

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра аэродинамики, конструкций и прочности
летательных аппаратов

М.С. Кубланов

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебно-методическое пособие

по изучению дисциплины,
выполнению лабораторных работ и домашних заданий

*для студентов III курса
направления 25.05.05
очной формы обучения*

Москва
ИД Академии Жуковского
2021

УДК 519.2
ББК 518
К88

Рецензент:

Киселев М.А. – д-р техн. наук, профессор

Кубланов М.С.

К88 Планирование экспериментов и обработка результатов измерений [Текст] : учебно-методическое пособие по изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и домашних заданий / М.С. Кубланов. – М.: ИД Академии Жуковского, 2021. – 28 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Планирование экспериментов и обработка результатов измерений» по учебному плану для студентов III курса направления 25.05.05 очной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 20.01.2021 г. и методического совета 26.01.2021 г.

УДК 519.2
ББК 518

В авторской редакции

Подписано в печать 24.05.2021 г.

Формат 60x84/16 Печ. л. 1,75 Усл. печ. л. 1,63

Заказ № 736/0330-УМП05 Тираж 40 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского

125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А

Тел.: (495) 973-45-68

E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический
университет гражданской авиации, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

	с.
1. УЧЕБНЫЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ.....	4
2.1. Предмет дисциплины.....	4
2.2. Цель и задачи дисциплины.....	4
2.3. Перечень базовых (формирующих) дисциплин.....	6
2.4. Перечень формируемых дисциплин.....	6
3. ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА ИНФОРМАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.	6
4. ЭЛЕКТРОННЫЙ АДРЕС КАФЕДРЫ ДЛЯ КОНСУЛЬТАЦИЙ.....	6
5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	7
6. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ.....	8
7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ.....	15
7.1 Лабораторная работа № 1.....	16
7.2. Лабораторная работа № 2.....	19
7.3. Лабораторная работа № 3.....	21
8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	21
9. ВАРИАНТЫ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ.....	25
10. ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ ЛАПЛАСА.....	26

1. УЧЕБНЫЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Курс <u> III </u> , Форма обучения <u> </u> <u>очная</u> <u> </u> .	
Общий объем учебных часов на дисциплину	<u>108</u> час.
Семестр	<u>5</u> сем.
Объем аудиторной нагрузки	<u>38</u> час.
Лекции	<u>22</u> час.
Практические занятия	<u>4</u> час.
Лабораторные работы	<u>12</u> час.
Экзамен	<u>5</u> сем.
Объем самостоятельной работы студента	<u>70</u> час.

2. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

2.1. Предмет дисциплины

До середины XX века при решении прикладных задач приходилось (и это было допустимо) ограничиваться известными классическими примерами, допускающими простейшее, аналитическое представление с однозначным решением. Сегодняшний уровень развития техники требует более точного, более глубокого анализа, как реальности, так и создаваемых человеком систем. Широкая компьютеризация предоставляет такую возможность, однако, процедура получения качественных, достоверных результатов оказывается не столь испытанной, не столь очевидной и простой, как в случае однозначного аналитического решения. Потребовалось объединение усилий прикладников и математиков с двоякой целью: с одной стороны, грамотно описать изучаемое явление и постановку задачи исследований, а с другой стороны, обеспечить достоверность результатов на основе строгости математических методов. Возникла необходимость резко расширить круг инженерных и научных работников, обладающих серьезной математической подготовкой и достаточно высоким уровнем математической культуры. Для этого и предназначен данный курс.

2.2. Цель и задачи дисциплины

2.2.1. Цель преподавания дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов знаний прикладных методов математической статистики и о возможностях обработки многопараметрической информации о процессах и системах в гражданской авиации, что необходимо для подготовки авиационных специалистов, способных формулировать, составлять задания и решать проблемы гражданской авиации.

2.2.2. Задачи изучения дисциплины

Основной задачей изучения дисциплины является формирование базовых математически строгих представлений о возможностях статистического анализа, что необходимо для решения производственных, эксплуатационных и

исследовательских задач гражданской авиации, а также для расширения профессиональных умений по мере развития научно-технического прогресса.

Процесс изучения дисциплины "Планирование экспериментов и обработка результатов измерений" направлен на формирование у студентов следующих общекультурных (ОК) и профессиональных (ПК) компетенций производственно-технологической деятельности:

способностью к восприятию, анализу, критическому осмыслению, систематизации и синтезу информации, полученной из разных источников, прогнозированию, постановке целей и выбору путей их достижения (ОК-6);

способностью самостоятельно или в составе группы вести научный поиск, реализуя специальные средства и методы получения нового знания (ПК-13);

умением использовать основные приемы обработки экспериментальных данных при решении профессиональных задач (ПК-25).

В результате изучения дисциплины "Планирование экспериментов и обработка результатов измерений" студент должен:

- по компетенции ОК-6:

• **знать:**

- основные понятия теории моделирования; ОК-6.1.6

• **уметь:**

- делать выводы по результатам статистического анализа экспериментальных данных; ОК-6.2.6

- по компетенции ПК-13:

• **знать:**

- основные понятия математической статистики; ПК-13.1.2

• **уметь:**

- проводить дисперсионный анализ; ПК-13.2.2;

- проводить регрессионный анализ; ПК-13.2.3;

- определять необходимый объем эксперимента; ПК-13.2.4;

• **владеть**

- навыками использования основ и особенностей математического моделирования больших систем; ПК-13.3.3

- навыками использования прикладных возможностей методов статистического анализа; ПК-13.3.4;

- по компетенции ПК-25:

• **знать:**

- основные понятия теории эксперимента; ПК-25.1.2;

• **уметь:**

- составлять простейшие планы эксперимента для дисперсионного и регрессионного анализа; ПК-25.2.2;

- делать выводы по результатам статистического анализа экспериментальных данных; ПК-25.2.3;

• **владеть**

- навыками использования основ статистического контроля качества; ПК-25.3.2;

– навыками использования принципов и методов планирования эксперимента; ПК-25.3.3.

2.3. Перечень базовых (формирующих) дисциплин

Требования к входным знаниям студента, необходимым для изучения дисциплины:

- по дисциплине философия – знать роль науки в развитии цивилизации, соотношение науки и техники, объективной реальности и субъективного восприятия;
- по дисциплине математика – знать и уметь применять методы линейной алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики;
- по дисциплине физика – знать фундаментальные физические законы, описывающие процессы и явления в природе и понимать их место;
- по дисциплине метрология, стандартизация и сертификация – знать международную систему единиц физических величин, физические основы и методы измерений, методы оценки погрешностей измерения;
- по дисциплине механика – знать основные понятия и модели.

2.4. Перечень формируемых дисциплин

Дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей:

- технологические процессы технического обслуживания ЛА;
- конструкция и прочность воздушных судов;
- конструкция и прочность авиационных двигателей;
- основы теории технической эксплуатации ЛА;
- исследование операций и системный анализ;
- дисциплины магистерской подготовки.

3. ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА ИНФОРМАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

База электронной информотеки МГТУ ГА – электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК), а также сайт кафедры АКПЛА akpla.ucoz.com – содержит всю информацию, необходимую для изучения дисциплины:

- учебное пособие;
- слайды для лекционного материала;
- учебно-методическое пособие по изучению дисциплины.

4. ЭЛЕКТРОННЫЙ АДРЕС КАФЕДРЫ ДЛЯ КОНСУЛЬТАЦИЙ

akpla-study@yandex.ru

5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

	А в т о р	Наименование, издательство, год издания
1	2	3
Основная литература:		
1	Кубланов М.С.	Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов. Часть I. Издание четвертое: учебное пособие. – М.: МГТУ ГА, 2013. – 108 с.
2	Кубланов М.С.	Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов. Часть II. Издание четвертое: учебное пособие. – М.: МГТУ ГА, 2013. – 124 с.
Учебно-методическая литература:		
3	Кубланов М.С.	Планирование экспериментов и обработка результатов измерений: Пособие по изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и домашних заданий для студентов III курса направления 25.05.05 очного обучения. – М.: МГТУ ГА, 2021. – 28 с.
Дополнительная литература		
4	Савченко А.А.	Введение в математическую статистику с применением в гражданской авиации. – Киев: МИИГА, 1975 – 132 с.
5	Савченко А.А.	Многомерный статистический анализ для инженеров гражданской авиации. – М.: МИИГА, 1976. – 112 с
6	Вентцель Е.С.	Теория вероятностей. – М.: Наука, 1964. – 576 с.
7	Пустьильник Е.И.	Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 288 с.
8	Хальд А.	Математическая статистика с техническими приложениями. – М.: Иностранная литература, 1956. – 664 с.
9	Шторм Р.	Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. – М.: Мир, 1970. – 368 с.
10	Корн Г., Корн Т.	Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1973. – 832 с.
11	Налимов В.В.	Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 208 с.
12	Барзилович Е.Ю.	Оптимально управляемые случайные процессы и их приложения (теоретические основы эксплуатации авиационных систем по состоянию). – Егорьевск: ЕАТК ГА, 1996. – 299 с.

6. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Прикладные возможности первичной обработки информации

Тема 1.1. Введение

Реальность, познанное, абстракции, модель. Множественность моделей. "Хорошо" и "плохо" организованные системы. Законы и закономерности. Цели научных и инженерных исследований. Планирование, моделирование, обработка информации.

Математическая статистика – аппарат сбора и обработки информации. Проблемы сбора и обработки информации. Пример зависимости результата от способа отбора. Отбор информации важен, но не объективен. Виды отбора информации.

Методические указания к изучению темы

Литература: [1] введение, [2] § 5.1 5.2.

Центральные вопросы темы: Соотношение познанного и реальности. "Хорошо" и "плохо" организованные системы. Факторы и уровни факторов. Проблемы сбора и обработки информации. Виды отбора информации.

Контрольные вопросы:

- 1.1. Почему результаты наблюдения нельзя считать истиной?
- 1.2. Особенности "хорошо организованных систем".
- 1.3. Особенности "плохо организованных систем".
- 1.4. Различие законов и закономерностей.
- 1.5. Цель научных исследований.
- 1.6. Цель инженерных исследований.
- 1.7. Факторы и уровни факторов.
- 2.1. Основные проблемы сбора и обработки информации.
- 2.2. Что такое естественный отбор?
- 2.3. Что такое искусственный отбор?
- 2.4. Что такое пристрастный отбор?
- 2.5. Что такое случайный отбор?
- 2.6. Что такое типический отбор?
- 2.7. Что такое репрезентативный отбор?
- 2.8. Что такое расслоенный отбор?

Тема 1.2. Терминология теории вероятностей и математической статистики

Основные термины теории вероятностей и математической статистики. Числовые характеристики случайных величин. Система обозначений.

Классическое и статистическое определения вероятности. Понятие о математической статистике. Выборка и генеральная совокупность. Последовательность применения методов математической статистики.

Первичная обработка информации. Статистический анализ. Цель статистического анализа.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.1, 5.3

Центральные вопросы темы: Классическое определение вероятности. Закон распределения случайной величины. Статистическое определение вероятности. Выборка и генеральная совокупность. Содержание первичной обработки информации и статистического анализа.

Контрольные вопросы:

- 3.1. Понятие события.
- 3.2. Невозможное и достоверное событие.
- 3.3. Классическое определение вероятности.
- 3.4. Случайная величина.
- 3.5. Закон распределения случайной величины.
- 3.6. Интегральная и дифференциальная функции распределения вероятностей, их свойства.
- 3.7. Понятие математического ожидания.
- 3.8. Понятие дисперсии и среднего квадратического отклонения.
- 3.9. Понятие медианы.
- 3.10. Понятие моды.
- 3.11. Понятие размаха.
- 3.13. Понятие ковариации и коэффициента корреляции.
- 4.1. Статистическое определение вероятности.
- 4.2. Выборка и генеральная совокупность.
- 4.3. Что входит в первичную обработку информации?
- 4.4. Что является целью первичной обработки информации?
- 4.5. Что входит в статистический анализ информации?
- 4.6. Что является целью статистического анализа информации?

Тема 1.3. Теория оценок

Обобщенное понятие точечных оценок. Метод моментов. Свойства точечных оценок. Метод наибольшего правдоподобия. Число степеней свободы. Фундаментальность нормального закона распределения. Выборочные функции. Таблица законов распределения выборочных функций случайных величин.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.3, 5.4, 5.5, 5.8

Центральные вопросы темы: Понятие точечных оценок. Свойства точечных оценок. Методы вычисления точечных оценок. Нормальный закон распределения. Понятие выборочных функций.

Контрольные вопросы:

- 5.1. Обобщенное понятие точечных оценок.
- 5.2. Что и как определяет точечная оценка?

- 5.3. Как проводится точечная оценка?
- 5.4. Какие точечные оценки необходимы для анализа случайной величины?
- 5.5. Какие характеристики случайных величин можно получить с помощью точечных оценок?
- 5.6. Что такое свойство несмещенности точечной оценки?
- 5.7. Что такое свойство состоятельности точечной оценки?
- 5.8. Что такое свойство эффективности точечной оценки?
- 5.9. Основная идея метода моментов.
- 5.10. Основной недостаток метода моментов.
- 5.11. Основное достоинство метода моментов.
- 5.12. Какое свойство точечных оценок обеспечивает метода моментов?
- 5.13. Основная идея метода наибольшего правдоподобия.
- 5.14. Основной недостаток метода наибольшего правдоподобия.
- 5.15. Что такое функция наибольшего правдоподобия?
- 5.16. Что такое робастность?
- 5.17. Что характеризует число степеней свободы?
- 6.1. В чем проявляется фундаментальность нормального закона распределения?
- 6.2. Что описывает нормальный закон распределения?
- 6.3. Что такое выборочные функции?
- 6.4. Для чего строятся выборочные функции.
- 6.5. Основная цель использования выборочных функций.

Тема 1.4. Проверка статистических гипотез

Понятие об интервальных оценках – доверительных интервалах. Общий принцип построения доверительных интервалов. Применение доверительных интервалов для оценки точности информации и необходимого ее объема.

Регулирование качества технологических процессов на основе текущего контроля. Доверительные интервалы – основа метода контрольных карт. Распространенные виды контрольных карт. Методические указания к изучению темы

Необходимость и возможность проверки гипотез в статистическом анализе. Виды критериев. Параметрические критерии. Значение функции правдоподобия при проверке гипотез. 4 возможных исхода. Уровень значимости. 4 вида альтернативных гипотез и их графическая интерпретация. Алгоритм проверки статистических гипотез. Прием последовательного анализа. Критерий Вальда. Непараметрические критерии. Критерий знаков. Критерий К. Пирсона χ^2 .

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.5, 5.6, 5.8.

Центральные вопросы темы: Общий принцип построения доверительных интервалов. Статистические основы метода контрольных карт. Общий принцип проверки гипотез.

Контрольные вопросы:

- 7.1. Общее понятие доверительного интервала для точечных оценок.
- 7.2. Роль выборочных функций в построении доверительных интервалов.
- 7.3. Что необходимо знать для построения доверительного интервала?
- 7.4. Как доверительный интервал определяет точность оценки?
- 7.5. Связь доверительного интервала, точности и объема информации.
- 8.1. Что лежит в основе метода контрольных карт?
- 8.2. Что такое контрольная карта?
- 8.3. Какой контроль позволяют осуществлять контрольные карты?
- 9.1. Что может и чего не может сделать статистическая проверка гипотез?
- 9.2. Для чего служит проверка статистических гипотез?
- 9.3. Что такое параметрические критерии?
- 9.4. Для чего применяются параметрические критерии?
- 9.5. Что необходимо знать для проверки параметрического критерия?
- 9.6. Роль функции правдоподобия в проверке гипотез.
- 9.7. Что такое ошибка I рода?
- 9.8. Что такое ошибка II рода?
- 9.9. Какой вывод следует сделать, если выборочная оценка попадает в область малого правдоподобия?
- 9.10. Какой вывод следует сделать, если выборочная оценка попадает в область большого правдоподобия?
- 9.11. Понятие альтернативной гипотезы?
- 9.12. Виды альтернативных гипотез.
- 9.13. Что такое непараметрические критерии?
- 9.14. Что является основной задачей непараметрических критериев?
- 9.15. Смысловое содержание критерия согласия К. Пирсона.

Раздел 2. Прикладные возможности многофакторного статистического анализа

Тема 2.1. Корреляционный анализ

Объект исследования. Термины. Виды задач изучения многофакторных систем. Назначение статистического анализа. Задачи статистического анализа. Многовариантность элементов статистического анализа. Анализ ковариации для двух случайных величин. Соотношение зависимости и коррелированности. Коэффициент корреляции как оценка связи факторов. Корреляционная модель. Корреляционный анализ. Оценка тесноты связи факторов. Алгоритм корреляционного анализа.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.1, 6.2.

Центральные вопросы темы: Смысл среднеквадратического отклонения и коэффициента корреляции. Коэффициент корреляции как оценка связи факторов. Корреляционная модель.

Контрольные вопросы:

10.1. Основные вопросы, решаемые статистическим анализом.

- 10.2. Прикладной смысл среднего квадратического отклонения и коэффициента корреляции.
- 10.3. Ковариация как характеристика тенденции связи случайных величин.
- 10.4. Какой характер имеет соотношение коррелированности с зависимостью?
- 10.5. Основная задача корреляционного анализа.
- 10.6. Основная задача регрессионного анализа.
- 10.7. Основная задача конъюнктного анализа.
- 10.8. Основная задача дисперсионного анализа.
- 10.9. О чем свидетельствует близость нулю коэффициента корреляции?
- 10.10. О чем свидетельствует близость единице коэффициента корреляции?
- 10.11. Две оценки тесноты связи случайных величин.
- 10.12. Структура корреляционного отношения.

Тема 2.2. Дисперсионный анализ

Основная идея дисперсионного анализа (без упоминания конъюнктного анализа). Существенные предположения дисперсионного анализа. Однофакторный эксперимент. Разбиение дисперсионной суммы и дисперсии. Основное уравнение дисперсионного анализа. Критерий Р. Фишера. Пример. Многофакторные дисперсионные модели. Обеспечение предположений дисперсионного анализа. Алгоритм дисперсионного анализа.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.3.

Центральные вопросы темы: Разбиение дисперсии. Критерий Фишера.

Контрольные вопросы:

- 11.1. В чем заключается основная идея дисперсионного анализа?
- 11.2. Существенные предположения дисперсионного анализа.
- 11.3. На какие части можно разбить дисперсию результатов однофакторного эксперимента?
- 11.4. Что характеризует остаточная дисперсия?
- 11.5. Что характеризует межгрупповая дисперсия?
- 11.6. Какой вывод можно сделать из сравнения составляющих дисперсий?
- 11.7. Как проверяется условие независимости факторов?
- 11.8. Какой критерий лежит в основе оценки влияния исследуемого фактора?
- 11.9. Как обеспечивается близость распределения исследуемых факторов нормальному распределению?

Тема 2.3. Регрессионный анализ

Понятие о регрессионном анализе. Алгоритм регрессионного анализа. МНК. Полиномиальная регрессия. Пример регрессионного анализа. Замечания. Примеры решения реальных задач. Представление параметров в конъюнктном анализе.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.4, 6.5.

Центральные вопросы темы: Понятие регрессии. Необходимость учета физических свойств явления. Вид представления параметров в конфлюэнтном анализе.

Контрольные вопросы:

- 12.1. Что такое линия регрессии?
- 12.2. Из каких соображений выбирается вид линии регрессии?
- 12.3. Для чего нужна проверка гипотезы о равенстве нулю коэффициента корреляции?
- 12.4. Каким методом находятся параметры линии регрессии?
- 12.5. Частным случаем какого метода является метод наименьших квадратов?
- 12.6. Какой физический смысл имеет метод наименьших квадратов?
- 12.7. Что характеризуют частные дисперсии, исследуемые при построении линии регрессии?
- 13.1. Какие компоненты определяют связь факторов в конфлюэнтном анализе?
- 13.2. Каково математическое ожидание у стохастических компонент?

Раздел 3. Планирование эксперимента

Тема 3.1. Терминология планирования эксперимента

Сложные системы. Место эксперимента. Терминология теории эксперимента. Проблемы постановки эксперимента. Принципы планирования эксперимента. Цель планирования эксперимента. Пример выгоды планирования эксперимента.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.1, 7.2.

Центральные вопросы темы: Основные термины и понятия теории эксперимента. Принципы планирования экспериментов.

Контрольные вопросы:

- 14.1. Определение эксперимента.
- 14.2. Для чего предназначен эксперимент?
- 14.3. Определение опыта.
- 14.4. Что такое активный и пассивный эксперименты?
- 14.5. Определение плана эксперимента.
- 14.6. Какие факторы задаются в плане эксперимента?
- 14.7. Смысловое содержание дисперсионной модели.
- 14.8. Смысловое содержание регрессионной модели.
- 14.9. Что такое планирование эксперимента?
- 14.10. В чем состоит принцип отказа от полного перебора?
- 14.11. В чем состоит принцип последовательного планирования?
- 14.12. В чем состоит принцип сопоставления с шумом?
- 14.13. В чем состоит принцип рандомизации?
- 14.14. В чем состоит принцип оптимальности плана?
- 14.15. Цель планирования эксперимента.

Тема 3.2. Планирование объема плана

Рандомизация. Полный план, сбалансированный, блочный, латинские квадраты. Подходы к планированию объема эксперимента. Пример решения практической задачи.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.2, 7.3.

Центральные вопросы темы: Назначение плана эксперимента. Центральные вопросы темы: Простейшие и "качественные" приемы предварительного планирования объема эксперимента.

Контрольные вопросы:

- 15.1. Каким условиям должна удовлетворять информация, полученная в результате правильно спланированного эксперимента?
- 15.2. Как можно управлять эффективностью экспериментальных оценок?
- 15.3. Общий вид латинских квадратов.
- 15.4. Использование среднего квадратического отклонения для планирования объема эксперимента.
- 15.5. Использование доверительного интервала для планирования объема эксперимента.
- 15.6. Использование статистических критериев для планирования объема эксперимента.

Тема 3.3. Свойства плана

Пример плана однофакторного эксперимента для дисперсионного анализа. Выявление влияния фактора с помощью дисперсионного анализа. Пример неполноблочного сбалансированного плана двухфакторного четырехуровневого эксперимента.

Пример модели и планов трехфакторного четырехуровневого эксперимента. План трехфакторного двухуровневого эксперимента. Свойства плана: симметричность, нормированность, ортогональность, насыщенность. Насыщенность, ненасыщенность и сверхнасыщенность в связи с регрессионной моделью. Матрица Адамара.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.4, 7.5, 7.6.

Центральные вопросы темы: План линейного однофакторного эксперимента для дисперсионного анализа. Неполноблочный сбалансированный план линейного двухфакторного двухуровневого эксперимента. Свойства плана: полнота, насыщенность, симметричность, нормированность, ортогональность.

Контрольные вопросы:

- 16.1. Суть однофакторного эксперимента.
- 16.2. Типовая гипотеза однофакторного эксперимента.
- 16.3. Вид дисперсионной математической модели однофакторного эксперимента.
- 16.4. На какие составляющие разбивается дисперсия результатов однофакторного эксперимента?

- 16.5. Чем оценивается значимость исследуемого фактора?
- 16.6. Что такое полный факторный эксперимент?
- 16.7. Что такое полный план?
- 16.8. Суть двухфакторного эксперимента.
- 16.9. Типовая гипотеза двухфакторного эксперимента.
- 16.10. Вид дисперсионной математической модели двухфакторного эксперимента.
- 16.11. Понятие полных и неполных блоков плана.
- 16.12. Что такое сбалансированные блоки?
- 17.1. Типовая гипотеза трехфакторного эксперимента.
- 17.2. Вид дисперсионной математической модели трехфакторного эксперимента.
- 17.3. План линейного трехфакторного двухуровневого эксперимента.
- 17.4. Что такое симметричность плана?
- 17.5. Что такое условие нормировки плана?
- 17.6. Что такое ортогональность плана?
- 17.7. Что такое насыщенность плана?

Тема 3.4. Дробные планы

Построение полного плана. Правило. Расширение регрессионной модели в нелинейный вид. Свойства расширенного плана. Интерпретация расширенной нелинейной регрессии как линейной. Дробные планы. Способ построения ортогональных дробных планов.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.7.

Центральные вопросы темы: Способ построения полных планов. Дробные планы. Способ построения дробных планов.

Контрольные вопросы:

- 18.1. Что такое ненасыщенный и сверхнасыщенный планы?
- 18.2. Правило для построения полного плана.
- 18.3. Связь полноты плана с моделью.
- 18.4. Для чего служат дробные планы?
- 18.5. Каким условиям должен удовлетворять дробный план?
- 18.6. Правило для построения дробного плана.

7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторный практикум состоит из трех лабораторных работ, две из которых выполняются на компьютерах студентами в индивидуальном порядке.

Программное обеспечение работает в диалоге – внимательно следуйте подсказкам на экране. В случае появления непонятных сообщений следует немедленно обратиться к преподавателю, ведущему занятия.

Ввести число – означает набрать с клавиатуры число в предписанном формате и нажать клавишу "Enter" ("Ввод").

НАЖАТЬ КЛАВИШУ – означает только ОДНО это действие.

В режиме просмотра текста или результатов листание осуществляется клавишами "PgUp" и "PgDn" или "↑" и "↓". Для окончания просмотра следует нажать клавишу "F10" или "Esc".

Все результаты выполнения лабораторной работы высвечиваются на экране, а также записываются в файл "labrez.dat", который можно просмотреть после выхода из расчетной части работы. Продолжение расчетов после выхода невозможно, поэтому ВСЮ ПРОГРАММУ расчетов надо выполнить за один вход в расчетную часть.

7.1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Гладкая аппроксимация экспериментальной зависимости

Цель лабораторной работы: выбор наилучшей аппроксимации экспериментальной поляры самолета Ту-134А полиномами (многочленами) 2-й, 3-й и 4-й степени.

Теоретические основы

Аппроксимация функции – это приближенная замена заданной сложной функциональной зависимости более простой функцией: алгебраическим полиномом (многочленом), тригонометрическим полиномом, или какой-либо другой функцией, которую можно построить с помощью метода наименьших квадратов. Но в любом случае подбор подходящего класса (вида) функциональной зависимости осуществляется исходя из ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ аппроксимируемой зависимости.

Метод наименьших квадратов основан на отыскании таких значений параметров a функциональной зависимости $\varphi(x, a)$ заданного вида, которые минимизируют величину суммы квадратов отклонений вычисленных значений функции от соответствующих наблюдаемых значений:

$$\sum_{i=1}^N [y_i - \varphi(x_i, \mathbf{a})]^2 \rightarrow \min .$$

Поэтому все параметры a_j функции $\varphi(x, \mathbf{a})$ определяются из условия минимума функции нескольких аргументов, т.е. из системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^N [y_i - \varphi(x_i, \mathbf{a})] \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial a_j} = 0, \quad j = 0, 1, 2, \dots, m .$$

В важном частном случае полиномиальной аппроксимации (многочленами)

$$y = \varphi(x, \mathbf{a}) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m = \sum_{j=0}^m a_j x^j$$

в результате несложных преобразований получается "система нормальных уравнений метода наименьших квадратов":

$$\sum_{j=0}^m a_j \cdot \sum_{i=1}^N x_i^{j+k} = \sum_{i=1}^N y_i x_i^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m.$$

которая в развернутом виде выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \cdot N + a_1 \cdot \sum_{i=1}^N x_i + a_2 \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 + \dots + a_m \cdot \sum_{i=1}^N x_i^m = \sum_{i=1}^N y_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^N x_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^N x_i^3 + \dots + a_m \cdot \sum_{i=1}^N x_i^{m+1} = \sum_{i=1}^N y_i x_i \\ + a_0 \cdot \sum_{i=1}^N x_i^m + a_1 \cdot \sum_{i=1}^N x_i^{m+1} + a_2 \cdot \sum_{i=1}^N x_i^{m+2} + \dots + a_m \cdot \sum_{i=1}^N x_i^{2m} = \sum_{i=1}^N y_i x_i^m \end{array} \right.$$

Таким образом, задача аппроксимации, например, экспериментальной зависимости полиномом m -ой степени сводится к решению системы неоднородных линейных алгебраических уравнений с $m+1$ неизвестными коэффициентами полинома.

Полярой самолета называется графическое изображение взаимной зависимости коэффициента аэродинамической подъемной силы c_{ya} и коэффициента аэродинамического лобового сопротивления c_{xa} (рис. 1). Поляра характеризует летные качества самолета и имеет некоторые характерные свойства.

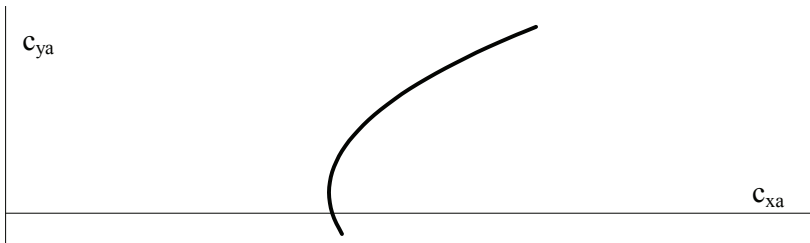


Рис. 1.

Во-первых, поляра – выпуклая кривая, т.е. у нее нет точек перегиба. Во-вторых, у нее есть точка минимального значения c_{xa} . Эту точку аэродинамики-экспериментаторы называют "носиком поляры".

Наличие минимального значения c_{xa} означает возможность использовать соответствующую ориентацию самолета относительно воздуха для того, чтобы производить полет на выгодном режиме с минимальным сопротивлением. Обычно такой режим близок к крейсерскому, совершаемому на большой высоте с большой скоростью V . Большая скорость полета соответствует большому значению числа Маха $M = \frac{V}{a}$, где a – скорость звука.

Однако основным условием полета самолета на любых режимах является уравновешивание веса подъемной силой Y_a , рассчитываемой в аэродинамике по следующей формуле:

$$mg = Y_a = c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S,$$

где mg – вес самолета, S – площадь крыла, ρ – плотность воздуха. Поэтому для того, чтобы летать на выгодных режимах с минимальным $c_{ха}$, необходимо иметь достаточное для выбранной скорости полета положительное значение c_{ya} . Так как крейсерский полет совершается на большой скорости, то "носик поляры" располагается при небольших, но обязательно положительных значениях коэффициента подъемной силы c_{ya} .

Экспериментальная поляра самолета получается продувками модели в аэродинамической трубе. В каждой продувке после вывода установки на режим заданного числа Маха замеры сил производятся на всех возможных углах атаки модели. В реальном полете далеко не весь этот диапазон может быть реализован. Так, например, при больших числах Маха (при большой скорости полета) нельзя реализовать большие значения коэффициента подъемной силы c_{ya} , так как возникающая при этом большая подъемная сила (больше веса) создает большую перегрузку, угрожающую разрушением конструкции самолета. При малых числах Маха невозможен полет на малых c_{ya} , так как недостаток подъемной силы приведет к падению самолета. Поэтому для расчетов используется лишь та часть полученного в экспериментах диапазона значений коэффициента подъемной силы c_{ya} , которая соответствует числу Маха.

Таким образом, аппроксимация экспериментальной поляры, призванная играть роль модели, **ДОЛЖНА ОБЛАДАТЬ ВСЕМИ НЕОБХОДИМЫМИ ХАРАКТЕРНЫМИ СВОЙСТВАМИ ПОЛЯРЫ ЛИШЬ В ТОЙ ЧАСТИ, ДЛЯ КОТОРОЙ ОНА СЛУЖИТ.**

Программное обеспечение

Лабораторная работа № 1 выполняется с помощью учебной программы, реализующей метод наименьших квадратов для отыскания коэффициентов аппроксимирующего полинома 2-й, 3-й и 4-й степеней по "экспериментальной" зависимости.

Порядок выполнения работы

1) С помощью программы получить результаты аппроксимации поляры самолета Ту-134А полиномами 2-й, 3-й и 4-й степени.

2) Проанализировать пригодность каждой из них с точки зрения физичности отображаемой зависимости, свойств аппроксимирующей зависимости и точности приближения. При этом обратить внимание на:

- диапазон эксплуатационных значений c_{ya} (оценивается по числу M и составляет не менее 6 точек из представленной таблицы – сверху, снизу или в середине);

- положение точек перегиба на аппроксимациях;
- положение точек экстремумов на аппроксимациях;
- положение экстремума на экспериментальной поляре;
- погрешности аппроксимации;
- простоту расчетов аппроксимирующего многочлена.

3) Оценить степень достоверности отдельных точек в экспериментальной зависимости (например, если для всех полиномов погрешность высока – более 5 % – и имеет один знак, то доверие к такой экспериментальной точке невелико, и на ее основе делать выводы не следует).

4) Определить наиболее приемлемую по совокупности качеств аппроксимацию и предложить аргументированное обоснование.

Форма отчетности: итоговая таблица аппроксимации НА ЭКРАНЕ ДИСПЛЕЯ и устные аргументированные выводы по результатам анализа.

7.2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Дисперсионный анализ результатов измерений

Цель лабораторной работы: проведение дисперсионного анализа результатов дефектоскопии размера трещины с целью выявления ее роста в течение срока эксплуатации.

Теоретические основы

После обнаружения трещины в некотором силовом элементе планера самолета проводятся плановая ее дефектоскопия после каждых 2 посадок. В данной лабораторной работе таких плановых работ проводится 9 ($k = 9$), характеризующих фактор времени. Каждый раз замеры трещины проводятся 5-кратно (все $N_i = n = 5$) для определения среднего значения. Результаты приводятся к начальному размеру трещины, т.е. фиксируются относительные значения размера трещины.

Для эксплуатации ЛА важно знать, растет ли со временем трещина. Если роста сверх допустимого размера нет, то эксплуатация безопасна. Если рост заметен, то при достижении трещиной определенного размера необходимо проводить ремонтные работы. Непосредственно по результатам замеров установить факт роста трещины на практике чрезвычайно трудно. Это объясняется значительной погрешностью приборов и слабой скоростью развития трещины. Поэтому необходимо проведение статистического анализа.

Дисперсия некоторого объема данных характеризует разброс, "размазанность" значений вокруг среднего. Поэтому выявление факта зависимости результатов такого однофакторного эксперимента от исследуемого фактора (числа посадок) осуществляется с помощью дисперсионного анализа. Для этого результаты замеров располагают в виде матрицы (y_{ij}) , где каждая строка соответствует определенному циклу замеров (после 2, после 4 и т.д. посадок), а номер позиции в строке соответствует порядковому номеру единичного замера из 5 в цикле.

По элементам этой матрицы рассчитываются частные дисперсии: МЕЖГРУППОВАЯ, отражающая разброс средних (по циклам замеров) экспериментальных данных между собой из-за **влияния исследуемого фактора:**

$$s_A^2 = \frac{n}{k-1} \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2,$$

и ОСТАТОЧНАЯ, отражающая разброс результатов единичных опытов вокруг средних по циклам экспериментальных данных каждого цикла, обусловленная **неконтролируемой погрешностью эксперимента**:

$$s_0^2 = \frac{1}{k(n-1)} \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (y_{ij} - \bar{y}_i)^2.$$

Оценку значимости исследуемого фактора (времени эксплуатации) получают с помощью **критерия Фишера**. Критерий Фишера для ТРЕХ вариантов соотношения двух дисперсий при заданном уровне значимости α дает статистическое заключение:

- ▶ если межгрупповая дисперсия **ЗНАЧИМО БОЛЬШЕ** остаточной:

$$\frac{s_A^2}{s_0^2} > F_{1-\alpha}[k-1, k(n-1)],$$

то влияние фактора существенно и его необходимо учитывать;

- ▶ если межгрупповая дисперсия **ЗНАЧИМО МЕНЬШЕ** остаточной:

$$\frac{s_0^2}{s_A^2} > F_{1-\alpha}[k(n-1), k-1],$$

то влияние фактора несущественно и им можно пренебречь;

- ▶ в остальных случаях, когда нельзя говорить о **ЗНАЧИМОМ** превосходстве одной из дисперсий над другой, влияние исследуемого фактора сравнимо с погрешностью эксперимента или влиянием неучтенных факторов, поэтому конкретный вывод невозможен. (В таком случае на практике рекомендуется увеличить объем эксперимента.)

ЗНАЧИМОЕ превосходство одной из дисперсий определяется с помощью таблицы критических значений распределения Фишера для **ОТНОШЕНИЯ БОЛЬШЕЙ ДИСПЕРСИИ К МЕНЬШЕЙ** при уровне значимости 0,01 и двух числах степеней свободы f_1 и f_2 . Для межгрупповой дисперсии число степеней свободы определяется величиной $(k-1)$, а для остаточной дисперсии – величиной $k \cdot (n-1)$. Сравните со знаменателями в вышеприведенных формулах, определяющих соответствующие дисперсии. Таким образом, о значимом превосходстве одной из дисперсий можно говорить, когда соответствующее их расчетное отношение превышает критическое, определенное по таблице распределения Фишера.

Таблица критических значений распределения Фишера

f_2 – число степеней свободы для меньшей дисперсии	f_1 – число степеней свободы для большей дисперсии	
	8	36
8	6,03	5,15
36	3,04	2,21

Программное обеспечение

Лабораторная работа № 2 выполняется с помощью имитатора результатов дефектоскопии. Он позволяет:

- симитировать данные замеров трещины;
- вычислить средние значения замеров в цикле дефектоскопии;
- вычислить межгрупповую и остаточную дисперсии;
- вычислить их отношения друг к другу.

Порядок выполнения работы

- 1) Получить с помощью расчетной части программы результаты замеров и их обработки.
- 2) Выявить бóльшую дисперсию и выписать в отчет соответствующее отношение дисперсий (большее 1).
- 3) Определить числа степеней свободы для каждой из полученных дисперсий.
- 4) По таблице, приведенной в описании лабораторной работы, найти критическое значение критерия Фишера.
- 5) Обосновать вывод о наличии или отсутствии роста трещины.

Форма отчетности: формулы для межгрупповой и остаточной дисперсий; числа степеней свободы межгрупповой и остаточной дисперсий; выражение критерия Фишера и числовые значения его частей; вывод о наличии или отсутствии роста трещины.

7.3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Собеседование по выполненной контрольной работе

Цель лабораторной работы: Собеседование по заранее выполненной и проверенной преподавателем контрольной работе и допуск к сдаче экзамена.

Отдельная отчетность не требуется.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

К задаче № 1. Требуется разработать контрольную карту средних значений контролируемого параметра \bar{x} , определяемых по данным $N = 5$ замеров, для текущего контроля качества технологического процесса. Нижнюю и верхнюю контрольные границы определить по значениям соответствующих уровней значимости (вероятностей ошибок I рода в нижнюю и верхнюю стороны): $\alpha^- = 0,11$ и $\alpha^+ = 0,105$. Номинальное значение контролируемого параметра составляет: $a = 0,0450$, а среднее квадратическое отклонение: $\sigma = 0,02$.

В основе разработки контрольных карт ([2] § 5.8) для \bar{x} лежат доверительные интервалы с опорной точкой в a и определяемые заданной доверительной вероятностью γ :

$$P\{a - \delta^- < \bar{x} < a + \delta^+\} = \gamma.$$

Преобразуем это выражение, вычтя из всех трех частей неравенства величину a и поделив полученное на σ/\sqrt{N} :

$$P\left\{-\frac{\delta^-}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\bar{x}-a}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\delta^+}{\sigma}\sqrt{N}\right\} = \gamma.$$

В нашем несимметричном случае, когда заданы вероятности ошибок в каждую сторону, следует строить доверительный интервал из двух неравных частей:

$$P\left\{-\frac{\delta^-}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\bar{x}-a}{\sigma}\sqrt{N} < 0\right\} = \gamma^- \text{ и } P\left\{0 < \frac{\bar{x}-a}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\delta^+}{\sigma}\sqrt{N}\right\} = \gamma^+,$$

где $\gamma^- + \gamma^+ = \gamma$. Вероятность ошибки I рода в нижнюю сторону представляет собой вероятность **непопадания** в левый доверительный полуинтервал $\alpha^- = 0,5 - \gamma^-$, откуда $\gamma^- = 0,5 - \alpha^- = 0,39$. Аналогично: $\gamma^+ = 0,5 - \alpha^+ = 0,395$.

Как известно ([2] § 5.4), выборочная функция $\frac{\bar{x}-a}{\sigma}\sqrt{N}$ распределена по нормированному нормальному закону, что позволяет для вычисления вышеуказанных вероятностей попадания в интервал использовать функцию Лапласа, таблица которой приведена в разделе 11. С помощью этой таблицы по известным значениям функции (вероятностям $\gamma^- = 0,39$ и $\gamma^+ = 0,395$) найдем значения аргумента:

$$u_{\gamma^-} = -u_{0,5-\alpha^-} = u_{0,39} = -\frac{\delta^-}{\sigma}\sqrt{N} = -1,23 \text{ и } u_{\gamma^+} = -u_{0,5-\alpha^+} = u_{0,395} = \frac{\delta^+}{\sigma}\sqrt{N} = 1,25.$$

Отсюда, вычисляя δ^- и δ^+ , определяем контрольные границы:

$$a - \delta^- = a - 1,23 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0,0450 - 0,0110 = 0,0340,$$

$$a + \delta^+ = a + 1,25 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0,0450 + 0,0112 = 0,0562.$$

Таким образом, средняя величина 5 замеров контролируемого параметра должен удовлетворять условию:

$$0,0340 < \bar{x} < 0,0562.$$

К задаче № 2. Требуется определить необходимый объем летных испытаний для решения вопроса о возможности эксплуатации самолета на аэродроме с располагаемой посадочной дистанцией $L_{в/д}$. Допускается погрешность до $\delta = 50$ м и вероятности: ошибочного отвергания возможности эксплуатации до $\alpha = 0,1$ % и ошибочного принятия – до $\beta = 0,01$ %. В качестве значения среднеквадратического отклонения величины единичной посадочной дистанции принять $\sigma = 50$ м.

I способ – с помощью одностороннего доверительного интервала ([2] § 7.3). Так как отклонения значений посадочной дистанции в меньшую сторону для целей нашей практической задачи несущественны, то достаточно построить **односторонний** доверительный интервал: от $-\infty$ до $L_{a/d}$. Не входящая в него часть числовой оси правее $L_{a/d}$ представляет собой область риска принять неверное решение. Т.е. вероятность попадания истинного значения посадочной дистанции в эту область не должна превышать $\alpha = 0,1$ %. В предположении, что центр распределения находится левее $L_{a/d}$ на величину допускаемой погрешности 50 м: $a_0 = L_{\text{пос}} = L_{a/d} - \delta$, среднее арифметическое значение \bar{L} посадочных дистанций при N посадках должно удовлетворять условию:

$$P\{\bar{L} > a_0 + \delta = L_{a/d}\} = \alpha = 0,001.$$

После простых преобразований дополнительная к этой вероятности:

$$\begin{aligned} P\left\{\frac{\bar{L} - a_0}{\sigma} \sqrt{N} < \frac{\delta}{\sigma} \sqrt{N}\right\} &= 1 - \alpha = 0,999 = \\ &= P\left\{\frac{\bar{L} - a_0}{\sigma} \sqrt{N} < 0\right\} + P\left\{0 < \frac{\bar{L} - a_0}{\sigma} \sqrt{N} < \frac{\delta}{\sigma} \sqrt{N}\right\} = 0,5 + 0,5 - \alpha = 0,5 + 0,499 \end{aligned}$$

с помощью таблицы функции Лапласа (раздел 11) по значению функции $0,5 - \alpha = 0,499$ дает значение аргумента:

$$u_{0,5-\alpha} = u_{0,499} = \frac{\delta}{\sigma} \sqrt{N} > 3,09, \text{ т.е. } N > \frac{3,09^2 50^2}{50^2} = 9,55.$$

Таким образом, при этом способе оценки объема эксперимента необходимо произвести 10 посадок.

II способ – с помощью альтернативной гипотезы вида: $H_1: a = a_1$.

Проанализируем требование точности. Заданная погрешность $\delta = 50$ м может интерпретироваться, как величина уверенного (с некоторой вероятностью) **различения** двух значений $L_{\text{пос}}$. Тогда в качестве a_1 и a_0 следует рассматривать значения, различающиеся на эту величину: $a_1 = a_0 + \delta$.

Погрешность $\delta = 50$ м, рассматриваемая как расстояние между центрами двух односторонних распределений, выразится суммой расстояний по оси абсцисс до границы критической области x^* от центров a_1 и a_0 , т.е. суммой величин:

$$u_{0,5-\alpha} = \frac{x^* - a_0}{\sigma / \sqrt{N}} \quad \text{и} \quad u_{0,5-\beta} = \frac{a_1 - x^*}{\sigma / \sqrt{N}}.$$

Тогда, исключая x^* , можно получить выражения для необходимого объема эксперимента N и вычислить его с помощью Функции Лапласа (раздел 11):

$$N > (u_{0,5-\beta} + u_{0,5-\alpha})^2 \times \frac{\sigma^2}{(a_1 - a_0)^2} = (3,72 + 3,09) \times \frac{50^2}{50^2} = 46,38.$$

Т.е. на практике следовало бы по результатам 47 посадок вычислить среднюю величину посадочной дистанции \bar{L} и принять ее в качестве a_0 , выдвинув тем самым гипотезу $H_0: a = a_0$. Если вычисленная после этого граница критической об-

ласти x^* окажется правее полученной величины \bar{L} и левее $L_{a/d}$, то не будет оснований отвергать гипотезу H_0 , т.е. можно разрешить эксплуатацию нового типа самолета на данном аэродроме.

К задаче № 3. Требуется построить дробный план 2^{4-1} четырехфакторного двухуровневого эксперимента.

Для построения дробного плана 2^{f-k} f-факторного эксперимента можно взять полный план (f-k)-факторного эксперимента и добавить k столбцов любых взаимодействий (парных, тройных и т.д.). Такая конструкция обеспечивает ортогональность ([2] § 7.6), т.е. возможность определения всех коэффициентов линейной регрессии.

Полный план можно составлять, руководствуясь следующим правилом, обеспечивающим полный перебор всевозможных комбинаций двух уровней основных факторов (кроме фиктивного x_0 , который присутствует во всех опытах). В первом столбце знаки меняют через один. Во втором знаки встречаются парами, т.е. чередуются через 2. В третьем – четверками, чередуясь через 4. Далее, если необходимо – через следующие степени 2. Построенный по этому правилу полный план всегда обладает свойствами симметричности и ортогональности, что проверяется непосредственно.

В таблице 1 показан составленный по этому правилу полный план 2^3 трехфакторного двухуровневого эксперимента.

Для построения дробного плана 2^{4-1} четырехфакторного эксперимента достаточно добавить к этому плану один столбец взаимодействия, например, $x_4 = x_1x_2$, составив его из произведений соответствующих уровней факторов x_1 и x_2 . Итоговый дробный план 2^{4-1} четырехфакторного двухуровневого эксперимента приведен в таблице 2.

Таблица 1.

№ опыта	Факторы			
	x_0	x_1	x_2	x_3
1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1
4	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	+1	-1
6	+1	-1	+1	-1
7	+1	+1	-1	-1
8	+1	-1	-1	-1

Таблица 2.

№ опыта	Факторы				
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	-1
3	+1	+1	-1	+1	-1
4	+1	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	+1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	+1	-1	-1	-1
8	+1	-1	-1	-1	+1

9. ВАРИАНТЫ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Задача № 1. Требуется разработать контрольную карту средних значений контролируемого параметра \bar{x} , определяемых по данным $N = 4$ замеров, для текущего контроля качества технологического процесса. Нижнюю и верхнюю контрольные границы определить по значениям соответствующих уровней значимости (вероятностей ошибок I рода в нижнюю и верхнюю стороны): α^- и α^+ . Номинальное значение контролируемого параметра составляет a , а дисперсия σ .

Индивидуальные данные варианта составлять следующим образом:

$a = 0$, последние 3 цифры № зачетки;

$\sigma = 0,0$ последняя 1 значащая цифра № зачетки;

$\alpha^- = 0,0$ последние 2 цифры № зачетки (00 заменять на 10);

$\alpha^+ = 0,000$ последние 2 цифры № зачетки (00 заменять на 10).

Задача № 2. Требуется **двумя способами** (с помощью одностороннего доверительного интервала и альтернативной гипотезы вида: $H_1: a = a_1$) определить необходимый объем летных испытаний для решения вопроса о возможности эксплуатации самолета на аэродроме с располагаемой посадочной дистанцией $L_{a/d}$. Допускаются погрешность δ и вероятности: ошибочного отвергания возможности эксплуатации до α и ошибочного принятия – до β . Значение среднеквадратического отклонения единичной посадочной дистанции – σ .

Индивидуальные данные варианта составлять следующим образом:

$\delta =$ последняя 1 **значащая** цифра № зачетки **и 0** (десятки м);

$\sigma =$ **предпоследняя 1 значащая** цифра № зачетки **и 0** (десятки м);

$\alpha = 0$, последние 2 цифры № зачетки (в %) (00 заменять на 10);

$\beta = 0,0$ последние 2 цифры № зачетки (в %, в 10 раз меньше α) (00 заменять на 10).

Задача № 3. Требуется построить дробный план 2^{f-k} f-факторного двухуровневого эксперимента.

Индивидуальные данные варианта выбирать по таблице:

последняя цифра № зачетки	f	k	последняя цифра № зачетки	f	k
0	10	6	5	5	1
1	11	7	6	6	2
2	5	2	7	7	3
3	6	3	8	8	4
4	7	4	9	9	5

10. ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ ЛАПЛАСА

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt - 0,5$$

u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)
0.00	0.0000000	0.40	0.1554217	0.80	0.2881445	1.20	0.3849302
0.01	0.0039894	0.41	0.1590970	0.81	0.2910298	1.21	0.3868604
0.02	0.0079783	0.42	0.1627572	0.82	0.2938918	1.22	0.3887674
0.03	0.0119665	0.43	0.1664021	0.83	0.2967305	1.23	0.3906513
0.04	0.0159534	0.44	0.1700314	0.84	0.2995457	1.24	0.3925122
0.05	0.0199388	0.45	0.1736447	0.85	0.3023373	1.25	0.3943501
0.06	0.0239222	0.46	0.1772418	0.86	0.3051053	1.26	0.3961652
0.07	0.0279032	0.47	0.1808224	0.87	0.3078497	1.27	0.3979575
0.08	0.0318814	0.48	0.1843862	0.88	0.3105702	1.28	0.3997273
0.09	0.0358564	0.49	0.1879330	0.89	0.3132669	1.29	0.4014745
0.10	0.0398278	0.50	0.1914624	0.90	0.3159397	1.30	0.4031994
0.11	0.0437953	0.51	0.1949742	0.91	0.3185886	1.31	0.4049019
0.12	0.0477584	0.52	0.1984681	0.92	0.3212135	1.32	0.4065823
0.13	0.0517168	0.53	0.2019440	0.93	0.3238143	1.33	0.4082407
0.14	0.0556700	0.54	0.2054014	0.94	0.3263911	1.34	0.4098772
0.15	0.0596177	0.55	0.2088402	0.95	0.3289437	1.35	0.4114919
0.16	0.0635595	0.56	0.2122602	0.96	0.3314722	1.36	0.4130849
0.17	0.0674949	0.57	0.2156611	0.97	0.3339766	1.37	0.4146564
0.18	0.0714237	0.58	0.2190426	0.98	0.3364568	1.38	0.4162065
0.19	0.0753454	0.59	0.2224046	0.99	0.3389128	1.39	0.4177354
0.20	0.0792597	0.60	0.2257468	1.00	0.3413446	1.40	0.4192432
0.21	0.0831662	0.61	0.2290690	1.01	0.3437522	1.41	0.4207300
0.22	0.0870644	0.62	0.2323710	1.02	0.3461356	1.42	0.4221960
0.23	0.0909541	0.63	0.2356526	1.03	0.3484949	1.43	0.4236413
0.24	0.0948349	0.64	0.2389136	1.04	0.3508299	1.44	0.4250662
0.25	0.0987063	0.65	0.2421538	1.05	0.3531408	1.45	0.4264706
0.26	0.1025681	0.66	0.2453730	1.06	0.3554276	1.46	0.4278548
0.27	0.1064199	0.67	0.2485710	1.07	0.3576902	1.47	0.4292190
0.28	0.1102612	0.68	0.2517477	1.08	0.3599288	1.48	0.4305632
0.29	0.1140919	0.69	0.2549028	1.09	0.3621433	1.49	0.4318877
0.30	0.1179114	0.70	0.2580362	1.10	0.3643338	1.50	0.4331927
0.31	0.1217195	0.71	0.2611478	1.11	0.3665003	1.51	0.4344781
0.32	0.1255158	0.72	0.2642374	1.12	0.3686430	1.52	0.4357444
0.33	0.1293000	0.73	0.2673048	1.13	0.3707617	1.53	0.4369915
0.34	0.1330717	0.74	0.2703499	1.14	0.3728567	1.54	0.4382197
0.35	0.1368306	0.75	0.2733725	1.15	0.3749279	1.55	0.4394291
0.36	0.1405764	0.76	0.2763726	1.16	0.3769754	1.56	0.4406199
0.37	0.1443087	0.77	0.2793499	1.17	0.3789994	1.57	0.4417923
0.38	0.1480273	0.78	0.2823044	1.18	0.3809997	1.58	0.4429464
0.39	0.1517317	0.79	0.2852360	1.19	0.3829767	1.59	0.4440825

Продолжение таблицы функции Лапласа

u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$
1.60	0.4452006	2.05	0.4798177	2.50	0.4937903	2.95	0.4984111
1.61	0.4463009	2.06	0.4803007	2.51	0.4939634	2.96	0.4984618
1.62	0.4473837	2.07	0.4807738	2.52	0.4941322	2.97	0.4985110
1.63	0.4484491	2.08	0.4812372	2.53	0.4942968	2.98	0.4985587
1.64	0.4494973	2.09	0.4816910	2.54	0.4944573	2.99	0.4986051
1.65	0.4505284	2.10	0.4821355	2.55	0.4946138	3.00	0.4986501
1.66	0.4515427	2.11	0.4825708	2.56	0.4947664	3.01	0.4986938
1.67	0.4525402	2.12	0.4829969	2.57	0.4949150	3.02	0.4987361
1.68	0.4535212	2.13	0.4834141	2.58	0.4950600	3.03	0.4987772
1.69	0.4544859	2.14	0.4838226	2.59	0.4952012	3.04	0.4988171
1.70	0.4554344	2.15	0.4842223	2.60	0.4953388	3.05	0.4988558
1.71	0.4563669	2.16	0.4846136	2.61	0.4954729	3.06	0.4988933
1.72	0.4572837	2.17	0.4849965	2.62	0.4956035	3.07	0.4989297
1.73	0.4581847	2.18	0.4853712	2.63	0.4957307	3.08	0.4989650
1.74	0.4590704	2.19	0.4857378	2.64	0.4958547	3.09	0.4989992
1.75	0.4599407	2.20	0.4860965	2.65	0.4959754	3.10	0.4990324
1.76	0.4607960	2.21	0.4864474	2.66	0.4960929	3.11	0.4990646
1.77	0.4616363	2.22	0.4867906	2.67	0.4962074	3.12	0.4990957
1.78	0.4624619	2.23	0.4871262	2.68	0.4963189	3.13	0.4991260
1.79	0.4632729	2.24	0.4874545	2.69	0.4964274	3.14	0.4991553
1.80	0.4640696	2.25	0.4877755	2.70	0.4965330	3.15	0.4991836
1.81	0.4648520	2.26	0.4880893	2.71	0.4966358	3.16	0.4992111
1.82	0.4656204	2.27	0.4883962	2.72	0.4967359	3.17	0.4992378
1.83	0.4663749	2.28	0.4886961	2.73	0.4968333	3.18	0.4992636
1.84	0.4671158	2.29	0.4889893	2.74	0.4969280	3.19	0.4992886
1.85	0.4678431	2.30	0.4892758	2.75	0.4970202	3.20	0.4993129
1.86	0.4685571	2.31	0.4895559	2.76	0.4971099	3.21	0.4993363
1.87	0.4692580	2.32	0.4898295	2.77	0.4971972	3.22	0.4993590
1.88	0.4699459	2.33	0.4900969	2.78	0.4972820	3.23	0.4993810
1.89	0.4706209	2.34	0.4903581	2.79	0.4973646	3.24	0.4994023
1.90	0.4712833	2.35	0.4906132	2.80	0.4974449	3.25	0.4994230
1.91	0.4719333	2.36	0.4908625	2.81	0.4975229	3.26	0.4994429
1.92	0.4725710	2.37	0.4911059	2.82	0.4975988	3.27	0.4994623
1.93	0.4731965	2.38	0.4913436	2.83	0.4976726	3.28	0.4994810
1.94	0.4738101	2.39	0.4915758	2.84	0.4977443	3.29	0.4994991
1.95	0.4744119	2.40	0.4918024	2.85	0.4978140	3.30	0.4995166
1.96	0.4750020	2.41	0.4920237	2.86	0.4978818	3.31	0.4995335
1.97	0.4755807	2.42	0.4922397	2.87	0.4979476	3.32	0.4995499
1.98	0.4761482	2.43	0.4924506	2.88	0.4980116	3.33	0.4995658
1.99	0.4767044	2.44	0.4926563	2.89	0.4980738	3.34	0.4995811
2.00	0.4772498	2.45	0.4928572	2.90	0.4981342	3.35	0.4995959
2.01	0.4777843	2.46	0.4930531	2.91	0.4981928	3.36	0.4996103
2.02	0.4783082	2.47	0.4932443	2.92	0.4982498	3.37	0.4996242
2.03	0.4788217	2.48	0.4934308	2.93	0.4983052	3.38	0.4996376
2.04	0.4793248	2.49	0.4936128	2.94	0.4983589	3.39	0.4996505

Продолжение таблицы функции Лапласа

u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$
3.40	0.4996631	3.85	0.4999409	4.30	0.4999915	4.75	0.4999990
3.41	0.4996752	3.86	0.4999433	4.31	0.4999918	4.76	0.4999990
3.42	0.4996869	3.87	0.4999456	4.32	0.4999922	4.77	0.4999991
3.43	0.4996982	3.88	0.4999478	4.33	0.4999925	4.78	0.4999991
3.44	0.4997091	3.89	0.4999499	4.34	0.4999929	4.79	0.4999992
3.45	0.4997197	3.90	0.4999519	4.35	0.4999932	4.80	0.4999992
3.46	0.4997299	3.91	0.4999539	4.36	0.4999935	4.81	0.4999992
3.47	0.4997398	3.92	0.4999557	4.37	0.4999938	4.82	0.4999993
3.48	0.4997493	3.93	0.4999575	4.38	0.4999941	4.83	0.4999993
3.49	0.4997585	3.94	0.4999593	4.39	0.4999943	4.84	0.4999994
3.50	0.4997674	3.95	0.4999609	4.40	0.4999946	4.85	0.4999994
3.51	0.4997759	3.96	0.4999625	4.41	0.4999948	4.86	0.4999994
3.52	0.4997842	3.97	0.4999641	4.42	0.4999951	4.87	0.4999994
3.53	0.4997922	3.98	0.4999655	4.43	0.4999953	4.88	0.4999995
3.54	0.4997999	3.99	0.4999670	4.44	0.4999955	4.89	0.4999995
3.55	0.4998074	4.00	0.4999683	4.45	0.4999957	4.90	0.4999995
3.56	0.4998146	4.01	0.4999696	4.46	0.4999959	4.91	0.4999995
3.57	0.4998215	4.02	0.4999709	4.47	0.4999961	4.92	0.4999996
3.58	0.4998282	4.03	0.4999721	4.48	0.4999963	4.93	0.4999996
3.59	0.4998347	4.04	0.4999733	4.49	0.4999964	4.94	0.4999996
3.60	0.4998409	4.05	0.4999744	4.50	0.4999966	4.95	0.4999996
3.61	0.4998469	4.06	0.4999755	4.51	0.4999968	4.96	0.4999996
3.62	0.4998527	4.07	0.4999765	4.52	0.4999969	4.97	0.4999997
3.63	0.4998583	4.08	0.4999775	4.53	0.4999971	4.98	0.4999997
3.64	0.4998637	4.09	0.4999784	4.54	0.4999972	4.99	0.4999997
3.65	0.4998689	4.10	0.4999793	4.55	0.4999973	5.00	0.4999997
3.66	0.4998739	4.11	0.4999802	4.56	0.4999974		
3.67	0.4998787	4.12	0.4999811	4.57	0.4999976		
3.68	0.4998834	4.13	0.4999819	4.58	0.4999977		
3.69	0.4998879	4.14	0.4999826	4.59	0.4999978		
3.70	0.4998922	4.15	0.4999834	4.60	0.4999979		
3.71	0.4998964	4.16	0.4999841	4.61	0.4999980		
3.72	0.4999004	4.17	0.4999848	4.62	0.4999981		
3.73	0.4999043	4.18	0.4999854	4.63	0.4999982		
3.74	0.4999080	4.19	0.4999861	4.64	0.4999983		
3.75	0.4999116	4.20	0.4999867	4.65	0.4999983		
3.76	0.4999150	4.21	0.4999872	4.66	0.4999984		
3.77	0.4999184	4.22	0.4999878	4.67	0.4999985		
3.78	0.4999216	4.23	0.4999883	4.68	0.4999986		
3.79	0.4999247	4.24	0.4999888	4.69	0.4999986		
3.80	0.4999277	4.25	0.4999893	4.70	0.4999987		
3.81	0.4999305	4.26	0.4999898	4.71	0.4999988		
3.82	0.4999333	4.27	0.4999902	4.72	0.4999988		
3.83	0.4999359	4.28	0.4999907	4.73	0.4999989		
3.84	0.4999385	4.29	0.4999911	4.74	0.4999989		