

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

---

Кафедра технической эксплуатации  
радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта

Д.Н. Яманов

# ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

**Учебно-методическое пособие**  
по выполнению контрольной работы

*для студентов III курса  
специальности 25.05.03  
заочной формы обучения*

Москва  
ИД Академии Жуковского  
2020

УДК 537.8+621.371  
ББК 537  
Я54

Рецензент:

*Кудинов А.Т.* – канд. техн. наук, доцент, профессор

**Яманов Д.Н.**

Я54      Электродинамика и распространение радиоволн [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы / Д.Н. Яманов. – М.: ИД Академии Жуковского, 2020. – 24 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн» по учебному плану для студентов III курса специальности 25.05.03 заочной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 16.01.2020 г. и методического совета 16.01.2020 г.

**УДК 537.8+621.371**  
**ББК 537**

*В авторской редакции*

Подписано в печать 29.06.2020 г.  
Формат 60x84/16    Печ. л. 1,5    Усл. печ. л. 1,395  
Заказ № 612/0413-УМП21    Тираж 50 экз.

Московский государственный технический университет ГА  
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского  
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А  
Тел.: (495) 973-45-68  
E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический  
университет гражданской авиации, 2020

## ВВОДНЫЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

В контрольную работу входят три задачи. Варианты заданий берутся из табл. 1 и 2. Задание выбирается в соответствии с двумя последними цифрами студенческого билета (ХУ).

В таблицах заданы для первой задачи: вид поляризации волны, значения угла падения  $\theta$ , напряженности электрического поля  $E$ , частоты  $f$ , удельной объемной проводимости  $\gamma$ ; для второй задачи: форма сечения волновода и тип волны, напряженность поля  $E$ , длина линии  $l$ , полоса рабочих частот  $\Delta f = f_{\text{мин}} - f_{\text{макс}}$ ; удельная объемная проводимость  $\gamma$ ; для третьей задачи: форма и тип резонатора, поле  $E$ , относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0}$  и размеры  $a$ ,  $b$ ,  $d$  у прямоугольного резонатора или  $R$  и  $d$  у цилиндрического резонатора.

Нужные данные для расчета находятся из табл.1 и 2 следующим образом: из табл. 1 находятся данные в соответствии с предпоследней цифрой студенческого билета (X); из табл. 2 находятся данные в соответствии с последней цифрой студенческого билета (У). Например, № 72 (X=7,У=2) должен использовать следующие данные для первой задачи: волна горизонтальной поляризации с углом падения  $\theta=22^\circ$ , с напряженностью электрического поля  $E=7 \cdot 10^{-3}$  В/м, с частотой  $f=70$  МГц, удельной объемной проводимостью  $\gamma=8 \cdot 10^7$  1/Ом·м; для второй задачи: волновод прямоугольный, с волной типа  $H_{10}$ ,  $E = 30$  В/м, с длиной  $l = 1,1$  м, полосой рабочих частот  $\Delta f = (3,8 \div 4)$  ГГц; удельной объемной проводимостью  $\gamma = 8 \cdot 10^7$  1/Ом·м; для третьей задачи: прямоугольный резонатор, тип колебаний  $E_{110}$ ,  $E = 80$  В/м,  $\varepsilon=1,3$ , размеры сторон  $d = 10$  см,  $b = 10$  см,  $a = 15$  см.

Образец титульного листа приведен в Приложении 5.

Расчеты по каждому пункту следует начинать с названия искомой величины. Затем выписать формулу, по которой эта величина определяется, и сделать последовательную числовую подстановку всех величин, входящих в эту формулу, в системе единиц СИ. После этого привести ответ с указанием размерности полученной величины.

Пособиями, кроме данного, при выполнении контрольной работы могут являться [1-4].

В конце решения каждой задачи провести анализ полученных результатов.

Таблица 1

Вариант XY		0Y	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y
Задача №1	E, В/м	$10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$
	$\gamma$ , 1/Ом·м	$10^6$	$2 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^7$	$9 \cdot 10^7$	$10^7$
Задача №2	$\Delta f$ , ГГц	15,15-19	11-12	9-10	8-9	7-8	4,5-5,2	4,7-5	3,8-4	3,1-3,5	2,5-3
	E, В/м	85	20	40	30	65	50	45	30	20	10
	$\gamma$ , 1/Ом·м	$10^7$	$2 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^7$	$9 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^7$
Задача №3	E, В/м	200	100	250	150	300	120	170	80	70	50
	R, см	28	26	24	22	20	18	15	12	10	8
	d, см	20	23	10	31	22	44	12	10	20	10
	b, см	10	12	13	5	4	6	8	10	12	15
	a, см	20	25	30	10	9	12	14	15	24	30

Таблица 2

Вариант ХУ		X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
Задача №1	$f$ , МГц	90	85	70	60	50	45	35	30	25	15
	$\theta^\circ$ , градус	12	17	22	27	32	37	42	47	57	63
	Поляризация	Горизонтальная						Вертикальная			
Задача №2	Сечение	Прямоугольное						Круглое			
	Тип волны	H <sub>10</sub>						H <sub>11</sub>		E <sub>01</sub>	
	$l$ , м	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	2,0	2,4	2,3	3,0	3,5
Задача №3	Форма	Параллелепипед						Коаксиальный цилиндр		Цилиндр	
	Тип колебаний	H <sub>101</sub>		E <sub>110</sub>				T(TEM) p=1		E <sub>010</sub>	
	$\epsilon$	1,2	1,3	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,3

## ЗАДАЧА 1. ПЛОСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

### 1.1. Задано

Плоская однородная волна частоты  $f$  МГц заданной поляризации с  $E$  В/м падает из воздуха с  $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12}$  Ф/м и  $\mu_0 = 12,5 \cdot 10^{-7}$  Г/м на сверхпроводящую плоскость (рис.П.1.1).

### 1.2. Требуется определить:

1. Нормальные  $H_x$  (или  $E_x$ ) и касательные  $H_z$  (или  $E_z$ ) (рис.П.1.1) к границе компоненты полей падающей волны. В скобках поля для вертикальной поляризации. Учсть связь между  $E$  и  $H$ .

2. У падающей волны: коэффициент фазы, фазовую и групповую скорости и длину волны вдоль направления падения волны:  $\beta$ ,  $v_\phi$ ,  $v_{gp}$ ,  $\lambda$  и по направлению вдоль  $z$ :  $\beta_z$ ,  $v_{\phi z}$ ,  $v_{gpz}$ ,  $\lambda_z$  (рис.П.1.2).

3. Модуль усредненного по времени вектора Умова-Пойнтинга падающей волны.

4. Эффективную поверхностную плотность тока  $\delta_s$  на сверхпроводящей плоскости.

5. Удельное поверхностное сопротивление  $R_s$  отражающей поверхности при  $\mu_0 = 12,5 \cdot 10^{-7}$  Г/м,  $\gamma$  1/Ом·м и глубины проникновения  $\Delta^\circ$ .

6. Полное сопротивление проводника с размерами  $l_y = 50$  см и  $l_z = 30$  см.

7. Удельную  $r_t$  и полную мощность тепловых потерь  $P_t$  на отражающей поверхности с площадью  $S = l_y \cdot l_z$ .

8. Написать, при какой поляризации может иметь место явление полного преломления (т.е. отсутствует отраженная волна) и при каких условиях может наступить явление полного отражения (т.е. отсутствует преломленная волна) и определить угол Брюстера и критический угол падения, если  $\epsilon_1 = 2$ ,  $\epsilon_2 = 1$ .

## ЗАДАЧА 2. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА

### 2.1. Задано

При расчетах необходимо пользоваться только системой единиц СИ.

В таблице вариантов заданий заданы: форма поперечного сечения волновода и тип волны в нем, максимальная амплитуда напряженности электрического поля, длина линии передачи  $l$ , полоса рабочих частот  $f_{мин} - f_{макс}$ . Волновод заполнен воздухом, удельная объемная проводимость стенок  $\gamma$ , пробивная напряженность  $E_{проб} = 3$  кВ/мм, КБВ = 0,8. Для расчета допустимой длины линии – длительность импульса  $\tau = 10^{-7}$  с, частота заполнения  $f_{макс}$ .

### 2.2. Требуется выполнить следующее:

1. Выбрать поперечные размеры прямоугольного волновода по заданным рабочим частотам и по минимальной частоте у круглого волновода. Стандарт на волноводы приведен в табл.П.2.1.

2. Найти значения  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$  (прямоугольный волновод) и  $g_{E,H}$ ,  $K_z$  (круглый волновод) – на  $\lambda_{cp}$ .
3. Используя найденные в П.2.2 значения  $K$ , записать выражения для полей заданного типа волн.
4. Найти поперечные размеры волновода при работе с высшими типами волн (при заданной рабочей волне  $H_{10}$  – найти размеры для волны  $H_{20}$ ; при работе с волной  $H_{11}$  в круглом волноводе найти диаметр под волну  $E_{01}$ , а при работе с высшей волной  $E_{01}$ , найти диаметр для волны  $H_{11}$ ). Показать, в каком случае поперечные размеры получаются меньше – при работе с основной или с высшей волной.
5. Найти критическую частоту и критическую длину волны заданного типа.
6. Найти длину волны в волноводе, фазовую и групповую скорости на средней длине волны.
7. Найти максимально допустимую длину волновода, при которой не наблюдалось бы заметных искажений формы сигнала при работе короткими импульсами высокой частоты  $f_{max}$  и длительностью  $\tau = 10^{-7}$  с.
8. Рассчитать предельную мощность в волноводе на средней частоте при выбранных его стандартных размерах. Найти пробивную мощность при  $K_{CB} = 1,2$ , максимально допустимую мощность и сравнить ее с рабочей мощностью.
9. Найти коэффициент затухания на средней частоте.
10. Найти отношение амплитуд поля (при  $x = \text{const}$  и  $y = \text{const}$ ) и мощностей на расстоянии  $l$ ,  $m$  при рассчитанной величине коэффициента затухания.
11. Определить, на каком расстоянии амплитуды поля волн  $H_{20}$  в прямоугольном и  $H_{01}$  в круглом волноводах (исходя из задания), находящихся в закритическом режиме, уменьшаются не менее чем в сто раз, если частота равна средней частоте диапазона (надо предварительно найти  $\lambda_{cp}$  волны  $H_{20}$  или  $H_{01}$ ).
12. Найти КПД несогласованной с нагрузкой линии передачи при длине линии  $l$  и КБВ = 0,8.

### ЗАДАЧА 3. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

#### 3.1. Задано

При расчетах необходимо пользоваться только системой единиц СИ. Задана форма резонатора и тип колебания ( $H_{mnp}$ ,  $E_{mnp}$  или  $T$  (ТЕМ) $_{p=1}$ ), его размеры  $a$ ,  $b$ ,  $d$  – в прямоугольном резонаторе, радиус  $R$  и длина  $d$  – в цилиндрическом резонаторе; меньший радиус  $R_1 = 50$  мм и больший радиус  $R_2 = R$ , длина  $d$  – в коаксиальном резонаторе. Дана максимальная амплитуда напряженности электрического поля  $E = E_{т макс}$ , В/м, проводимость материала

стенок равна  $\gamma = 10^7 \text{ 1/Ом}\cdot\text{м}$ , заполнение воздушное,  $\mu_a = \mu_0 = 12,5 \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}$ ,  $\epsilon_a = \epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

3.2. Требуется выполнить следующее:

1. Нарисовать картину поля заданного типа колебания, используя рис.П.3.1.

2. Записать выражения для компонент поля соответствующего типа колебаний. В эти выражения надо подставить числовые значения  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$ , которые заданы типом колебаний и размерами a, b, d, R.

3. Найти резонансную частоту  $\omega_{рез}$  резонатора с заданным типом колебания.

4. Запасенную энергию электромагнитного поля W (считать, что заданное электрическое поле E равно соответственно  $E_{zt макс}$ ,  $E_{yt макс}$  или  $E_{rt макс}$  – амплитуде поля в том месте, где поле максимально).

5. Глубину проникновения в материал стенок.

6. Добротность резонатора Q без учета потерь в диэлектрике.

7. Постоянную времени  $\tau_0$ . Определить, во сколько раз уменьшится запасенная в резонаторе энергия при свободных колебаниях за время  $t = 5 \text{ с}$ .

**Методики решения задач приведены в Приложениях 1, 2, 3.**

## ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ.-М.: Высшая школа, 1990.-335с.

2. Яманов Д.Н. Электродинамика и распространение радиоволн: Часть 1. Основы электродинамики: Тексты лекций. -М.: МГТУ ГА, 2009.-76с.

3. Яманов Д.Н. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 2. Основы электродинамики: Тексты лекций. -М.: МГТУ ГА, 2011.-77с.

4. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн.-М.: Высшая школа, 1992.-416 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Вводные указания к выполнению контрольной работы .....	3
Задача 1. Плоские электромагнитные волны .....	6
Задача 2. Линии передачи высокочастотного диапазона .....	6
Задача 3. Объемные резонаторы .....	7
Литература .....	8
Приложения .....	9



## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

П.1. Методика решения задачи 1.

П.1.1. При вертикальной поляризации (см. рис.П.1.1) нормальная к границе компонента поля  $-E_x$ , касательные компоненты поля  $-E_z$  и  $H_y = H_{пад}$ .

Электрическое и магнитное поля плоской однородной волны связаны между собой через волновое сопротивление среды  $\dot{\eta}$

$$\dot{\eta} = \frac{\dot{E}}{H} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}, \text{ Ом,}$$

где  $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$  - абсолютная магнитная проницаемость среды;

$\mu_0 = 120\pi / c$  - абсолютная магнитная проницаемость вакуума (магнитная постоянная);

$c$  - скорость света в вакууме;

$\mu$  - относительная магнитная проницаемость среды;

$\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon$  - абсолютная диэлектрическая проницаемость среды;

$\epsilon_0 = 1/(120\pi \cdot c)$  - абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума (электрическая постоянная);

$\epsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость среды.

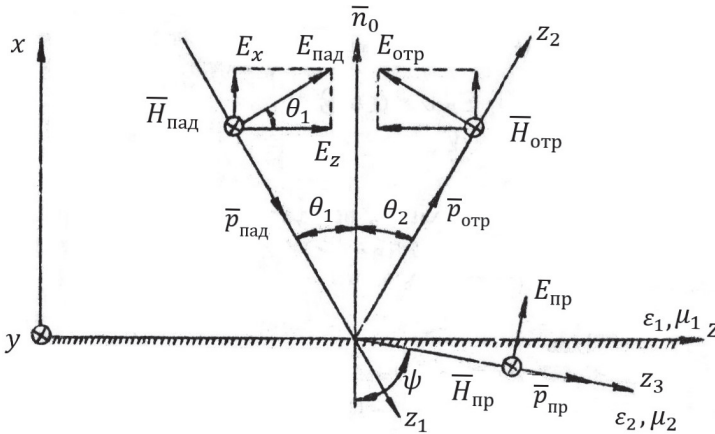


Рис.П.1.1. Отражение и преломление плоской однородной волны на плоской границе раздела двух сред при вертикальной поляризации

Для воздуха или вакуума это сопротивление равно

$$\dot{\eta}_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi, \text{ Ом}$$

и называется волновым сопротивлением свободного пространства.

Действующие значения нормальной и касательной к границе раздела напряженности электрического поля падающей волны равны:

$$E_{x\text{пад}} = E_{\text{пад}} \cdot \sin \theta ; \quad E_{z\text{пад}} = E_{\text{пад}} \cdot \cos \theta ; \quad H_{y\text{пад}} = \frac{E_{\text{пад}}}{\eta} .$$

При горизонтальной поляризации векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  на рис.П.1.1 следует поменять местами. Нормальной к границе компонентой поля будет  $H_x$ , касательными –  $H_z$  и  $E_y = E_{\text{пад}}$ :

$$H_{\text{пад}} = \frac{E_{\text{пад}}}{\eta} ; \quad H_{x\text{пад}} = H_{\text{пад}} \cdot \sin \theta ; \quad H_{z\text{пад}} = H_{\text{пад}} \cdot \cos \theta .$$

П.1.2. Коэффициент фазы, фазовая и групповая скорости, длина волны связаны друг с другом следующим образом (рис.П.1.2):

1) вдоль направления падения волны  $z_1$ :

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a} ; \quad v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = v_0 ; \quad v_{gp} = \frac{1}{d\beta/d\omega} = v_0 ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_0}{f} ,$$

где  $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$  – скорость света в данной среде;

$\epsilon$  и  $\mu$  для воздуха равны 1;

2) по направлению вдоль оси  $z$ :

$$\beta_z = \beta \cdot \sin \theta ; \quad v_{\phi z} = \frac{v_0}{\sin \theta} ; \quad v_{gp z} = v_0 \cdot \sin \theta ; \quad \lambda_z = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{v_{\phi z}}{f} .$$

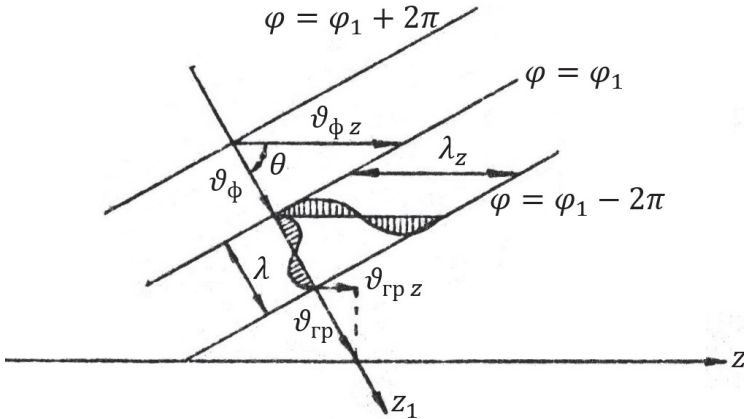


Рис.П.1.2. Фазовая, групповая скорости и длина волны

П.1.3. Модули усредненного по времени вектора Умова – Пойнтинга падающей волны при горизонтальной и вертикальной поляризации одинаковы и равны

$$\frac{\Lambda}{P_{nao}} = |E_{nao} \cdot H_{nao}| = \frac{E_{nao}^2}{\eta}.$$

П.1.4. Эффективная поверхностная плотность тока:

1) при горизонтальной поляризации

$$\delta_s = \delta_{sy} = H_t = 2H_{z\ nao},$$

где  $H_t$  – касательная к границе раздела компонента поля;

2) при вертикальной поляризации

$$\delta_s = \delta_{sz} = H_t = 2H_{y\ nao}.$$

П.1.5. Удельное поверхностное сопротивление отражающей поверхности и глубина проникновения

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu_a \cdot \omega}{2\gamma}}; \Delta^* = \sqrt{\frac{2}{\mu_a \cdot \omega \cdot \gamma}}.$$

П.1.6. Полное сопротивление проводника:

1) при горизонтальной поляризации

$$R = R_s \cdot \frac{l_y}{l_z};$$

2) при вертикальной поляризации

$$R = R_s \cdot \frac{l_z}{l_y}.$$

П.1.7. Удельная мощность тепловых потерь:

1) при горизонтальной поляризации

$$p_t = \delta_{sy}^2 \cdot R_s;$$

2) при вертикальной поляризации

$$p_t = \delta_{sz}^2 \cdot R_s.$$

Полная мощность тепловых потерь на отражающей поверхности с площадью  $S = l_y \cdot l_z$

$$P_t = p_t \cdot S.$$

П.1.8. Угол Брюстера и критический угол падения:

$$\operatorname{tg} \theta_{Br} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}; \sin \theta_{kp} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}.$$

## Приложение 2

П.2. Методика выполнения задачи 2

П.2.1. Предварительно найдем длины волн рабочего диапазона:

$$\lambda_{\min} = \frac{v_0}{f_{\max}}; \lambda_{\max} = \frac{v_0}{f_{\min}},$$

где  $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \cdot \varepsilon_a}} = c$  – так как волновод заполнен воздухом.

Условия для выбора размеров прямоугольного волновода для волны Н<sub>10</sub>:

$$0,9 \lambda_{\min} \geq a \geq 0,6 \lambda_{\max}; b \leq a / 2.$$

Условия для выбора диаметра круглого волновода с волной Н<sub>11</sub>:

$$0,77 \lambda_{\min} > D > 0,6 \lambda_{\max}, D = 2R.$$

Условия для выбора диаметра круглого волновода с волной Е<sub>01</sub>:

$$0,96 \lambda_{\min} > D > 0,76 \lambda_{\max}.$$

Удовлетворяющие этим условиям стандартные волноводы выбираются из табл. П.2.1.

Если в качестве рабочей волны задана не основная волна, а, например, волна Е<sub>01</sub> в круглом волноводе, то не всегда удастся подобрать стандартный волновод, и тогда размеры следует оставлять те, которые получены из расчета.

П.2.2. Для прямоугольного волновода значения  $K_x$  и  $K_y$  равны:

$$K_x = \frac{m\pi}{a}; \quad K_y = \frac{n\pi}{b},$$

где  $m, n$  – индексы, которые ставятся около названия волны (Н<sub>mn</sub> и Е<sub>mn</sub>, где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

Для круглого волновода значения  $g_E$  и  $g_H$  равны:

$$g_E = \frac{\beta_{mn}}{R}; \quad g_H = \frac{\mu_{mn}}{R},$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;

$\beta_{mn}$  – корни функции Бесселя 1-го рода;

$\mu_{mn}$  – корни производной функции Бесселя.

Приводятся таблицы некоторых корней функции Бесселя 1-го рода  $\beta_{mn}$  и корней производной функции Бесселя  $\mu_{mn}$  (табл. П.2.2 и П.2.3).

Коэффициент фазы в волноводе

$$K_z = \sqrt{\omega_{cp}^2 \cdot \varepsilon_a \cdot \mu_a - K_{кр}^2},$$

где  $K_{кр} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2}$  – для прямоугольного волновода;

$\varepsilon_a = \varepsilon_0$  и  $\mu_a = \mu_0$  – если диэлектриком служит воздух;

$K_{кр} = g_{E,H}$  – для круглого волновода.

П.2.3. Для прямоугольного волновода из решения уравнений Максвелла с выполнением граничных условий на идеально проводящих стенках получаются решения для комплексных амплитуд поля волн типа Н<sub>mn</sub>:

$$\begin{aligned} \dot{H}_z &= \dot{H}_{z_0} \cdot \cos(K_x \cdot x) \cdot \cos(K_y \cdot y) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{H}_x &= j \dot{H}_{z_0} \cdot \frac{K_x \cdot K_z}{K_{кр}^2} \cdot \sin(K_x \cdot x) \cdot \cos(K_y \cdot y) \cdot e^{-jK_z z}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{H}_y &= j \dot{H}_{z_0} \cdot \frac{K_y \cdot K_z}{K_{кр}^2} \cdot \cos(K_x \cdot x) \cdot \sin(K_y \cdot y) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{E}_x &= j \dot{H}_{z_0} \cdot \frac{\omega \cdot \mu_a \cdot K_y}{K_{кр}^2} \cdot \cos(K_x \cdot x) \cdot \sin(K_y \cdot y) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{E}_y &= -j \dot{H}_{z_0} \cdot \frac{\omega \cdot \mu_a \cdot K_x}{K_{кр}^2} \cdot \sin(K_x \cdot x) \cdot \cos(K_y \cdot y) \cdot e^{-jK_z z},\end{aligned}$$

где  $\dot{H}_{z_0} = H_{z_m} \cdot e^{j\varphi_0}$ ;

$$K_{кр} = \omega_{кр} \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a};$$

$\varphi_0$  – начальная фаза напряженности магнитного поля, рад;

$H_{z_m}$  – действительная амплитуда напряженности продольного магнитного поля, А/м;

$\dot{E}_x, \dot{E}_y$  – комплексные амплитуды напряженности электрического поля, В/м.

В круглом волноводе с радиусом R поле волн типа  $E_{mn}$ :

$$\begin{aligned}\dot{E}_z &= \dot{E}_{z_0} \cdot J_m(g_E \cdot r) \cdot \cos(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{E}_r &= -j \cdot \frac{K_z}{g_E} \cdot \dot{E}_{z_0} \cdot J'_m(g_E \cdot r) \cdot \cos(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{E}_\alpha &= j \cdot \frac{m \cdot K_z}{g_E^2 \cdot r} \cdot \dot{E}_{z_0} \cdot J_m(g_E \cdot r) \cdot \sin(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{H}_r &= -j \cdot \frac{m \cdot \omega \cdot \varepsilon_a}{g_E^2 \cdot r} \cdot \dot{E}_{z_0} \cdot J_m(g_E \cdot r) \cdot \sin(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{H}_\alpha &= -j \cdot \frac{\omega \cdot \varepsilon_a}{g_E} \cdot \dot{E}_{z_0} \cdot J'_m(g_E \cdot r) \cdot \cos(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z},\end{aligned}$$

и для волн типа  $H_{mn}$ :

$$\begin{aligned}\dot{H}_z &= \dot{H}_{z_0} \cdot J_m(g_H \cdot r) \cdot \cos(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{H}_r &= -j \cdot \frac{K_z}{g_H} \cdot \dot{H}_{z_0} \cdot J'_m(g_H \cdot r) \cdot \cos(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{H}_\alpha &= j \cdot \frac{m \cdot K_z}{r \cdot g_H^2} \cdot \dot{H}_{z_0} \cdot J_m(g_H \cdot r) \cdot \sin(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{E}_r &= \frac{m \cdot \omega \cdot \mu_a}{r \cdot g_H^2} \cdot \dot{H}_{z_0} \cdot J_m(g_H \cdot r) \cdot \sin(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}; \\ \dot{E}_\alpha &= j \cdot \frac{\omega \cdot \varepsilon_a}{g_H} \cdot \dot{H}_{z_0} \cdot J'_m(g_H \cdot r) \cdot \cos(m\alpha) \cdot e^{-jK_z z}.\end{aligned}$$

Таблица П.2.1

Технические данные прямоугольных и круглых волноводов

Прямоугольные волноводы					Круглые волноводы				
Обозначение типа волновода	Диапазон частот для основного типа волны, ГГц		Внутренние размеры		Обозначение типа волновода	Диаметр, мм	Критические частоты(ГГц) для волн типа		
	от	до	ширина а, мм	высота b, мм			H <sub>11</sub>	E <sub>01</sub>	H <sub>21</sub>
R26	2,17	3,30	86,3	43,18	C25	83,62	2,1	2,74	3,49
R32	2,60	3,95	72,14	34,04	C30	71,42	2,46	3,21	4,08
R40	3,22	4,90	58,17	29,08	C35	61,04	2,88	3,76	4,77
R48	3,94	5,99	47,55	22,149	C40	51,99	3,38	4,41	5,61
R70	5,38	8,17	34,85	15,8	C48	44,45	3,95	5,16	6,56
R84	6,57	9,99	28,5	12,62	C65	32,54	5,4	7,05	8,96
R100	8,2	12,5	22,86	10,16	C76	27,78	6,32	8,26	10,5
R120	9,84	15,0	19,05	9,52	C89	23,825	7,37	9,63	12,2
R140	11,9	18,0	15,0	7,9	C104	20,244	8,68	11,3	14,4
R180	14,5	22,0	12,954	6,477	C165	12,7	13,8	18,1	22,9

Таблица П.2.2  
Корни  $\beta_{mn}$  функции Бесселя

m \ n	1	2	3
	0	2,405	5,52
1	3,83	7,016	10,173
2	5,136	8,417	11,62

Таблица П.2.3  
Корни  $\mu_{mn}$  производной функции Бесселя

m \ n	1	2	3
	0	3,83	7,016
1	1,841	5,331	8,530
2	3,054	6,706	9,969

### П.2.4. Критическая длина волны в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{кр} = \frac{v_0}{f_{кр}} = \frac{1}{f_{кр} \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{c}{f_{кр} \cdot \sqrt{\varepsilon \mu}} = K_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

где  $K_{кр} = 2\pi f_{кр} \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a} = \omega_{кр} \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}$ ;  $\omega_{кр} = 2\pi \cdot f_{кр}$ .

Критические длины волн в круглом волноводе для волн типа  $E_{mn}$

$$\lambda_{кр E} = \frac{2\pi}{g_E} = \frac{2\pi R}{\beta_{mn}}$$

и волн типа  $H_{mn}$

$$\lambda_{кр H} = \frac{2\pi}{g_H} = \frac{2\pi R}{\mu_{mn}}.$$

Приведенные выше выражения для  $\lambda_{кр}$  позволяют найти поперечные размеры прямоугольного волновода и диаметр ( $D = 2R$ ) круглого волновода при работе с высшими типами волн.

П.2.5. В прямоугольном волноводе критические частоты волн типа Н и Е с одинаковыми сочетаниями индексов  $m$  и  $n$  одинаковы и равны

$$\omega_{кр mn} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = v_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2},$$

где  $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}} = c$  – так как волновод заполнен воздухом.

В круглом волноводе критические частоты имеют разные значения у волн типа Н и Е даже с одинаковыми индексами.

Для волн типа  $E_{mn}$

$$\omega_{кр E_{mn}} = \frac{g_E}{\sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{\beta_{mn}}{R \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}}.$$

Для волн типа  $H_{mn}$

$$\omega_{кр H_{mn}} = \frac{g_H}{\sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{\mu_{mn}}{R \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}}.$$

П.2.6. Длина волны в волноводе, фазовая и групповая скорости вычисляются для прямоугольного и круглого волноводов по одинаковым формулам, но при соответствующих  $\lambda_{кр}$ :

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{K_z} = \frac{2\pi}{\sqrt{K^2 - K_{кр}^2}} = \frac{2\pi}{K \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{K_{кр}}{K}\right)^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

где  $K = \sqrt{K_{кр}^2 + K_z^2} = \sqrt{g_{E,H}^2 + K_z^2} = \omega_0 \cdot \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$ ;

$\lambda_0 = \lambda_{ср}$  – в соответствии с заданием;

$\varepsilon = 1$  – в волноводе, заполненном воздухом;

$$v_{\phi} = \lambda_{\epsilon} f = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\epsilon};$$

$$v_{ср} = v_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega_0}\right)^2} = v_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2},$$

где  $\omega_0 = \omega_{ср}$ .

П.2.7. Максимально допустимая длина волновода, при которой искажения еще невелики

$$L_{\max} \leq 1,5 \cdot 10^8 \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{f_{кр}}{f_{\max}}\right)^2\right]^{3/2}}{f_{\max} (\Delta f / f_{\max})^2 \cdot (f_{кр} / f_{\max})^2},$$

где  $\Delta f = \frac{2}{\tau}$  - разность двух крайних частот спектра.

П.2.8. Предельная мощность в прямоугольном волноводе на средней частоте и волне типа  $H_{10}$  и  $H_{20}$

$$P_{\text{пред}} = 6,63 \cdot 10^{-4} \cdot ab \cdot E_{\text{проб}}^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{ср}}{\lambda_{кр}}\right)^2}.$$

Предельная мощность в круглом волноводе:

1) с волной типа  $H_{11}$

$$P_{\text{пред}} = 1,99 \cdot 10^{-3} \cdot R^2 \cdot E_{\text{проб}}^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{ср}}{\lambda_{кр}}\right)^2},$$

где  $E_{\text{проб}}$  в В/м;

2) с волной  $E_{01}$

$$P_{\text{пред}} = 1,125 \cdot 10^{-3} \cdot R^2 \cdot E_{\text{проб}}^2 \cdot \left[ \left(\frac{\lambda_{кр}}{\lambda_{ср}}\right)^2 - 1 \right].$$

Пробивная мощность  $P_{\text{проб}} = P_{\text{пред}} / \text{КСВ}$ ,

где КСВ – коэффициент стоячей волны.

Максимально допустимая мощность

$$P_{\text{доп}} = \frac{P_{\text{пред}}}{3 \div 5}.$$

Рабочая мощность (мощность, проходящая по волноводу)

$$P_{\text{раб}} = \frac{P_{\text{проб}}}{E_{\text{проб}}^2} \cdot E_{\text{раб } m}^2,$$

где  $E_{\text{раб } m}$  – амплитуда максимального значения электрического поля.

В задании именно это максимальное значение поля  $E = E_{\text{раб } m}$  и задано.



Должно выполняться условие

$$P_{\text{раб}} \ll P_{\text{дон}}.$$

П.2.9. Коэффициент затухания волн типа  $H_{10}$  и  $H_{20}$  в прямоугольном волноводе при воздушном заполнении равен

$$\alpha = \frac{0,023 R_s \left[ \left( \frac{1}{b} \right) + \left( \frac{2}{a} \right) \cdot \left( \frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right]}{\sqrt{1 - \left( \frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \text{ дБ/м,}$$

где  $R_s$  – удельное поверхностное сопротивление

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu_a \cdot \omega_{cp}}{2\gamma}} = \frac{34,5}{\sqrt{\lambda_{cp} \gamma}},$$

где  $\gamma$  – удельная объемная проводимость стенок.

Коэффициенты затухания в круглом волноводе равны у волн  $H_{11}$

$$\alpha = \frac{0,023 \cdot R_s \left[ \left( \frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{кр}} \right)^2 + 0,416 \right]}{R \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \text{ дБ/м,}$$

и у волн  $E_{01}$

$$\alpha = \frac{0,023 \cdot R_s}{R \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \text{ дБ/м,}$$

где  $R$  – внутренний радиус волновода.

П.2.10. Отношение амплитуд поля и отношение мощностей можно найти из следующей формулы

$$\alpha = \frac{20}{l} \cdot \lg \frac{E_m(z)}{E_m(z+l)} = \frac{10}{l} \lg \frac{P(z)}{P(z+l)}, \text{ дБ/м.}$$

П.2.11. Расстояние  $\Delta z$ , на котором поле волны  $H_{20}$  (или  $H_{01}$ ), находящейся в закритическом режиме, уменьшается в 100 раз на средней частоте диапазона, находится так:

$$\frac{E_m(z)}{E_m(z+l)} = 100 = e^{K'_z \Delta z}; \quad \ln 100 = 2,3 \lg 100 = K'_z \Delta z.$$

Критическая длина волны типа  $H_{20}$  при выбранных размерах прямоугольного волновода

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2}} = a \cdot$$

Критическая длина волны типа  $H_{01}$  в круглом волноводе

$$\lambda_{кр H} = \frac{2\pi}{g_H} = \frac{2\pi R}{\mu_{mn}} = \frac{2\pi R}{\mu_{01}}.$$

Коэффициент закритического затухания

$$K'_z = \sqrt{K_{кр}^2 - K^2} = K \sqrt{\left(\frac{\omega_{кр}}{\omega_{cp}}\right)^2 - 1} = 2\pi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \cdot \sqrt{f^2_{кр} - f^2_{cp}} = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_{cp}^2 - \varepsilon \lambda_{кр}^2}{\lambda_{cp} \lambda_{кр}}},$$

где  $\varepsilon = 1$  - для воздуха.

Откуда расстояние, на котором поле уменьшится в 100 раз, равно

$$\Delta z = \frac{4,6}{K'_z}.$$

П.2.12. Коэффициент полезного действия несогласованной с нагрузкой линии передачи

$$\text{КПД} = \left(1 - \left|\dot{\Gamma}\right|^2\right) \cdot e^{-2\alpha l},$$

где  $\left|\dot{\Gamma}\right|$  - модуль коэффициента отражения;

$\alpha$  - коэффициент затухания в Неп/м;

$l$  - длина линии.

Модуль коэффициента отражения

$$\left|\dot{\Gamma}\right| = \frac{КСВ - 1}{КСВ + 1},$$

где  $КСВ = 1 / КБВ$ .

Коэффициент затухания

$$\alpha = \frac{\alpha, \text{дБ/м}}{8,69} = \alpha, \frac{\text{Неп}}{\text{м}}.$$

При расчете КПД величина  $e^{2\alpha l} = x$  вычисляется как обычно

$$\ln x = 2,3 \lg x = 2\alpha l; \quad \lg x = \frac{2\alpha l}{2,3}.$$

Далее, находим  $x$ .

Отсюда

$$\text{КПД} = \frac{1 - \left|\dot{\Gamma}\right|^2}{x}.$$

## Приложение 3

### П.3. Методика выполнения задачи 3

П.3.1. Картины полей различных типов колебаний в резонаторах различной формы приведены на рис.П.3.1.

П.3.2. Для прямоугольного резонатора составляющие поля для колебаний  $H_{mnp}$ :

$$\begin{aligned}
\dot{H}_z &= \dot{H}_{z_0} \cos(K_x x) \cdot \cos(K_y y) \cdot \sin(K_z z); \\
\dot{H}_y &= j \dot{H}_{z_0} \frac{K_z \cdot K_x}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \cdot \sin(K_y y) \cdot \cos(K_z z); \\
\dot{H}_x &= j \dot{H}_{z_0} \frac{K_z \cdot K_x}{K_x^2 + K_y^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \cos(K_z z); \\
\dot{E}_x &= \dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_y}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z); \\
\dot{E}_y &= -\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_x}{K_x^2 + K_y^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z); \\
\dot{E}_z &= 0; \quad \dot{H}_{z_0} = H_{z_m} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_0)},
\end{aligned}$$

где  $K_x = \frac{m\pi}{a}$ ;  $K_y = \frac{n\pi}{b}$ ;  $K_z = \frac{p\pi}{d}$ .

Пример картины поля типа  $H_{mp}$ , например,  $H_{101}$ , приведен на рис.П.3.1,а.

Для прямоугольного резонатора составляющие поля для колебаний типа  $E_{mp}$ :

$$\begin{aligned}
\dot{E}_z &= \dot{E}_{z_0} \sin(K_x x) \cdot \sin(K_y y) \cdot \cos(K_z z); \\
\dot{H}_y &= -j \dot{E}_{z_0} \frac{\omega \epsilon_a K_x}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z); \\
\dot{E}_x &= -\dot{E}_{z_0} \frac{K_z \cdot K_x}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z); \\
\dot{E}_y &= -\dot{E}_{z_0} \frac{K_z \cdot K_y}{K_x^2 + K_y^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z); \\
\dot{H}_z &= 0; \quad \dot{E}_{z_0} = E_{z_m} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_0)}.
\end{aligned}$$

Пример картины колебаний типа  $E_{mp}$ , например,  $E_{110}$ , приведен на рис.П.3.1,б.

У цилиндрического резонатора составляющие поля колебания типа  $E_{010}$  равны:

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{z_0} J_0\left(\frac{\beta_{01}}{R} \cdot r\right); \quad \dot{H}_\alpha = -j \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} E_{z_0} J_1\left(\frac{\beta_{01}}{R} r\right),$$

где  $\beta_{01}$  - находится из табл.П.2.2;

$J_0(x)$  и  $J_1(x)$ - функция Бесселя 1-го рода нулевого и первого порядка соответственно (находятся из Приложения 4).

Картина поля колебания  $E_{010}$  приведена на рис.П.3.1,в.

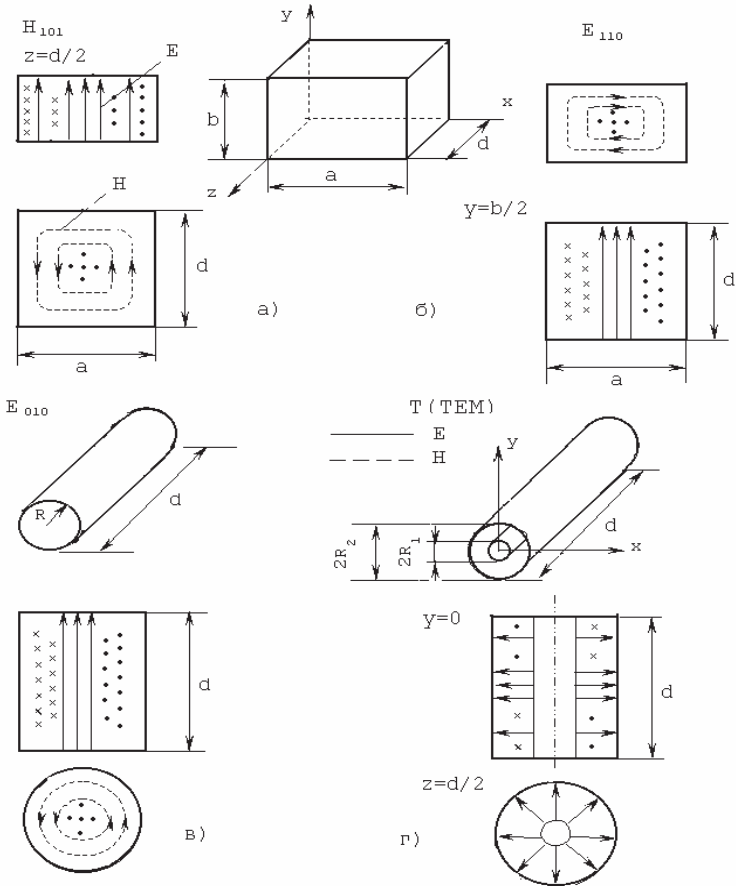


Рис.П.3.1. Полые металлические резонаторы:  
 а) и б) – прямоугольный с колебаниями  $H_{101}$  и  $E_{110}$ ;  
 в) – цилиндрический с колебанием  $E_{010}$ ;  
 г) – коаксиальный  $T (TEM)$  ( $p=1$ )

Для коаксиального резонатора с волной Т (ТЕМ), картина поля которой для  $p=1$  приведена на рис.П.3.1,г :

$$\dot{E}_r = \dot{E}_{r_0} \frac{R_1}{r} \sin \frac{p\pi}{d} z; \quad \dot{H}_\alpha = j \dot{E}_{r_0} \frac{R_1}{r} \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \cos \frac{p\pi}{d} z.$$

П.3.3. Резонансные частоты в прямоугольном резонаторе с колебаниями типа  $H_{mnp}$  и  $E_{mnp}$

$$\omega_{резE,H} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}.$$

Резонансные частоты цилиндрических резонаторов с колебаниями типа  $E_{mn}$

$$\omega_{рез E} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\beta_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}},$$

где  $\beta_{mn}$  - корень функции Бесселя первого рода  $m$  – го порядка.

Резонансная частота коаксиального резонатора с колебанием типа Т (ТЕМ)

$$\omega_{рез} = \frac{p\pi c}{d\sqrt{\varepsilon}},$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

П.3.4. Запасенная электромагнитная энергия:

1) в прямоугольном резонаторе с типом колебания  $H_{101}$

$$W_{H_{101}} = \frac{\varepsilon_a}{4} E_{y_{m.макс}}^2 \frac{abd}{4};$$

2) в прямоугольном резонаторе с типом колебания  $E_{110}$

$$W_{E_{110}} = \frac{\varepsilon_a}{4} E_{z_{m.макс}}^2 \frac{abd}{4};$$

3) в цилиндрическом резонаторе с колебанием типа  $E_{010}$

$$W_{E_{010}} = \frac{\varepsilon_a}{4} E_{z_{m.макс}}^2 2\pi d \frac{R^2}{2} J_1^2(\beta_{01}),$$

где  $J_1(x)$ - находится из табл.П.4.1 Приложения 4;

4) в коаксиальном резонаторе с колебанием типа Т (ТЕМ) при  $p=1$

$$W_T = \frac{\varepsilon_a}{4} E_{r_{m.макс}}^2 R_1^2 2\pi \frac{d}{2} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

П.3.5. Глубина проникновения в материал стенок

$$\Delta^o = \sqrt{\frac{2}{\omega_{рез} \mu_a \gamma}}.$$

П.3.6. Добротность при различных типах колебаний:

1) в прямоугольном резонаторе с колебаниями  $H_{101}$  и  $H_{110}$

$$Q_{H_{101}} = \frac{adb(a^2 + d^2)}{ad(a^2 + d^2) + 2b(a^3 + d^3)} \cdot \frac{1}{\Delta^o},$$

$$Q_{E_{110}} = \frac{abd(a^2 + b^2)}{ab(a^2 + b^2) + 2d(a^3 + b^3)} \cdot \frac{1}{\Delta^o};$$

2) в цилиндрическом резонаторе с колебанием  $E_{010}$

$$Q_{E_{010}} = \frac{d \cdot R}{d + R} \cdot \frac{1}{\Delta^o};$$

3) в коаксиальном резонаторе с колебанием Т (ТЕМ) при  $p=1$

$$Q_T = \frac{2d \cdot \ln(R_2 / R_1)}{4 \ln(R_2 / R_1) + d(1/R_1 + 1/R_2)} \cdot \frac{1}{\Delta^o}.$$

П.3.7. Энергия при свободных колебаниях тратится на потери и постепенно уменьшается по закону

$$W = W_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{Q}} = W_0 e^{-\frac{2t}{\tau_0}}, \quad \tau_0 = \frac{2Q}{\omega_0},$$

где  $W_0$  – начальный запас энергии в резонаторе при  $t = 0$ ;

$\tau_0$  – постоянная времени;

$\omega_0$  – собственная частота резонатора.

Собственная частота  $\omega_0$  и резонансная частота  $\omega_{рез}$  связаны друг с другом через добротность  $Q$  так, что

$$\omega_0 = \omega_{рез} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}.$$

Как видно, при больших добротностях  $Q \geq 10$  в инженерных расчетах этой разницей в величинах резонансной и собственной частот можно пренебречь и считать  $\omega_0 = \omega_{рез}$ .

За время  $t$  энергия поля при свободных колебаниях уменьшается  $W_0 / W = e^{2t / \tau_0}$ .

Значение функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка  $J_0(x)$  и первого порядка  $J_1(x)$  для аргументов от  $x=1,6$  до  $x=4,05$

Таблица П.4.1

$x$	$J_0(x)$	$J_1(x) = -J'_0(x)$	$x$	$J_0(x)$	$J_1(x) = -J'_0(x)$
1,60	0,455	0,570	2,85	-0,205	0,393
1,65	0,427	0,574	2,90	-0,224	0,375
1,70	0,398	0,578	2,95	-0,242	0,357
1,75	0,369	0,580	3,00	-0,260	0,339
1,80	0,340	0,581	3,05	-0,276	0,320
1,85	0,311	0,582	3,10	-0,292	0,301
1,90	0,282	0,581	3,15	-0,306	0,281
1,95	0,253	0,579	3,20	-0,320	0,261
2,00	0,224	0,577	3,25	-0,333	0,241
2,05	0,195	0,573	3,30	-0,344	0,221
2,10	0,166	0,568	3,35	-0,355	0,200
2,15	0,138	0,563	3,40	-0,364	0,179
2,20	0,110	0,556	3,45	-0,373	0,158
2,25	0,083	0,548	3,50	-0,380	0,137
2,30	0,055	0,540	3,55	-0,386	0,116
2,35	0,029	0,530	3,60	-0,392	0,095
2,40	0,002	0,520	3,65	-0,396	0,074
2,45	-0,023	0,509	3,70	-0,399	0,054
2,50	-0,048	0,497	3,75	-0,401	0,033
2,55	-0,073	0,483	3,80	-0,403	0,013
2,60	-0,097	0,471	3,85	-0,403	-0,007
2,65	-0,120	0,457	3,90	-0,402	-0,627
2,70	-0,142	0,442	3,95	-0,401	-0,047
2,75	-0,164	0,426	4,00	-0,397	-0,066
2,80	-0, 5	0,410	4,05	-0,393	-0,085

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

---

Кафедра ТЭ РЭО ВТ

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № \_\_**

по дисциплине  
**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РРВ**

Выполнил: студент \_ курса  
факультета \_\_\_\_\_  
группы \_\_\_\_\_  
Иванов И.И.  
шифр \_\_\_\_\_

**Москва – 20\_\_**