

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра высшей математики

Ю.И. Дементьев, Е.Н. Кушнер

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Учебно-методическое пособие
по выполнению практических заданий

*для студентов I курса
направления 20.03.01
очной формы обучения*

Москва
ИД Академии Жуковского
2020

УДК 517(076)
ББК 517
Д30

Рецензент:

Илларионова О.Г. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Дементьев Ю.И.

Д30 Высшая математика [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению практических заданий / Ю.И. Дементьев, Е.Н. Кушнер. – М.: ИД Академии Жуковского, 2020. – 48 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Высшая математика» по учебному плану для студентов I курса направления 20.03.01 очной формы обучения.

Учебно-методическое пособие охватывает разделы, изучаемые студентами на I курсе: линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление, интегральное исчисление, кратные и криволинейные интегралы, дифференциальные уравнения. Пособие содержит варианты контрольных домашних заданий и список рекомендуемой литературы.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 28.01.2020 г. и методического совета 19.02.2020 г.

УДК 517(076)
ББК 517

В авторской редакции

Подписано в печать 02.07.2020 г.
Формат 60x84/16 Печ. л. 3 Усл. печ. л. 2,79
Заказ № 615/0413-УМП20 Тираж 60 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А
Тел.: (495) 973-45-68
E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический университет гражданской авиации, 2020

Введение

На первом курсе студенты должны выполнить три контрольные работы в первом семестре (КДЗ №1 – части 1 линейная алгебра, часть 2 аналитическая геометрия, КДЗ №2 – части 3 функции, часть 4 пределы и непрерывность, часть 5 производные, применение производных, КДЗ №3 – части 6 неопределённый интеграл, часть 7 определённый интеграл) и две контрольные работы во втором семестре (КДЗ №4 – часть 8 кратные и криволинейные интегралы, КДЗ №5 – часть 9 дифференциальные уравнения).

При выполнении контрольных работ необходимо строго придерживаться указанных ниже правил.

1. Каждая контрольная работа должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами синего или черного цвета. Необходимо оставлять поля для замечаний рецензента. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия имя и отчество студента, название дисциплины, курс обучения, номер группы, номер контрольной работы и номер варианта. Каждый студент должен решить задачи своего варианта.

2. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту.

3. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать её условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачи своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

4. После получения прорецензированной работы, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочёты и выполнить все рекомендации рецензента. Если рецензент предлагает внести в решения задачи или иные исправления или дополнения, то это следует сделать в короткий срок (сам текст работы после её рецензирования исправлять запрещается).

5. Без предъявления прорецензированных контрольных работ студент не допускается к собеседованию по контрольной работе, к сдаче зачёта или экзамена.

П Е Р В Ы Й С Е М Е С Т Р

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Часть 1. Линейная алгебра

Задание 1.1. Дана система линейных алгебраических уравнений. Не решая эту систему, выяснить сколько она имеет решений.

Задание 1.2. Дана система уравнений. Решить эту систему: 1) методом Гаусса; 2) методом Крамера.

Вариант 1.

$$1.1. \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x \quad \quad -z = 2 \\ x + 8y - 11z = -1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x - 2y - 3z + t = 1 \\ x - y - 2z + 2t = -2 \\ -x + 2y + z + 3t = 3 \\ x + y + z + t = 1 \end{cases}$$

Вариант 2.

$$1.1. \begin{cases} x + y - 3z = 2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x - 2y + 3z + t = 5 \\ x - y - 2z + 2t = -2 \\ -x - y + z + 3t = -2 \\ x + y + z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 3.

$$1.1. \begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y + z = -1 \\ 4x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 3y + 3z + t = -6 \\ x - y + 2z + 2t = 5 \\ -x + 2y + z + 3t = 0 \\ x + y + z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 4.

$$1.1. \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 2 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 3y + 3z + t = 8 \\ x - y + 2z + 2t = -3 \\ -x - y + z + 3t = -8 \\ -x + y + z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 5.

$$1.1. \begin{cases} x + 7y + z = 1 \\ 2x - y - z = 1 \\ -x + 8y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x - 2y - 3z + t = 2 \\ x - y - 2z + 2t = 3 \\ -x + y + z + 3t = 6 \\ x + y + z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 6.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y - z = 3 \\ 2x - y - z = 2 \\ 3x + 5y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 3y + 3z + t = 4 \\ x - y + 2z + 2t = 5 \\ -x - y + z + 3t = 4 \\ -x + 2y + z + t = 2 \end{cases}$$

Вариант 7.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y - z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ 3x - 4y - z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 6 \\ x - y - 2z + 2t = 1 \\ -x - y + z - t = -4 \\ -x + 2y + z + t = 10 \end{cases}$$

Вариант 9.

$$1.1. \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - z = 2 \\ x + 8y - 11z = 0 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 4 \\ x - y - 2z + 2t = -1 \\ -x - y + z - t = -2 \\ x + 2y - z - t = -4 \end{cases}$$

Вариант 11.

$$1.1. \begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y + z = -1 \\ 4x + y + 7z = -1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 0 \\ x - y + 2z + 2t = 3 \\ -x - 2y + z + t = 0 \\ x + y - z - t = -2 \end{cases}$$

Вариант 13.

$$1.1. \begin{cases} x + 7y + z = 1 \\ 2x - y - z = 1 \\ -x + 8y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 6 \\ x + y + 2z - 2t = 0 \\ x - 2y + z + t = -4 \\ -x + y + z + t = 7 \end{cases}$$

Вариант 8.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y + z = 3 \\ 2x + y + z = 8 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 3y + 3z + t = -2 \\ x - y - 2z + 2t = 3 \\ -x - y + z + 3t = 10 \\ -x + 2y + z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 10.

$$1.1. \begin{cases} x + y - 3z = 2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 4y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 6 \\ x - y - 2z + 2t = 1 \\ -x - y + z + t = -4 \\ x + 2y + z - t = 4 \end{cases}$$

Вариант 12.

$$1.1. \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 2 \\ 2x - y - z = 1 \\ 3y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = -4 \\ x - y - 2z + 2t = 3 \\ -x + y + z - t = -2 \\ x + 2y - z - t = -8 \end{cases}$$

Вариант 14.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y - z = 3 \\ 2x - y - z = 2 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 6 \\ x - y + 2z - 2t = -9 \\ -x + 2y + z - t = -6 \\ x + y - z - t = 2 \end{cases}$$

Вариант 15.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y - z = 0 \\ 2x + y - z = -1 \\ 3x - 4y - z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + y - 2z + t = -2 \\ x + y + z - 2t = 1 \\ x - 2y + z + t = 4 \\ -2x + y + z + t = 1 \end{cases}$$

Вариант 16.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y + z = 3 \\ 2x + y + z = -2 \\ x - 5y + z = 5 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 0 \\ x + y + 2z - 2t = 3 \\ x - 2y + z - t = 2 \\ -2x + y + z + t = 1 \end{cases}$$

Вариант 17.

$$1.1. \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - z = 2 \\ x + 8y + z = -1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x + y + 2z - t = 4 \\ -x + y + z + 2t = 3 \\ x + 2y - z + t = 0 \\ 2x - y + z + t = 5 \end{cases}$$

Вариант 18.

$$1.1. \begin{cases} x + y - 3z = 2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = 3 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x - 2y - 3z + t = 1 \\ x - y - 2z + 2t = -2 \\ -x + 2y + z + 3t = 3 \\ x + y + z + t = 4 \end{cases}$$

Вариант 19.

$$1.1. \begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y + z = -1 \\ 4x + y + 7z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x - 2y - 3z + t = 1 \\ x - y - 2z + 2t = -2 \\ -x + y + z + 3t = 2 \\ x + y + z + t = 4 \end{cases}$$

Вариант 20.

$$1.1. \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 2 \\ 2x - y - z = 1 \\ +3y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} -2x + y + 2z + t = 4 \\ x + 2y + z - 2t = 2 \\ x - 2y + z + t = 0 \\ 2x + y - 2z + t = 4 \end{cases}$$

Вариант 21.

$$1.1. \begin{cases} x + 7y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ -x + 8y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x + y - 2z + t = 0 \\ x - 2y - z + 2t = 12 \\ x - 2y + 2z + t = 30 \\ -2x + y + 2z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 22.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y - z = 3 \\ 2x - y - z = 2 \\ 3x + 5y - 2z = 5 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x + y - 2z + t = 8 \\ x - 2y + z + 2t = 0 \\ x + 2y - 2z + t = 9 \\ -2x + y + 2z + t = 0 \end{cases}$$

Вариант 23.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y + z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ 3x - 4y - z = 1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x + y - 3z + t = 1 \\ x - 3y - z + 2t = 4 \\ x - 2y - 2z + t = 1 \\ -2x + y + 2z + t = 2 \end{cases}$$

Вариант 24.

$$1.1. \begin{cases} x + 6y + z = 3 \\ 2x + y + z = -2 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x + y - 3z + t = 5 \\ x - 2y - z + 2t = 10 \\ x - 2y - 2z + t = 9 \\ -2x + y + 2z + t = -4 \end{cases}$$

Вариант 25.

$$1.1. \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ 2x - 16y - 2z = -7 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x + y - 3z + t = 0 \\ x - 3y - z + 2t = 2 \\ x - 2y - 2z + 3t = 2 \\ -3x + y + 3z + t = 1 \end{cases}$$

Часть 2. Векторы. Аналитическая геометрия

Задание 2.1. $\triangle ABC$ задан на плоскости своими вершинами. Найти:

- уравнение высоты CH , опущенной из вершины C на сторону AB ;
- координаты точки N пересечения медианы AM и высоты CH ;
- уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
- угол между медианой AM и стороной BC .

Задание 2.2. Даны четыре точки A, B, C, D .

- Доказать, что точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости.
- Вычислить площадь грани ABC .
- Вычислить площадь сечения, проходящего через середину ребра CD и вершины пирамиды A и B .
- Вычислить объём пирамиды $ABCD$.
- Составить уравнения: а) прямой DM , перпендикулярной плоскости ABC ;
- прямой CN , параллельной прямой AB .
- Найти: а) угол между \vec{AB} и \vec{AC} ; б) синус угла между прямой AD и плоскостью ABC ; в) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью ABC .

Задание 2.3. Задано уравнение поверхности. Записать каноническое уравнение заданной поверхности, определить её тип, оси симметрии. Выписать уравнения её сечений координатными плоскостями и определить тип полученных линий.

Вариант 1.

2.1. $A(2; 5), B(-3; 1), C(0; 4)$.

2.2. $A(3; 1; 4), B(-1; 6; 1), C(-1; 1; 6), D(0; 4; -1)$.

2.3. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 4x - 12y + 6z - 11 = 0$.

Вариант 2.

2.1. $A(7; 0), B(1; -4), C(-8, 4)$.

2.2. $A(0; 4; 5), B(3; -2; 1), C(4; 5; 6), D(3; 3; 2)$.

2.3. $2x^2 + 8x - y + 7 = 0$.

Вариант 3.

2.1. $A(2; -6), B(3; 5), C(-4; 0)$.

2.2. $A(2; 1; 6), B(1; 4; 9), C(2; -5; 8), D(5; 4; 2)$.

2.3. $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4x + 12y + 6z - 47 = 0$.

Вариант 4.

2.1. $A(-1; 4), B(9; 6), C(-5; 4)$.

2.2. $A(5; 3; 7), B(-2; 3; 5), C(4; 2; 10), D(1; 2; 7)$.

2.3. $2x^2 - z^2 + 8x - 4z - 96 = 0$.

Вариант 5.

2.1. $A(-4; 2), B(6; -4), C(4; 10)$.

2.2. $A(1; -2; 7), B(4; 2; 10), C(2; 3; 5), D(5; 3; 7)$.

2.3. $2x^2 + y^2 + 8x - 2y - 55 = 0$.

Вариант 6.

2.1. $A(-3; 8), B(-6; 2), C(0, 5)$.

2.2. $A(7; 2; 2), B(-5; 7; -7), C(5; -3; 1), D(2; 3; 7)$.

2.3. $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4x + 12y - 6z - 53 = 0$.

Вариант 7.

2.1. $A(-4; 2), B(8; -6), C(2; 6)$.

2.2. $A(10; 9; 6), B(2; 8; 2), C(9; 8; 9), D(7; 10; 3)$.

2.3. $2x^2 + 5z^2 + 8x - y + 20z + 27 = 0$.

Вариант 8.

2.1. $A(4; -4), B(8; 2), C(3; 8)$.

2.2. $A(4; 4; 10), B(7; 10; 2), C(2; 8; 4), D(9; 6; 9)$.

2.3. $2x^2 - y^2 + 8x + 2y - 4z + 3 = 0$.

Вариант 9.

2.1. $A(-2; 3), B(1; -6), C(6; 1)$.

2.2. $A(7; 5; 3), B(9; 4; 4), C(4, 5; 7), D(7; 9; 6)$.

2.3. $x^2 - 4x - 3z + 1 = 0$.

Вариант 10.

2.1. $A(1; 7), B(3; -1), C(2; -3)$.

2.2. $A(0; 7; 1), B(2; -1; 5), C(1; 6; 3), D(3; -9; 8)$.

2.3. $2x^2 + y^2 + 4z^2 + 8x - 2y + 8z - 51 = 0$.

Вариант 11.

2.1. $A(-5; 1), B(8; -2), C(1; 4)$.

2.2. $A(3; 5; 4), B(5; 8; 3), C(1; 2; -2), D(-1; 0; 2)$.

2.3. $x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$.

Вариант 12.

2.1. $A(0; 2), B(-7; -4), C(3; 2)$.

2.2. $A(2; -1; 7), B(6; 3; 1), C(3; 2; 8), D(2; -3; 7)$.

2.3. $2x^2 - y^2 + 4z^2 + 8x + 2y + 8z - 53 = 0$.

Вариант 13.

2.1. $A(-3; 1), B(4; -5), C(8; 2)$.

2.2. $A(3; 2; 5), B(4; 0; 6), C(2; 6; 5), D(6; 4; -1)$.

2.3. $2x^2 + y^2 + 8x + 2y - 91 = 0$.

Вариант 14.

2.1. $A(7; -2), B(-7; 4), C(5; 5)$.

2.2. $A(2; 3; 5), B(5; 3; -7), C(1; 2; 7), D(4; 2; 0)$.

2.3. $x^2 - 2z^2 - 4x - 4z - 34 = 0$.

Вариант 15.

2.1. $A(4; 1), B(3; -1), C(7; -3)$.

2.2. $A(1; -1; 3), B(6; 5; 8), C(3; 5; 8), D(8; 4; 1)$.

2.3. $2x^2 - y^2 - 4z^2 + 8x + 2y - 8z - 61 = 0$.

Вариант 16.

2.1. $A(4; -4), B(6; 2), C(-1; 8)$.

2.2. $A(6; 6; 5), B(4; 9; 5), C(4; 6; 11), D(6; 9; 3)$.

2.3. $x^2 + 3z^2 - 4x - 2y + 6z + 13 = 0$.

Вариант 17.

2.1. $A(1; -6), B(3; 4), C(-3; 3)$.

2.2. $A(3; 5; 4), B(8; 7; 4), C(5; 10; 4), D(4; 7; 8)$.

2.3. $2x^2 - y^2 + 8x - 2y - 5z - 3 = 0$.

Вариант 18.

2.1. $A(4; -3), B(7; 3), C(1; 10)$.

2.2. $A(4; 2; 5), B(0; 7; 1), C(0; 2; 7), D(1; 5; 0)$.

2.3. $2x^2 + 8x - 4z + 4 = 0$.

Вариант 19.

2.1. $A(1; -2), B(7; 1), C(3; 7)$.

2.2. $A(9; 5; 5), B(-3; 7; 1), C(5; 7; 8), D(6; 9; 2)$.

2.3. $2x^2 + y^2 + 5z^2 + 8x + 2y + 20z - 71 = 0$.

Вариант 20.

2.1. $A(-3; 2), B(14; 4), C(6; 8)$.

2.2. $A(3; -1; 2), B(-1; 0; 1), C(1; 7; 3), D(8; 5; 8)$.

2.3. $2x^2 + 8x - y + 9 = 0$.

Вариант 21.

2.1. $A(1; -3), B(0; 7), C(-2; 4)$.

2.2. $A(2; 1; 7), B(3; 3; 6), C(2; -3; 9), D(1; 2; 5)$.

2.3. $2x^2 - y^2 + 5z^2 + 8x - 2y + 20z - 73 = 0$.

Вариант 22.

2.1. $A(7; 0), B(1; -4), C(-8, 4)$.

2.2. $A(4; 3; 5), B(1; 9; 7), C(0; 2, 0), D(5; 3; 10)$.

2.3. $x^2 + 2y^2 - 4x - 12y - 14 = 0$.

Вариант 23.

2.1. $A(7; 2), B(3; -8), C(-4; 6)$.

2.2. $A(4; 2; 10), B(1; 2; 0), C(3; 5; 7), D(2; -3; 5)$.

2.3. $2x^2 - y^2 - 5z^2 + 8x - 2y - 20z - 113 = 0$.

Вариант 24.

2.1. $A(10; -2), B(4; -5), C(3; 1)$.

2.2. $A(8; -6; 4), B(10; 5; -5), C(5; 6; -8), D(8; 10; 7)$.

2.3. $2x^2 + 4z^2 + 8x - y + 8z + 13 = 0$.

Вариант 25.

2.1. $A(3; -1), B(1; 3), C(-6; 2)$.

2.2. $A(6; 1; 1), B(4; 6; 6), C(4, 2; 0), D(1; 2; 6)$.

2.3. $2x^2 - z^2 + 8x - 2z - 57 = 0$.

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Часть 3. Элементарные преобразования графиков функций

Задания 3.1 – 3.3. С помощью элементарных преобразований построить графики функций.

Задания 3.4. Найти функцию обратную данной на заданном промежутке. Построить графики обеих функций в одной координатной плоскости.

Вариант 1.

3.1. $y = 3 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$

3.2. $y = \frac{1}{2-x}$

3.3. $y = x |x| - x + 2$

3.4. $y = 2^{x-5}, x \in [3; +\infty)$

Вариант 3.

3.1. $y = 2 \cos 2x$

3.2. $y = \frac{x}{1-x}$

3.3. $y = 2 + |x| - x^2$

3.4. $y = 3 \operatorname{tg} 2x, x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right)$

Вариант 5.

3.1. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x) + 1$

3.2. $y = \frac{2x}{2x+1}$

3.3. $y = 2x^2 - 4|x|$

3.4. $y = \frac{x-1}{x+2}, x \in (-1; 3)$

Вариант 7.

3.1. $y = 1 - 2 \cos \frac{x}{2}$

3.2. $y = \frac{x}{2+x}$

3.3. $y = |x^2 + 6x - 7|$

3.4. $y = 2 + e^{2-x}, x \in [-1; 5]$

Вариант 2.

3.1. $y = -\sin(2x+1)$

3.2. $y = e^{-x} - 1$

3.3. $y = \frac{1}{|x|-1}$

3.4. $y = \sqrt{4x-1}, x \in [1; +\infty)$

Вариант 4.

3.1. $y = 3^{-x} + 1$

3.2. $y = \sin(2x-4)$

3.3. $y = \frac{1}{1-|x|}$

3.4. $y = 6^x + 3, x \in [-1; +\infty)$

Вариант 6.

3.1. $y = -2 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$

3.2. $y = \frac{8-x}{2x}$

3.3. $y = x |x| - 4$

3.4. $y = 2 \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{2} \right), x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$

Вариант 8.

3.1. $y = 1 + e^{-2x}$

3.2. $y = \frac{x}{x+3}$

3.3. $y = x^2 - 4|x| - 5$

3.4. $y = 2 \arcsin(x-1), x \in [0; 2]$

Вариант 9.

3.1. $y = 1 + 2 \log_2 4x$

3.2. $y = \frac{x-2}{x+2}$

3.3. $y = x |x| + 2x - 1$

3.4. $y = \lg(10x-20), x \in (3; +\pi)$

Вариант 10.

3.1. $y = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}$

3.2. $y = 3 - \sqrt{x - 3}$

3.3. $y = |-x^2 + x + 2|$

3.4. $y = (x + 1)^3, x \in [-2; 2]$

Вариант 12.

3.1. $y = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

3.2. $y = |x^2 - 5x - 6|$

3.3. $y = -\frac{1}{(x + 2)^2}$

3.4. $y = 2 \operatorname{arctg} x, x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$

Вариант 14.

3.1. $y = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(x - 1)$

3.2. $y = 5 - 3^{2x}$

3.3. $y = \frac{|x|}{|x| + 1}$

3.4. $y = 3 \cos 2x, x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

Вариант 16.

3.1. $y = 2 \sin(3x + 3)$

3.2. $y = \frac{x}{x - 4}$

3.3. $y = 2 - x|x|$

3.4. $y = \arccos(x + 1), x \in [-2; 0]$

Вариант 11.

3.1. $y = 1 - \cos \frac{x}{2}$

3.2. $y = \frac{x + 3}{x + 2}$

3.3. $y = \left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$

3.4. $y = \sqrt{x + 3}, x \in [-2; 6]$

Вариант 13.

3.1. $y = 1 - \frac{1}{2} e^{-x}$

3.2. $y = 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

3.3. $y = \frac{1}{|x - 1|}$

3.4. $y = \sqrt[3]{27x + 54}, x \in (-3; 3)$

Вариант 15.

3.1. $y = 3 - \sqrt{x + 1}$

3.2. $y = 1 - \sin \frac{x}{2}$

3.3. $y = |x^2 + 4x - 12|$

3.4. $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x, x \in (0; +\infty)$

Вариант 17.

3.1. $y = 1 + \log_2(x + 1)$

3.2. $y = \frac{3x - 1}{x + 3}$

3.3. $y = x^2 + 2|x| - 3$

3.4. $y = \frac{2x}{x + 1}, x \in [0; +\infty)$

Вариант 18.

3.1. $y = 2^{-x} + 3$

3.3. $y = 2\sqrt{|x|}$

3.2. $y = -3 \sin(x + 1)$

3.4. $y = 3 \sin 2x, x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$

Вариант 19.

3.1. $y = 1 + 2 \arcsin(-x)$

3.2. $y = 1 - \sqrt{x-2}$

3.3. $y = \frac{|x|}{x+1}$

3.4. $y = 5^{x-1} + 2, x \in [0; +\infty)$

Вариант 21.

3.1. $y = 2 - (2-x)^3$

3.2. $y = \frac{1}{(x-2)^2} + 1$

3.3. $y = |x - x^2|$

3.4. $y = \frac{2x+1}{x-2}, x \in (3; +\infty)$

Вариант 23.

3.1. $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + 1$

3.2. $y = \frac{x-1}{x+2}$

3.3. $y = x^2 - 2|x| - 3$

3.4. $y = 1 + 2^{x+3}, x \in [1; +\infty)$

Вариант 20.

3.1. $y = 2 - \log_3(x-1)$

3.2. $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 2$

3.3. $y = 6|x| - x^2 - 5$

3.4. $y = 3 \arcsin(x+1), x \in (-2; 0)$

Вариант 22.

3.1. $y = 3 - \log_2 x$

3.2. $y = -3 \cos(2x-2)$

3.3. $y = |4 - x^2|$

3.4. $y = \frac{3}{\sqrt{x+2}}, x \in [-1; +\infty)$

Вариант 24.

3.1. $y = 1 - 3 \sin(x-1)$

3.2. $y = \frac{2x}{x-3}$

3.3. $y = |2^x - 1|$

3.4. $y = 2 \cos 3x, x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$

Вариант 25.

3.1. $y = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(-x)$

3.2. $y = \frac{4-x}{x}$

3.3. $y = |\log_2 |x||$

3.4. $y = 3 \ln(x+2), x \in [3; +\infty)$

Часть 4. Пределы**Задания 4.1 – 4.3.** Вычислить пределы.**Вариант 1.**

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x + 1}{x^3 + 2x^2 + 4}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt{2x} - 4}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-2}\right)^{-7x}$

Вариант 2.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x - 3}{10x - 1} \right)^{5x}$

Вариант 3.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^3 - 2}{4x^3 - x}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x}{7-x} \right)^{\frac{x}{2}+2}$

Вариант 4.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x^3 - 2}{4x^2 - 7}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 4}{x^3 + 9} \right)^{\frac{1}{x+2}}$

Вариант 5.

4.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3}+3x}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 2}{4x^2 + 2x + 7} \right)^3$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-7}{6x+4} \right)^{3x+2}$

Вариант 6.

4.1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 2^x}{3^{x-1} + 2^x}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3}+3x}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{4x}$

Вариант 7.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^3 + x^2}{x^3 - 2x^2 - 2}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+5x+4x^2} - 3}{x^2 - 3x}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{1+2x} \right)^{2x-1}$

Вариант 8.

4.1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 7^x}{2^x - 7^{x-1}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{\sqrt{5x} - 5}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-3} \right)^{4x+1}$

Вариант 9.

4.1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 13x^2 - 3}{10x^3 + 2x^2 + 15x}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x} \right)^{2x}$

Вариант 10.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 1}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{2x^2 - 5x - 3}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{3x+1}$

Вариант 11.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)^3 - 8x^3}{(1+2x)^2 + 4x^2}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{\sin \frac{x}{2}}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^{5-2x}$

Вариант 12.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5+x)x}{x-x^2+3}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x}-1}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{\frac{2}{x-3}}$

Вариант 13.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3+x)x}{2\sqrt{9x^4+1}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$

Вариант 14.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-3x^2+x}{2x^2-x+12}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x}-x)$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{x+3}$

Вариант 15.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt{x}-\sqrt{8}}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+5}\right)^{8x+1}$

Вариант 16.

4.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x^2+4x+1}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^{5x}$

Вариант 17.

4.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^3+(x-1)^4}{x^3-3x}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3}\right)^{\frac{x}{3}}$

Вариант 18.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x^2+3}{x-x^2+5x^3}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{3-x}$

Вариант 19.

4.1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x-3^{x+1}}{2^{x+1}+3^{x+2}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{\sqrt{3x}-3}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{3+x}\right)^{2x-1}$

Вариант 20.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+5x}{1-x-x^2}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+1}-1}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{3+x}\right)^{1-5x}$

Вариант 21.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x}{x^4-3x^2+1}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x^2-4x-5}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2}\right)^{6x}$

Вариант 22.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2+2x^3}}{x+1}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{1-\sqrt{1+x+x^2}}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{x}\right)^{-3x}$

Вариант 23.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 1}{2x^4 - x^2 + 5}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x + 1}}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{3x}{x^2 + 2x - 3}}$

Вариант 24.

4.1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2x}}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 1)^3 - (x - 1)^3}{(x + 1)^2 + (x - 1)^2}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{x}{1-x}}$

Вариант 25.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{x + 2}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{x^2}$

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^{x+1}$

Часть 5. Производные**Задания 5.1 – 5.7.** Найти производные функций.**Задание 5.8.** Найти дифференциал функции.**Задание 5.9.** Найти вторую производную функции.**Задание 5.10.** Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции.**Задания 5.11 – 5.12.** Провести полное исследование функции и построить её график.**Вариант 1.**

5.1. $y = e^x \arccos x$

5.2. $y = \frac{1 - \cos x}{2x + 3}$

5.3. $y = \operatorname{arctg}(\ln x)$

5.4. $y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x + 3}) - \sqrt{x + 3}$

5.5. $y = \frac{\sin 3x}{\cos^2 x}$

5.6. $y = 2\sqrt{4x + 3} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + 1}}$

5.7. $y = (\sin x)^{5e^x}$

5.8. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$

5.9. $y = \operatorname{tg}^2 x$

5.10. $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$

5.11. $y = \frac{x^2}{4} (x^2 - 8)$

5.12. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

Вариант 2.

5.1. $y = 5^{x + \operatorname{arctg} x}$

5.2. $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

5.3. $y = \sqrt{x^3} \ln x + \frac{1}{x}$

5.4. $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5} \operatorname{arctg}(3x - 2)$

5.5. $y = (e^{\cos x} + 3)^4$

5.6. $y = 2\sqrt{x} - 4 \ln(2 + \sqrt{x})$

5.7. $y = \log_3 x \operatorname{arcsin} x$

5.8. $y = (\operatorname{ctg} x)^{2e^x}$

5.9. $y = x^2 e^x$

5.10. $z = x \operatorname{arcsin}(xy)$

$$5.11. y = 3x^4 - 4x^3 \quad 5.12. y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

Вариант 3.

$$5.1. y = \sqrt[5]{x} \left(1 - \frac{x}{2}\right) \quad 5.2. y = \frac{x^3 - 3}{\operatorname{arctg} x} \quad 5.3. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^5 5x}$$

$$5.4. y = 2x - \ln \left(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}\right) \quad 5.5. y = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 - x}}$$

$$5.6. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{4x + 1}{\sqrt{2}} \quad 5.7. y = \cos^3 x \cdot 2^{\operatorname{arcsin} x}$$

$$5.8. y = (\operatorname{ctg} x)^{3x} \quad 5.9. y = \ln^2 x^3 \quad 5.10. z = x^2 \sin \frac{x}{y}$$

$$5.11. y = -\frac{(x^2 - 4)^2}{16} \quad 5.12. y = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

Вариант 4.

$$5.1. y = \frac{2}{3x^2} - \frac{x\sqrt[3]{x}}{2} \quad 5.2. y = \ln \left(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}\right) \quad 5.3. y = \ln^3 (1 + e^{3x})$$

$$5.4. y = x \operatorname{arcsin}^2 x + 2\sqrt{1 - x^2} \operatorname{arcsin} x \quad 5.5. y = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}$$

$$5.6. y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x \quad 5.7. y = \frac{1 + \cos x}{\operatorname{arccos} x}$$

$$5.8. y = (x^8 + 2)^{\frac{1}{x}} \quad 5.9. y = 5^{\operatorname{tg} x} \quad 5.10. z = \frac{x}{x^2 + 3y^2}$$

$$5.11. y = \frac{x^3}{27} (x - 4) \quad 5.12. y = \frac{4x^2}{x^2 + 3}$$

Вариант 5.

$$5.1. y = x^{10} \log_5 x \quad 5.2. y = \frac{2^x}{\cos x + 5} \quad 5.3. y = \frac{\sin^4 x}{\operatorname{ctg} x}$$

$$5.4. y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} \quad 5.5. y = \frac{x^4}{81} \operatorname{arcsin} \frac{3}{x}$$

$$5.6. y = e^{-3x} \operatorname{arccos} 2x \quad 5.7. y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) \quad 5.8. y = (\operatorname{arcsin} x)^{e^x}$$

$$5.9. y = \frac{\ln x}{x} \quad 5.10. z = y^2 e^{x^2 + y^2}$$

$$5.11. y = \frac{x^2}{64} (32 - x^2) \quad 5.12. y = \frac{12x}{x^2 + 9}$$

Вариант 6.

$$5.1. y = \frac{2^x}{1 + 2^x} \quad 5.2. y = \left(1 + \sqrt[4]{x^3}\right) \operatorname{arcsin} x \quad 5.3. y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$$

$$5.4. y = \frac{x^4}{81} \operatorname{arcsin} \frac{3}{x} + \sqrt{x^2 - 9} \quad 5.5. y = 3^{\operatorname{arcsin}^2 x}$$

$$5.6. y = \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}} \quad 5.7. y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln(\sin x)$$

$$5.8. y = (x)^{e^{\cos x}}$$

$$5.9. y = x^3 e^x$$

$$5.10. z = \sqrt[3]{4xy + y^2}$$

$$5.11. y = \frac{x^3}{16} (8 - 3x)$$

$$5.12. y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

Вариант 7.

$$5.1. y = \sqrt[7]{x^3} \sin x$$

$$5.2. y = \sqrt{2x - x^2} + \frac{1}{3x^3}$$

$$5.3. y = \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\cos x}$$

$$5.4. y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$$

$$5.5. y = e^{2x} \ln(1 + x^2)$$

$$5.6. y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} + \arcsin x$$

$$5.7. y = \frac{4 + x^3}{x - \operatorname{ctg} x}$$

$$5.8. y = (\sin 2x)^{\frac{\ln \cos x}{4}}$$

$$5.9. y = \ln(12 + x)$$

$$5.10. z = e^{xy} (2x + y^2)$$

$$5.11. y = \frac{1}{9} (x^2 - 3)^2$$

$$5.12. y = \frac{4 - x^3}{x^2}$$

Вариант 8.

$$5.1. y = \operatorname{ctg}^3 x - \frac{1}{\sin x}$$

$$5.2. y = \frac{e^x}{1 - x^2}$$

$$5.3. y = \sqrt{\ln(x^2 + 1)}$$

$$5.4. y = -\frac{1}{3 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$$

$$5.5. y = \log_5 x \arccos x$$

$$5.6. y = \left(x^5 + 3x + \frac{1}{x}\right)^{10}$$

$$5.7. y = 3 \sin 2x \cos^2 x$$

$$5.8. y = (\cos x)^{\frac{2 \ln \cos x}{5}}$$

$$5.9. y = \cos^2 3x$$

$$5.10. z = (x^2 - y^2) \cos xy$$

$$5.11. y = \frac{x^2}{27} (x^2 - 18)$$

$$5.12. y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$$

Вариант 9.

$$5.1. y = \sqrt[5]{x} 3^x$$

$$5.2. y = \frac{x^2 + 5x - 6}{\ln x}$$

$$5.3. y = e^{\frac{1}{\cos x}}$$

$$5.4. y = \ln(e^{5x} + \sqrt{e^{10x} - 1})$$

$$5.5. y = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$5.6. y = \frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\operatorname{tg} x)$$

$$5.7. y = \operatorname{arctg} \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$$

$$5.8. y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$$

$$5.9. y = 5\sqrt{x}$$

$$5.10. z = y \ln(x^2 - y^2)$$

$$5.11. y = \frac{x^4}{64} (x - 5)$$

$$5.12. y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

Вариант 10.

$$5.1. y = 2x 5^x$$

$$5.2. y = \frac{2 \cos x}{\sin^4 x} + \frac{3 \cos x}{\sin^2 x}$$

$$5.3. y = \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - \sqrt{x}}$$

$$5.4. y = \frac{x^3}{3} \arccos x - \frac{2+x^2}{9} \sqrt{1-x^2}$$

$$5.6. y = (x^3 + 3x^4) \log_3 x$$

$$5.8. y = (\cos 5x)^{e^x}$$

$$5.11. y = 3x^5 - 5x^3$$

$$5.9. y = xe^x$$

$$5.12. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

$$5.5. y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

$$5.7. y = \frac{\ln(x^2 + 2x)}{3x}$$

$$5.10. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

Вариант 11.

$$5.1. y = \frac{1}{6(1-x^2)}$$

$$5.2. y = \sin^6 x + \cos^6 x$$

$$5.4. y = (2x + 3)^4 \arcsin \frac{1}{2x + 3}$$

$$5.6. y = 3\sqrt[3]{x} \arccos x$$

$$5.8. y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$$

$$5.9. y = \frac{1}{3x + 1}$$

$$5.11. y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$5.12. y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$$

$$5.3. y = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+2}}$$

$$5.5. y = \ln \frac{\sqrt{2} + \operatorname{tg} x}{\sqrt{2} - \operatorname{tg} x}$$

$$5.7. y = \frac{1}{\ln^2 x}$$

$$5.10. z = \arcsin \frac{x^2}{y}$$

Вариант 12.

$$5.1. y = \frac{4}{x^3} + \frac{\sqrt[5]{x^4}}{5} + 2$$

$$5.2. y = x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

$$5.4. y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$$

$$5.6. y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$

$$5.8. y = (x-5)^{\operatorname{ctg} 2x}$$

$$5.9. y = \arcsin x$$

$$5.11. y = \frac{3}{2} (x^4 - 2x^2)$$

$$5.12. y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$5.3. y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$$

$$5.5. y = e^{\sin x} \cos 2x$$

$$5.7. y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$$

$$5.10. z = x \ln(3x^2 + 2y^3)$$

Вариант 13.

$$5.1. y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}$$

$$5.2. y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$$

$$5.3. y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$$

$$5.4. y = e^{2x} (2 \sin 2x - \cos 2x)$$

$$5.5. y = \sqrt{(1 + \ln x)^3}$$

$$5.6. y = \frac{4+x^4}{x^3} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

$$5.7. y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$$

$$5.8. y = \log_2(2x-1)$$

$$5.9. y = 2^{x^2}$$

$$5.10. z = \arccos \frac{x}{\sqrt{y}}$$

$$5.11. y = x^2(x-2)^2$$

$$5.12. y = \frac{3-x^2}{x+2}$$

Вариант 14.

5.1. $y = \sqrt[5]{x} + \frac{4}{x^2} - 6x$

5.2. $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x^{2\sin x}$

5.3. $y = \sqrt[5]{1-x^3}$

5.4. $y = (1 + \ln \sin 2x)^2$

5.5. $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$

5.6. $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\sin x}$

5.7. $y = x^{\sin^3 x}$

5.8. $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{ctg} x$

5.9. $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$

5.10. $z = \frac{4x}{x^3 - y^3}$

5.11. $y = \frac{x^3}{9} (x+4)$

5.12. $y = \frac{x^2 + 6x + 3}{x+4}$

Вариант 15.

5.1. $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{3} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$

5.2. $y = 5e^{-x^2} + \frac{1}{\operatorname{arctg} x}$

5.3. $y = \sqrt{(1-\ln x)^2}$

5.4. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}$

5.5. $y = \sqrt[5]{\frac{x^2-1}{x^2+2}}$

5.6. $y = \frac{x}{4} (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)$

5.7. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$

5.8. $y = (x^2 - 1)^{\ln x}$

5.9. $y = \operatorname{ctg} 3x$

5.10. $z = \cos^2 \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4} \right)$

5.11. $y = \frac{x^3}{72} (x-8)$

5.12. $y = \frac{-8x}{x^2+4}$

Вариант 16.

5.1. $y = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

5.2. $y = \arccos \frac{1}{x^2}$

5.3. $y = 2x^2 - e^{-x^2}$

5.4. $y = \frac{x}{2} (\cos \ln x + \sin \ln x)$

5.5. $y = \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) \log_3 x$

5.6. $y = e^{3x} \cos 2x$

5.7. $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{3} \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$

5.8. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$

5.9. $y = \operatorname{arctg}(-x)$

5.10. $z = (2x+y)e^{-xy}$

5.11. $y = (x^2 - 1)^2$

5.12. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$

Вариант 17.

5.1. $y = \frac{3e^x}{\sqrt{x}}$

5.2. $y = 3^{\operatorname{ctg}^2 x}$

5.3. $y = \ln \cos \frac{2x+3}{2x+1}$

5.4. $y = \arcsin e^{-2x} + \ln \sqrt{e^{4x} - 1}$

5.5. $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$

5.6. $y = \frac{3}{2} \sin^2 x + \ln(\operatorname{tg} x)$

5.7. $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x \operatorname{arctg} x$

5.8. $y = (\sin x)^{5^x}$

5.9. $y = (5-2x)^6$

5.10. $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$

5.11. $y = \frac{1}{8} x^2 (x-4)^2$

5.12. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$

Вариант 18.

$$\begin{array}{lll}
5.1. y = \frac{2}{x^2 - 4x + 5} & 5.2. y = \sqrt[3]{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos x} & 5.3. y = x^{e^{\operatorname{ctg} x}} \\
5.4. y = 3 \arcsin \frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5} & & 5.5. y = \sqrt{x} \operatorname{arctg} x \\
5.6. y = x \arccos x - \sqrt{1 - x^2} & & 5.7. y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{e^{4x} - 1} \\
5.8. y = e^{\operatorname{tg} 2x} \ln(1 - x^3) & 5.9. y = \operatorname{tg}^3 2x & 5.10. z = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{y} \\
5.11. y = \frac{32}{27} x^2 (2 - x) & 5.12. y = \frac{3x - 2}{x^3} &
\end{array}$$

Вариант 19.

$$\begin{array}{lll}
5.1. y = \frac{\ln x}{2x + 1} & 5.2. y = (1 - 2x^2) \operatorname{arctg} x & 5.3. y = \ln^2 x - \ln \ln x \\
5.4. y = \arcsin e^x - \sqrt{1 - e^{2x}} & & 5.5. y = x \sqrt{\frac{2x + 1}{2x - 1}} \\
5.6. y = 5^x (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) & 5.7. y = \log_3 \frac{1}{1 - x^4} & 5.8. y = (\sqrt{x})^{2^x} \\
5.9. y = e^x \cos x & 5.10. z = \sqrt{xy + 2y^2} & \\
5.11. y = 3x^4 + 4x^3 & 5.12. y = \frac{x^3 - 32}{x^2} &
\end{array}$$

Вариант 20.

$$\begin{array}{lll}
5.1. y = \frac{2x + 1}{4 - x^2} & 5.2. y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x & 5.3. y = \sqrt[3]{\operatorname{tg} 3x} \\
5.4. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\sqrt{2} \operatorname{tg} x + \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 x} \right) & & 5.5. y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x} \\
5.6. y = \ln \sqrt[5]{e^{5x} - e^{-5x}} & 5.7. y = e^{5x} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 4x + \frac{1}{4} x^4 & \\
5.8. y = (\cos 2x)^{\cos 2x} & 5.9. y = (7x - 3x^2)^5 & 5.10. z = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{6} \right) \\
5.11. y = \frac{x^3 (x^2 - 15)}{81} & 5.12. y = \frac{1 - 2x^2}{x^2} &
\end{array}$$

Вариант 21.

$$\begin{array}{lll}
5.1. y = \frac{6}{\sqrt[3]{x^5}} + \frac{3x^4}{4} & 5.2. y = \frac{\cos x}{1 + \sin x} & 5.3. y = \cos^3 x 2^{\operatorname{tg} x} \\
5.4. y = \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x - \ln \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right) & & 5.5. y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2} \\
5.6. y = x \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{1 + x^2} & & 5.7. y = 2^{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}} \\
5.8. y = (\sin \sqrt{x})^{e^x} & 5.9. y = 3e^{\operatorname{arctg} x} & 5.10. z = \arcsin(x\sqrt{y})
\end{array}$$

$$5.11. y = \frac{x^3}{9} (4 - x)$$

$$5.12. y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$$

Вариант 22.

$$5.1. y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x}$$

$$5.2. y = 2e^{2x} \sin x \cos x$$

$$5.3. y = \frac{\lg(3 + x^2)}{2}$$

$$5.4. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$5.5. y = 2x \arcsin x$$

$$5.6. y = \sqrt{\ln x} + \ln(\sqrt{x} + 1)$$

$$5.7. y = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x}$$

$$5.8. y = (x^2 + 1)^{\cos x}$$

$$5.9. y = \cos\left(2 - \frac{1}{x}\right)$$

$$5.10. z = \sin^2(4x + y)$$

$$5.11. y = \frac{x^3}{27} (15 - x^2)$$

$$5.12. y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$$

Вариант 23.

$$5.1. y = \frac{1}{(2x - 5)^5} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$5.2. y = \frac{2 - x}{x^2 + \sqrt{x}}$$

$$5.3. y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$$

$$5.4. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$5.5. y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$$

$$5.6. y = (x - 1)^4 + \arcsin \frac{1}{x - 1}$$

$$5.7. y = 3^x \operatorname{tg} x$$

$$5.8. y = x^{\arcsin x}$$

$$5.9. y = x^2 \sqrt[3]{\ln x}$$

$$5.10. z = x^2 e^{x^2 - y^2}$$

$$5.11. y = \frac{16}{27} (x + 1) (1 - x)^3$$

$$5.12. y = \frac{4x}{(x + 1)^2}$$

Вариант 24.

$$5.1. y = \sqrt[3]{x^2} \cos x$$

$$5.2. y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\arcsin x}$$

$$5.3. y = 3^{\sin \frac{1}{x}}$$

$$5.4. y = \ln(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5})$$

$$5.5. y = \frac{x + e^x}{x - e^x}$$

$$5.6. y = \arcsin(1 - x) + \sqrt{x - x^2}$$

$$5.7. y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$5.8. y = (3 \sin x)^{\cos x}$$

$$5.9. y = 7 \sin^2 x$$

$$5.10. z = y e^{\frac{y}{x}}$$

$$5.11. y = \frac{3}{8} x^3 + x^2$$

$$5.12. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

Вариант 25.

$$5.1. y = \operatorname{arctg} x \log_3 x$$

$$5.2. y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} + \arcsin x$$

$$5.3. y = \sqrt{\frac{2x + 1}{x}}$$

$$5.4. y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$$

$$5.5. y = (3 + 2x^2)^5$$

$$5.6. y = \frac{-1}{2 \sin^2 x} + \ln(\arcsin x)$$

$$5.7. y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$$

$$5.8. y = (\arctg 2x)^x$$

$$5.9. y = (2x + 1)^{15}$$

$$5.10. z = \left(xy + \frac{x}{y}\right)^2$$

$$5.11. y = \frac{x^4 - 8x^2 - 9}{5}$$

$$5.12. y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №3

Часть 6. Неопределённые интегралы

Задания 6.1 – 6.8. Вычислить интегралы.

Вариант 1.

$$6.1. \int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$6.4. \int \left(2 \sin 6x + \cos \frac{x}{4}\right) dx$$

$$6.7. \int x \cos^2 x dx$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sqrt{9x+5}}$$

$$6.5. \int \frac{e^{\arcsin x} + x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$6.8. \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x} dx$$

$$6.3. \int (4-3x) e^{-3x} dx$$

$$6.6. \int \left(\frac{2+x}{4+x^2} - \frac{3}{\sqrt{2-x^2}}\right) dx$$

Вариант 2.

$$6.1. \int \left(\frac{x^2}{3} - \frac{3}{x\sqrt{x}}\right) dx$$

$$6.4. \int (4x-1) e^{4x} dx$$

$$6.7. \int (x+1) \ln x dx$$

$$6.2. \int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 1}$$

$$6.5. \int (6e^{-3x} + 3 \cos 2x) dx$$

$$6.8. \int \frac{3x^5 + 1}{x^4 - 1} dx$$

$$6.3. \int \frac{dx}{(1+2x)^3}$$

$$6.6. \int \frac{\sqrt{7-x^2} + x\sqrt{7+x^2}}{\sqrt{49-x^4}} dx$$

Вариант 3.

$$6.1. \int \frac{\cos x dx}{3 + \sin^2 x}$$

$$6.4. \int \frac{x^3 - 17}{x^3 - 4x^2 + 3x} dx$$

$$6.7. \int \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$$

$$6.2. \int \left(6e^{2x} + \sin \frac{x}{2}\right) dx$$

$$6.5. \int \left(\frac{4}{5x} - \frac{2}{x^3} + 4\sqrt[3]{x}\right) dx$$

$$6.8. \int (2+3x) e^{2x} dx$$

$$6.3. \int 2^{2x+1} dx$$

$$6.6. \int \left(\frac{3x+2}{x^2-9} + \frac{3}{2\sqrt{9-x^2}}\right) dx$$

Вариант 4.

$$6.1. \int \frac{dx}{(3+4x)^2}$$

$$6.4. \int (4x-2) \cos 2x dx$$

$$6.7. \int x \operatorname{ctg}^2 x dx$$

$$6.2. \int \left(\cos 4x + \frac{1}{e^x}\right) dx$$

$$6.5. \int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3x}\right) dx$$

$$6.8. \int \frac{8x^5 dx}{x^4 - 16}$$

$$6.3. \int 3^{\frac{1}{x}} x^2 dx \qquad 6.6. \int \left(\frac{3x+1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{4}{x^2+4} \right) dx$$

Вариант 5.

$$6.1. \int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + x\sqrt{x} \right) dx \qquad 6.4. \int \frac{\sqrt{x^2+25}+8x+2}{x^2+25} dx \qquad 6.7. \int x \operatorname{tg}^2 x dx$$

$$6.2. \int 2^{1-5x} dx \qquad 6.5. \int (2 \sin 6x + 4e^{\frac{x}{2}}) dx \qquad 6.8. \int \frac{2x^3-1}{x^3+x} dx$$

$$6.3. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{16-e^{2x}}} \qquad 6.6. \int (4-16x) \sin 4x dx$$

Вариант 6.

$$6.1. \int 2^x \left(5 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx \qquad 6.4. \int \frac{\sqrt{25-x^2}-3x-1}{25-x^2} dx \qquad 6.7. \int \ln(x^2+6) dx$$

$$6.2. \int x e^{-5x^2} dx \qquad 6.5. \int (2 \cos 3x + e^{-5x}) dx \qquad 6.8. \int \frac{x^4+1}{x^3-x^2} dx$$

$$6.3. \int \sin(4x-1) dx \qquad 6.6. \int (5x-2) \cos 10x dx$$

Вариант 7.

$$6.1. \int 5^{4-3x} dx \qquad 6.4. \int \left(4\sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} + 1 \right) dx \qquad 6.7. \int (1-6x) e^{2x} dx$$

$$6.2. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{2+\cos x}} \qquad 6.5. \int \frac{x^3+2x^2+3}{(x-1)(x-3)} dx \qquad 6.8. \int \sqrt{x} \ln x dx$$

$$6.3. \int (\sin 4x - 3e^{\frac{x}{3}}) dx \qquad 6.6. \int \left(\frac{5x+2}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{\sqrt{3-x^2}} \right) dx$$

Вариант 8.

$$6.1. \int \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{x} dx \qquad 6.4. \int \frac{1+7x+\sqrt{x^2-4}}{x^2-4} dx \qquad 6.7. \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

$$6.2. \int \sin(8x+3) dx \qquad 6.5. \int \frac{\arcsin^5 x + x}{\sqrt{1-x^2}} dx \qquad 6.8. \int \frac{5x^4 dx}{(x+1)(x^2+4)}$$

$$6.3. \int \left(\cos \frac{x}{2} + \frac{5}{e^{2x}} \right) dx \qquad 6.6. \int (3x+2) \cos 3x dx$$

Вариант 9.

$$6.1. \int \frac{7x+x^2-\sqrt{x}}{x^2} dx \qquad 6.4. \int \left(10 \sin \frac{x}{2} + \frac{3}{e^x} \right) dx \qquad 6.7. \int x \operatorname{arctg} 2x dx$$

$$6.2. \int (4+5x)^9 dx \qquad 6.5. \int (x-5) \sin 5x dx \qquad 6.8. \int \frac{6x^3 dx}{(x^2-1)(x+2)}$$

$$6.3. \int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx \qquad 6.6. \int \frac{\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

Вариант 10.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{3}{\sqrt{5-3x}} dx & 6.4. \int (2 \cos 6x - 2e^{\frac{x}{4}}) dx & 6.7. \int \operatorname{arctg} \sqrt{x-1} dx \\
6.2. \int \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & 6.5. \int e^x \left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x^3}} - 8 \right) dx & 6.8. \int \frac{6x^5 dx}{(x-1)(x^2+2)} \\
6.3. \int \frac{x\sqrt{x^2+3}-3}{x^2+3} dx & 6.6. \int (2-4x) \sin 2x dx &
\end{array}$$

Вариант 11.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx & 6.4. \int \left(\frac{7}{5 \sin^2 x} + 2e^{-8x} \right) dx & 6.7. \int x \operatorname{arctg} 2x dx \\
6.2. \int 4^{3x-1} dx & 6.5. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-3)(x-4)} dx & 6.8. \int \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx \\
6.3. \int \frac{\ln x}{x^4} dx & 6.6. \int (3-2x) \cos \frac{x}{2} dx &
\end{array}$$

Вариант 12.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{(2-x)^2}{x^3} dx & 6.4. \int \frac{1+2x-\sqrt{4-x^2}}{4-x^2} dx & 6.7. \int e^{3\sqrt{x}} dx \\
6.2. \int \frac{(5+3 \ln x)^4}{x} dx & 6.5. \int \left(\frac{1}{2 \sin^2 x} - 4e^{\frac{x}{4}} \right) dx & 6.8. \int \frac{2x^6}{x^4-1} dx \\
6.3. \int \frac{4dx}{(2x-5)^5} & 6.6. \int (4x-3) \cos 4x dx &
\end{array}$$

Вариант 13.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \left(\frac{x^4}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx & 6.4. \int e^{-3x} (2-9x) dx & 6.7. \int \ln(1+2x) dx \\
6.2. \int (4x+1)^3 dx & 6.5. \int (2 \sin 6x + e^{\frac{x}{10}}) dx & 6.8. \int \frac{3x^4-2}{x^3-x} dx \\
6.3. \int x^2 \sqrt{x^3+5} dx & 6.6. \int \left(\frac{2x+3}{x^2+9} + \frac{7}{\sqrt{x^2+9}} \right) dx &
\end{array}$$

Вариант 14.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{x^3 \cos x + 7x}{x^3} dx & 6.4. \int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 3}} dx & 6.7. \int x^3 \operatorname{arctg} x dx \\
6.2. \int \left(\cos \frac{x}{3} - \frac{2}{e^x} \right) dx & 6.5. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-2)(x-4)} dx & 6.8. \int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx \\
6.3. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+3}} & 6.6. \int \left(\frac{4x+2}{x^2+2} + \frac{2}{\sqrt{2-x^2}} \right) dx &
\end{array}$$

Вариант 15.

6.1. $\int \frac{7 - 4x^2 \sin x}{x^2} dx$

6.4. $\int (4x + 5) e^{\frac{x}{2}} dx$

6.7. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

6.2. $\int 2^{3-4x} dx$

6.5. $\int \left(5 \sin \frac{2x}{5} + \frac{1}{e^{2x}} \right) dx$

6.8. $\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$

6.3. $\int \frac{x^3}{4 + x^8} dx$

6.6. $\int \frac{2\sqrt{x^2 - 25} + 5x}{x^2 - 25} dx$

Вариант 16.

6.1. $\int \frac{dx}{8x + 6}$

6.4. $\int (2 - x) e^{-x} dx$

6.7. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

6.2. $\int \frac{x dx}{\sqrt{4 - x^4}}$

6.5. $\int \left(\frac{1}{e^{2x}} + 2 \cos \frac{2x}{3} \right) dx$

6.8. $\int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^4 + x^2} dx$

6.3. $\int \frac{\sqrt{x} - 3x^5 + 1}{2x} dx$

6.6. $\int \left(\frac{2\sqrt{2 - x^2} + 4x - 3}{2 - x^2} \right) dx$

Вариант 17.

6.1. $\int \frac{dx}{(5x + 1)^6}$

6.4. $\int (5x + 6) \cos 2x dx$

6.7. $\int 4x^3 \operatorname{arctg} 2x dx$

6.2. $\int \left(6x^5 - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx$

6.5. $\int \left(e^{10x} - \frac{10}{\sin^2 10x} \right) dx$

6.8. $\int \frac{x^5 - 4x^3 + 3}{x^3 - 2x^2} dx$

6.3. $\int \frac{1 - 2 \sin x}{\cos^2 x} dx$

6.6. $\int \left(\frac{3x + 4}{x^2 + 36} - \frac{x}{\sqrt{36 - x^2}} \right) dx$

Вариант 18.

6.1. $\int \frac{x - 2x^2 \cos x}{x^2} dx$

6.4. $\int (3x - 2) \sin 6x dx$

6.7. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$

6.2. $\int \frac{dx}{(2x - 7)^3}$

6.5. $\int \left(\cos \frac{x}{3} + \frac{2}{\cos^2 3x} \right) dx$

6.8. $\int \frac{x^5 - 4x^3 - 7}{x^3 + 2x^2} dx$

6.3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3 - \ln^2 x}}$

6.6. $\int \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 5x + 3}{x^2 + 1} dx$

Вариант 19.

6.1. $\int (2 \sin 8x + e^{5x}) dx$

6.4. $\int \left(5x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} \right) dx$

6.7. $\int \ln(4x^2 + 1) dx$

6.2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 + x}}$

6.5. $\int (2x - 3) \cos 4x dx$

6.8. $\int \frac{(20 - x^3) dx}{x(x + 5)(x - 4)}$

6.3. $\int \frac{\sin x}{2 + \cos^2 x} dx$

6.6. $\int \left(\frac{5x}{\sqrt{x^2 + 7}} + \frac{8x + 10}{x^2 - 4} \right) dx$

Вариант 20.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \sqrt[3]{1+5x} dx & 6.4. \int \frac{\sqrt{25-x^2}-3x-1}{25-x^2} dx & 6.7. \int 3x^2 \operatorname{arctg} x dx \\
6.2. \int \frac{x^2+x3^x-3}{x} dx & 6.5. \int \left(2\sin^2 3x + \frac{4}{e^{4x}}\right) dx & 6.8. \int \frac{x^5-7x^3-1}{x^3+5x} dx \\
6.3. \int \frac{x^3+x}{\sqrt{x^4-9}} dx & 6.6. \int (4x+7) \sin \frac{x}{3} dx &
\end{array}$$

Вариант 21.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{3x^3+\sqrt{x}-2}{x} dx & 6.4. \int \frac{1-6x-\sqrt{x^2+16}}{x^2+16} dx & 6.7. \int \operatorname{arctg} 2x dx \\
6.2. \int \sqrt{5x-4} dx & 6.5. \int (2x-5) \cos \frac{x}{4} dx & 6.8. \int \frac{1-e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \\
6.3. \int (\cos^2 5x - e^{8x}) dx & 6.6. \int \frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx &
\end{array}$$

Вариант 22.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int (1-8x)^8 dx & 6.4. \int \left(7x^6 - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{3x}\right) dx & 6.7. \int 2x \ln(1+x) dx \\
6.2. \int \frac{x^2+3x}{x^2-1} dx & 6.5. \int \left(\frac{14}{\cos^2 7x} - e^{\frac{x}{4}}\right) dx & 6.8. \int \frac{4x^4+3}{x^3+x} dx \\
6.3. \int \frac{x+\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx & 6.6. \int (8-3x) \sin 3x dx &
\end{array}$$

Вариант 23.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{dx}{5-3x} & 6.4. \int (x+5) \sin \frac{x}{2} dx & 6.7. \int \ln(2x^2+4) dx \\
6.2. \int \frac{3x+2x^2 \sin x}{x^2} dx & 6.5. \int \left(\frac{5}{\sin^2 10x} + 8e^{-\frac{x}{4}}\right) dx & 6.8. \int \frac{x^4+4x^2+2}{x^3+2x} dx \\
6.3. \int \frac{\sin x + \cos^2 x}{\cos^4 x} dx & 6.6. \int \left(\frac{4}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{2x-5}{\sqrt{x^2+4}}\right) dx &
\end{array}$$

Вариант 24.

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{3x^3 5^x - 5}{x^3} dx & 6.4. \int (x-10) \sin 7x dx & 6.7. \int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx \\
6.2. \int \frac{5 dx}{\sqrt{1-5x}} & 6.5. \int \frac{2+\operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x} dx & 6.8. \int \frac{4x^5-1}{x^3-x} dx \\
6.3. \int \left(\sin \frac{x}{5} + 9e^{3x}\right) dx & 6.6. \int \frac{x\sqrt{9-x^2}-\sqrt{9+x^2}}{\sqrt{81-x^4}} dx &
\end{array}$$

Вариант 25.

$$\begin{array}{lll} 6.1. \int \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{x^2} dx & 6.4. \int \left(\cos \frac{x}{5} - \frac{12}{e^{3x}} \right) dx & 6.7. \int \ln(x + 2) dx \\ 6.2. \int \frac{x^2 - 4 \ln^3 x}{x} dx & 6.5. \int \frac{3x^4 + 3x^3 + 2}{x(x-1)(x+2)} dx & 6.8. \int (4x + 2)^5 dx \\ 6.3. \int \frac{x}{\sin^2 x} dx & 6.6. \int \left(\frac{4}{x^2 - 49} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7}} \right) dx & \end{array}$$

Часть 7. Определённые интегралы

Задания 7.1, 7.2. Вычислить определённые интегралы.

Задания 7.3, 7.4. Вычислить несобственные интегралы.

Задание 7.5. Найти площадь области, ограниченной данными кривыми.

Задание 7.6. Вычислить длину дуги кривой.

Вариант 1.

$$\begin{array}{llll} 7.1. \int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx & 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx & 7.3. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3} & 7.4. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2} \\ 7.5. y = (x-2)^2, y = x & 7.6. y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 3 & \end{array}$$

Вариант 2.

$$\begin{array}{llll} 7.1. \int_0^2 \frac{x dx}{16+x^4} & 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x dx & 7.3. \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x} & 7.4. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^2} \\ 7.5. y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x & 7.6. y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15} & \end{array}$$

Вариант 3.

$$\begin{array}{llll} 7.1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 4x dx & 7.2. \int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} + \sqrt{x}} & 7.3. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4} & 7.4. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x} \\ 7.5. y = \sin x \cos^2 x, y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} & 7.6. y = -\ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} & \end{array}$$

Вариант 4.

$$\begin{array}{llll} 7.1. \int_0^1 x e^{-2x} dx & 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x \sin 4x dx & 7.3. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 2x} & 7.4. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4x^2 + 1} \end{array}$$

$$7.5. y = (x + 1)^2, y = 0, x = 0$$

$$7.6. y = e^x + 3, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$$

Вариант 5.

$$7.1. \int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$$

$$7.2. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx$$

$$7.3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$7.4. \int_0^2 \frac{dx}{x^2}$$

$$7.5. y = \sqrt{4-x^2}, y = 0, 0 \leq x \leq 2$$

$$7.6. y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x, 1 \leq x \leq e$$

Вариант 6.

$$7.1. \int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{e^x + 3} dx$$

$$7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$7.3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x+x^2}$$

$$7.4. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

$$7.5. y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$$

$$7.6. y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}, 0 \leq x \leq 3$$

Вариант 7.

$$7.1. \int_1^e \ln x dx$$

$$7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx$$

$$7.3. \int_1^3 \frac{dx}{(x-3)^3}$$

$$7.4. \int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$$

$$7.5. y = \sqrt{x+4}, y = 0, x = 0$$

$$7.6. y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, 0 \leq x \leq 1$$

Вариант 8.

$$7.1. \int_0^1 \frac{x+4}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

$$7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$$

$$7.3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{2-2x+x^2}$$

$$7.4. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$7.5. y = 0, y = x\sqrt{9-x^2}, 0 \leq x \leq 3$$

$$7.6. y = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}, 0 \leq x \leq 2$$

Вариант 9.

$$7.1. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$$

$$7.2. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$$

$$7.3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$$

$$7.4. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

$$7.5. y = x^2 - 4x, y = x$$

$$7.6. y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$$

Вариант 10.

$$7.1. \int_1^4 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$$

$$7.2. \int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{4} dx$$

$$7.3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$$

$$7.4. \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^4}$$

$$7.5. y = -x^2 + 1, y = x - 1$$

$$7.6. y = 2 \ln(4-x^2), x \in [0; 1]$$

Вариант 11.

$$7.1. \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}} \quad 7.2. \int_0^\pi x \sin \frac{x}{2} dx \quad 7.3. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}} \quad 7.4. \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+3}$$

$$7.5. y = \frac{1}{4}x^2, y = 5 - x^2 \quad 7.6. y = e^x + 13, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$$

Вариант 12.

$$7.1. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-2}} \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 4x \sin 2x dx \quad 7.3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2-2x+5} \quad 7.4. \int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^5}$$

$$7.5. y = \sqrt{2-x}, y = 0, x = 0 \quad 7.6. y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$$

Вариант 13.

$$7.1. \int_1^e x \ln x dx \quad 7.3. \int_1^e \frac{dx}{x \ln x} \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{\sin x} dx \quad 7.4. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{9x^2+4}$$

$$7.5. y = x^2, y = 2 - x^2 \quad 7.6. y = \arccos \sqrt{x} - \sqrt{x-x^2}, x \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$$

Вариант 14.

$$7.1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx \quad 7.2. \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} \quad 7.3. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+8x+9} \quad 7.4. \int_{-2}^2 \frac{dx}{x^4}$$

$$7.5. y = 3 - 2x, y = x^2 \quad 7.6. y = \sqrt{2x-x^2}, \frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

Вариант 15.

$$7.1. \int_0^1 \frac{x dx}{2x^2+1} \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{8}} x \cos 4x dx \quad 7.3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9} \quad 7.4. \int_{-3}^3 \frac{dx}{x^2}$$

$$7.5. y = -x^2 + 2x + 3, y = 2x + 2 \quad 7.6. y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$$

Вариант 16.

$$7.1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx \quad 7.2. \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} \quad 7.3. \int_0^2 \frac{dx}{1-x} \quad 7.4. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{3x^2+4}$$

$$7.5. y = \sin x, y = x^2 - \pi x \quad 7.6. y = \sqrt[3]{x^2}, 0 \leq x \leq 4$$

Вариант 17.

$$7.1. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^2} \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx \quad 7.3. \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x-2}} \quad 7.4. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2+1}$$

$$7.5. y = x^2 - 3x, y = x$$

$$7.6. y = 1 - \ln(x^2 - 1), 3 \leq x \leq 4$$

Вариант 18.

$$7.1. \int_0^4 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+9}} \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cos 3x dx \quad 7.3. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2-4x+5} \quad 7.4. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$7.5. y = \frac{4}{x}, y = 5 - x$$

$$7.6. y = 1 - \ln(\sin x), \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Вариант 19.

$$7.1. \int_0^1 x e^{-x} dx \quad 7.2. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{16x^2+9} \quad 7.3. \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx \quad 7.4. \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$7.5. y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2$$

$$7.6. y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x}, x \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$$

Вариант 20.

$$7.1. \int_1^e \ln x dx \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx \quad 7.3. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+9} \quad 7.4. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$7.5. y^2 = 2x, x = 8$$

$$7.6. y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}, x \in \left[0; \frac{9}{16}\right]$$

Вариант 21.

$$7.1. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^4+1} \quad 7.2. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{25-3x}} \quad 7.3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9} \quad 7.4. \int_4^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}$$

$$7.5. y = \ln x, y = 0, x = e$$

$$7.6. y = 1 - \ln(\cos x), x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$$

Вариант 22.

$$7.1. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^6}} \quad 7.2. \int_0^{\pi} x \cos x dx \quad 7.3. \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx \quad 7.4. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$7.5. y = x\sqrt{4-x^2}, y = 0, 0 \leq x \leq 2$$

$$7.6. y = \arcsin e^{-x}, 0 \leq x \leq 1$$

Вариант 23.

$$7.1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{\cos^2 x} \quad 7.2. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx \quad 7.3. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}} \quad 7.4. \int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$$

$$7.5. y = x^2, y = 2x^2, x = 3 \quad 7.6. y = \frac{1}{3} (3 - x) \sqrt{x}, x \in [1; 4]$$

Вариант 24.

$$7.1. \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}} \quad 7.2. \int_{-3}^{-1} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 5} dx \quad 7.3. \int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx \quad 7.4. \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{(x + 2)^3}$$

$$7.5. y = \frac{x^2}{3}, y = 4 - \frac{2}{3}x^2 \quad 7.6. y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Вариант 25.

$$7.1. \int_0^4 \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}} \quad 7.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \sin x dx \quad 7.3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x dx \quad 7.4. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$7.5. y = \frac{6}{x}, y = 7 - x \quad 7.6. y = 2 - \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \frac{1}{4} \leq x \leq 1$$

В Т О Р О Й С Е М Е С Т Р**КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №4****Часть 8. Кратные и криволинейные интегралы**

Задание 8.1. Поменять порядок интегрирования.

Задания 8.2. Вычислить двойной интеграл.

Задание 8.3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

Задание 8.4. Пластинка D задана ограничивающими её кривыми, μ — поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

Задание 8.5. Вычислить криволинейный интеграл вдоль линии L от точки M до точки N .

Задание 8.6. Вычислить криволинейный интеграл вдоль линии L от точки M до точки N (интегрирование производить в положительном направлении).

Вариант 1.

$$8.1. \int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

$$8.3. y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{y - 4x}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, y = -x, y = 0, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L (x + y) dx - (x - y) dy, L: \text{отрезок } MN, M(2; 0), N(4; 5).$$

$$8.6. \int_L (x^2y - 3x) dx + (y^2x + 2y) dy, M(3; 0), N(-3; 0), \\ L: x = 3 \cos t, y = 3 \sin t.$$

Вариант 2.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_{2y^2}^{3-y} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$$

$$8.3. x^2 + 4x + y^2 = 0, x^2 + 8x + y^2 = 0, y = 0, y = -x.$$

$$8.4. \mu = \frac{x + y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = 0, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy, L: y = x^2, M(-1; 1), N(1; 1).$$

$$8.6. \int_L (-y dx + x dy), M(2; 0), N(0; 2), L: x = 2 \cos t, y = 2 \sin t.$$

Вариант 3.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$$

$$8.3. y^2 + 6y + x^2 = 0, y^2 + 8y + x^2 = 0, x = 0, y = -\sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{y - 2x}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 25, y = -x, y = 0, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L y dx + \frac{x}{y} dy, L: y = e^{-x}, M(-1; e), N(0; 1).$$

$$8.6. \int_L (x + 2y) dx + (x - y) dy, M(4; 0), N(0; 4), L: x = 4 \cos t, y = 4 \sin t.$$

Вариант 4.

$$8.1. \int_0^{3/2} dy \int_{2y^2}^{y+3} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = 0, y = x.$$

$$8.4. \mu = \frac{2x + 5y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, y = \sqrt{3}x, y = 0, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L \frac{y^2 + 1}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy, L: \text{отрезок } MN, M(1; 2), N(2; 4).$$

$$8.6. \int_L (x^2 - y) dx + (x - y^2) dy, M(-5; 0), N(0; -5), L: x = 5 \cos t, y = 5 \sin t.$$

Вариант 5.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. y^2 - 8y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{-x - y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 36, x = 0, y = x, x \leq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L (xy - x^2) dx + x dy, L: y = 2x^2, M(0; 0), N(1; 2).$$

$$8.6. \int_L (x + y) dx + 2x dy, M(0; -2), N(0; 2), L: x = 2 \cos t, y = 2 \sin t.$$

Вариант 6.

$$8.1. \int_0^4 dy \int_{3y/4}^{\sqrt{25-y^2}} f(x, y) dx.$$

- 8.2. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, $D : x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2$.
- 8.3. $x^2 - 4x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0, y = 0, y = \sqrt{3}x$.
- 8.4. $\mu = \frac{x+2y}{x^2+y^2}$, $D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0, y \geq 0$.
- 8.5. $\int_L \frac{y}{x} dx + x dy$, $L : y = \ln x, M(1; 0), N(e; 1)$.
- 8.6. $\int_L (2xy - y) dx + (x^2 + x) dy$, $M(-3; 0), N(0; -3), L : x = 3 \cos t, y = 3 \sin t$.

Вариант 7.

- 8.1. $\int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f(x, y) dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f(x, y) dy$.
- 8.2. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$.
- 8.3. $y^2 + 4y + x^2 = 0, y^2 + 6y + x^2 = 0, x = 0, y = -\frac{x}{\sqrt{3}}$.
- 8.4. $\mu = \frac{x-y}{x^2+y^2}$, $D : x^2 + y^2 = 25, x^2 + y^2 = 36, y = -x, y = 0, x \geq 0, y \leq 0$.
- 8.5. $\int_L (x^2 + y) dx - (y^2 + x) dy$, $L : \text{отрезок } MN, M(1; 2), N(3; 5)$.
- 8.6. $\int_L xy dx + 2y dy$, $M(0; 1), N(0; -1), L : x = \cos t, y = \sin t$.

Вариант 8.

- 8.1. $\int_0^1 dy \int_0^{y^2+1} f(x, y) dx$.
- 8.2. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$, $D : x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^3$.
- 8.3. $x^2 + 2x + y^2 = 0, x^2 + 10x + y^2 = 0, y = 0, y = \sqrt{3}x$.
- 8.4. $\mu = \frac{-2x-3y}{x^2+y^2}$, $D : x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x \leq 0, y \leq 0$.
- 8.5. $\int_L (xy - x) dx + \frac{x^2}{2} dy$, $L : y = 2\sqrt{x}, M(0; 0), N(1; 2)$.
- 8.6. $\int_L (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, $M(6; 0), N(-6; 0), L : x = 6 \cos t, y = 6 \sin t$.

Вариант 9.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (4xy + 3x^2y^2) dx dy, D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

$$8.3. y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = x, x = 0.$$

$$8.4. \mu = \frac{2y - 4x}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 36, y = -\sqrt{3}x, y = 0, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L \frac{y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy, L: \text{отрезок } MN, M(1; 2), N(3; 6).$$

$$8.6. \int_L (x + y\sqrt{x^2 + y^2}) dx + x dy, M(-1; 0), N(0; -1), L: x = \cos t, y = \sin t.$$

Вариант 10.

$$8.1. \int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

$$8.2. \iint_D (12xy + 9x^2y^2) dx dy, D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$$

$$8.3. x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{x - y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, y = -\sqrt{3}x, y = 0, x \geq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L (x^2 - 2y) dx + (y^2 - 2x) dy, L: \text{отрезок } MN, M(-4; 0), N(0; 2).$$

$$8.6. \int_L x^2y dx - xy^2 dy, M(0; 2), N(-2; 0), L: x = 2 \cos t, y = 2 \sin t.$$

Вариант 11.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^0 f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy, D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$$

$$8.3. y^2 + 2y + x^2 = 0, y^2 + 4y + x^2 = 0, x = 0, y = x.$$

$$8.4. \mu = \frac{2x - y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 36, x = 0, y = -x, x \geq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L \frac{y}{x} dx + (x^3 + 1) dy, L : y = \ln x, M(1; 0), N(e; 1).$$

$$8.6. \int_L (x^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx + (y - \sqrt{x^2 + y^2}) dy, M(0; -4), N(4; 0),$$

$$L : x = 4 \cos t, y = 4 \sin t.$$

Вариант 12.

$$8.1. \int_0^1 dx \int_{2x+1}^{4-x^2} f(x, y) dy.$$

$$8.2. \iint_D (24xy + 18x^2y^2) dx dy, D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. x^2 + 2x + y^2 = 0, x^2 + 6x + y^2 = 0, y = 0, y = x.$$

$$8.4. \mu = \frac{2y - x}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = -\frac{x}{\sqrt{3}}, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L (2xy + y^2) dx - x dy, L : y = 2x^2, M(-1; 2), N(0; 0).$$

$$8.6. \int_L y^2 dx - x^2 dy, M(-5; 0), N(0; -5), L : x = 5 \cos t, y = 5 \sin t.$$

Вариант 13.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_{-y}^0 f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy, D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 6y + x^2 = 0, y = \sqrt{3}x, x = 0.$$

$$8.4. \mu = \frac{x + 6y}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 16, x^2 + y^2 = 36, y = x, y = 0, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L 2xy dx - x^2 dy, L : y = 2x^2, M(0; 0), N(1; 2).$$

$$8.6. \int_L (-y dx + (2xy + x) dy), M(3; 0), N(-3; 0), L : x = 3 \cos t, y = 3 \sin t.$$

Вариант 14.

$$8.1. \int_0^2 dx \int_{x^2/4}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

- 8.2. $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy$, $D : x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2$.
- 8.3. $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$.
- 8.4. $\mu = \frac{-2y - 3x}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = \sqrt{3}x, x \leq 0, y \leq 0$.
- 8.5. $\int_L (x + y)^2 dx - (x^2 + y^2) dy$, $L : \text{отрезок } MN, M(0; 1), N(1; 0)$.
- 8.6. $\int_L (x - y) dx + dy$, $M(-2; 0), N(2; 0), L : x = 2 \cos t, y = 2 \sin t$.

Вариант 15.

- 8.1. $\int_0^1 dy \int_0^{y^3} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$.
- 8.2. $\iint_D (24xy - 48x^3y^3) dx dy$, $D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}$.
- 8.3. $y^2 + 2y + x^2 = 0, y^2 + 6y + x^2 = 0, x = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}$.
- 8.4. $\mu = \frac{4y - x}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 25, x^2 + y^2 = 49, y = 0, y = -\sqrt{3}x, x \leq 0, y \geq 0$.
- 8.5. $\int_L y^2 dx + y dy$, $L : y = \sin x, M(-\pi; 0), N(0; 0)$.
- 8.6. $\int_L y dx - x dy$, $M(0; -\sqrt{2}), N(0; \sqrt{2}), L : x = \sqrt{2} \cos t, y = \sqrt{2} \sin t$.

Вариант 16.

- 8.1. $\int_0^4 dx \int_{x/2+1}^{7-x} f(x, y) dy$.
- 8.2. $\iint_D (6xy + 24x^3y^3) dx dy$, $D : x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2$.
- 8.3. $x^2 + 2x + y^2 = 0, x^2 + 4x + y^2 = 0, y = 0, y = -x$.
- 8.4. $\mu = \frac{2y - 5x}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = -\sqrt{3}x, x \leq 0, y \geq 0$.
- 8.5. $\int_L 2y dx + (3x - y) dy$, $L : y = \sqrt{x}, M(1; 1), N(4; 2)$.
- 8.6. $\int_L (-x dx + y dy)$, $M(3; 0), N(0; 3), L : x = 3 \cos t, y = 3 \sin t$.

Вариант 17.

$$8.1. \int_{-2}^{-1} dy \int_0^{y+2} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy, D : x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$$

$$8.3. y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{-2x - 4y}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 49, y = \sqrt{3}x, y = 0, x \leq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L (2xy^2 - 1)y dx - (3xy^2 + 5)x dy, L : \text{отрезок } MN, M(0; 0), N(2; 4).$$

$$8.6. \int_L (x^2 - y) dx + (x + y^2) dy, M(2; 0), N(-2; 0), L : x = 2 \cos t, y = 2 \sin t.$$

Вариант 18.

$$8.1. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{4-x}} f(x, y) dy.$$

$$8.2. \iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy, D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 6x + y^2 = 0, y = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

$$8.4. \mu = \frac{x + 3y}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = \sqrt{3}x, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L (x^2 + 4xy) dx + (2xy + y^2) dy, L : y = x^2, M(1; 1), N(2; 4).$$

$$8.6. \int_L (x + y) dx + (x - y) dy, M(-4; 0), N(0; -4), L : x = 4 \cos t, y = 4 \sin t.$$

Вариант 19.

$$8.1. \int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (44xy + 16x^3y^3) dx dy, D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. y^2 + 4y + x^2 = 0, y^2 + 10y + x^2 = 0, x = 0, y = -x.$$

$$8.4. \mu = \frac{3y - x}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 49, y = 0, y = -\sqrt{3}x, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L \frac{y^2}{x} dx - x^2 dy, L: y = \ln x, M(1; 0), N(e; 1).$$

$$8.6. \int_L (2x - y) dx + x dy, M(-3; 0), N(3; 0), L: x = 3 \cos t, y = 3 \sin t.$$

Вариант 20.

$$8.1. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} f(x, y) dy.$$

$$8.2. \iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$$

$$8.3. x^2 + 2x + y^2 = 0, x^2 + 6x + y^2 = 0, y = 0, y = x.$$

$$8.4. \mu = \frac{x + 2y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, x = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L \left(y - \frac{1}{y} \right) dx + \left(\frac{x}{y} - 2 \right) dy, L: y = \frac{1}{x}, M(1; 1), N\left(2; \frac{1}{2}\right).$$

$$8.6. \int_L (x + y) dx + (2x - y) dy, M(0; -5), N(5; 0), L: x = 5 \cos t, y = 5 \sin t.$$

Вариант 21.

$$8.1. \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

$$8.2. \iint_D (xy - 4x^3y^3) dx dy, D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$$

$$8.3. y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x = 0.$$

$$8.4. \mu = \frac{4y - 2x}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 36, x^2 + y^2 = 49, y = 0, y = -x, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L (x^2 + y^2) dx + \frac{x^3}{y} dy, L: y = e^{2x}, M(0; 1), N(1; e^2).$$

$$8.6. \int_L (x + y) dx + (x - y) dy, M(-3; 0), N(3; 0), L: x = 3 \cos t, y = 3 \sin t.$$

Вариант 22.

$$8.1. \int_0^{1/4} dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy, D : x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^3.$$

$$8.3. x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = 0, y = \sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{-2x - y}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = 0, x \leq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L \left(y + \frac{1}{y} \right) dx - \frac{x}{y^2} dy, L : y = x^3, M(1; 1), N(2; 8)$$

$$8.6. \int_L y^2 dx + xy dy, M(0; 3), N(0; -3), L : x = 3 \cos t, y = 3 \sin t.$$

Вариант 23.

$$8.1. \int_0^2 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx + \int_2^4 dy \int_{y/2}^2 f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (9x^2y^2 + 25x^4y^4) dx dy, D : x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$$

$$8.3. y^2 + 6y + x^2 = 0, y^2 + 8y + x^2 = 0, x = 0, y = x.$$

$$8.4. \mu = \frac{3y - 2x}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 49, y = -\sqrt{3}x, y = 0, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$8.5. \int_L 2xy dx + (x^2 + 2) dy, L : y = \frac{x^2}{4}, M(-2; 1), N(0; 0).$$

$$8.6. \int_L \left(-\frac{y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy \right), M(0; 4), N(-4; 0),$$

$$L : x = 4 \cos t, y = 4 \sin t.$$

Вариант 24.

$$8.1. \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2x^2+1} f(x, y) dy.$$

$$8.2. \iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy, D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$8.3. x^2 + 4x + y^2 = 0, x^2 + 8x + y^2 = 0, y = 0, y = -x.$$

$$8.4. \mu = \frac{x - 4y}{x^2 + y^2}, D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = -\sqrt{3}x, x \geq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L (3x^2y + 1) dx + (x^3 + 2) dy, L : y = 2\sqrt{x}, M(0; 0), N(1; 2).$$

$$8.6. \int_L x^3 dx - y^3 dy, M(0; -2), N(0; 2), L : x = 2 \cos t, y = 2 \sin t.$$

Вариант 25.

$$8.1. \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{y-1}}^{\sqrt{y-1}} f(x, y) dx + \int_2^5 dy \int_{-\sqrt{y-1}}^{3-y} f(x, y) dx.$$

$$8.2. \iint_D (xy - 9x^5 y^5) dx dy, D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2.$$

$$8.3. y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, x = 0, y = \sqrt{3}x.$$

$$8.4. \mu = \frac{3x - 4y}{x^2 + y^2}, D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, y = 0, y = -x, x \geq 0, y \leq 0.$$

$$8.5. \int_L (y^2 + x) dx + \frac{2x}{y} dy, L: y = e^{3x}, M(0; 1), N(1; e^3).$$

$$8.6. \int_L xy dx + y^2 dy, M(0; 4), N(-4; 0), L: x = 4 \cos t, y = 4 \sin t.$$

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №5

Часть 9. Дифференциальные уравнения

Задания 9.1, 9.3 – 9.5. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

Задания 9.2, 9.6. Решить задачи Коши.

Вариант 1.

$$9.1. 6x dx - 2y dy = 2y x^2 dy - 3xy^2 dx$$

$$9.2. y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, y(\pi) = 0$$

$$9.3. y'' = 2 \sin(5x - 3) - 4x^3 + 13$$

$$9.4. (1 + x^2) y'' + 2x y' = 2x$$

$$9.5. y''' + 8y'' + 15y' = 0$$

$$9.6. y'' + y' = 16x + 10,$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

Вариант 2.

$$9.1. y' \sin x = y \ln y$$

$$9.2. y' + y \operatorname{ctg} x = \cos x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$9.3. y'' = 6x + 5e^{2-x} + \sqrt[3]{3x}$$

$$9.4. 2xy'y'' = (y')^2 - 1$$

$$9.5. y''' + 25y' = 0$$

$$9.6. y'' - 3y' + 2y = 10 \sin x,$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 0$$

Вариант 3.

$$9.1. y' \sin x - y \cos x = 0$$

$$9.2. y' - 4xy = 2x e^{x^2}, y(0) = 1$$

Вариант 4.

$$9.1. (5 + y^2) + y' y (1 - x^2) = 0$$

$$9.2. y' - 4xy = 4x^3 e^{2x^2}, y(0) = 0$$

$$9.3. y'' = 12^{6x-5} + \sqrt{x} + 7$$

$$9.4. y'' = \frac{y'}{x} + 1$$

$$9.5. y^{(4)} - 7y'' = 0$$

$$9.6. y'' + 4y' + 5y = 25x,$$

$$y(0) = 2, y'(0) = 0$$

Вариант 5.

$$9.1. y \ln y + x y' = 0$$

$$9.2. y' - 3x^2 y = x^2 e^{x^3}, y(0) = 0$$

$$9.3. y'' = 3 \cos 6x - \frac{5}{\cos^2 x} + 1$$

$$9.4. x y'' - 2y' = -\frac{2}{x^2}$$

$$9.5. y''' - 3y'' - 4y' = 0$$

$$9.6. y'' - 4y' + 13y = 26x + 5,$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 1$$

Вариант 7.

$$9.1. \sqrt{4-x^2} y' + x (y^2 + 1) = 0$$

$$9.2. y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, y(0) = \frac{1}{2}$$

$$9.3. y'' = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sin^2 x} + 4$$

$$9.4. (1 + \sin x) y'' = y' \cos x$$

$$9.5. y^{(4)} - 81y = 0$$

$$9.6. y'' + 6y' + 9y = 25 e^{2x},$$

$$y(0) = 3, y'(0) = 2$$

Вариант 9.

$$9.1. \sqrt{4+x^2} dx - 4y dy = x^2 y dy$$

$$9.2. y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$$

$$9.3. y'' = 6x^5 - 3e^{-2x} + \sin 7x$$

$$9.4. y'' \operatorname{ctg} x + 2y' = 0$$

$$9.5. y''' - 3y'' - 4y' = 0$$

$$9.6. y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 3x - 4,$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 5$$

Вариант 6.

$$9.1. (1-x^2) y' + xy^2 + x = 0$$

$$9.2. y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, y(1) = 1$$

$$9.3. y'' = \sqrt{x} - 15 - 3 \sin 4x$$

$$9.4. x y'' + 2y' = 0$$

$$9.5. y''' + 5y'' - 14y' = 0$$

$$9.6. y'' - 5y' - 6y = e^x (-10x - 3),$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 8$$

Вариант 8.

$$9.1. y' y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$$

$$9.2. y' + \frac{y}{2x} = x, y(1) = 0$$

$$9.3. y'' = 15e^{3-2x} - \frac{1}{x^2} + 8x$$

$$9.4. x^3 y'' + x^2 y' = 1$$

$$9.5. y''' - 9y'' + 8y' = 0$$

$$9.6. y'' - 2y' + y = 16 e^x,$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 2$$

Вариант 10.

$$9.1. x \sqrt{1+y^2} + y y' (1+x^2) = 0$$

$$9.2. y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$9.3. y'' = 14 \cos 7x - \sqrt[5]{x+4} + 6$$

$$9.4. x^5 y'' + x^4 y' = 9$$

$$9.5. y''' - 6y'' + 9y' = 0$$

$$9.6. y'' + y = 4e^x,$$

$$y(0) = 4, y'(0) = -3$$

Вариант. 11.

$$9.1. y(1 - \ln y) + x y' = 0$$

$$9.2. x y' + y = \ln x, y(1) = 1$$

$$9.3. y'' = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2 \cos^2 x} + 4$$

$$9.4. 2x y'' = y'$$

$$9.5. y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0$$

$$9.6. y'' + y = 1,$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Вариант. 13.

$$9.1. 2x dx - y dy = y x^2 dy - x y^2 dx$$

$$9.2. y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$$

$$9.3. y'' = 3\sqrt{x-8} - 4 \cos 5x + \frac{2}{x^4}$$

$$9.4. y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$$

$$9.5. y''' + 4y'' + 4y' = 0$$

$$9.6. y'' - 2y' = 2e^x, y(0) = y'(0) = 0$$

Вариант. 15.

$$9.1. \sqrt{5+y^2} dx + 4(x^2 y + y) dy = 0$$

$$9.2. y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}, y(0) = 0$$

$$9.3. y'' = \frac{5}{x^2} - 2\sqrt{x+4} - 7$$

$$9.3. y'' = 6 \sin 3x + \frac{2}{x^3} + \frac{5}{\sin^2 x}$$

$$9.4. x^2 y'' + x y' = 1$$

$$9.5. y''' - 2y'' - 8y' = 0$$

$$9.6. y'' + 81y = 162 e^{9x},$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 9$$

Вариант. 12.

$$9.1. 2x + 2xy^2 + (2 - x^2) y' = 0$$

$$9.2. y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1$$

$$9.3. y'' = 10e^{1-5x} + (x+3)^5 - 2$$

$$9.4. x y'' + y' = x + 1$$

$$9.5. y''' + 2y'' - 24y' = 0$$

$$9.6. y'' + 9y = 18x + 9,$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 5$$

Вариант. 14.

$$9.1. (1 + e^x) y y' = e^x$$

$$9.2. y' + \frac{y}{x} = e^x, y(1) = 0$$

$$9.3. y'' = (2x+5)^6 - e^{-x} + 4$$

$$9.4. x y'' + y' + x = 0$$

$$9.5. y''' + 3y'' - 4y' = 0$$

$$9.6. y'' - y = 2x, y(0) = y'(0) = 0$$

Вариант. 16.

$$9.1. (e^{2x} + 2) dy + y e^{2x} dx = 0$$

$$9.2. y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = 1$$

$$9.3. y'' = \sqrt[3]{x-5} - \frac{11}{\cos^2 x} + 3$$

$$9.4. y'' \operatorname{tg} x = y'$$

$$9.5. y''' - 9y'' + 8y' = 0$$

$$9.6. y'' + y = 48 \cos 5x + 72 \sin 5x,$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

Вариант. 17.

$$9.1. x dx - 3y dy = y x^2 dy - x y^2 dx$$

$$9.2. y' - \frac{y}{x+1} = e^x (x+1), y(0) = 1$$

$$9.3. y'' = \frac{1}{(2x-5)^2} + 9e^{3x-1}$$

$$9.4. y'' \operatorname{ctg} x = 2y'$$

$$9.5. y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$$

$$9.6. y'' - 5y' + 4y = 3e^{4x},$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 4$$

Вариант. 19.

$$9.1. x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$$

$$9.2. y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$$

$$9.3. y'' = 3 \cos(7x-2) - 5e^{2x-7} + \sqrt{x}$$

$$9.4. x y'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$9.5. y''' + y'' - 2y' = 0$$

$$9.6. y'' - 64y = 128 \cos 8x,$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

Вариант. 21.

$$9.1. (2 - e^x) dy + 3e^x \operatorname{tg} y dx = 0$$

$$9.2. y' - y \operatorname{tg} x = 1, y(0) = 0$$

$$9.3. y'' = 3\sqrt{x-8} + \frac{7}{x^2} - 5 \sin(2x-3)$$

$$9.4. x y'' - y' + \frac{1}{x} = 0$$

$$9.5. y''' + 4y'' - 5y' = 0$$

$$9.6. y'' - 3y' + 2y = 24e^{-2x},$$

$$y(0) = -1, y'(0) = 4$$

Вариант. 18.

$$9.1. (x^2 y + 9y) dy + \sqrt{2+y^2} dx = 0$$

$$9.2. x y' + y = x^5, y(1) = 0$$

$$9.3. y'' = 3x^2 + 1 + 24 \sin 2x$$

$$9.4. (1+x^2) y'' + 2x y' = 2$$

$$9.5. y''' + 36y' = 0$$

$$9.6. y'' + y = -\sin(2x),$$

$$y(\pi) = 1, y'(\pi) = 1$$

Вариант. 20.

$$9.1. 6x dx - y dy = y x^2 dy - 3x y^2 dx$$

$$9.2. y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$$

$$9.3. y'' = (2x-1)^9 - \frac{1}{e^{3x}} + 11$$

$$9.4. x^4 y'' + x^3 y' = 1$$

$$9.5. y''' + 6y'' + 5y' = 0$$

$$9.6. y'' + 3y' + 2y = 1 - 2x^2,$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

Вариант. 22.

$$9.1. y' = (2y+1) \operatorname{ctg} x$$

$$9.2. y' - \frac{3y}{x} = x, y(1) = 6$$

$$9.3. y'' = 2x + 15e^{1-5x} - \frac{1}{x}$$

$$9.4. y'' x \ln x = y'$$

$$9.5. y''' + 6y'' + 9y' = 0$$

$$9.6. y'' - y' = 2x,$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

Вариант. 23.

$$9.1. \sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} y y' = 0$$

$$9.2. y' - \frac{y}{x} = \ln x, y(1) = 0$$

$$9.3. y'' = 6e^{2x} - x^2 + 7$$

$$9.4. x^5 y'' + x^4 y' = 1$$

$$9.5. y''' - 3y'' + 2y' = 0$$

$$9.6. y'' - 2y' = e^x (3x - 1),$$

$$y(0) = 2, y'(0) = 0$$

$$9.4. y'' - \frac{y'}{x(2 + \ln x)} = 2 + \ln x$$

$$9.5. y''' + 4y' = 0$$

$$9.6. y'' + 6y' + 5y = 84e^{2x},$$

$$y(0) = -1, y'(0) = 1$$

Вариант. 24.

$$9.1. x\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$$

$$9.2. y' + y \cos x = \cos x, y(0) = 1$$

$$9.3. y'' = 20 \sin 2x + 3x^2 + 6$$

$$9.4. xy'' + y' = 3x + 2$$

$$9.5. y^{(4)} - 16y = 0$$

$$9.6. y'' - 4y' + 3y = 10 \cos x,$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 2$$

Вариант. 25.

$$9.1. y(5 + \ln y) + x y' = 0$$

$$9.2. y' - y \cos x = \cos^2 x e^{\sin x}, y(0) = 0$$

$$9.3. y'' = \frac{2}{x^3} + 8e^{4x} + 5$$

$$9.4. x^4 y'' + x^3 y' = 4$$

$$9.5. y^{(4)} - 9y'' = 0$$

$$9.6. y'' + 4y = e^{-2x}, y(0) = y'(0) = 0$$

Рекомендуемая литература

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. Издательство Айрис-пресс, 2013.
2. Шипачёв В. С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство Юрайт, 2013.
3. Шипачёв В. С. Начала высшей математики. Издательство Лань, 2013.

Содержание

1 семестр

Контрольное домашнее задание №1	4
Часть 1. Линейная алгебра	4
Часть 2. Векторы. Аналитическая геометрия	7
Контрольное домашнее задание №2	11
Часть 3. Элементарные преобразования графиков функций	11
Часть 4. Пределы	14
Часть 5. Производные	17
Контрольное домашнее задание №3	24
Часть 6. Неопределённые интегралы	24
Часть 7. Определённые интегралы	29

2 семестр

Контрольное домашнее задание №4	33
Часть 8. Кратные и криволинейные интегралы	33
Контрольное домашнее задание №5	43
Часть 9. Дифференциальные уравнения	43
Рекомендуемая литература	47