длительность  $T$  и полосу  $\Delta F$  составляет

<sup>1</sup> Величина  $N_0$  представляет собой спектральную интенсивность шума на двухсторонней оси частот  $-\infty < f < \infty$ .

$$P(n_1) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2N_0 \cdot \Delta F} \right)^{2\Delta FT} \exp \left[ -\frac{1}{2N_0} \cdot \int_0^T n_1^2(t) dt \right], \quad (8)$$

тогда

$$\lambda(U_1) = \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2N_0} \cdot \int_0^T [U_1(t) - S_1(t)]^2(t) dt \right]}{\exp \left[ -\frac{1}{2N_0} \cdot \int_0^T [U_1(t)]^2(t) dt \right]} = \exp \left[ -\frac{E_1}{2N_0} + \frac{1}{N_0} \cdot \int_0^T U_1(t) \cdot S_1(t) dt \right], \quad (9)$$

где  $E_1 = \int_0^T S_1^2(t) dt$  - энергия сигнала за интервал наблюдения.

Так как в рассматриваемом случае сигнал полностью известен, то отношение правдоподобия зависит только от величины интеграла

$$\int_0^T U_1(t) \cdot S_1(t) dt.$$

Этот интеграл представляет собой частное значение ( $\tau = 0$ ) функции взаимной корреляции принимаемого колебания  $U_1(t)$  и ожидаемого сигнала  $S_1(t)$ :

$$R(\tau) = \int_0^T U_1(t) \cdot S_1(t - \tau) dt \quad (10)$$

Итак, оптимальный приемник обнаружения должен вычислять апостериорное распределение вероятностей параметра  $x$  из данной реализации принимаемого колебания. Вычисление сводится к вычислению отношения правдоподобия, которое производится взаимнокорреляционным устройством. Следовательно, взаимнокорреляционное устройство является основным элементом оптимального обнаружителя, рис. 1.

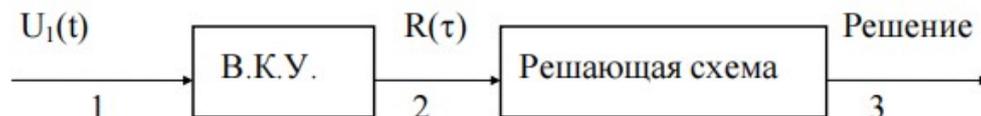


Рис. 1. Оптимальный обнаружитель

Его выходное напряжение может совпадать с точностью до постоянного множителя и постоянного слагаемого как с отношением правдоподобия  $\lambda(U_1)$ , так и с любой монотонной (например, логарифмической) функцией этого отношения.

$$U_2(t) = \int_0^T U_1(t) \cdot S_1(t) dt = R(0). \quad (11)$$

Обычно сигнал, принимаемый приемником, точно не известен. Как правило, его амплитуда, начальная фаза, время запаздывания заранее неизвестны.

На рис. 2 показана функциональная схема оптимального приемника для сигнала со случайной амплитудой и начальной фазой.

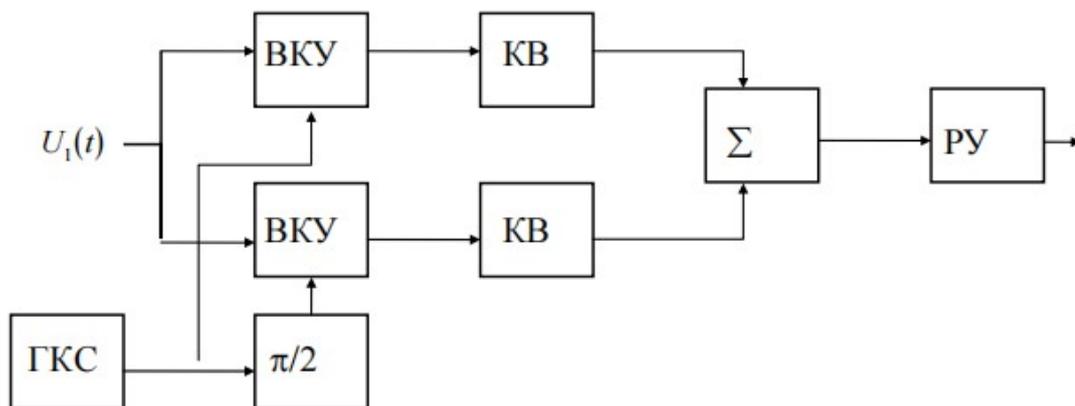


Рис. 2. Оптимальный приемник сигналов со случайной амплитудой и начальной фазой

Приемник состоит из двух взаимно корреляционных устройств, управляемых генератором копии сигнала, дающего два опорных сигнала, отличающихся друг от друга сдвигом фаз на  $\pi/2$ , двух квадратов (устройств возведения в квадрат), сумматора и решающего устройства.

Заметим, что взаимно корреляционное устройство является важнейшим элементом оптимального приемника не только для решения задач обнаружения сигнала, но и в случае распознавания сигналов, измерения их параметров. Круг решаемых задач может быть очень велик, в частности:

- распознавание  $m$  ортогональных сигналов;
- распознавание сигналов со многими возможными значениями параметров;
- измерение амплитуды сигнала;
- измерение времени запаздывания сигнала, т.е. дальности до цели (объекта);
- измерение частоты сигнала, а следовательно, радиальной скорости объекта и т. д.

## 2.2. Рабочие характеристики приемника обнаружения

Для принятия решения о присутствии сигнала приемник должен содержать решающее устройство. Решающая система наиболее просто выполняется в виде порогового устройства.

Если напряжение на выходе приемника превышает напряжение порога ( $U_2(t) > U_0(t)$ ), то решающее устройство принимает решение о наличии сигнала.

Если порог не превышен ( $U_2(t) < U_0(t)$ ), принимается решение об отсутствии сигнала. Однако из-за шума (помех) всегда существует конечная вероятность ложного срабатывания порогового устройства. Вероятность превышения порога при отсутствии сигнала называется **вероятностью ошибки первого** рода или **вероятностью ложной тревоги** и определяется выражением

$$P_1 = P_{ЛТ} = \int_{U_0}^{\infty} P_{Ш}(v) dv \quad (12)$$

где  $P_{Ш}(v)$  - плотность вероятности шумового напряжения на выходе приемника.

**Ошибка второго рода** состоит в пропуске сигнала вследствие того, что в результате взаимодействия сигнала с шумом на выходе линейного фильтра образуется напряжение, величина которого меньше напряжения порога. Она называется пропуском сигнала ( $P_{ПР}$ ).

Качество приемника обнаружения можно оценивать вероятностью ложной тревоги и вероятностью пропуска или вероятностью тревоги и вероятностью правильного обнаружения  $P_{ПО} = 1 - P_{ПР}$ .

$$P_{ПО} = \int_{U_0}^{\infty} P_{СШ}(v) dv \quad (13)$$

где  $P_{СШ}(v)$  - плотность вероятности напряжения сигнала смешанного с шумом, действующего на входе приемника.

Вероятности  $P_{Ш}(v)$  и  $P_{СШ}(v)$  зависят от структурной схемы приемного устройства, в частности, от структуры демодулятора. Вероятность правильного обнаружения зависит, в первую очередь, от отношения сигнала к шуму при фиксированном пороге ( $U_0 = const$ ) и является монотонной функцией этого отношения. Поэтому считают, что чем больше отношение  $P_C/P_{Ш}$  на выходе приемника, тем он лучше.

Для расчета вероятностей  $P_1$  и  $P_{ПО}$  необходимо знать закон распределения смеси сигнала с помехой на выходе приемника.

В приемнике с согласованным фильтром выходной сигнал представляет собой линейный функционал нормального процесса, и следовательно, является нормальным процессом. Можно показать, что

$$M\{U_2\} = \begin{cases} E & \text{при наличии сигнала,} \\ 0 & \text{при наличии только шума.} \end{cases} \quad (14)$$

$$M\{U_2^2\} = \frac{T_0 \cdot \Delta F}{2}, \text{ здесь} \quad (15)$$

$E$  - энергия сигнала,

$M\{ \}$  - математическое ожидание.

На основании (12 - 15) можно записать

$$P_1 = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot N_0 \cdot E}} \exp\left(-\frac{U^2}{N_0 \cdot E}\right) du = \operatorname{erfc}(x), \quad (16)$$

$$P_{\text{ПО}} = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot N_0 \cdot E}} \exp\left(-\frac{(U - E)^2}{N_0 \cdot E}\right) du = \operatorname{erfc}(x - d). \quad (17)$$

Здесь  $d = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$  - отношение сигнал/шум на выходе СФ,

$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$  - интеграл функции ошибки,

$$x = U \sqrt{\frac{2E}{N_0}}.$$

Зависимость  $P_{\text{ПО}} = \varphi(P_1)$  называется рабочей характеристикой приемника (рис. 3).

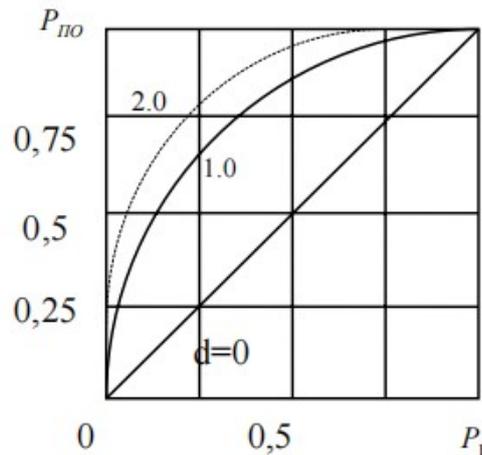


Рис. 3. Рабочая характеристика приемника

Она достаточно полно определяет качество приемника обнаружения. Часто эффективность приемника характеризуется просто величиной отношения сигнал/шум  $d$ , при которой достигается определенная вероятность правильного обнаружения при заданной вероятности ложной тревоги  $P_1 = \text{const}$ .

Так, например, если  $P_{\text{ПО}} = 0,99$ , а  $P_1 = 10^{-8}$  то из рис.4 следует, что  $d = 8$ .

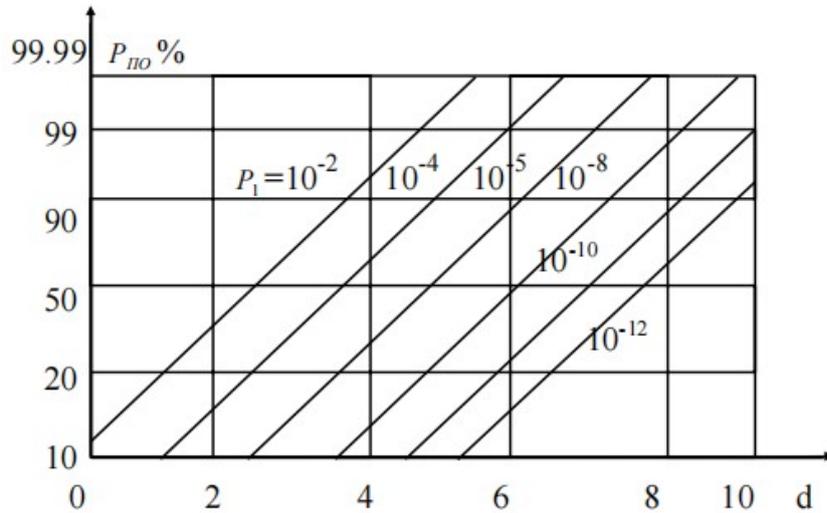


Рис. 4. Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум

Вероятности ложной тревоги  $P_1$  и правильного обнаружения  $P_{по}$  зависят от порога  $U_0$ , выбор которого производится обычно в соответствии с каким-либо критерием. В радиолокации распространен критерий Неймана-Пирсона, который состоит в том, что вероятность ошибки первого рода фиксируется заранее. Тогда из уравнения (16) определяется значение порога  $U_0$ , а из (17) - вероятность  $P_{по}$ .

### 2.3. Реализация взаимно корреляционного устройства

По определению, взаимно корреляционным называют устройство, вычисляющее функцию

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t) \cdot f_2(t \pm \tau) dt \quad (18)$$

При оптимальном приеме сигнала роль первой функции играет принимаемое колебание  $U_1(t)$ , а роль второй функции излучаемый, следовательно, и ожидаемый при приеме сигнал  $S_1(t)$ . При этом

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_1(t) \cdot S_1(t - \tau) dt \quad (19)$$

Вычислить эту функцию может счетно-решающее устройство (рис. 5), состоящее из задерживающего устройства на время  $\tau$ , множителя и интегратора.

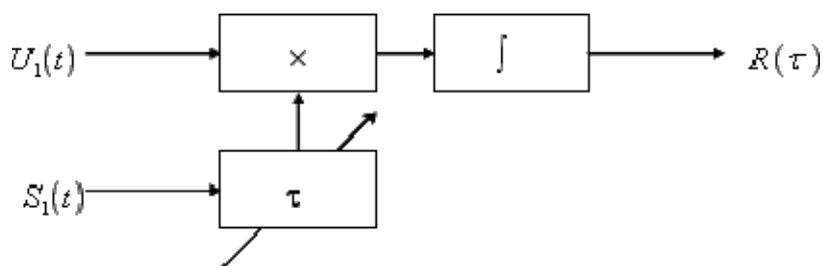


Рис. 5. Счетно-решающее устройство

Это устройство вычисляет только одно значение взаимно корреляционной функции (ВКФ), соответствующее определенному времени задержки. Чтобы исследовать весь ход функции взаимной корреляции сигнала и входного колебания, необходимо произвести вычисление корреляционной функции во всем представляющем интерес диапазоне значений задержки  $\tau$ . При этом данная задача решается обычно применением многоканальной системы в виде параллельного соединения большого числа счетно-решающих устройств с различными временами задержки  $\tau$  (рис. 6).

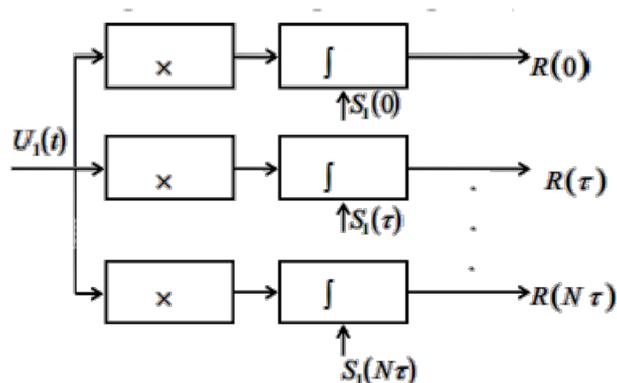


Рис. 6. Многоканальная система вычисления ВКФ

Так, например, в дальномерах время прихода сигнала несет информацию о дальности до цели и поэтому заранее неизвестно. Поэтому весь возможный диапазон задержек  $\tau$  разбивается на  $N$  интервалов и строится  $N$ -канальное счетно-решающее устройство, вычисляющее взаимно корреляционную функцию для дискретных значений времени задержки ( $0, \tau, 2\tau, \dots, N\tau$ ). Расстояние до цели определяется (с разрешением, соответствующим  $\tau$ ) номером канала, где ВКФ принимает максимальное значение.

Приемное устройство, вычисляющее взаимно корреляционную функцию принимаемого сигнала и опорного сигнала, называется корреляционным приемником. Выходной сигнал этого приемника тождествен выходному сигналу согласованного фильтра. Поэтому такой корреляционный приемник эквивалентен согласованному (оптимальному) фильтру.

На рис. 7 приведена схема корреляционного приемника, основными элементами которого служат: генератор опорного сигнала (ГКС - генератор копии сигнала), перемножитель ( $\Pi$ ), интегратор ( $I$ ).

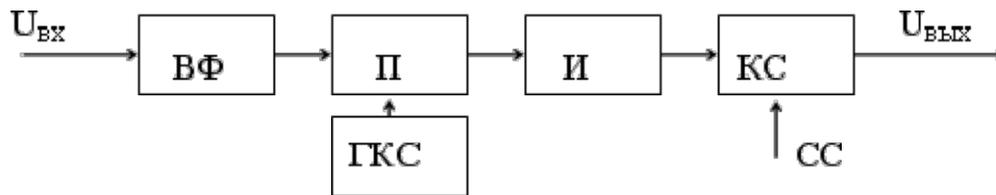


Рис. 7. Структурная схема корреляционного приемника

Корреляционный приемник может быть выполнен как в аналоговом, так и в цифровом вариантах. Цифровой вариант построения корреляционного приемника значительно сложнее традиционных аналоговых схем, однако он имеет ряд преимуществ, главное из которых, по-видимому, это возможность быстрой смены параметров рабочего сигнала (например, кода), а также возможность длительного накопления сигнала, что особенно важно при приеме слабых сигналов.

В цифровых корреляторах операция перемножения может выполняться как в цифровом варианте, тогда на входах перемножителя включаются аналого-цифровые преобразователи, так и в аналоговом. Оцифровка сигнала в этом случае выполняется на выходе перемножителя. Роль интегратора в обоих случаях выполняет реверсивный счетчик.

Генератор (ГКС) создает в приемнике копию полезного сигнала. В РЛС источником опорного сигнала обычно служит сигнал передатчика, преобразованный соответствующим образом. В системах связи опорный сигнал обычно вырабатывается из принимаемой смеси сигнала с шумом, генератор выполняется в виде системы ФАП.

Входная часть приемника представлена в виде входного фильтра (ВФ), согласованного со спектром принимаемого сигнала. На выходе приемника установлена ключевая схема (КС), управляемая сигналами временной синхронизации (СС), которая фиксирует момент взятия отсчета, совпадающего с моментом окончания сигнала.

#### **2.4. Шумоподобные сигналы**

Радиотехнические системы, в которых используются корреляционные устройства, как правило, строятся с использованием новых видов сигналов, получивших названия: сложных, широкополосных, многомерных и шумоподобных.

В настоящее время наиболее часто находят применение шумоподобные сигналы (ШПС). При передаче информации они позволяют получить высокую помехоустойчивость, близкую к предельной. Использование шумоподобных сигналов в радиолокации позволяет увеличить дальность обнаружения цели без снижения разрешающей способности РЛС при неизменной пиковой мощности передатчика. Это достигается увеличением длительности зондирующего ШПС и последующим сжатием его в согласованном фильтре в импульс более короткой длительности.

Шумоподобными (ШПС) называют сигналы, автокорреляционная функция которых имеет вид, подобный автокорреляционной функции стационарного белого шума. Огибающая этой функции имеет один основной лепесток (выброс), длительность которого обратно пропорциональна ширине спектра сигнала.

Основная операция, осуществляемая в оптимальном приемнике над ШПС, не зависит от назначения приемника и системы, в которую он входит, и состоит в согласованной фильтрации сигнала. Согласованный фильтр (СФ) - это линейный фильтр, устанавливаемый в линейном тракте приемника, осуществляется сжатие импульсного ШПС по длительности (рис. 8).

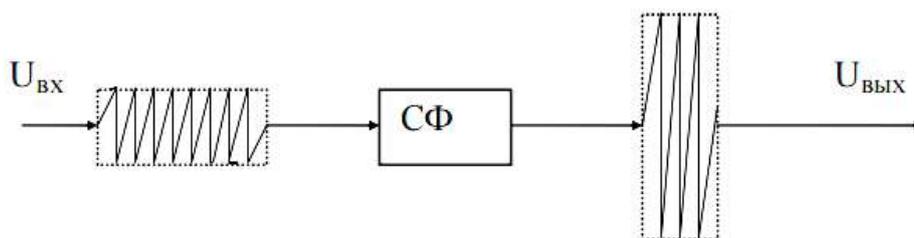


Рис. 8. Сжатие импульсного ШПС в СФ

При сжатии увеличивается отношение мощности сигнала к мощности шума на выходе СФ. Отношение пиковых мощностей входного и выходного сигналов СФ связано с длительностью сигналов на входе и выходе соотношением

$$\frac{P_{СФ.Вых}}{P_{СФ.Вх}} = \frac{\tau_{Вх}}{\tau_{Вых}} = T \cdot \Delta F, \quad (20)$$

где  $\tau_{Вх}$  - длительность входного сигнала;

$\Delta F$  - его полоса.

Наиболее распространенным видом ШПС являются дискретно кодированные сигналы (ДКС). ДКС представляет собой ограниченную во времени последовательность радиоимпульсов, один из параметров которых (амплитуда, фаза или частота) модулирован в соответствии с определенным кодом.

Типичны ДКС, построенные на основе бинарных фазовых кодов (фазоманипулированные сигналы - ФМС), у которых амплитуда и частота остаются постоянными, а фазы принимают одно из двух значений 0 или  $\pi$  в соответствии с выбранным кодом.

Два радиосигнала, имеющие одинаковую мощность и отличающиеся только фазой на  $\pi$ , обладают максимально возможной степенью различия.

Функция их взаимной корреляции (при отсутствии временного сдвига) равна  $-1$ . К настоящему времени известно большое число фазоманипулированных шумоподобных сигналов: коды Баркера, Диджилок, случайные последовательности, однако наибольшее применение получила группа ФМН - сигналов, которые построены с использованием линейных

рекуррентных последовательностей: сигналы Цирлера, Гаймюллера, Хаффмена и др.

Рассмотрим подробнее сигналы Хаффмена ( M-последовательности ), как получившие наибольшее распространение вследствие большого ансамбля, простоты формирования и хороших корреляционных свойств. Эти последовательности представляют собой набор  $N$  периодически повторяющихся символов  $a_i$ , каждый из которых может принимать одно из двух значений:  $+1$  или  $-1(0)$ , ( $+$  или  $-$ ). Последовательности образуются с помощью рекуррентных формул, которые выбираются таким образом, чтобы обеспечить генерирование максимального числа элементов последовательности, равного  $N = 2^n - 1$ , прежде чем последовательность циклически повторяется. В табл. 1 показана зависимость числа элементов последовательностей  $N$  от  $n$ .

Таблица 1

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	3	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095

Ниже приведено несколько примеров M - последовательностей для  $N=7$  и  $n=3$ .

n=3

1110010 (+ + + - - + -)  
 1110100 (+ + + - + - -)  
 1011011 (+ - + + - + +)

n=5

1111100011011101010000100101100  
 1111100110100100001010111011000  
 1111101100111000011010100100010

Здесь знаки  $+1$  и  $0$  ( $+$  и  $-$ ) означают начальные фазы высокочастотного заполнения радиоимпульсов ( $0$  и  $180$ ), соответствующие данному коду.

Пример радиосигнала, модулированного M-последовательностью с  $N = 7$ , показан на рис. 9.

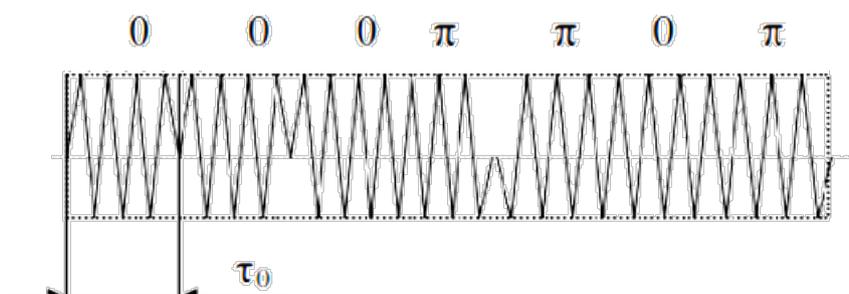


Рис. 9. Пример ФМН сигнала

Можно показать, что в непрерывном режиме работы нормированная автокорреляционная функция имеет основной выброс, равный единице, шириной порядка  $\tau_0$  и боковые выбросы, относительный уровень которых в  $N$  раз меньше максимума (равен  $1/N$ ). Так как, в принципе  $N$  можно выбрать сколько угодно большим, то корреляционная функция таких сигналов может быть получена весьма близкой к идеальной.

Нормированная аperiodическая функция автокорреляции  $M$ -последовательности длительностью  $N \cdot \tau_0$  будет иметь наибольшие боковые выбросы, равные примерно  $1/\sqrt{N}$ .

По автокорреляционной функции последовательности можно вычислить ее спектр. Так как сигнал, модулированный по фазе  $M$ -последовательностью, является периодическим, то спектр такого сигнала будет дискретным, линейчатым. На рис. 10 показаны амплитудные спектры некодированного (а) и кодированного (б)  $M$ -последовательностью радиосигнала.

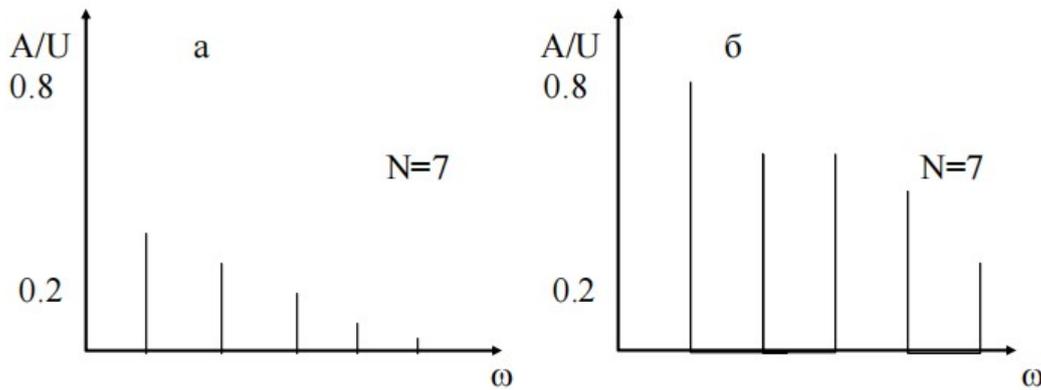


Рис. 10. Амплитудные спектры

Кодирование увеличивает амплитуды всех гармонических составляющих.

В табл. 2 приведены примеры последовательностей, носящих название кодов Баркера.

Таблица 2

N													
3	1	1	0										
4	1	1	0	1									
5	1	1	1	0	1								
7	1	1	1	0	0	1	0						
11	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
13	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1

Корреляционные функции и спектры сигналов при  $N = 7, 11$  и  $13$  построены соответственно на рис. 11 а, б, в.

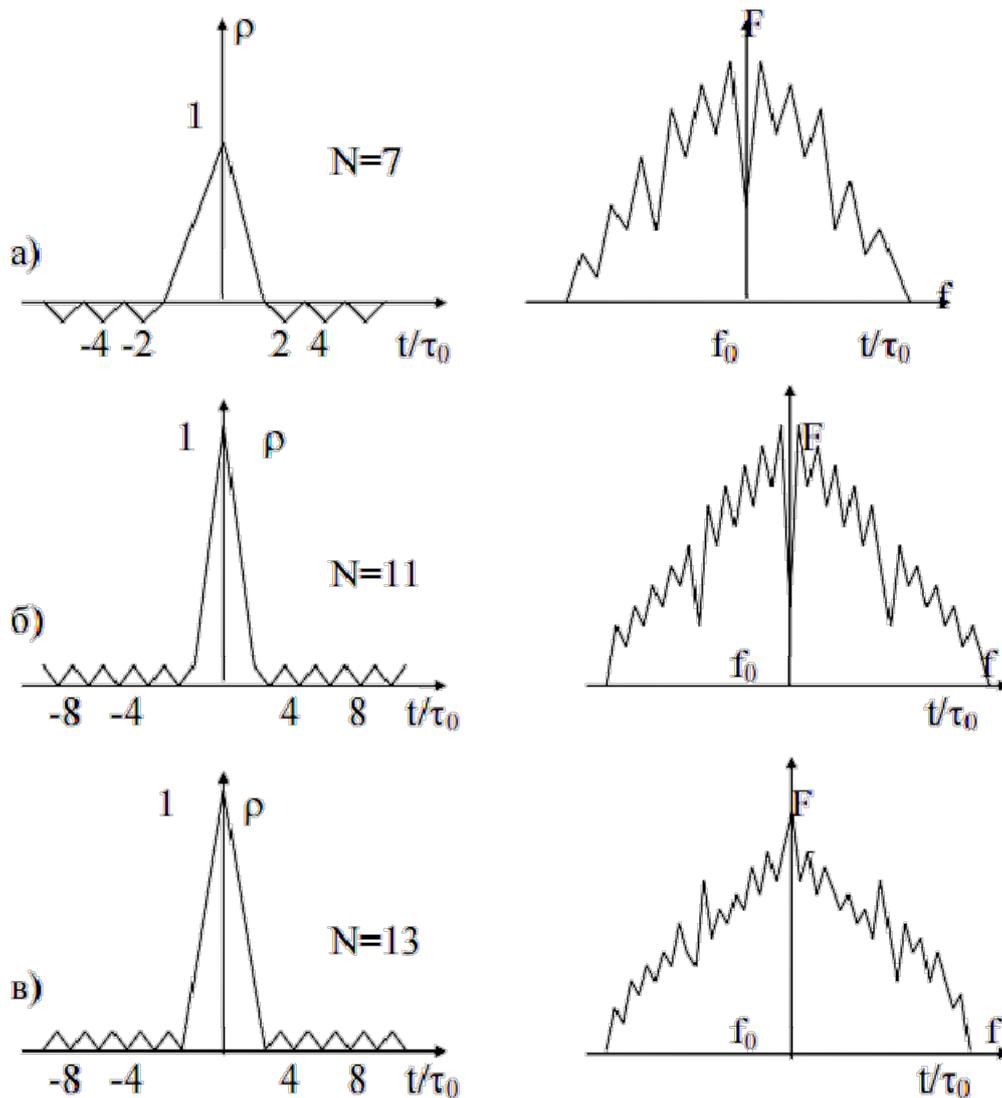


Рис. 11. Корреляционные функции и спектры сигналов для различных значений  $N$

Исследования показали, что кодов Баркера при  $N > 13$ , к сожалению, не существует. Вследствие этого при оптимальной обработке (фильтрации) невозможно получить превышение главного максимума модуля корреляционной функции над «боковыми лепестками» более, чем в 13 раз.

Другими словами, при использовании сигнала, манипулированного по фазе в соответствии с кодом Баркера, главный максимум напряжения на выходе оптимального фильтра сопровождается побочными максимумами, относительные величины которых не могут быть менее  $1/13$ .

### 2.5. Согласованные фильтры для шумоподобных сигналов

Существуют два основных способа построения СФ. Первый состоит в создании линейного фильтра с коэффициентом передачи вида

$$K(j\omega) = S^*(j\omega) \cdot \exp[-j\omega \cdot t_0] \quad (21)$$

Здесь  $S^*(j\omega)$  - комплексно-сопряженный спектр сигнала;

$t_0$  - задержка, необходимая для того, чтобы сделать фильтр физически реализуемым.

Другой способ создания согласованного фильтра основан на том его свойстве, что выходной сигнал СФ - взаимно корреляционная функция принимаемого и известного полезного сигналов. Он состоит в построении корреляционного приемника в соответствии с алгоритмом (19).

Таким образом, для фазоманипулированного сигнала оптимальная обработка может быть реализована построением корреляционного приемного устройства. В литературе имеются описания радиолокационных систем с двоичной псевдослучайной фазовой манипуляцией сигнала. При этом возможен как непрерывный, так и импульсный режим работы.

Непрерывный режим работы создает дополнительные трудности, связанные с необходимостью весьма тщательной развязки приемника и передатчика, что не всегда удается обеспечить.

Импульсный режим свободен от этого недостатка. Сигнал в течение своей деятельности манипулируется по фазе одним периодом псевдослучайной последовательности. В этом случае работу передающего и приемного устройства можно разнести во времени. Однако, при этом меньше энергия сигнала, а следовательно, дальность действия системы. Кроме того, корреляционные свойства такого сигнала хуже, чем при непрерывном режиме работы: превышение корреляционной функции сигнала над наибольшей абсолютной величиной ее боковых выбросов составляет не  $N$ , а приблизительно  $\sqrt{N}$ .

### 3. Экспериментальная часть

В экспериментальной части работы выполняется моделирование многоканального корреляционного приемника.

#### 3.1. Модель корреляционного приемника

Функциональная схема модели корреляционного приемника приведена на рис. 12.

Предполагается, что приемное устройство входит в состав РЛС, зондирующий сигнал которой закодирован 13-элементным кодом Баркера или М-последовательностью ( $N=13$ ). В соответствии с выбранным кодом осуществляется бинарная фазовая манипуляция сигнала, начальная фаза сигнала принимает значения  $0^\circ$  или  $180^\circ$ . Приемник позволяет определить параметры движения цели (дальность и скорость). С целью упрощения модели и сокращения машинного времени модель корреляционного приемника выполнена в двух вариантах: в первом реализована многоканальность по дальности; во втором варианте многоканальность выполнена по частоте Доплера.

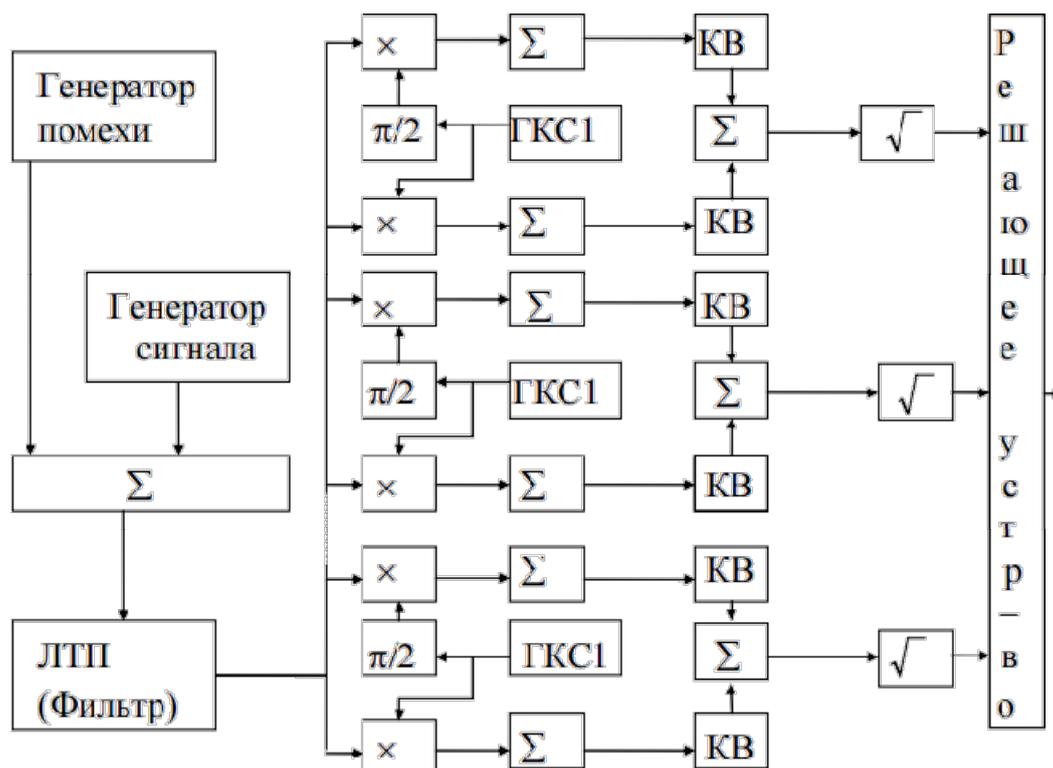


Рис. 12. Функциональная схема модели корреляционного приемника

Цифровую модель приемника можно разделить на следующие функциональные блоки:

- генератор сигнала,
- генератор помехи,
- формирующий фильтр,
- суммирующее устройство,
- K-канальный цифровой коррелятор,
- решающее устройство.

**Генератор сигнала** позволяет получить выборки фазоманипулированного высокочастотного сигнала. Сигнал дискретизирован в соответствии с теоремой отсчетов (теоремой Котельникова). В импульсе длительностью  $\tau_0$  содержится 10 периодов высокочастотного колебания.

$\tau_0$  - длительность импульса одного элемента кода, а

$N \cdot \tau_0$  - общая длительность закодированного фазоманипулированного сигнала.

Амплитуда генерируемого сигнала выбирается исходя из заданного отношения мощностей сигнала и помехи ( $P_C/P_{ш}$ ).

### Генератор помехи

Помеха создается в виде нормального белого шума с нулевым средним и единичной дисперсией. Для генерирования шума используется датчик равномерно распределенных случайных чисел, далее используется стандартная подпрограмма, выполняющая формирование нормального белого шума [4].

Выборки шума генерируются синхронно с соответствующими выборками сигнала.

### Формирующий фильтр

Линейная часть приемника моделируется в виде линейного полосового фильтра, согласованного со спектром сигнала

$$\Delta f = (1.0...1.37)/\tau_0.$$

Моделирующий алгоритм фильтра может быть представлен в виде

$$\xi[n] = a_0 \cdot x[n] + a_1 \cdot x[n-1] + b_1 \cdot \xi[n-1] + b_2 \cdot \xi[n-2].$$

Параметрами алгоритма являются

$$a_0 = \alpha = \sqrt{(\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0})/2} \quad a_1 = \alpha_0/\alpha;$$

$$b_1 = 2\rho \cos \gamma_0; \quad b_2 = -\rho^2;$$

$$\alpha_0 = \rho(\rho^2 - 1)\cos \gamma_0 + \rho(\rho^2 + 1)\frac{\omega^*}{\omega_0} \cos \gamma_0;$$

$$\alpha_1 = 1 - \rho^4 - 4\rho^2 \cdot \frac{\omega^*}{\omega_0} \sin \gamma_0 \cos \gamma_0;$$

$$\rho = \exp[-\gamma^*];$$

$$\gamma^* = \omega^* \cdot \Delta t; \quad \gamma_0 = \omega_0 \cdot \Delta t.$$

### Корреляционные устройства

В приемнике предусмотрено 26 каналов. Каждый канал для исключения влияния на его работу начальной фазы принимаемого сигнала выполнен по квадратурной схеме. Канал можно представить в виде двух подканалов, состоящих из перемножителей, сумматоров и устройств возведения в квадрат. Подканалы отличаются только тем, что в одном подканале осуществляется перемножение принятого сигнала на опорный сигнал данного канала, в другом принятый сигнал перемножается на сдвинутый на  $\frac{\pi}{2}$  опорный сигнал.

Квадратурные составляющие подканалов суммируются и из суммы вычисляется квадратный корень.

В случае многоканальности по частоте опорные сигналы имеют фиксированные расстройки по частоте. Как известно, доплеровский сдвиг частоты для движущегося объекта можно выразить следующей формулой.

$$F_{\text{д}} = 2 \frac{V_r}{C} f_0,$$

где  $V_r$  - радиальная скорость объекта,  $C$  - скорость распространения радиоволны.

В данной модели принято, что максимальная скорость объекта равна 1040 км/ч. При 26-канальном приемном устройстве разрешение по скорости  $\Delta V_2 = 40$  км/ч.

Приращение частот опорных каналов вычисляется по формуле

$$\Delta F_{\partial k} = 2 \frac{V_{rk}}{C}.$$

В модели корреляционного приемника частоты опорных сигналов отличаются от частоты принятого сигнала следующим образом:

$$\Delta F_{OП1} = 0, \quad \Delta F_{OП2} = 0,26\%, \quad \Delta F_{OП3} = 0,52\%, \quad \Delta F_{OП4} = 0,78\%, \dots, \Delta F_{OП6} = 6,5\%.$$

В модели корреляционного приемника с многоканальностью по дальности также 26 каналов. Опорные сигналы каждого из каналов имеют фиксированный сдвиг на величину, равную  $\frac{\Delta \tau_0}{2}$ . В первом канале задержка выбрана равной нулевой. Таким образом, при  $\Delta \tau_0 = 10^{-6}$  разрешение составит примерно 150 метров.

### **Решающее устройство**

Для принятия решения о присутствии сигнала на выходе приемника обнаружения устанавливается пороговое устройство. В рассматриваемой модели решающее устройство определяет канал, в котором функция взаимной корреляции имеет максимальное значение. Номер канала приемника определяет скорость объекта или расстояние до него.

### **3.2. Задание к экспериментальной части работы**

Каждая бригада, состоящая из 2 - 3 студентов, получает индивидуальное задание по данной работе. Два примера типового задания приведены ниже.

#### **ВАРИАНТ 1**

1. Составить функциональную схему корреляционного приемника с многоканальностью по дальности для диапазона измеряемых расстояний от 150 до 3900 метров с разрешением не хуже 150 метров.

2. Рассчитать величину порогового напряжения для заданных вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения.

3. В качестве зондирующего сигнала РЛС выбрать фазоманипулированный сигнал. Манипуляция фазы бинарная ( $0 - 180^\circ$ ), вид кода - 15-элементная М-последовательность; число периодов ВЧ колебания в одном элементе кодовой посылки - 10. Длительность импульса кодовой посылки  $\tau_0 = 10^{-6}$ .

В соответствии с заданием выполнить моделирование корреляционного приемника при отношениях мощностей сигнала и шума на его выходе от  $-20$  дБ до  $+20$  дБ.

#### **ВАРИАНТ 2**

1. Составить функциональную схему корреляционного приемника с многоканальностью по частоте для измерения скоростей движения объектов от 10 км/ч до 1040 км/ч, с разрешением по скорости не хуже 40 км/ч.

2. Рассчитать величину порогового напряжения для заданных вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения.

3. В качестве зондирующего сигнала РЛС выбрать фазоманипулированный сигнал с бинарной манипуляцией фазы ( $0 - 180$ )°. Вид кода — 13-элементный код Баркера, число периодов ВЧ- колебания в одном элементе кодовой посылки - 10. Длительность кодовой посылки -  $\tau_0 = 10^{-6}$  с.

В соответствии с заданием выполнить моделирование многоканального корреляционного приемника при отношениях мощностей сигнала и шума на его входе  $-10$ дБ,  $0$ дБ,  $+10$ дБ.

### 3.3. Отчет о работе

Отчет о работе должен содержать:

- задание;
- функциональную схему приемника (в соответствии с заданием);
- рисунок кодированного фазоманипулированного сигнала;
- расчет порогового значения напряжения для заданных вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги;
- графические результаты моделирования, построенные для различных исходных данных;
- краткие выводы по работе.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Расскажите о свойствах взаимно корреляционной функции.
2. Поясните методы вычисления взаимно корреляционной функции.
3. Нарисуйте функциональную схему оптимального приемника для сигнала со случайной амплитудой и начальной фазой.
4. Какую зависимость называют рабочей характеристикой приемника?
5. Нарисуйте структурную схему корреляционного приемника, поясните назначение основных его блоков.
6. Расскажите о свойствах шумоподобных сигналов.
7. Нарисуйте структурную схему оптимального демодулятора для дискретно кодированных фазоманипулированных сигналов.

### Литература

1. Акимов П.С., Сенин А.И., Соленов В.И. Сигналы и их обработка в информационных системах. / Учебное пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1994, с. 110-118, 129-146.
2. Лезин Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. - М.: Сов. радио, 1969, с. 13-24, 139-149, 153-164.
3. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. Под ред. Пестрякова В.Б.-М.: Сов. радио, 1973, с. 66-70, 103-113, 154-155, 159-161.
4. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. - М.: Сов. радио, 1971, с. 42-47.

## Лабораторная работа № 2

### «ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ»

#### 1. Цель работы

Ознакомление с принципами приема радиосигналов с различными видами манипуляции и экспериментальное исследование помехоустойчивости приема радиосигналов АМн (АТ), ЧМн (ЧТ) и ФМн (ФТ).

#### 2. Теоретические сведения

При оценке качества работы системы связи, прежде всего интересуются тем, какую точность передачи сообщений обеспечивает система и какое количество информации при этом можно передать. В качестве основных характеристик систем связи приняты две характеристики: помехоустойчивость и эффективность. Эти характеристики достаточно полно описывают систему связи как систему передачи сообщений.

Помехоустойчивостью системы связи называют способность системы противостоять вредному влиянию помех на передачу сообщений.

Количественной мерой помехоустойчивости является степень соответствия принятого сообщения переданному, т.е. точность воспроизведения сообщения в месте приема.

Если совокупность переданных сообщений есть  $V(t)$ , а воспроизводимых сообщений в месте приема  $U(t)$ , то функция плотности вероятности  $p(V, U)$  полностью определяет свойства системы в отношении точности воспроизведения сигнала.

Любая оценка точности воспроизведения, очевидно, должна быть функцией от  $p(V, U)$ . При самых общих допущениях она может быть представлена как среднее значение некоторой функции расхождения (“расстояния”)  $\rho(V, U)$  между  $V(t)$  и  $U(t)$ , взято по множеству  $V$  и  $U$  и взвешенное в соответствии с плотностью вероятности  $p(V, U)$

$$r = \iint_{VU} p(V, U) \cdot \rho(V, U) dV dU = \iint_{VU} \rho(V, U) \cdot p(V) \cdot \rho(U|V) dV dU. \quad (1)$$

Функция  $\rho(V, U)$  определяет относительную значимость ошибки. Обычно ее называют функцией потерь, а величину  $r$  - средним риском.

В системах связи наибольшее распространение получил критерий помехоустойчивости, основанный на использовании простой функции потерь.

Эта функция определяется как функция, которая принимает значение 0 для всех правильных решений и 1 — для всех неправильных решений. Простая функция потерь применена для тех систем связи, для которых любые ошибки одинаково нежелательны.

Однако во многих случаях степень нежелательности ошибки возрастает по мере увеличения величины этой ошибки. В этом случае наиболее распространенной и удобной является квадратичная функция потерь, при которой помехоустойчивость системы оценивается среднеквадратичной ошибкой [1,3]

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{[U(t) - V(t)]^2} = \iint_{UV} (U - V)^2 p(V, U) dV dU = r.$$

Критерий помехоустойчивости (1) записан применительно к системам передачи непрерывных сообщений  $V(t)$ . Для систем передачи дискретных сообщений этот критерий определяется следующим выражением:

$$r = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \rho(V_j, U_i) \cdot p(V_j) \cdot \rho(U_i / V_j). \quad (2)$$

Простая функция потерь в этом случае

$$\rho(V_j, U_i) = 1 - \delta_{ij}; \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j, \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases}.$$

При этом согласно (2) средний риск равен полной (средней) вероятности ошибок  $P_O$

$$r = 1 - \sum_{j=1}^m p(V_j) \cdot p(U_i / V_j) = P_O. \quad (3)$$

Таким образом, помехоустойчивость (достоверность) любой системы связи можно оценивать величиной среднего риска. При передаче дискретных сообщений, в случае простой функции потерь, средний риск равен полной вероятности ошибок (3).

Рассмотрим помехоустойчивость дискретных систем радиосвязи.

### **2.1. Двоичная амплитудная манипуляция**

Амплитудная манипуляция АМн (амплитудная телеграфия - АТ) находит применение в радиосвязных устройствах различного назначения. Так, современные КВ - самолетные радиостанции имеют режим работы, называемый АТ.

Двоичная амплитудная манипуляция АМн (АТ) является частотным видом амплитудной модуляции (АМ). Можно считать, что в системе связи с АТ в соответствии с кодом передаются элементы сигнала следующего вида:

$$S(t) = \begin{cases} U(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi), & \text{посылка;} \\ 0, & \text{пауза.} \end{cases}$$

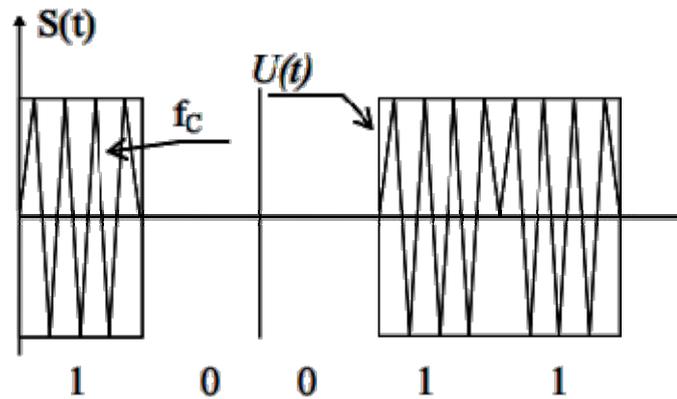


Рис. 1. Двоичная амплитудная манипуляция

Различают два метода приема радиосигналов с АТ: когерентный (синхронный) прием и некогерентный прием.

При *когерентном способе приема* радиосигналов с АТ функциональная схема приемника представлена на рис. 2

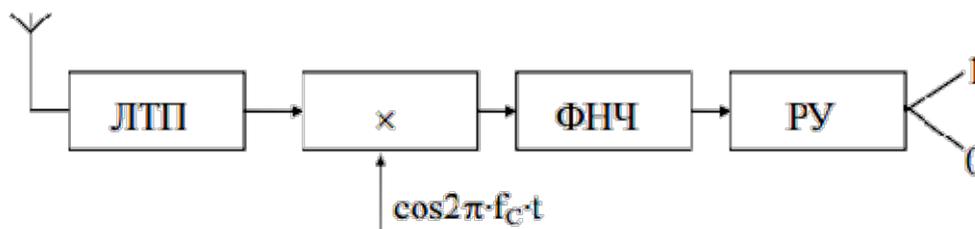


Рис. 2. Функциональная схем когерентного приемника

Предполагается, что в приемнике имеется точная копия возможного принимаемого сигнала. Сигнал считается полностью известным:

$$S(t) = \begin{cases} U(t)\cos(2\pi f_c t + \varphi), & \text{посылка;} \\ 0, & \text{пауза.} \end{cases}$$

Гетеродин приемника вырабатывает синхронное и синфазное с сигналом напряжение  $U_T(t) = \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t)$ .

В приемнике производится перемножение копии сигнала с аддитивной смесью принимаемого сигнала и шума и фильтрация результата перемножения (интегрирование), т. е. определяется значение взаимно корреляционной функции. Далее это напряжение воздействует на пороговое устройство. Если порог превышен, то принимается решение о наличии сигнала, в противном же случае о приеме только шума (1 и 0 соответственно).

Вычислим вероятность ошибки при когерентном приеме сигналов АТ.

Будем считать, что канал связи никаких искажений в форму сигнала не вносит, а шум будем полагать нормальным, белым с нулевым средним ( $m_1 = 0$ ) и дисперсией  $\sigma^2$  ( $m_2 = \sigma^2$ ).

Известно, что нормальный белый шум, прошедший через узкополосную линейную систему, в нашем случае через линейный тракт приемника (ЛТП), представляет узкополосный случайный процесс вида

$$n(t) = X(t)\cos(2\pi \cdot f_c \cdot t) - Y(t)\sin(2\pi \cdot f_c \cdot t). \quad (4)$$

Входящие в это выражение величины  $X$  и  $Y$  являются медленноменяющимися функциями времени с нормальным распределением

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right), \quad (5)$$

причем  $\sigma^2$  есть дисперсия величин  $X$  и  $Y$ , являющаяся также дисперсией шума  $n(t)$  на выходе ЛТП.

Результирующий процесс на входе синхронного детектора может быть описан следующими выражениями:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= S(t) + n(t) = [U + X]\cos(2\pi \cdot f_c \cdot t) - Y\sin(2\pi \cdot f_c \cdot t), \\ U_2(t) &= n(t) = X\cos(2\pi \cdot f_c \cdot t) - Y\sin(2\pi \cdot f_c \cdot t). \end{aligned} \quad (6)$$

Первое из них соответствует посылке, второе - паузе. Напряжение на входе приемника может быть вызвано только косинусоидальными составляющими выражений (6), синфазными с напряжением гетеродина  $U_r(t) = \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t)$ . Другими словами, вопрос о наличии или отсутствии сигнала решается на основе измерения напряжения на выходе приемника, значение которого определяется величинами  $U + X$  или  $X$ . Если измеренное напряжение окажется больше порога  $h$ , регистрируется посылка (1), если меньше - пауза (0).

Таким образом, при передаче посылки напряжение на выходе детектора представляет собой смещенную гауссовую переменную с математическим ожиданием  $U$  и дисперсией  $\sigma^2$  (рис. 3, кривая 1).

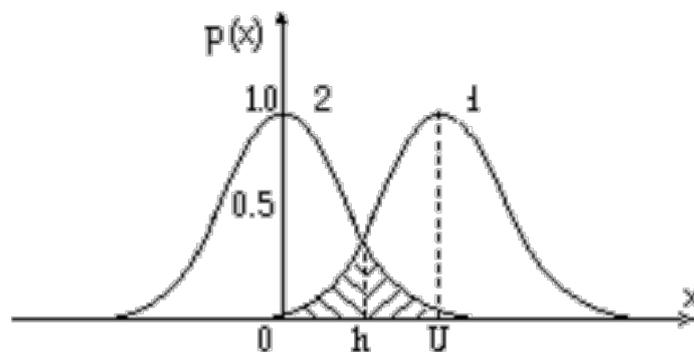


Рис. 3. К описанию принципа работы когерентного приемника

Ее математическое описание плотности распределения вероятности

$$p_1(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(X-U)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

Если передается пауза, то в этом случае напряжение на выходе детектора представляет собой гауссовую переменную с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$  (рис. 3, кривая 2).

$$p_2(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{X^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

Степень перекрытия двух этих кривых 1 и 2 (рис. 3) определяет вероятность ошибки при приеме сигналов АТ.

При равенстве априорных вероятностей посылки и паузы вероятность ошибки ( $P$ ) определяется следующим образом:

$$P(x) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^h \exp\left(-\frac{(x-U)^2}{2\sigma^2}\right) dx + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_h^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \right\} \quad (9)$$

Из рис. 3 видно, что оптимальный порог, при котором величина суммарной вероятности ошибки будет минимальной, соответствует точке пересечения двух кривых. В силу симметрии обеих кривых оптимальный порог  $h = U/2$ . Подставляя данное значение в выражение (9) и проведя вычисления получим, что

$$P = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right) \right\}, \quad (10)$$

где

$$\Phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad - \text{ функция Крампа.}$$

Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнала к помехе приведена на рис. 4.

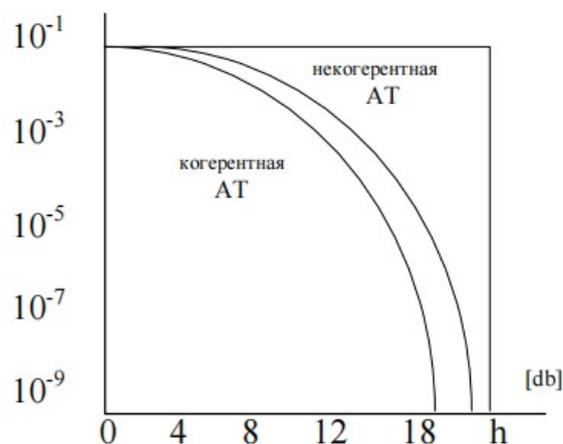


Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/шум

При отношении сигнала к помехе, близком к нулю, вероятность ошибки равна 0,5. При увеличении отношения сигнала к помехе вероятность ошибки уменьшается, стремясь в пределе к нулю.

Для получения наибольшего отношения сигнала к помехе, т. е. для достижения максимальной помехоустойчивости системы связи с АТ,

необходимо полю пропуска ЛТП выбрать оптимальной, примерно равной  $\Delta f = (1.0...1.37)/\tau_0$ .

Следует отметить, что потенциальная помехоустойчивость практически полностью не реализуется, потому что в реальных условиях не всегда можно установить с необходимой точностью оптимальный порог, не всегда можно сузить полю пропуска приемника до оптимальной.

При *некогерентном способе приема* радиосигналов с АТ функциональная схема приемника представлена на рис. 5.

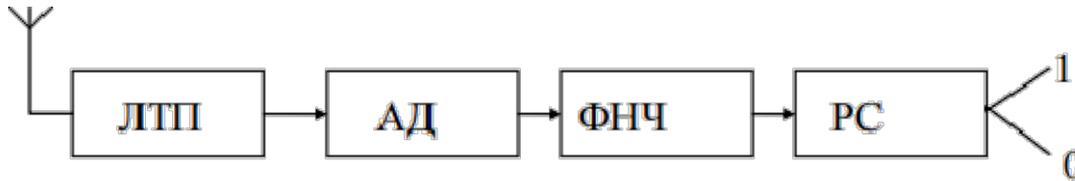


Рис. 2. Функциональная схема некогерентного приемника

Как и при когерентном приеме сигналы, соответствующие посылке и паузе, прошедшие через линейный тракт приемника, могут быть описаны выражением (6).

Эти напряжения подаются на детектор огибающей (амплитудный детектор), за которым следует решающая схема, осуществляющая различие посылки (1) и паузы (0).

Известно, что плотность вероятности огибающей суммы гармонического сигнала и нормального шума описывается обобщенным законом Релея

$$P_1(z) = \frac{z}{\sigma^2} \cdot I_0\left(\frac{zU}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left[-\frac{z^2 + U^2}{2\sigma^2}\right],$$

Где  $U$  - амплитуда сигнала;  $\sigma^2$  - дисперсия нормального шума на выходе ЛТП (на входе детектора);  $I_0\left(\frac{zU}{\sigma^2}\right)$  - функция Бесселя первого рода нулевого порядка от мнимого аргумента.

Плотность вероятности огибающей нормального шума выражается законом Релея

$$P_2(z) = \frac{z}{\sigma^2} \cdot \exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right],$$

Функции плотности вероятности для некогерентного приема сигналов АТ построены на рис. 6.

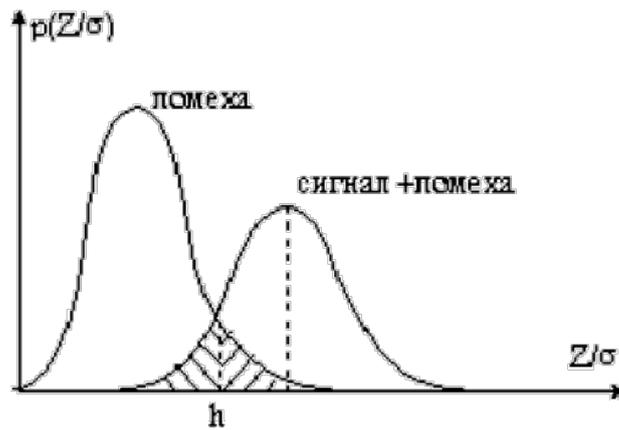


Рис. 6. К описанию принципа работы некогерентного приемника

Если считать, что вероятности посылки и паузы одинаковы и равны 0,5, то средняя вероятность ошибки при некогерентном приеме сигнала АТ вычисляется по формуле:

$$P = 0,5 \left[ \int_0^h P_1(z) dz + \int_h^{+\infty} P_2(z) dz \right] =$$

$$= 0,5 \left\{ \int_0^h \frac{z}{\sigma^2} \cdot I_0 \left( \frac{zU}{\sigma^2} \right) \cdot \exp \left[ -\frac{z^2 + U^2}{2\sigma^2} \right] dz + \int_h^{+\infty} \frac{z}{\sigma^2} \cdot \exp \left[ -\frac{z^2}{2\sigma^2} \right] dz \right\},$$

Решение уравнения может быть получено через, так называемую, Q - функцию Маркума

$$Q(z, h) = \int_h^{\infty} t \cdot I_0(z, h) \cdot \exp \left[ -\frac{z^2 + t^2}{2} \right] dt$$

Тогда вероятность ошибки определяется следующим выражением:

$$P_{AT} = 0,5 \{ 1 - Q(U/\sigma, h/\sigma) \} + 0,5 \exp \left\{ -\frac{h^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (11)$$

На рис. 6 заштрихованы площади под кривыми  $p(z/\sigma)$ , соответствующие вычисленным вероятностям ошибок.

Величина вероятности ошибки зависит от порога  $h$ . Из рис. 6 видно, что оптимальный порог, при котором величина вероятности ошибки будет минимальной, соответствует точке пересечения кривых  $p_1(z)$  и  $p_2(z)$ . Значение  $h_{opt}$  может быть найдено из условия:

$$\frac{h_{opt}}{\sigma^2} \exp \left[ -\frac{h_{opt}^2 + U^2}{2\sigma^2} \right] \cdot I_0 \left( \frac{h_{opt}U}{\sigma^2} \right) = \frac{h_{opt}}{\sigma^2} \cdot \exp \left[ -\frac{h_{opt}^2}{2\sigma^2} \right]$$

После сокращения получим

$$I_0 \left( \frac{h_{opt}U}{\sigma^2} \right) = \exp \left[ -\frac{U^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (12)$$

Из этого выражения следует, что значение оптимального порога зависит от отношения сигнала к помехе. При малых значениях отношения сигнала к шуму можно воспользоваться справедливыми, в этом случае, приближенными соотношениями

$$I_0(z) \cong 1 + \frac{z^2}{4}, \quad e^x \cong 1 + x, \quad \text{тогда } h_{opt} = \sqrt{2} \cdot \sigma.$$

При больших отношениях сигнал/помеха справедливо следующее представление функции Бесселя:  $I_0(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$ .

Тогда из соотношения (12) можно показать, что  $h_{opt} = \frac{U}{2}$ . На рис. 7 приведена зависимость величины оптимального порога от отношения сигнала к помехе.

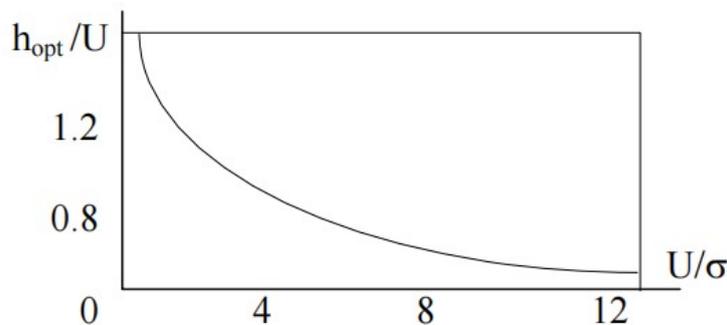


Рис. 7. Зависимость величины оптимального порога от отношения сигнал/шум

Оптимальное значение порога монотонно изменяется от  $\approx 1.41$  при малых значениях отношения сигнала к помехе, до 0,5 при больших значениях отношения сигнала к помехе.

Таким образом, для получения минимальной вероятности ошибки, т.е. максимальной помехоустойчивости, при некогерентном приеме сигнала АТ, необходимо изменять величину порога в соответствии с изменением отношения сигнала к помехе. Очевидно, для установки соответствующего порога необходима правильная оценка отношения сигнал/помеха. В канале связи с медленно изменяющимися параметрами такая приблизительная оценка выполняется с помощью автоматической регулировки усиления (АРУ), устанавливаемой в приемнике перед амплитудным детектором с фиксированным порогом.

На рис. 4 построена зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/помеха при некогерентном приеме сигналов АТ. При этом предполагается, что для каждого значения отношения сигнал/помеха выбирается оптимальное значение порога.

Из сравнения кривых на рис. 4 видно, что даже при оптимальном пороге помехоустойчивость системы связи при некогерентном приеме сигналов АТ ниже, чем при когерентном приеме. Незнание фазы, и связанная с этим потеря информации о сигнале, приводят к снижению помехоустойчивости.

В реальных системах связи с АТ порог срабатывания решающего (выходного) устройства не является оптимальным. Вследствие этого помехоустойчивость системы будет еще ниже.

## 2.2. Частотная манипуляция

Система связи с частотной манипуляцией ЧМн (частотной телеграфией - ЧТ) является системой с активной паузой. При посылке, соответствующей единице кода, передатчик излучает колебания частоты  $f_1$ , в паузе излучается колебание с частотой  $f_2$ . В простейших радиосистемах с ЧТ используются модулирующие колебания прямоугольной формы, причем амплитуды несущих остаются постоянными. Передаваемые элементы сигнала имеют вид

$$S(t) = \begin{cases} U \cos(2\pi f_1 t + \varphi), & \text{посылка;} \\ U \cos(2\pi f_2 t + \varphi), & \text{пауза.} \end{cases} \quad (13)$$

Здесь частоты  $f_1$  и  $f_2$  остаются постоянными в течение одного элемента кодовой посылки (рис. 8).

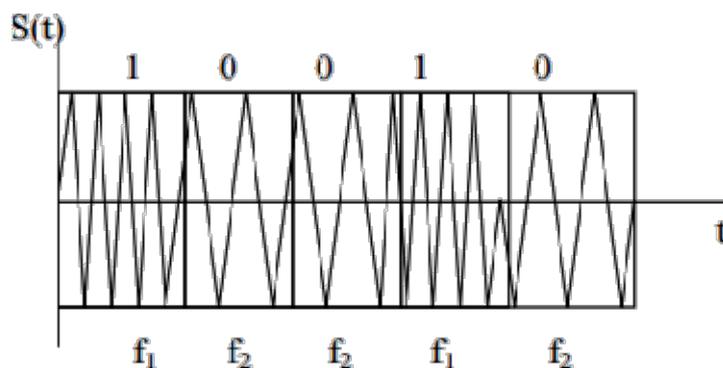


Рис. 8. Радиосигнал с частотной манипуляцией

Применяют два метода приема частотноманипулированных сигналов: по огибающей и по мгновенным значениям частоты.

При первом методе (рис. 9) принимаемые сигналы разделяются двумя узкополосными фильтрами, настроенными соответственно на  $f_1$  и  $f_2$ , и поступают на амплитудные детекторы. Напряжения с выходов детекторов сравниваются между собой. Регистрация сигнала, единицы или нуля, производится в зависимости от того, какое из этих напряжений больше.

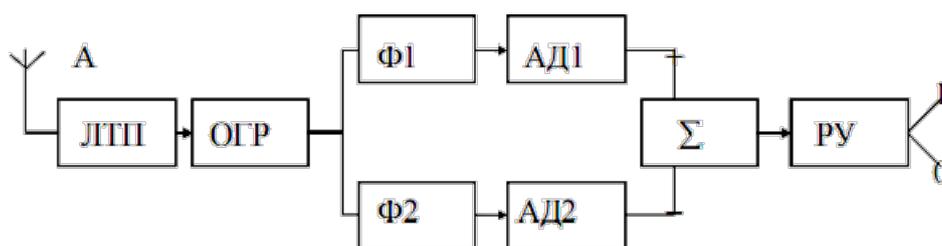


Рис. 9. Схема приемника ЧМн-сигнала «по огибающей»

Напряжение помехи в фильтре без сигнала есть случайная величина с распределением Релея  $p(x_1)$ , а напряжение суммы сигнала и помехи в другом фильтре - случайная величина с обобщенным распределением Релея  $p(x_2)$ . Код (сигнал) будет воспроизведен неверно, если  $x_2 < x_1$ . Следовательно, вероятность ошибки в системе ЧТ при одинаковых априорных вероятностях передаваемых сигналов будет

$$P = 0,5 \cdot \exp\left[-\frac{U^2}{4\sigma^2}\right] = 0,5 \cdot \exp\left[-\frac{h^2}{2}\right]. \quad (14)$$

Формула (14) дает возможность построить зависимость вероятности ошибки от величины отношения сигнала к помехе ( $h$ ), рис.10.

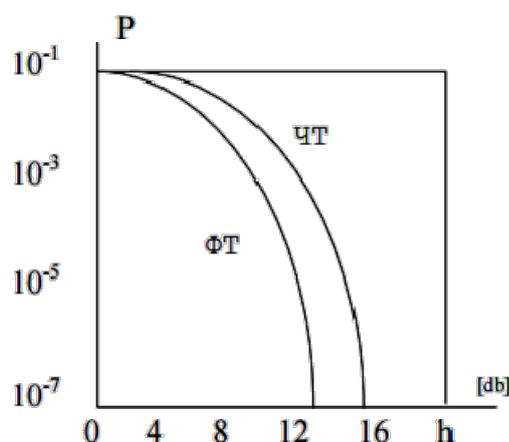


Рис. 10. Зависимость вероятности ошибки от величины отношения сигнал/шум

Выигрыш в помехоустойчивости (по сравнению с АТ) получается сравнительно небольшим, примерно в 2 раза по мощности. В реальных условиях порог в системе связи с АТ не поддерживается оптимальным. При частотной манипуляции отпадает необходимость в оптимальной регулировке порога срабатывания. Решающее устройство реагирует на разность напряжений двух каналов и регистрирует сигнал в том канале, в котором напряжение окажется большим. Поэтому переход к ЧТ практически дает выигрыш по мощности в 5-10 раз.

Схема приема сигналов ЧТ по мгновенному значению частоты приведена на рис. 11.

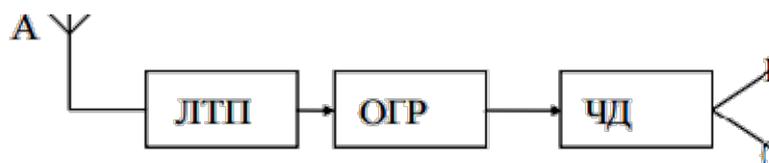


Рис. 11. Схема приемника ЧМн-сигнала «по мгновенному значению частоты»

Она состоит из ограничителя и частотного детектора. Решающее устройство принимает решение о сигнале по знаку напряжения на выходе

частотного детектора. Аналитический расчет помехоустойчивости системы связи с ЧТ при данном способе приема чрезвычайно сложен. Обычно используют метод численного интегрирования. Показано, что помехоустойчивость метода приема по мгновенному значению частоты примерно равна помехоустойчивости метода приема по огибающей.

### 2.3. Фазовая манипуляция

Система связи с фазовой манипуляцией ФМн (фазовой телеграфией - ФТ) также относится к системам с активной паузой. В этом случае колебания, соответствующие единице и нулю кодовой посылки, являются противофазными, так что два значения сигнала равны:

$$S(t) = \begin{cases} U \cos(2\pi f_1 t + \varphi), & \text{посылка;} \\ -U \cos(2\pi f_1 t + \varphi), & \text{пауза.} \end{cases} \quad (15)$$

В приемнике, предназначенном для приема манипулированных по фазе колебаний, имеется фазовый детектор, рис. 12.

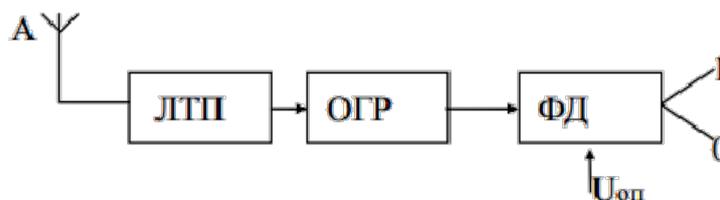


Рис. 12. Схема приемника ФМн-сигнала

На фазовый детектор, кроме напряжения принимаемого сигнала, поступает также напряжение опорной частоты  $U_{оп}$ . Напряжение на выходе фазового детектора будет пропорционально разности фаз ( $\varphi$ ) входных напряжений  $U_{фд} = k \cos \varphi$ .

Здесь  $k$  - некоторый коэффициент пропорциональности. Если колебания опорной частоты в приемнике находятся в фазе с колебаниями одной из посылок, например, с колебаниями, соответствующими единице, то при приеме посылки (единицы) разность фаз  $\varphi = 0$ , напряжение на выходе ФД будет положительным. В паузе (при приеме нуля) разность фаз  $\varphi = \pi$ , напряжение на выходе фазового детектора будет отрицательным. Решающее устройство регистрирует принятый сигнал (единицу или нуль) по знаку напряжения на выходе фазового детектора.

Создание опорного напряжения в приемнике является одной из основных задач при фазовой телеграфии.

Оценим помехоустойчивость системы связи с ФТ. Аналогично тому, как это сделано при когерентном приеме сигналов АТ, рассмотрим колебания, воздействующие на фазовый детектор. Они являются суммой узкополосного шума вида (4) и сигналов вида (15). Результирующие колебания могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= [x + U] \cos(2\pi \cdot f \cdot t) + \sin(2\pi \cdot f \cdot t), & \text{посылка;} \\ U_2(t) &= [x - U] \cos(2\pi \cdot f \cdot t) + \sin(2\pi \cdot f \cdot t), & \text{пауза.} \end{aligned} \quad (16)$$

Кроме этих колебаний, на ФД поступает колебание опорной частоты  $U_{оп} = \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$

Из принципа работы фазового детектора следует, что приемник будет регистрировать единицу или нуль кодовой посылки на основе анализа первых слагаемых в выражениях (16). Амплитуды  $[x + U]$  и  $[x - U]$  распределены по нормальному закону

$$\begin{aligned} p_1(X) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(X - U)^2}{2\sigma^2}\right), \\ p_2(X) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(X + U)^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

На рис.13 изображены плотности вероятности, соответствующие выражениям (17).

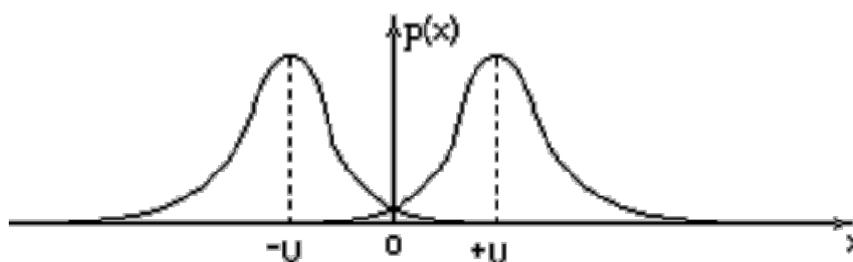


Рис. 13. К описанию принципа работы приемника ФМн сигналов

Из сравнения рис. 3 и 13 видно, что расстояние между максимумами кривых при ФТ в два раза больше, чем при когерентном приеме сигналов АТ. Это значит, что переход от амплитудной манипуляции с синхронным приемом к фазовой манипуляции эквивалентен увеличению отношения сигнала к помехе в два раза, т. е. выигрышу по мощности в четыре раза.

Выражение для вероятности ошибки при фазовой телеграфии можно записать на основании (10), увеличивая в нем амплитуду сигнала в два раза. При этом получим:

$$P = \frac{1}{2} \{1 - \Phi(\sqrt{2} \cdot h)\}. \quad (18)$$

Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнала к помехе графически представлена на рис. 10.

Сравнение полученных результатов, рис. 4 и 10, показывает, что система связи с фазовой манипуляцией (ФТ) обладает наиболее высокой помехоустойчивостью по сравнению с системами, использующими другие виды манипуляции.

В заключение укажем, что в реальных системах связи часто используется относительная фазовая манипуляция - ОФМ (ОФТ) сигнала. Вероятность

ошибочного приема информационного символа (кода) при относительной фазовой манипуляции, ОФМ (ОФТ) в два раза больше, чем при ФМ (ФТ).

### 3. Экспериментальная часть

Экспериментальная часть работы состоит в определении и сравнении помехоустойчивости приема радиосигналов с АМн (АТ), ЧМн(ЧТ), ФМн (ФТ).

Помехоустойчивость оценивается вероятностью ошибочного приема радиосигналов с данными видами манипуляции при передаче двух равновероятных сообщений (1 или 0).

#### 3.1. Функциональная схема лабораторной установки

На рис. 14 приведена функциональная схема лабораторной установки. При выполнении лабораторной работы установка реализуется в виде модели, полученной с использованием специального ПО, предназначенного для инженерных расчетов, математического и натурного моделирования.

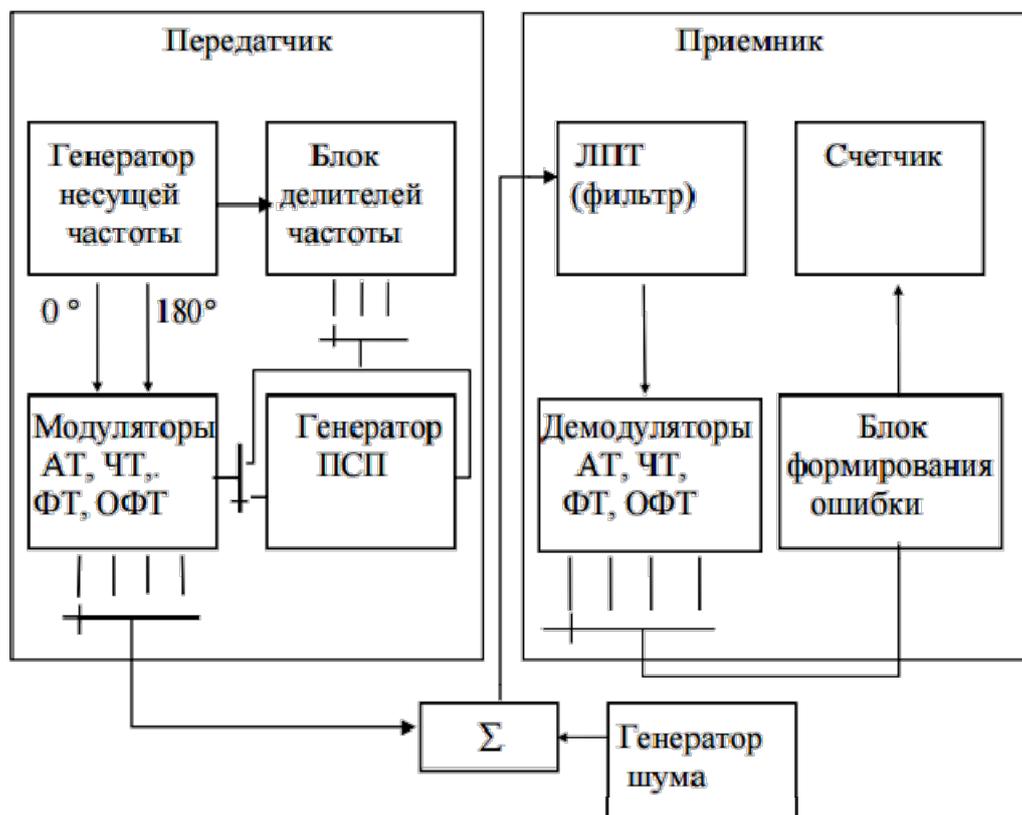


Рис. 14. Функциональная схема лабораторной установки.

Она состоит из передающей и приемной частей. Передатчик позволяет сформировать радиосигналы вида АТ, ФТ, ФТ и ОФТ. Радиосигнал с выбранным видом манипуляции поступает в канал связи, в котором к нему добавляется шум от генератора шума. Аддитивная смесь полезного сигнала и помехи подается на вход приемника, который осуществляет усиление, фильтрацию и демодуляцию поступающего сигнала.

При приеме радиоимпульсов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ, последовательность видеоимпульсов с выходов соответствующих детекторов поступает в блок формирования сигнала ошибки. В этот блок подается и опорная видеопоследовательность модулирующего сигнала. Если в процессе приема радиосигналов возникает ошибка, то вырабатывается сигнал ошибки - импульс, регистрируемый счетчиком. Зная общее число переданных и искаженных посылок, можно определить вероятность ошибочного приема посылки при различных видах манипуляции.

### 3.2. Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с функциональной схемой лабораторной установки.

2. Включить приборы, входящие в установку: осциллограф, генератор шума, частотомер. Проверить их работоспособность.

3. Просмотреть и зарисовать осциллограммы напряжений в контрольных точках лабораторной установки в режимах АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ.

Для этого необходимо поставить переключатели рода работы на передающем и приемном блоках макета в выбранный режим работы. Подключить осциллограф к исследуемой цепи (выбранной контрольной точке), добиться устойчивого изображения сигнала на экране осциллографа и зарисовать его осциллограмму.

Все осциллограммы необходимо зарисовать с соблюдением временных соотношений между сигналами. Осциллограммы сигналов на выходе передающей и приемной частей макета следует изобразить таким образом, чтобы удобно было их сравнение.

4. Подключить к экспериментальной установке генератор шума, установить индикатор выхода генератора на середину шкалы. Для значений отношения сигнал/шум  $-10,0$  и  $+10$  дБ (по указанию преподавателя) зарисовать осциллограммы напряжений на входе и выходе приемника для различных радиосигналов.

5. Определить характеристики помехоустойчивости приема радиосигналов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ.

Для этого на лабораторном макете включить выбранный режим работы, установить необходимое отношение сигнал/шум. Подключить счетчик к макету, нажать кнопку “сброс” на счетчике. Нажать кнопку “пуск” на макете, отсчитать необходимое число интервалов счета, например, десять - двадцать.

Записать в таблицу число зафиксированных счетчиком ошибок  $n$ .

6. Вычислить вероятность ошибочного приема посылки  $P = \frac{n}{N}$  при данном отношении сигнал/шум. Число переданных посылок  $N$  определяется как произведение  $500 K$ , где  $K$  - принятое число интервалов счета. Выполнить “сброс” счетчика. Прodelать перечисленные операции для других отношений сигнал/шум. Результаты измерений занести в таблицы.

7. По результатам эксперимента построить зависимости вероятности ошибочного приема радиосигналов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ от отношения сигнал/шум.

8. Сформулировать выводы, сравнив экспериментальные оценки помехоустойчивости сигналов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ с теоретическими данными.

9. Выключить лабораторную установку.

### **3.3. Отчет о работе**

Отчет о работе должен содержать:

- функциональную схему лабораторной установки;
- осциллограммы радиосигналов в контрольных точках установки;
- данные о помехоустойчивости приема радиосигналов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ, сведенные в таблицы;
- график зависимости вероятности ошибочного приема радиосигналов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ от отношения сигнал / шум;
- краткие выводы о работе.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Чем объясняется более высокая помехоустойчивость частотной и фазовой манипуляции по сравнению с амплитудной манипуляцией ?

2. Каким образом выбираются значения оптимального порога при АТ ?

3. Поясните возможные методы получения и приема радиосигналов АТ, ЧТ, ФТ и ОФТ.

4. Каковы особенности выполнения демодуляторов радиосигналов АТ, ФТ и ФТ ?

5. Нарисуйте радиосигнал с АТ, ЧТ и ФТ.

### **Литература**

1. Зюко А.Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. - М.: Связь, 1972, с. 163 - 167, 174 - 178, 181 - 184.

2. Акимов П.С., Сенин А.И., Соленов В.И. Сигналы и их обработка в информационных системах. / Учебное пособие для вузов . - М.: Радио и связь, 1994, с. 147-162.

3. Стейн С., Джонс Дж. Принципы современной теории связи и их применение к передаче дискретных сообщений. - М.: Связь, 1971, с. 217 - 223, 231 - 242.

4. Тихонов В.И., Бакаев Ю.Н. Статистическая теория радиотехнических устройств. ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского, 1978, с. 71 - 78.

## Лабораторная работа № 3

### «ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ РОБАСТНЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА»

#### 1. Цель работы

Ознакомление с робастными методами оценивания параметров сигнала приемником РЛС и моделирование алгоритмов оценивания амплитуды принимаемого сигнала, обладающих свойствами робастности.

#### 2. Теоретические сведения

##### *2.1. Цифровая обработка сигналов в радиолокационных приемных устройствах*

Обычно применяемые модели радиолокационных сигналов имеют непрерывное множество значений. При этом оптимизация таких сигналов приводит к оптимальным (в некотором смысле) обнаружителям, которые традиционно реализуются аналоговыми устройствами. Однако на определенном этапе обработки можно выполнять дискретизацию сигналов по времени и квантование по амплитуде и проводить дальнейшую обработку цифровыми устройствами.

Целесообразность цифровой обработки обусловлена прежде всего отсутствием у цифровых накопителей эффекта насыщения, который свойствен аналоговым накопителям. Кроме того, эффективность аналоговых устройств значительно снижается из-за различного рода нестабильности элементов аппаратуры и технологических погрешностей их изготовления.

Положительными качествами цифровых устройств являются высокая надежность и точность выполнения арифметических операций, возможность гибкой и оперативной перестройки параметров устройств. Высокое быстродействие, большой объем памяти специализированных вычислительных устройств позволяет реализовать оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки радиолокационных сигналов.

Цифровая обработка сигналов, как и аналоговая, может быть когерентной и некогерентной. В любом случае цифровому устройству предшествует аналого-цифровой преобразователь (АЦП), в котором непрерывный процесс дискретизируется по времени с шагом  $\Delta\tau$  и квантуется по уровню (амплитуде) с шагом  $\Delta U$ . Шаг дискретизации выбирается в соответствии с теоремой отсчетов (Котельникова), т.е.  $\Delta t < (1/2f_{\max})$ , где  $f_{\max}$  - максимальная частота в спектре дискретизируемого процесса.

Шаг квантования  $\Delta U$  обычно выбирают равномерным, при этом число уровней квантования равно :

$$r = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{\Delta U}, \text{ где } U_{\max} \text{ и } U_{\min} - \text{максимальная и минимальная}$$

амплитуды квантуемого сигнала.

Отсчет непрерывного процесса в АЦП преобразуется в двоичный  $m$ -разрядный код. Число уровней квантования сигнала по амплитуде :

$$m = \lceil \log_2(r + 1) \rceil,$$

здесь  $\lceil b \rceil$  обозначает ближайшее целое число, не меньше  $b$ .

Наименьшее число уровней квантования и соответственно наименьшее число разрядов будет при двухуровневом (бинарном) квантовании. В этом случае аппаратура цифровой обработки проста, однако потери информации наиболее велики. В ряде задач, например, при обнаружении некогерентных импульсов на фоне некоррелированного белого шума, эти потери влекут сравнительно небольшое снижение качества обработки, так что и бинарное квантование оказывается приемлемым.

При когерентной обработке, когда требуется осуществить цифровую фильтрацию сигналов, число уровней квантования необходимо увеличить. Шаг квантования часто выбирается равным  $\Delta U = U_{\min} \approx \sigma_{ш}$ , где  $\sigma_{ш}^2$  - дисперсия (мощность) собственного шума приемника. Тогда число уровней квантования:

$$r = d - 1. \quad (1)$$

Здесь  $d = \frac{U_{\max}}{\sigma_{ш}}$  - динамический диапазон линейного тракта (аналоговой

части) приемника.

Требуемое же число разрядов двоичного кода и соответственно число разрядов АЦП равно

$$m = \lceil \log_2 d \rceil \quad (2)$$

Алгоритмы цифровой обработки сигналов можно синтезировать различными методами. Один из них связан с определением вероятностных характеристик на выходе АЦП на основе анализа статистических свойств сигналов и помех на входе АЦП, а также с использованием различных аппроксимаций выходных данных АЦП. Затем к наблюдаемому процессу (случайной последовательности двоичных чисел) применяют общие методы теории статистических решений. Такой метод называют статистическим синтезом. При заданных вероятностных характеристиках выходных данных АЦП он приводит к оптимальному цифровому алгоритму.

Другой метод связан с использованием результатов синтеза оптимальных алгоритмов для непрерывного процесса с последующим переходом в них к цифровому эквиваленту. Этот метод получил название метода синтеза по аналоговому прототипу. Очевидно, что чем меньше шаг дискретизации и чем больше число разрядов АЦП, тем ближе показатели качества оптимального аналогового алгоритма и его цифрового эквивалента, однако сложнее и дороже техническая реализация последнего.

## 2.2. Некогерентная цифровая обработка

В этом случае АЦП ставится после амплитудного детектора приемного устройства РЛС.

Напряжение с выхода детектора  $U(t)$  дискретизируется в АЦП по времени  $U(k\Delta t) \equiv U_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , и квантуется по амплитуде  $U_k \rightarrow \delta_k$ . При статически независимых отчетах  $U_k$  вполне достаточно бинарного квантования, тогда

$$\delta_k = \begin{cases} 1, & U_k \geq h_{кв} \\ 0, & U_k < h_{кв} \end{cases}, \quad k=1,2,\dots, \quad (3)$$

где  $h_{кв}$  - значение порога амплитудного квантования.

В постановке задачи требуется синтезировать такой цифровой процессор (ЦП), который в результате наблюдения последовательности  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N$ , где  $N$  - конечное ( фиксированное ) число импульсов, оптимальным образом обнаруживает полезный сигнал.

Согласно общей теории оптимальный обнаружитель должен формировать отношение правдоподобия

$$L = p(\delta_1, \dots, \delta_N | \nu=1) / p(\delta_1, \dots, \delta_N | \nu=0) \quad (4)$$

и сравнивать его с порогом. В формуле (4) для рассматриваемых здесь дискретных величин  $\delta_k$  отношение правдоподобия – есть отношение условных плотностей вероятностей.

Для нахождения отношения правдоподобия необходимо знать условные плотности вероятностей  $p(U_k | \nu)$  отсчетов  $U_k$  при условии, что на выходе АЦП присутствует только один шум ( $\nu=0$ ) и аддитивная смесь сигнала с шумом ( $\nu=1$ ).

Вероятность появления единицы на выходе АЦП на  $k$ -ой позиции, когда на входе один шум вычисляется из соотношения:

$$P_{uik} = \int_{h_{кв}}^{\infty} \omega(\delta_1, \dots, \delta_N | \nu=0) dU_k \quad (5)$$

и когда на входе смесь сигнала с шумом –

$$P_{cuk} = \int_{h_{кв}}^{\infty} \omega(\delta_1, \dots, \delta_N | \nu=1) dU_k$$

Тогда  $1 - P_{uik} = q_{uik}$ ,  $1 - P_{cuk} = q_{cuk}$  - вероятность появления нуля на  $k$ -ой позиции при условии, что на входе АЦП один шум и смесь сигнала и шума соответственно.

При принятых обозначениях отношение правдоподобия получают в виде

$$L = \prod_{k=1}^N (P_{cuk} / P_{uk})^{\delta_k} \cdot (q_{cuk} / q_{uk})^{1-\delta_k}, \quad (6)$$

а его логарифм равен

$$\ln L = \sum_{k=1}^N \left[ \delta_k \cdot \ln \frac{P_{cuk} \cdot q_{cuk}}{P_{uk} \cdot q_{uk}} + \ln \frac{q_{cuk}}{q_{uk}} \right],$$

Отсюда следует алгоритм оптимального обнаружения бинарно двоичных сигналов. Обнаружитель представляет собой двоичный весовой накопитель, сравнивающий накопительную величину с порогом, выбираемым по критерию Немана-Пирсона. Для стационарного шума и прямоугольной пачки радиоимпульсов алгоритм имеет вид:

$$Z = \sum_{k=1}^N [\delta_k] \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} h_0, \quad (7)$$

В этом случае обнаружитель является просто бинарным накопителем, подсчитывающим число единиц и сравнивающим результат накопителя  $Z$  с порогом  $h_0$ , определяемым по заданной вероятности ложной тревоги. Часто, на практике, значение порога выбирают из приближенного соотношения  $h_0 \approx 1,5\sqrt{N}$ .

Сравнивая аналоговые обнаружители с цифровыми, необходимо помнить, что если бы элементы аналоговой аппаратуры являлись идеальными, то оптимальный аналоговый обнаружитель был бы всегда эффективнее цифрового. Если же сравнивать реальные обнаружители, то цифровой обнаружитель, как правило, будет эффективнее аналогового в силу преимуществ обработки, о которых упоминалось ранее.

### 2.3. Когерентная цифровая обработка

По мере совершенствования цифровой техники появилась возможность осуществлять цифровым способом когерентную обработку радиолокационных сигналов и в частности согласованную фильтрацию. Обычно, чтобы снизить требования к быстродействию цифровых вычислений, цифровую обработку стараются проводить на пониженной частоте. Для этого используют схемы с двумя квадратурными каналами, в которой с помощью аналоговых умножителей и фильтров нижних частот (на практике используют схему балансных фазовых детекторов) осуществляется переход от промежуточной (или высокой) частоты  $f_0$  к видеочастоте. Квадратурные составляющие  $\text{Re}\tilde{s}(t)$  и  $\text{Im}\tilde{s}(t)$ , где  $\tilde{s}(t)$  - комплексная огибающая наблюдаемого процесса  $s(t)$ , содержат всю необходимую информацию о сигнале. Эти составляющие

преобразуются в АЦП и поступают в цифровой процессор. Алгоритм его функционирования может быть найден методом синтеза по аналоговому прототипу.

При оптимальной аналоговой обработке квадратурных составляющих находится модуль  $|\tilde{Z}|$  комплексной статистики:

$$\tilde{Z} = \int_0^T \tilde{s}(t) \cdot r^*(t) \cdot dt \quad (8)$$

Учитывая представление комплексных функций

$$\tilde{s}(t) = \operatorname{Re} \tilde{s}(t) + j \cdot \operatorname{Im} \tilde{s}(t); \quad r^*(t) = \operatorname{Re} r(t) + j \cdot \operatorname{Im} r(t)$$

видим, что интеграл (8) распадается на сумму из 4-х интегралов, а после дискретизации по времени интегралы перейдут в суммы

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} Z &= 0,5 \sum_i \operatorname{Re} \tilde{s}(t_i) \cdot \operatorname{Re} r^*(t_i) - 0,5 \sum_i \operatorname{Im} \tilde{s}(t_i) \cdot \operatorname{Im} r^*(t_i); \\ \operatorname{Im} Z &= 0,5 \sum_i \operatorname{Re} \tilde{s}(t_i) \cdot \operatorname{Im} r^*(t_i) + 0,5 \sum_i \operatorname{Im} \tilde{s}(t_i) \cdot \operatorname{Re} r^*(t_i). \end{aligned} \quad (9)$$

Суммы, входящие в (9) можно вычислить с помощью четырех цифровых корреляторов. Выходы корреляторов объединяются с учетом соотношений (9), после чего формируются

$$Z_0 = |\tilde{Z}| = \sqrt{(\operatorname{Re} \tilde{Z})^2 + (\operatorname{Im} \tilde{Z})^2}$$

Все эти операции над цифровыми данными и составляют алгоритм работы цифрового процессора.

Вычислительная процедура, реализуемая коррелятором, идентична цифровой фильтрации. Дискретным эквивалентом линейного аналогового фильтра, выходной сигнал которого определяется интегралом свертки

$$Z(T) = \int_0^T S(t) \cdot h(T-t) dt$$

является дискретный фильтр, формирующий весовую функцию

$$Z_k = \sum_{i=0}^k S_i \cdot h_{k-i}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (10)$$

Здесь  $S_i = (i\Delta t)$ ,  $i=0,1,2,\dots$ , - дискретный сигнал на входе дискретного фильтра;  $h_{k-i}$  - весовые коэффициенты, определяющие импульсную характеристику дискретного фильтра;  $N$ -объем выборки.

Если алгоритм (10) реализуется цифровым устройством (при этом  $S_i$  и  $h_{k-i}$  представляют собой соответствующие двоичные коды с конечным числом разрядов  $m$ ), то дискретный фильтр является цифровым фильтром.

Для реализации ЦФ, как следует из (10), необходимы устройства, выполняющие три операции над числами: сложение, умножение, запоминание.

Алгоритм (10) описывает фильтрацию во временной области, но можно ее проводить и в частотной области. Для этого необходимо воспользоваться дискретным прямым и обратным преобразованиями Фурье.

#### **2.4. Оптимизация в условиях априорной неопределенности**

В задачах, решаемых радиолокацией, априорные сведения о статистических свойствах сигналов и помех нередко частично или полностью отсутствуют. В связи с этим возникает проблема оптимизации алгоритмов обнаружения и оценивания в условиях априорной неопределенности.

В зависимости от полноты априорных сведений рассматривают различные виды априорной неопределенности: параметрические, непараметрические и параметрико-непараметрические модели.

При параметрической априорной неопределенности предполагается, что вид распределений вероятностей сигнала и помехи и, следовательно, распределений вероятностей наблюдаемого процесса при наличии сигнала и его отсутствии известен, однако некоторые параметры распределений неизвестны. Число неизвестных параметров предполагается конечным. На практике неизвестными могут быть, например, мощность, постоянная составляющая, интервал корреляции и другие параметры сигналов и помех.

Если неопределенность не сводится к конечному числу неизвестных параметров, то имеет место непараметрическая априорная неопределенность.

В этом случае функциональный вид распределений условных плотностей вероятностей  $p(Y/\nu=1)$  и  $p(Y/\nu=0)$  неизвестен и можно использовать лишь небольшой объем априорной информации: симметрия распределений, независимость выборочных значений и некоторые другие. Чем меньше априорных сведений о сигнале и помехе, тем меньше возможностей для оптимизации процедуры обнаружения, эффективность обнаружения снижается. Поэтому целесообразно максимально использовать всю имеющуюся априорную информацию. С этой целью вводятся параметрико-непараметрические модели априорной неопределенности, в которых для задания класса возможных распределений вероятностей используются известные и неизвестные распределения, параметрическое и непараметрическое описание.

Примером такой модели может служить класс  $\varepsilon$ -загрязненных распределений

$$W_1(w_0, \varepsilon) = \{w(y) : w(y) = (1 - \varepsilon)w_0(y) + \varepsilon w_1(y)\},$$

где  $w_0(y)$  - известное, а  $w_1(y)$  - неизвестное распределения плотности вероятностей,  $\varepsilon$  - известное число:  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ .

В качестве  $w_0(y)$  обычно используется нормальное (гауссовское) распределение. Параметр  $\varepsilon$  характеризует степень "загрязнения" гауссовского распределения, определяя вероятность аномальных выбросов в наблюдаемом процессе. При  $\varepsilon=0$  класс состоит из известного распределения  $w_0(y)$ . При  $\varepsilon=1$

класс содержит плотности распределения, о которых какие-либо априорные сведения отсутствуют.

### **2.5. Робастные и адаптивно-робастные методы оценивания параметров сигнала**

Робастные методы позволяют синтезировать алгоритмы, близкие по эффективности к оптимальным для выбранных моделей сигналов и помех и мало ее снижающие при отклонении распределений наблюдений от исходных моделей в заданных, как правило, в небольших пределах. Обычно под робастными понимают методы синтеза, занимающие промежуточное положение между параметрическими и непараметрическими: они не требуют большого объема информации, в котором нуждаются параметрические методы, и в то же время, используют большую априорную информацию, чем непараметрические методы. В результате робастные алгоритмы оказываются эффективнее непараметрических, однако это достигается путем сужения класса возможных распределений, в котором сохраняется устойчивость алгоритмов. Рассмотрим подробнее робастный метод оценивания:

Пусть стоит задача оценивания параметров сдвига  $\Theta_0$  по результатам наблюдения  $y_1, y_2, \dots, y_n$  вида  $y_i = \Theta_0 + \xi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $\xi_i$  - независимые отсчеты помехи с плотностью распределения вероятностей  $p(\xi)$ . Считается, что помеха является нормальным случайным процессом с нулевым средним, то есть распределение плотностей вероятностей имеет вид

$$p_2(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right)$$

Оценкой, оптимальной по критерию минимума среднеквадратического отклонения  $M\left[\left(\hat{\Theta}_n - \Theta_0\right)^2\right]$ , является выборочное среднее

$$\hat{\Theta}_n = \frac{1}{n} \sum_i Y_i \quad (11)$$

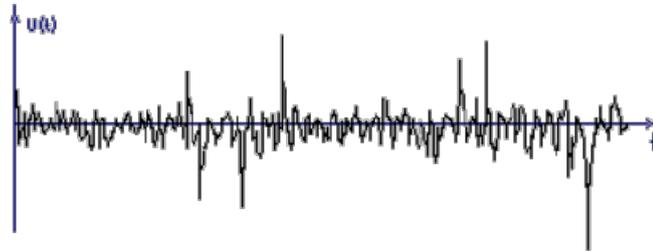
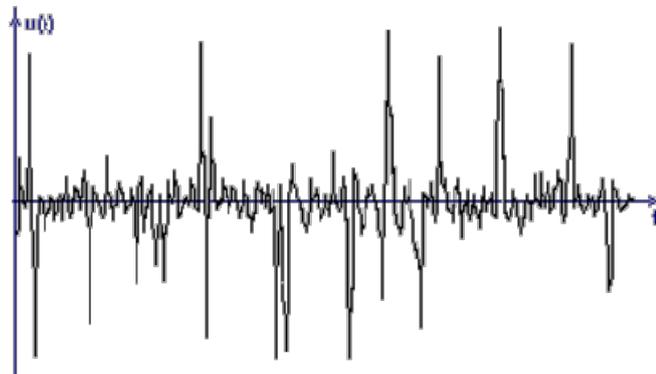
(Здесь  $\hat{\Theta}_n$  - оценка, полученная по  $n$  измерениям  $Y_i$ )

Однако выборочное среднее весьма чувствительно к отклонениям от условий его оптимальности, например, наличию среди измерений  $y_1, y_2, \dots, y_n$  некоторой доли наблюдений с большими выбросами (ошибками).

Пусть, например, с вероятностью  $(1 - \varepsilon)$  помеха в рассматриваемой задаче имеет гауссовское распределение с дисперсией  $\sigma^2$ , а с вероятностью  $\varepsilon$  гауссовское распределение с дисперсией  $\sigma_1^2$ , причем  $\sigma_1^2 > \sigma^2$ . Тогда распределение плотности вероятностей такой помехи будет иметь вид

$$p(\xi) = \frac{1 - \varepsilon}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_1^2}\right),$$

что соответствует последовательности случайных величин с выбросами, появляющимися с вероятностью  $\varepsilon$ . На рис.1-3 представлены реализации помехи (250 выборок) с таким распределением при различных значениях  $\varepsilon$ :  $k = \sigma_1/\sigma$ .

Рис. 1 ( $\varepsilon=0$ )Рис. 2 ( $\varepsilon=0.05$ ;  $k=10$ )Рис. 3 ( $\varepsilon=0.1$ ;  $k=10$ )

При  $\varepsilon = 0$  имеем реализацию гауссовской помехи.

Среднеквадратическое отклонение выборочного среднего будет равно

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{(1-\varepsilon)^2 \sigma^2 + \varepsilon^2 \sigma_1^2}{n}}$$

Отсюда следует, что с ростом  $\sigma_1^2$ , т.е. с увеличением мощности выбросов, среднеквадратическая ошибка  $\sigma_n$  неограниченно возрастает. Вообще говоря, любые оценки, полученные с помощью метода наименьших квадратов, весьма чувствительны к наличию выбросов среди обрабатываемых данных.

Робастные методы оценивания позволяют создать такие алгоритмы, которые были бы слабо чувствительны к изменениям статистических свойств помехи в некоторых пределах, например, к изменению вида распределения плотности вероятности помехи.

При этом в качестве исходных данных используется не конкретный закон распределения плотности вероятностей, а некоторый класс функций, к которому принадлежит точно неизвестное распределение плотности вероятностей помехи. Примером такой модели является, уже упомянутый,

класс  $\varepsilon$ -загрязненных гауссовских распределений, включающих в себя все распределения плотностей вероятностей вида

$$p(\xi) = \frac{1 - \varepsilon}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) + \varepsilon \cdot q(\xi),$$

где  $q(\xi)$  - произвольное симметричное распределение плотности вероятностей с нулевым средним.

Оказывается, что при таких предположениях можно построить такую оценку, которая несущественно проигрывает бы в эффективности оценки, оптимальной для гауссовской помехи и сохраняла бы свои свойства (точность оценивания) и при других распределениях плотности вероятностей из заданного класса. Поэтому робастные оценки - это оценки, оптимальные на классе распределений. В отличие от обычных оценок, оптимальных для конкретного вида распределения плотностей вероятностей помехи, робастные оценки обеспечивают некоторые оптимальные свойства для заданного класса распределений плотностей вероятностей.

При этом желательная устойчивость точностных характеристик, разумеется, будет зависеть от удачного выбора такого класса.

### 3. Экспериментальная часть

В экспериментальной части работы выполняется моделирование робастных алгоритмов оценивания амплитуды принимаемого сигнала на ПЭВМ.

#### 3.1. Модель приемника

Функциональная схема модели радиолокационного приемника приведена на рис. 4.

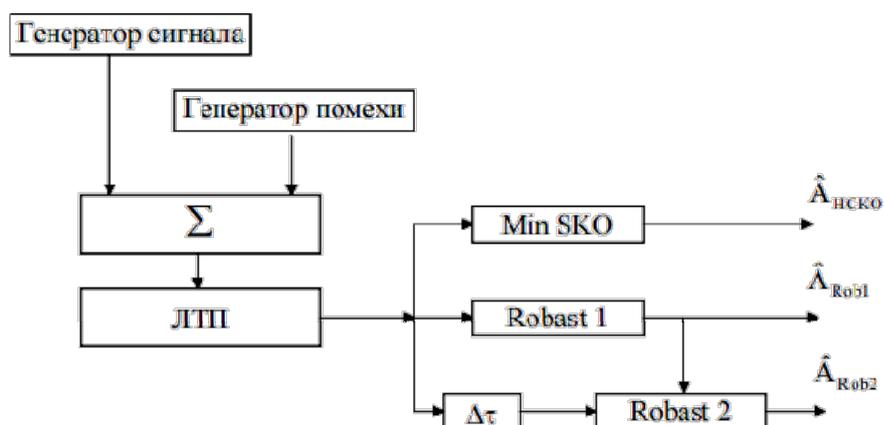


Рис. 4. Функциональная схема модели радиолокационного приемника

При моделировании следует принять, что приемное устройство входит в состав импульсной РЛС. Огибающая радиопульса - прямоугольная, в импульсе содержится 10000 периодов несущего колебания.

Цифровую модель приемника можно условно разделить на следующие функциональные блоки :

- генератор сигнала;
- генератор помехи ;
- суммирующее устройство;
- формирующий фильтр (ЛТП);
- вычислители оценок амплитуды сигнала.

**Генератор сигнала** позволяет получить выборки из зондирующего сигнала. Сигнал может быть дискретизирован с произвольной частотой, но менее, чем требует того теорема отсчетов (теорема Котельникова).

Частота дискретизации процесса выбирается из удобства наблюдения процесса моделирования на дисплее ПЭВМ.

**Генератор помехи** позволяет сформировать помеху в виде нормального случайного процесса с нулевым средним и произвольной дисперсией, а также  $\varepsilon$  - загрязненную, случайную гауссовую помеху. Уровень загрязнения, отношение дисперсий для случайной гауссовой помехи и  $\varepsilon$  - загрязнения могут выбираться в процессе моделирования.

Для генерирования шума применяется датчик равномерно распределенных случайных чисел, далее используется стандартная программа, выполняющая формирование нормального белого шума.

$\varepsilon$  - загрязненная плотность вероятностей формируется в виде

$$p(\xi) = (1 - \varepsilon)p_{осн}(\xi) + \varepsilon \cdot p_1(\xi),$$

где  $p_{осн}(\xi)$  - “основная” плотность распределения вероятностей,

$p_1(\xi)$  - загрязняющее распределение плотности вероятностей.

Для получения случайной величины с таким распределением, помимо генераторов шума с  $p_{осн}(\xi)$  и  $p_1(\xi)$ , используется датчик случайных чисел, равномерно распределенных на интервале  $[0,1]$ . Значение этой величины выполняет роль переключателя: при попадании в интервал  $[0,\varepsilon]$  генерируется случайная величина с плотностью вероятностей  $p_1(\xi)$ , а при попадании в интервал  $[\varepsilon, 1]$  генерируется помеха с основной плотностью распределения вероятностей .

Выборки помехи генерируются синхронно с соответствующими выборками сигнала.

**Формирующий фильтр** моделирует линейный тракт приемника в виде линейного полосового фильтра ( $f = f_0, \Delta f \approx 1,37/\tau_0$ ). Применен моделирующий алгоритм вида:  $\xi[i] = a_0 \cdot x[i] + a_1 \cdot x[i-1] + b_1 \cdot \xi[i-1] + b_2 \cdot \xi[i-2]$  (См. Лаб. работу №1).

Вычислительные устройства вычисляют оценки амплитуды сигнала. Для оценки амплитуды сигнала используется три алгоритма:

- алгоритм вычисляющий выборочное среднее в соответствии с критерием НСКО :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin \omega \cdot t_i (y_i - \hat{A}_{Гauss} \cdot \sin \omega \cdot t_i), \text{ обозначенный как } \min SKO;$$

- робастный алгоритм:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin \omega \cdot t_i \cdot \Psi_0 \cdot (y_i - \hat{A}_{роб} \cdot \sin \omega \cdot t_i),$$

предполагается использование “линейного” ограничителя с уровнями ограничения  $\pm \sigma$  “основного” распределения помехи. Этот алгоритм обозначен - Robast - 1;

- следящий робастный алгоритм Robast -2, отличающийся от первого тем, что для определения диапазона ограничения минимальных и максимальных значений в текущий момент времени  $t_i$  используется результат оценки амплитуды сигнала в предыдущий момент времени.

Усреднение во всех трех алгоритмах выполняется по выборке из десяти выборочных значений сигнала.

Блок-схема алгоритма моделирования представлена на рис.5.

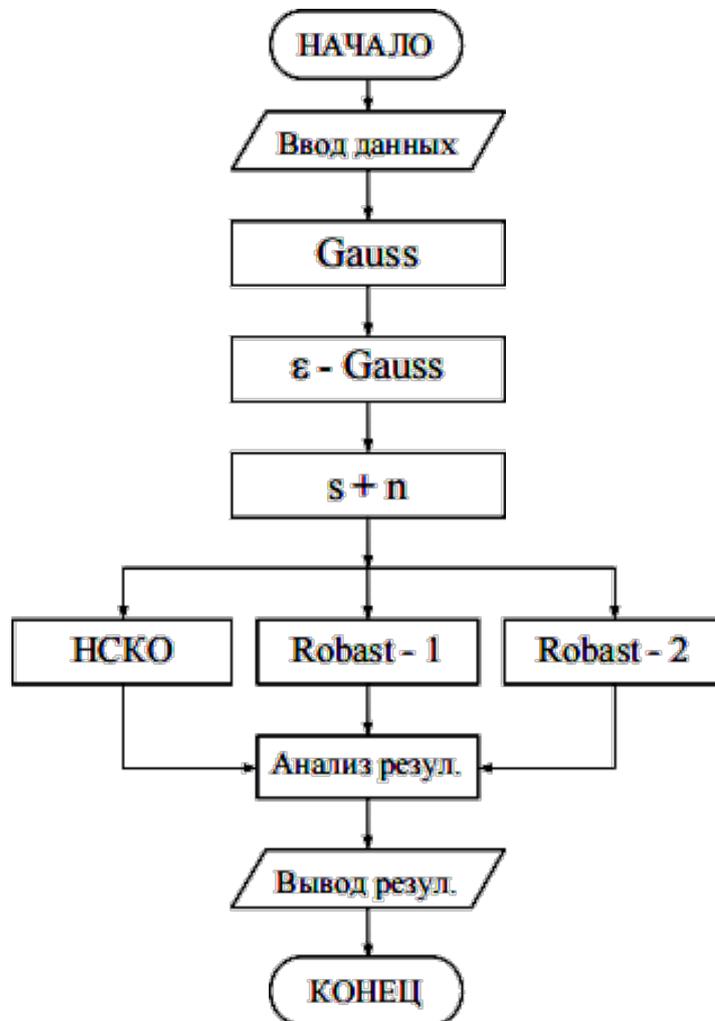


Рис. 5. Блок-схема алгоритма моделирования

### 3.2. Задание к экспериментальной части работы

Каждая бригада, состоящая из 2-3 студентов, получает у преподавателя индивидуальное задание по данной работе.

Программа позволяет моделировать алгоритм оценки амплитуды принимаемого сигнала при различных значениях:

- дисперсии основного шума;
- дисперсии  $\varepsilon$  - загрязняющего шума;
- степени загрязнения;
- частоты дискретизации принимаемого сигнала (“масштабного коэффициента”).

Предусмотрена возможность:

- изменения объема используемой выборки;
- изменения вида функции  $\Psi_0$ .

### 3.3. Содержание отчета

Отчет о работе должен содержать:

- задание;
- структурную схему машинного эксперимента;
- уравнения, определяющие исследуемые оценки;
- график функции  $\Psi_0(x)$ , используемой в робастном алгоритме;
- графики зависимостей среднеквадратических отклонений  $(\sigma_{\hat{A}_{НСКО}}, \sigma_{\hat{A}_{Robast}})$  от объема выборки при фиксированных значениях уровней загрязнения;
- графики зависимостей (или гистограммы)  $\sigma_{\hat{A}_{НСКО}}$  и  $\sigma_{\hat{A}_{Robast}}$  от отношения среднеквадратических отклонений шума и  $\varepsilon$  - загрязнения при фиксированных значениях объема выборки;
- выводы.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Расскажите о месте и роли цифровой обработки в радиоприемных устройствах РЛС.
2. Как выполняется сопряжение аналоговой части РПУ с цифровыми блоками?
3. Поясните принципы когерентной и некогерентной обработки сигналов в приемниках РЛС.
4. Какие методы оптимизации алгоритмов обнаружения Вы знаете?
5. В чем преимущества робастных алгоритмов оценивания параметров сигналов?
6. Какими свойствами обладают робастные алгоритмы оценивания параметров сигналов?

## Литература

1. Бакулев П.А., Сосновский А.А. Радиолокационные и радионавигационные системы / Учебное пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1994, с. 104-132.
2. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации / Учебное пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1992, с. 104-120.
3. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. - М.: Радио и связь, 1986, с. 28-52.
4. Радиоприемные устройства / Под ред. А.П. Жуковского, -М.: Высшая школа, 1989.
5. Акимов П.С., Сенин А.И., Соленов В.И. Сигналы и их обработка в информационных системах. / Учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1994.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Лабораторная работа №1</b>	<b>3</b>
«Исследование многоканального корреляционного приемника»	
<b>Лабораторная работа № 2</b>	<b>21</b>
«Исследование помехоустойчивости различных видов дискретных сигналов»	
<b>Лабораторная работа № 3</b>	<b>36</b>
«Исследование свойств робастных алгоритмов оценивания параметров сигнала»	