МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Ю.И. Дементьев, В.А. Ухова, О.Г. Илларионова

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПОСОБИЕ
по выполнению практических заданий

для студентов II курса
специальности 10.05.02
очной формы обучения

Москва-2016

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра высшей математики

Ю.И. Дементьев, В.А. Ухова, О.Г. Илларионова

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПОСОБИЕ
по выполнению практических заданий

для студентов II курса
специальности 10.05.02
очной формы обучения

Москва - 2016

ББК 517.2
Д 30

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент В.В. Солодов

Дементьев Ю.И., Ухова В.А., Илларионова О.Г.

Д 30 Математический анализ: пособие по выполнению практических заданий.- М.: МГТУ ГА, 2016. - 36 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математический анализ» по учебному плану для студентов II курса специальности 10.05.02 очной формы обучения.

Пособие охватывает разделы математического анализа, изучаемые студентами на втором курсе.

В пособии содержатся варианты контрольных домашних заданий и справочные материалы.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 15.09.2015 г. и методического совета 22.10.2015 г.

Подписано в печать 24.11.2015 г.

Печать офсетная	Формат 60x84/16	2,6 уч.-изд. л.
2,1 усл.печ.л.	Заказ № 37	Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д.20
Редакционно-издательские услуги ООО «Имидж-студия Арина»
127051 Москва, М. Сухаревская пл., д. 2/4 стр.1

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Двойные интегралы. Дифференциальные уравнения

Задание 1. Поменять порядок интегрирования.

Задания 2 – 3. Вычислить двойные интегралы.

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

Задание 5. Пластинка D задана ограничивающими её кривыми, μ — поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

Задания 6 – 7. Вычислить криволинейные интегралы вдоль линии L от точки M до точки N.

Задание 8. Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку M.

Задания 9 – 14. Решить дифференциальные уравнения.

Вариант 1.

1. $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{2+y}} f(x,y)\,dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{-y}} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$

3. $\iint\limits_D ye^{\frac{xy}{2}}\,dx\,dy; \quad D\colon\ y=\ln 2,\ y=\ln 3,\ x=2,\ x=4$

4. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-4y+x^2=0,\ y=\dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y=\sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=9,\ y=-x,\ y=0\ (x\leqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{y-4x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (x+y)\,dx-(x-y)\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M(2;0),\ N(4;5)$

7. $\int\limits_L (x^2y-3x)\,dx+(y^2x+2y)\,dy,$

   $L\colon x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ (y\geqslant 0),\ M(3;0),\ N(-3;0)$

8. $y'=y-x^2,\ M(1;2)$

9. $6x\,dx-2y\,dy=2y\,x^2\,dy-3xy^2\,dx$

10. $y' + y\,\mathrm{tg}\,x = \cos^2 x,\ y(\pi) = 0$

11. $\left(1 + x^2\right) y'' + 2x\,y' = 2x$

12. $y''' + 8y'' + 15y' = 0$

13. $y'' - 2y' + y = 9e^{-2x}$

14. $y'' + y' = 16x + 10,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

Вариант 2.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{2y^2}^{3-y} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2$

3. $\iint\limits_D y^2 \sin\frac{xy}{2}\,dx\,dy; \quad D\colon\ x = 0,\ y = \sqrt{\pi},\ y = \frac{x}{2}$

4. $x^2 + 4x + y^2 = 0,\ x^2 + 8x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = -x$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 4,\ y = \frac{x}{\sqrt{3}},\ y = 0\ (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0),\ \mu = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_L (x^2 - 2xy)\,dx + (y^2 - 2xy)\,dy,\ L\colon y = x^2,\ M(-1;1),\ N(1;1)$

7. $\int\limits_L (-y\,dx + x\,dy),$

$L\colon x = 2\cos t,\ y = 2\sin t,\ (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0),\ M(2;0),\ N(0;2)$

8. $y' = 2 + y^2,\ M(1;2)$

9. $y' \sin x = y \ln y$

10. $y' + y\ \mathrm{ctg}\,x = \cos x,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$

11. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$

12. $y''' + 25y' = 0$

13. $y'' + 2y' + y = 3x + 5$

14. $y'' - 3y' + 2y = 10\sin x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

Вариант 3.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt[3]{x},\ y = -x^3$

3. $\iint\limits_D y \cos xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ y = \frac{\pi}{2},\ y = \pi,\ x = 1,\ x = 2$

4. $y^2+6y+x^2=0,\ y^2+8y+x^2=0,\ x=0,\ y=-\sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=25,\ y=-x,\ y=0\ (x\leqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{y-2x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L y\,dx+\dfrac{x}{y}\,dy,\ L\colon y=e^{-x},\ M(-1;e),\ N(0;1)$

7. $\int\limits_L (x+2y)\,dx+(x-y)\,dy,$

$L\colon x=4\cos t,\ y=4\sin t,\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0),\ M(4;0),\ N(0;4)$

8. $y'=(y-1)x,\ M(1;3/2)$

9. $y'\sin x-y\cos x=0$

10. $y'-4xy=2x\,e^{x^2},\ y\,(0)=1$

11. $y''=\dfrac{y'}{x}+1$

12. $y''''-7y''=0$

13. $y''-9y=5xe^{2x}$

14. $y''+4y'+5y=25x,\ y\,(0)=2,\ y'\,(0)=0$

Вариант 4.

1. $\int\limits_0^{3/2} dy \int\limits_{2y^2}^{y+3} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_D y^2e^{-\frac{xy}{4}}\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=0,\ y=2,\ y=x$

4. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-4x+y^2=0,\ y=0,\ y=x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=16,\ y=\sqrt{3}x,\ y=0\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{2x+5y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L \dfrac{y^2+1}{y}\,dx-\dfrac{x}{y^2}\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M(1;2),\ N(2;4)$

7. $\int\limits_L (x^2-y)\,dx+(x-y^2)\,dy,$

$L\colon x=5\cos t,\ y=5\sin t,\ (x\leqslant 0,\ y\leqslant 0),\ M(-5;0),\ N(0;-5)$

8. $y'=3+y^2,\ M(1;2)$

9. $\left(5+y^2\right)+y'\,y\,\left(1-x^2\right)=0$

10. $y'-4xy=4x^3\,e^{2x^2},\ y\,(0)=0$

11. $y''\,\mathrm{ctg}\,x+2y'=0$

12. $y'''-3y''-4y'=0$

13. $y''+2y'+5y=17\sin 2x$

14. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 3x - 4,\ y\,(0) = 1,\ y'\,(0) = 5$

Вариант 5.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx + \int\limits_1^e dy \int\limits_{\ln y}^1 f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_D y \sin xy\,dx\,dy;\quad D\colon\ y = \dfrac{\pi}{2},\ y = \pi,\ x = 1,\ x = 2$

4. $y^2 - 8y + x^2 = 0,\ y^2 - 10y + x^2 = 0,\ y = \dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y = \sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 36,\ x = 0,\ y = x\ (x \leqslant 0,\ y \leqslant 0),\ \mu = \dfrac{-x-y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (xy - x^2)\,dx + x\,dy,\ L\colon y = 2x^2,\ M(0;0),\ N(1;2)$

7. $\int\limits_L (x + y)\,dx + 2x\,dy,$

$L\colon x = 2\cos t,\ y = 2\sin t,\ (x \geqslant 0),\ M(0;-2),\ N(0;2)$

8. $y'(x^2 + 2) = y,\ M(2;2)$

9. $y\,\ln y + x\,y' = 0$

10. $y' - 3x^2\,y = x^2\,e^{x^3},\ y\,(0) = 0$

11. $x\,y'' - 2y' = -\dfrac{2}{x^2}$

12. $y''' - 3y'' - 4y' = 0$

13. $y'' - 2y' + y = (2x + 5)\ e^{2x}$

14. $y'' - 4y' + 13y = 26x + 5,\ y\,(0) = 1,\ y'\,(0) = 1$

Вариант 6.

1. $\int\limits_0^4 dy \int\limits_{3y/4}^{\sqrt{25-y^2}} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt[3]{x},\ y = -x^2$

3. $\iint\limits_D y^2 \cos \dfrac{xy}{2}\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 0,\ y = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}},\ y = \dfrac{x}{2}$

4. $x^2 - 4x + y^2 = 0,\ x^2 - 8x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = \sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{x+2y}{x^2+y^2}$

6. $\displaystyle\int\limits_L \frac{y}{x}\,dx+x\,dy,\ L\colon y=\ln x,\ M(1;0),\ N(e;1)$

7. $\displaystyle\int\limits_L (2xy-y)\,dx+(x^2+x)\,dy,$

$L\colon x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ (y\leqslant 0),\ M(-3;0),\ N(0;-3)$

8. $y'=y-x,\ M(9/2;1)$

9. $\left(1-x^2\right)\,y'+xy^2+x=0$

10. $y'-\dfrac{y}{x}=-\dfrac{2}{x^2},\ y\,(1)=1$

11. $x\,y''+2y'=0$

12. $y'''+5y''-14y'=0$

13. $y''+y=x^2+6$

14. $y''-5y'-6y=e^x\ (-10x-3),\ y\,(0)=0,\ y'\,(0)=8$

Вариант 7.

1. $\displaystyle\int\limits_0^1 dx\int\limits_{1-x^2}^1 f(x,y)\,dy+\int\limits_1^e dx\int\limits_{\ln x}^1 f(x,y)\,dy$

2. $\displaystyle\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}$

3. $\displaystyle\iint\limits_D 4ye^{2xy}\,dx\,dy;\quad D\colon\ y=\ln 3,\ y=\ln 4,\ x=\frac{1}{2},\ x=1$

4. $y^2+4y+x^2=0,\ y^2+6y+x^2=0,\ x=0,\ y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}$

5. $D\colon\ x^2+y^2=25,\ x^2+y^2=36,\ y=-x,\ y=0\ (x\geqslant 0,\ y\leqslant 0),\ \mu=\dfrac{x-y}{x^2+y^2}$

6. $\displaystyle\int\limits_L (x^2+y)\,dx-(y^2+x)\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M(1;2),\ N(3;5)$

7. $\displaystyle\int\limits_L xy\,dx+2y\,dy,$

$L\colon x=\cos t,\ y=\sin t,\ (x\leqslant 0),\ M(0;1),\ N(0;-1)$

8. $y'=xy,\ M(0;-1)$

9. $\sqrt{4-x^2}\,y'+x\,\left(y^2+1\right)=0$

10. $y'-\dfrac{2y}{x+1}=(x+1)^3,\ y\,(0)=\dfrac{1}{2}$

11. $(1+\sin x)\ y''=y'\,\cos x$

12. $y''''-81y=0$

13. $y''-4y'+3y=-4x\,e^x$

14. $y''+6y'+9y=25\,e^{2x},\ y\,(0)=3,\ y'\,(0)=2$

Вариант 8.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{y^2+1} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3$

3. $\iint\limits_D 4y^2 \sin xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=0,\ y=\sqrt{\frac{\pi}{2}},\ y=x$

4. $x^2+2x+y^2=0,\ x^2+10x+y^2=0,\ y=0,\ y=\sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=4, x^2+y^2=25, x=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}\ (x \leqslant 0, y \leqslant 0),\ \mu=\frac{-2x-3y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (xy-x)\,dx + \frac{x^2}{2}\,dy,\ L\colon y=2\sqrt{x},\ M(0;0),\ N(1;2)$

7. $\int\limits_L (x^2+y^2)\,dx + (x^2-y^2)\,dy,$

$L\colon x=6\cos t,\ y=6\sin t,\ (y \geqslant 0),\ M(6;0),\ N(-6;0)$

8. $yy' = -\frac{x}{2},\ M(4;2)$

9. $y'\,y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}}+1=0$

10. $y' + \frac{y}{2x} = x,\ y\,(1)=0$

11. $x^3\,y'' + x^2\,y' = 1$

12. $y''' - 9y'' + 8y' = 0$

13. $y'' - y' - 2y = (1-2x)\ e^x$

14. $y'' - 2y' + y = 16\,e^x,\ y\,(0)=1,\ y'\,(0)=2$

Вариант 9.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\sqrt[3]{y}} f(x,y)\,dx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{2-y} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (4xy + 3x^2y^2)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$

3. $\iint\limits_D y\cos 2xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ y=\frac{\pi}{2},\ y=\pi,\ x=\frac{1}{2},\ x=1$

4. $y^2-6y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,\ y=x,\ x=0$

5. $D\colon\ x^2+y^2=9, x^2+y^2=36, y=-\sqrt{3}x, y=0\ (x \leqslant 0, y \geqslant 0),\ \mu=\frac{2y-4x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L \frac{y}{x^2+y^2}\,dx + \frac{x}{x^2+y^2}\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M(1;2),\ N(3;6)$

7. $\int\limits_L (x + y\sqrt{x^2+y^2})\,dx + x\,dy,$

$L\colon x=\cos t,\ y=\sin t,\ (y\leqslant 0),\ M(-1;0),\ N(0;-1)$

8. $y' = x + 2y,\ M(3;0)$

9. $\sqrt{4+x^2}\,dx - 4y\,dy = x^2\,y\,dy$

10. $y' - \frac{y}{x} = x^2,\ y\,(1) = 0$

11. $x^5\,y'' + x^4\,y' = 9$

12. $y''' - 6y'' + 9y' = 0$

13. $y'' + 6y' + 13y = 75\cos 2x$

14. $y'' + y = 4\,e^x,\ y\,(0) = 4,\ y'\,(0) = -3$

Вариант 10.

1. $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_D (12xy + 9x^2y^2)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2$

3. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{8}}\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=0,\ y=2,\ y=\frac{x}{2}$

4. $x^2 - 2x + y^2 = 0,\ x^2 - 4x + y^2 = 0,\ y = \frac{x}{\sqrt{3}},\ y = \sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=9,\ y=-\sqrt{3}x,\ y=0\ (x\geqslant 0,\ y\leqslant 0),\ \mu = \frac{x-y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (x^2-2y)\,dx + (y^2-2x)\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M(-4;0),\ N(0;2)$

7. $\int\limits_L x^2y\,dx - xy^2\,dy,$

$L\colon x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ (x\leqslant 0,\ y\geqslant 0),\ M(0;2),\ N(-2;0)$

8. $3yy' = x,\ M(-3;-2)$

9. $x\sqrt{1+y^2} + y\,y'\,\left(1+x^2\right) = 0$

10. $y' - \frac{y}{x} = x\,\sin x,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

11. $x^2\,y'' + x\,y' = 1$

12. $y''' - 2y'' - 8y' = 0$

13. $y'' + 2y' + y = 2 - 3x^2$

14. $y'' + 81y = 162\,e^{9x},\ y\,(0) = 0,\ y'\,(0) = 9$

Вариант 11.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,dx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_{-\sqrt{2-y}}^{0} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (8xy + 9x^2y^2)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3$

3. $\iint\limits_D 12y\sin 2xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ y=\dfrac{\pi}{4},\ y=\dfrac{\pi}{2},\ x=2,\ x=3$

4. $y^2+2y+x^2=0,\ y^2+4y+x^2=0,\ x=0,\ y=x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=36,\ x=0,\ y=-x\ (x\geqslant 0,\ y\leqslant 0),\ \mu=\dfrac{2x-y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L \dfrac{y}{x}\,dx + (x^3+1)\,dy,\ L\colon y=\ln x,\ M(1;0),\ N(e;1)$

7. $\int\limits_L (x^2+\sqrt{x^2+y^2})\,dx + (y-\sqrt{x^2+y^2})\,dy,$

$L\colon x=4\cos t,\ y=4\sin t,\ (x\geqslant 0,\ y\leqslant 0),\ M(0;-4),\ N(4;0)$

8. $x^2-y^2+2xyy'=0,\ M(-2;1)$

9. $y\,(1-\ln y)+x\,y'=0$

10. $xy'+y=\ln x,\ y\,(1)=1$

11. $2x\,y''=y'$

12. $y'''-6y''+12y'-8y=0$

13. $y''+y'-6y=10e^{2x}$

14. $y''+y=1,\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0,\ y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$

Вариант 12.

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{2x+1}^{4-x^2} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_D (24xy+18x^2y^2)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_D y^2\cos xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=0,\ y=\sqrt{\pi},\ y=x$

4. $x^2+2x+y^2=0,\ x^2+6x+y^2=0,\ y=0,\ y=x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=25,\ x=0,\ y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}\ (x\leqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{2y-x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (2xy + y^2)\,dx - x\,dy,\ L\colon y = 2x^2,\ M(-1;2),\ N(0;0)$

7. $\int\limits_L y^2\,dx - x^2\,dy,$

$L\colon x = 5\cos t,\ y = 5\sin t,\ (x \leqslant 0,\ y \leqslant 0),\ M(-5;0),\ N(0;-5)$

8. $y' = y - x,\ M(2;1)$

9. $2x + 2xy^2 + \left(2 - x^2\right)\,y' = 0$

10. $y' + \dfrac{y}{x} = 3x,\ y\,(1) = 1$

11. $x\,y'' + y' = x + 1$

12. $y''' + 2y'' - 24y' = 0$

13. $y'' + 3y' + 2y = (6x - 1)\ e^x$

14. $y'' + 9y = 18x + 9,\ y\,(0) = 0,\ y'\,(0) = 5$

Вариант 13.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-y}^{0} f(x,y)\,dx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (12xy + 27x^2y^2)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_D ye^{\frac{xy}{4}}\,dx\,dy;\quad D\colon\ y = \ln 2,\ y = \ln 3,\ x = 4,\ x = 8$

4. $y^2 - 4y + x^2 = 0,\ y^2 - 6y + x^2 = 0,\ y = \sqrt{3}x,\ x = 0$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 16,\ x^2 + y^2 = 36,\ y = x,\ y = 0\ (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0),\ \mu = \dfrac{x + 6y}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_L 2xy\,dx - x^2\,dy,\ L\colon y = 2x^2,\ M(0;0),\ N(1;2)$

7. $\int\limits_L (-y\,dx + (2xy + x)\,dy),$

$L\colon x = 3\cos t,\ y = 3\sin t,\ (y \geqslant 0),\ M(3;0),\ N(-3;0)$

8. $y' = x^2 - y,\ M(0;1)$

9. $2x\,dx - y\,dy = y\,x^2\,dy - x\,y^2\,dx$

10. $y' + \dfrac{3y}{x} = \dfrac{2}{x^3},\ y\,(1) = 1$

11. $y''\operatorname{tg} x = y' + 1$

12. $y''' + 4y'' + 4y' = 0$

13. $y'' + 2y' - 3y = 30\cos 3x$

14. $y'' - 2y' = 2e^x,\ y\,(0) = 0,\ y'\,(0) = 0$

Вариант 14.

1. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{x^2/4}^{2\sqrt{x}} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_{D} (8xy+18x^2y^2)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^2$

3. $\iint\limits_{D} 4y^2\sin 2xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=0,\ y=\sqrt{2\pi},\ y=2x$

4. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,\ y=\dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y=\sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=4, x^2+y^2=16, x=0, y=\sqrt{3}x\ (x\leqslant 0, y\leqslant 0),\ \mu=\dfrac{-2y-3x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_{L} (x+y)^2\,dx-(x^2+y^2)\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M0;1),\ N(1;0)$

7. $\int\limits_{L} (x-y)\,dx+dy,$

$L\colon x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ (y\leqslant 0),\ M(-2;0),\ N(2;0)$

8. $yy'=-2x,\ M(0;5)$

9. $(1+e^x)\ y\,y'=e^x$

10. $y'+\dfrac{y}{x}=e^x,\ y\,(1)=0$

11. $x\,y''+y'+x=0$

12. $y'''+3y''-4y'=0$

13. $y''-3y'+2y=-5e^x$

14. $y''+y=-\sin\,(2x),\ y\,(\pi)=1,\ y'\,(\pi)=1$

Вариант 15.

1. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{y^3} f(x,y)\,dx+\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{2-y} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_{D} (24xy-48x^3y^3)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$

3. $\iint\limits_{D} 2y\cos 2xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ y=\dfrac{\pi}{4},\ y=\dfrac{\pi}{2},\ x=1,\ x=2$

4. $y^2+2y+x^2=0,\ y^2+6y+x^2=0,\ x=0,\ y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$

5. $D\colon\ x^2+y^2=25, x^2+y^2=49, y=0, y=-\sqrt{3}x\ (x\leqslant 0, y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{4y-x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L y^2\,dx + y\,dy,\ L\colon y = \sin x,\ M(-\pi;0),\ N(0;0)$

7. $\int\limits_L y\,dx - x\,dy,$

$L\colon x = \sqrt{2}\cos t,\ y = \sqrt{2}\sin t,\ (x \geqslant 0),\ M(0;-\sqrt{2}),\ N(0;\sqrt{2})$

8. $y' = \dfrac{2x}{3y},\ M(1;1)$

9. $\sqrt{5+y^2}\,dx + 4\left(x^2\,y + y\right)\,dy = 0$

10. $y' + \dfrac{2xy}{1+x^2} = \dfrac{3x^2}{1+x^2},\ y\,(0) = 0$

11. $y''\ \mathrm{tg}\,x = y'$

12. $y''' - 9y'' + 8y' = 0$

13. $y'' + y' - 2y = 9e^x$

14. $y'' + y = 48\cos 5x + 72\sin 5x,\ y\,(0) = 0,\ y'\,(0) = 0$

Вариант 16.

1. $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{x/2+1}^{7-x} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_D (6xy + 24x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2$

3. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}}\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 0,\ y = \sqrt{2},\ y = x$

4. $x^2 + 2x + y^2 = 0,\ x^2 + 4x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = -x$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = -\sqrt{3}x\ (x \leqslant 0, y \geqslant 0),\ \mu = \dfrac{2y - 5x}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_L 2y\,dx + (3x - y)\,dy,\ L\colon y = \sqrt{x},\ M(1;1),\ N(4;2)$

7. $\int\limits_L (-x\,dx + y\,dy),$

$L\colon x = 3\cos t,\ y = 3\sin t,\ (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0),\ M(3;0),\ N(0;3)$

8. $yy' + x = 0,\ M(-2;-3)$

9. $\left(e^{2x} + 2\right)\,dy + y\,e^{2x}\,dx = 0$

10. $y' + \dfrac{y}{x} = \sin x,\ y\,(\pi) = 1$

11. $x\,y'' - y' + \dfrac{1}{x} = 0$

12. $y''' + 36y' = 0$

13. $y'' - 6y' + 9y = 4x\,e^x$

14. $y'' - 3y' + 2y = 24\,e^{-2x},\ y\,(0) = -1,\ y'\,(0) = 4$

Вариант 17.

1. $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{0}^{y+2} f(x,y)\,dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{-y}} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_{D} (4xy + 16x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt[3]{x},\ y = -x^3$

3. $\iint\limits_{D} y\sin xy\,dx\,dy;\quad D\colon\ y = \pi,\ y = 2\pi,\ x = \dfrac{1}{2},\ x = 1$

4. $y^2 - 2y + x^2 = 0,\ y^2 - 10y + x^2 = 0,\ y = \dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y = \sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 49, y = \sqrt{3}x, y = 0\ (x \leqslant 0, y \leqslant 0),\ \mu = \dfrac{-2x - 4y}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_{L} (2xy^2 - 1)y\,dx - (3xy^2 + 5)x\,dy,\ L\colon$ отрезок $MN,\ M(0;0),\ N(2;4)$

7. $\int\limits_{L} (x^2 - y)\,dx + (x + y^2)\,dy,$

$L\colon x = 2\cos t,\ y = 2\sin t,\ (y \geqslant 0),\ M(2;0),\ N(-2;0)$

8. $xy' = 2y,\ M(2;3)$

9. $x\,dx - 3y\,dy = y\,x^2\,dy - x\,y^2\,dx$

10. $y' - \dfrac{y}{x+1} = e^x\ (x+1), y\,(0) = 1$

11. $y''\operatorname{ctg} x = 2y'$

12. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$

13. $y'' + 3y' + 2y = 12x^2 + 8x$

14. $y'' - 5y' + 4y = 3\,e^{4x}, y\,(0) = 0, y'\,(0) = 4$

Вариант 18.

1. $\int\limits_{0}^{3} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x}} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_{D} (4xy + 16x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = x^3,\ y = -\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_{D} y^2\cos 2xy\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 0,\ y = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}},\ y = \dfrac{x}{2}$

4. $x^2 - 2x + y^2 = 0,\ x^2 - 6x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 16,\ x = 0,\ y = \sqrt{3}x\ (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0),\ \mu = \dfrac{x + 3y}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_L (x^2+4xy)\,dx + (2xy+y^2)\,dy,\ L\colon y=x^2,\ M(1;1),\ N(2;4)$

7. $\int\limits_L (x+y)\,dx + (x-y)\,dy,$

$L\colon x=4\cos t,\ y=4\sin t,\ (x\leqslant 0,\ y\leqslant 0),\ M(-4;0),\ N(0;-4)$

8. $2(y+y')=x+3,\ M(1;1/2)$

9. $\left(x^2y+9y\right)\,dy+\sqrt{2+y^2}\,dx=0$

10. $x\,y'+y=x^5,\ y\,(1)=0$

11. $\left(1+x^2\right)\,y''+2x\,y'=2$

12. $y'''+4y''-5y'=0$

13. $y''+25y=50\,e^{5x}$

14. $y''-y=2x,\ y\,(0)=0,\ y'\,(0)=0$

Вариант 19.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^y f(x,y)\,dx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (44xy+16x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_D 8ye^{4xy}\,dx\,dy;\quad D\colon\ y=\ln 3,\ y=\ln 4,\ x=\dfrac{1}{4},\ x=\dfrac{1}{2}$

4. $y^2+4y+x^2=0,\ y^2+10y+x^2=0,\ x=0,\ y=-x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=9, x^2+y^2=49, y=0, y=-\sqrt{3}x\ (x\leqslant 0, y\geqslant 0),\ \mu=\dfrac{3y-x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L \dfrac{y^2}{x}\,dx - x^2\,dy,\ L\colon y=\ln x,\ M(1;0),\ N(e;1)$

7. $\int\limits_L (2x-y)\,dx + x\,dy,$

$L\colon x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ (y\leqslant 0),\ M(-3;0),\ N(3;0)$

8. $yy'=-x,\ M(2;3)$

9. $x\sqrt{5+y^2}\,dx+y\sqrt{4+x^2}\,dy=0$

10. $y'-y\operatorname{ctg}x=2x\sin x,\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{4}$

11. $x\,y''+y'=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

12. $y'''+y''-2y'=0$

13. $y''-3y'+2y=-5\,e^x$

14. $y''-64y=128\cos 8x,\ y\,(0)=0,\ y'\,(0)=0$

Вариант 20.

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_D (4xy+176x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3$

3. $\iint\limits_D 3y^2\sin\frac{xy}{2}\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=0,\ y=\sqrt{\frac{4\pi}{3}},\ y=\frac{2}{3}x$

4. $x^2+2x+y^2=0,\ x^2+6x+y^2=0,\ y=0,\ y=x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=4,\ x=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}}\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\frac{x+2y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L \left(y-\frac{1}{y}\right)dx+\left(\frac{x}{y}-2\right)dy,\ L\colon y=\frac{1}{x},\ M(1;1),\ N\left(2;\frac{1}{2}\right)$

7. $\int\limits_L (x+y)\,dx+(2x-y)\,dy,$

$L\colon x=5\cos t,\ y=5\sin t,\ (x\geqslant 0,\ y\leqslant 0),\ M(0;-5),\ N(5;0)$

8. $3yy'=x,\ M(1;1)$

9. $6x\,dx-y\,dy=y\,x^2\,dy-3x\,y^2\,dx$

10. $y'-\frac{y}{x}=x^2,\ y\,(1)=0$

11. $x^4\,y''+x^3\,y'=1$

12. $y'''+6y''+5y'=0$

13. $y''+y=2\cos 7x-3\sin 7x$

14. $y''+3y'+2y=1-2x^2,\ y\,(0)=0,\ y'\,(0)=0$

Вариант 21.

1. $\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{x^2} f(x,y)\,dy+\int\limits_1^{\sqrt{2}} dx \int\limits_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_D (xy-4x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}$

3. $\iint\limits_D y\cos xy\,dx\,dy;\quad D\colon\ y=\pi,\ y=3\pi,\ x=\frac{1}{2},\ x=1$

4. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-4y+x^2=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ x=0$

5. $D\colon\ x^2+y^2=36,\ x^2+y^2=49,\ y=0,\ y=-x\ (x\leqslant 0,\ y\geqslant 0),\ \mu=\frac{4y-2x}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (x^2+y^2)\,dx + \dfrac{x^3}{y}\,dy,\ L\colon y = e^{2x},\ M(0;1),\ N(1;e^2)$

7. $\int\limits_L (x+y)\,dx + (x-y)\,dy,$

$L\colon x = 3\cos t,\ y = 3\sin t,\ (y \leqslant 0),\ M(-3;0),\ N(3;0)$

8. $y' = x + 2y,\ M(1;2)$

9. $(2-e^x)\ dy + 3e^x \operatorname{tg} y\, dx = 0$

10. $y' - y\ \operatorname{tg} x = 1,\ y\,(0) = 0$

11. $y''\,x\ \ln x = y'$

12. $y''' + 6y'' + 9y' = 0$

13. $y'' + y = 16\cos 3x - 24\sin 3x$

14. $y'' + 6y' + 5y = 84\,e^{2x},\ y\,(0) = -1,\ y'\,(0) = 1$

Вариант 22.

1. $\int\limits_0^{1/4} dy \int\limits_y^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (4xy + 176x^3y^3)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^3$

3. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}}\,dx\,dy;\quad D\colon\ x = 0,\ y = 1,\ y = \dfrac{x}{2}$

4. $x^2 - 2x + y^2 = 0,\ x^2 - 4x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = \sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2 = 1,\ x^2+y^2 = 9,\ y = \dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y = 0\ (x \leqslant 0,\ y \leqslant 0),\ \mu = \dfrac{-2x-y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L \left(y + \dfrac{1}{y}\right)\,dx - \dfrac{x}{y^2}\,dy,\ L\colon y = x^3,\ M(1;1),\ N(2;8)$

7. $\int\limits_L y^2\,dx + xy\,dy,$

$L\colon x = 3\cos t,\ y = 3\sin t,\ (x \leqslant 0),\ M(0;3),\ N(0;-3)$

8. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0,\ M(2;1)$

9. $y' = (2y+1)\operatorname{ctg} x$

10. $y' - \dfrac{3y}{x} = x,\ y\,(1) = 6$

11. $y'' - \dfrac{y'}{x\,(2+\ln x)} = 2 + \ln x$

12. $y''' + y' = 0$

13. $y'' + 4y' + 4y = 8x^2 + 6$

14. $y'' - y' = 2x,\ y\,(0) = 0,\ y'\,(0) = 0$

Вариант 23.

1. $\int\limits_{0}^{2} dy \int\limits_{y/2}^{y} f(x,y)\,dx + \int\limits_{2}^{4} dy \int\limits_{y/2}^{2} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_{D} (9x^2y^2 + 25x^4y^4)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2$

3. $\iint\limits_{D} y \sin 2xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ y = \dfrac{\pi}{2},\ y = \dfrac{3\pi}{2},\ x = \dfrac{1}{2},\ x = 3$

4. $y^2 + 6y + x^2 = 0,\ y^2 + 8y + x^2 = 0,\ x = 0,\ y = x$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 49, y = -\sqrt{3}x, y = 0\ (x \leqslant 0, y \geqslant 0),\ \mu = \dfrac{3y - 2x}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_{L} 2xy\,dx + (x^2 + 2)\,dy,\ L\colon y = \dfrac{x^2}{4},\ M(-2;1),\ N(0;0)$

7. $\int\limits_{L} \left(-\dfrac{y}{x^2 + y^2}\,dx + \dfrac{x}{x^2 + y^2}\,dy\right),$

   $L\colon x = 4\cos t,\ y = 4\sin t,\ (x \leqslant 0,\ y \geqslant 0),\ M(0;4),\ N(-4;0)$

8. $y' = x(y-1),\ M(1;1/2)$

9. $\sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2}\,y\,y' = 0$

10. $y' - \dfrac{y}{x} = \ln x,\ y\,(1) = 0$

11. $x^5\,y'' + x^4\,y' = 1$

12. $y''' - 3y'' + 2y' = 0$

13. $y'' + y' = 4x - 1$

14. $y'' - 2y' = e^x\,(3x - 1),\ y\,(0) = 2,\ y'\,(0) = 0$

Вариант 24.

1. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{2x^2+1} f(x,y)\,dy$

2. $\iint\limits_{D} (54x^2y^2 + 150x^4y^4)\,dx\,dy; \quad D\colon\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt[3]{x}$

3. $\iint\limits_{D} y^2 \cos xy\,dx\,dy; \quad D\colon\ x = 0,\ y = \sqrt{\pi},\ y = 2x$

4. $x^2 + 4x + y^2 = 0,\ x^2 + 8x + y^2 = 0,\ y = 0,\ y = -x$

5. $D\colon\ x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = -\sqrt{3}x\ (x \geqslant 0, y \leqslant 0),\ \mu = \dfrac{x - 4y}{x^2 + y^2}$

6. $\int\limits_L (3x^2y+1)\,dx+(x^3+2)\,dy,\ L\colon y=2\sqrt{x},\ M(0;0),\ N(1;2)$

7. $\int\limits_L x^3\,dx-y^3\,dy,$

$L\colon x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ (x\geqslant 0),\ M(0;-2),\ N(0;2)$

8. $y'=y-x^2,\ M(-3;4)$

9. $x\sqrt{1-y^2}\,dx+y\sqrt{1-x^2}\,dy=0$

10. $y'+y\cos x=\cos x\,e^{-\sin x},\ y\,(0)=1$

11. $xy''+y'=3x+2$

12. $y''''-16y=0$

13. $y''-2y'+y=e^{6x}$

14. $y''-4y'+3y=10\cos x,\ y\,(0)=1,\ y'\,(0)=2$

Вариант 25.

1. $\int\limits_1^2 dy \int\limits_{-\sqrt{y-1}}^{\sqrt{y-1}} f(x,y)\,dx+\int\limits_2^5 dy \int\limits_{-\sqrt{y-1}}^{3-y} f(x,y)\,dx$

2. $\iint\limits_D (xy-9x^5y^5)\,dx\,dy;\quad D\colon\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^2$

3. $\iint\limits_D 6ye^{\frac{xy}{3}}\,dx\,dy;\quad D\colon\ y=\ln 2,\ y=\ln 3,\ x=3,\ x=6$

4. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,\ x=0,\ y=\sqrt{3}x$

5. $D\colon\ x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=16,\ y=0,\ y=-x\ (x\geqslant 0,\ y\leqslant 0),\ \mu=\dfrac{3x-4y}{x^2+y^2}$

6. $\int\limits_L (y^2+x)\,dx+\dfrac{2x}{y}\,dy,\ L\colon y=e^{3x},\ M(0;1),\ N(1;e^3)$

7. $\int\limits_L xy\,dx+y^2\,dy,$

$L\colon x=4\cos t,\ y=4\sin t,\ (x\leqslant 0,\ y\geqslant 0),\ M(0;4),\ N(-4;0)$

8. $xy'=2y,\ M(1;3)$

9. $y\,(5+\ln y)+x\,y'=0$

10. $y'-y\,\cos x=\cos^2 x\,e^{\sin x},\ y\,(0)=0$

11. $x^4\,y''+x^3\,y'=4$

12. $y''''-9y''=0$

13. $y''+y'=x$

14. $y''+4y=e^{-2x},\ y\,(0)=0,\ y'\,(0)=0$

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление

Задания 1 – 2. Представить числа в тригонометрической и показательной формах. Изобразить числа на комплексной плоскости.

Задание 3. Представить число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Задание 4. Найти особые точки функции. Определить их тип.

Задание 5. Найти вычеты функции в особых точках.

Задания 6 – 7. Вычислить интегралы с помощью вычетов.

Задание 8. Найти изображение по оригиналу.

Задания 9. Найти оригинал по изображению.

Задания 10. Решить задачу Коши операционным методом.

Задания 11. Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом.

Вариант 1.

1. $z = -3i$

2. $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

3. $z = \dfrac{2+3i}{7-5i}$

4. $f(z) = \dfrac{e^z - 1}{z^3(z+1)^2}$

5. $f(z) = \dfrac{1}{z^4 - z^2}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1} z^2 \cdot \sin\frac{1}{z}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1/2|=1} \frac{e^z+1}{z(z-1)}\,dz$

8. $f(t) = 4t\sin t - e^{2t}\cos 4t$

9. $F(p) = \dfrac{3p^2 - p + 2}{(p-1)(p^2+4p+5)}$

10. $x'' + x = 2\cos t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y, \end{cases}$ $x(0) = 1,\ y(0) = 0$

Вариант 2.

1. $z = 7i$
2. $z = 4i + 4$
3. $z = \dfrac{-4-2i}{3+7i}$
4. $f(z) = \dfrac{e^{1/z}}{z^4 - 1}$
5. $f(z) = \dfrac{z^2}{(z^2+1)(z-3)}$
6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-i|=1} \frac{1}{(z^2+1)^3}\,dz$
7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=3} \frac{ze^z}{\sin z}\,dz$
8. $f(t) = 3t^2 - e^{-2t}\cos 5t$
9. $F(p) = \dfrac{4p+5}{(p-2)(p^2+4p+15)}$
10. $x'' + x = 6e^{-t}$, $x(0) = 3$, $x'(0) = 1$
11. $\begin{cases} x' = x + 3y + 2, \\ y' = x - y + 1, \end{cases}$ $x(0) = -1,\ y(0) = 2$

Вариант 3.

1. $z = -4$
2. $z = -6\sqrt{3}i - 6$
3. $z = \dfrac{3i-5}{2i+4}$
4. $f(z) = \dfrac{1}{e^z + 1}$
5. $f(z) = z^2 e^{1/z}$
6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=4} \operatorname{ctg} z\,dz$
7. $\displaystyle\oint\limits_{|z+1|=3} \frac{z^2+\cos z}{z^3}\,dz$
8. $f(t) = 3e^{2t}\sin t - 2e^{-t}\cos 5t$
9. $F(p) = \dfrac{p+3}{p^3+2p^2+3p}$
10. $x'' + x' = t^2 + 2t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -2$
11. $\begin{cases} x' = -x + 3y + 1, \\ y' = x + y, \end{cases}$ $x(0) = 1,\ y(0) = 2$

Вариант 4.

1. $z = 2i$
2. $z = 6 + 2\sqrt{3}i$
3. $z = \dfrac{5i+1}{7-6i}$
4. $f(z) = \operatorname{ctg} \pi z$
5. $f(z) = \dfrac{z^2}{(z-2)^3}$
6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=2} \frac{e^z}{z^3(z+1)}\,dz$
7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=2} \frac{z-\sin z}{2z^4}\,dz$
8. $f(t) = (3t^2 - 8t)e^{-t} - 4e^{15t}\cos 8t$
9. $F(p) = \dfrac{p}{(p+1)(p^2+4p+5)}$
10. $x'' - 3x' + 2x = 12e^{3t}$, $x(0) = 2$, $x'(0) = 6$
11. $\begin{cases} x' = 3x + 5y + 2, \\ y' = 3x + y + 1, \end{cases}$ $x(0) = 0,\ y(0) = 2$

Вариант 5.

1. $z = -8i$

2. $z = 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$

3. $z = \dfrac{3-5i}{4i+1}$

4. $f(z) = \dfrac{\sin \pi z}{(z^2-1)^2}$

5. $f(z) = \dfrac{1}{z^2-2z+5}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{e^{2z}}{z^3-1}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-6=1} \frac{\sin^3 z+2}{z^2-4\pi^2}\,dz$

8. $f(t) = 2e^{-3t}\sin 4t - (4t^2+2t)e^{-t}$

9. $F(p) = \dfrac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)}$

10. $x'' + 4x = 8\sin 2t,\ x(0) = 3,\ x'(0) = -1$

11. $\begin{cases} x' = 2x - 2y, \\ y' = -4x, \end{cases}$

$x(0) = 3,\ y(0) = 1$

Вариант 6.

1. $z = 6i$

2. $z = -2\sqrt{3} - 2i$

3. $z = \dfrac{-3-7i}{2i-1}$

4. $f(z) = \dfrac{\sin z}{z^3(1-\cos z)}$

5. $f(z) = \dfrac{z+1}{z^2}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-i|=2} \frac{z^3}{z^4+1}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z+1|=1/2} \frac{\operatorname{tg} z+2}{4z^2+\pi z}\,dz$

8. $f(t) = 3t^2 + t - 2 + 3e^{-7t}\cos 2t$

9. $F(p) = \dfrac{1}{p^5+p^3}$

10. $2x'' + 5x' = 29\cos t,\ x(0) = -1,\ x'(0) = 0$

11. $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 2x + y + 1, \end{cases}$

$x(0) = 0,\ y(0) = 5$

Вариант 7.

1. $z = 3$

2. $z = 2\sqrt{3}i - 6$

3. $z = \dfrac{7-2i}{3i+5}$

4. $f(z) = \dfrac{\sin \pi z}{(z-1)^3}$

5. $f(z) = \dfrac{z^2}{(z^2+1)(z-1)}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=4} \frac{1-\cos z}{z^3-\frac{\pi}{2}z^2}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1/2|=1} \frac{2+\sin z}{z(z+2i)}\,dz$

8. $f(t) = (t^2+2)e^{2t} - e^{-3t}\cos 2t$

9. $F(p) = \dfrac{p}{(p-1)(p^2-4p+4)}$

10. $x'' - 2x' - 3x = 2t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = 2x + 5y, \\ y' = x - 2y + 2, \end{cases}$

$x(0) = 1,\ y(0) = 1$

Вариант 8.

1. $z = -4i$ 2. $z = -3 + 3i$ 3. $z = \dfrac{4i - 3}{6i - 5}$

4. $f(z) = z^2 \sin \dfrac{1}{z}$ 5. $f(z) = \dfrac{z}{(z-1)(z-3)}$ 6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1-i|=\sqrt{2}} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-2|=3} \frac{\cos^2 z + 1}{z^2 - \pi^2}\, dz$ 8. $f(t) = 8e^{-2t} \sin 3t + e^{2t} \cos 8t$

9. $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + p^2 + 2p + 2}$

10. $x'' - x' = t^2$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -2x - y, \end{cases}$ $x(0) = 2,\ y(0) = 3$

Вариант 9.

1. $z = -7$ 2. $z = -2i + 2\sqrt{3}$ 3. $z = \dfrac{3 + 4i}{2i + 3}$

4. $f(z) = \dfrac{ze^z}{\sin z}$ 5. $f(z) = \dfrac{z - 1}{z^2 + 4}$ 6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=10} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 + 4\pi^2}\, dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=2} \frac{3z^4 - 2z^3 + 5}{z^4}\, dz$ 8. $f(t) = e^{-4t} \sin 3t \cos 2t + t^2 \sin t$

9. $F(p) = \dfrac{p}{p^4 - 1}$

10. $x'' + 2x' + x = \cos t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 0$

11. $\begin{cases} x' = -7x + y, \\ y' = -2x - 5y, \end{cases}$ $x(0) = 1,\ y(0) = 1$

Вариант 10.

1. $z = 3i$ 2. $z = 12i - 4\sqrt{3}$ 3. $z = \dfrac{5i - 1}{3i + 8}$

4. $f(z) = \operatorname{ctg}^2 z$ 5. $f(z) = \dfrac{1}{z(z^2 + 1)}$ 6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=2} \frac{\sin^2 z}{z \cos z}\, dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z+1/2|=3} \frac{z^3 - 3z^2 + 1}{2z^4}\, dz$ 8. $f(t) = 5e^{3t} \cos 3t \cos 4t + 1 + t^2 e^{3t}$

9. $F(p) = \dfrac{4p^2 + 16p - 8}{p^3 - 4p}$

10. $x'' + x' = t^2 + 2t$, $x(0) = 4$, $x'(0) = -2$

11. $\begin{cases} x' = -x - 2y + 1, \\ y' = -3x + y, \end{cases}$ $x(0) = 2,\ y(0) = 0$

Вариант 11.

1. $z = 4$
2. $z = 3 - 3\sqrt{3}i$
3. $z = \dfrac{4-6i}{2i-3}$
4. $f(z) = \dfrac{\sin 3z}{z(1-\cos z)}$
5. $f(z) = \dfrac{z^2+4}{(z-1)^3}$
6. $\oint\limits_{|z-1|=1} \dfrac{dz}{z^4+1}$
7. $\oint\limits_{|z-3|=1/2} \dfrac{e^z}{\sin z}\,dz$
8. $f(t) = t(e^t + \operatorname{sh} t) - 2\sin^2 2t$
9. $F(p) = \dfrac{p+3}{p^3+p^2-2p}$
10. $x'' + 9x = \cos 3t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = 0$
11. $\begin{cases} x' = -y, \\ y' = 2x + 2y, \end{cases}$ $x(0) = 1,\ y(0) = 1$

Вариант 12.

1. $z = -6i$
2. $z = -15i + 5\sqrt{3}$
3. $z = \dfrac{3i+1}{4-2i}$
4. $f(z) = \dfrac{e^z - 1}{\sin \pi z}$
5. $f(z) = \dfrac{1}{z^3-1}$
6. $\oint\limits_{|z|=2} \dfrac{z^2}{\sin^2 z \cos z}\,dz$
7. $\oint\limits_{|z-i|=3/2} \dfrac{dz}{z(z^2+4)}$
8. $f(t) = \operatorname{sh} t \cos 2t \sin 3t + t^3 e^{-3t}$
9. $F(p) = \dfrac{1}{p^3+8}$
10. $x'' + 3x' + 2x = 1 + t + t^2,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1$
11. $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x - y + 9, \end{cases}$ $x(0) = 1,\ y(0) = 0$

Вариант 13.

1. $z = 2$
2. $z = 5\sqrt{2}i - 5\sqrt{2}$
3. $z = \dfrac{4i-6}{6i+5}$
4. $f(z) = \dfrac{1}{\cos z}$
5. $f(z) = \dfrac{z^2}{(z^2+1)^2}$
6. $\oint\limits_{|z|=2} \dfrac{dz}{z(z^2+1)}$
7. $\oint\limits_{|z-1|=3} \dfrac{1-\sin\frac{1}{z}}{z}\,dz$
8. $f(t) = -\dfrac{t}{2}\sin 2t - e^{-3t}\cos t$
9. $F(p) = \dfrac{p^2-3}{p^4+5p^2+6}$
10. $x'' - x = \cos 3t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = 1$
11. $\begin{cases} x' = -2x + 5y + 1, \\ y' = x + 2y + 1, \end{cases}$ $x(0) = 0,\ y(0) = 2$

Вариант 14.

1. $z = -5i$

2. $z = 6i - 6\sqrt{3}$

3. $z = \dfrac{3-2i}{-6-5i}$

4. $f(z) = \dfrac{1}{\cos^2 z}$

5. $f(z) = \dfrac{e^z - 1}{z^2 + z}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1-i|=5/4} \frac{2}{z^2(z-1)}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1} \frac{z^3 - i}{\sin 2z \cdot (z-\pi)}\,dz$

8. $f(t) = 3t^4 e^{2t} + e^{-t}\sin 8t$

9. $F(p) = \dfrac{2p^2 - 3p + 1}{p^3 + 1}$

10. $x'' + x' + x = 7e^{2t}$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 4$

11. $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -5x - 3y + 2, \end{cases}$ $x(0) = 2,\ y(0) = 0$

Вариант 15.

1. $z = 7$

2. $z = 5i + 5\sqrt{3}$

3. $z = \dfrac{8i-3}{4i+2}$

4. $f(z) = \dfrac{z+\pi}{z\sin z}$

5. $f(z) = \dfrac{z}{z^2 + 4z + 5}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1} \frac{2+\sin z}{z(z+2i)}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z+2|=4} \frac{e^{3z} - 1}{z^3}\,dz$

8. $f(t) = 2t\cos 3t - t^3 e^{4t} + 1 - t^2$

9. $F(p) = \dfrac{p^2}{p^4 - 81}$

10. $x'' - 9x = \sin t - \cos t$, $x(0) = -3$, $x'(0) = 2$

11. $\begin{cases} x' = -3x - 4y + 1, \\ y' = 2x + 3y, \end{cases}$ $x(0) = 0,\ y(0) = 2$

Вариант 16.

1. $z = -5$

2. $z = -4\sqrt{3}i - 12$

3. $z = \dfrac{7-4i}{6i+1}$

4. $f(z) = \dfrac{1}{\sin^2 z}$

5. $f(z) = \dfrac{\sin 2z}{(z^2+1)^2}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-3/2|=2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3}\,dz$

8. $f(t) = \operatorname{ch} 3t \sin^2 t - t^{10} e^t$

9. $F(p) = \dfrac{2p+3}{p^3 + 4p^2 + 5p}$

10. $x'' + x' - 2x = -2t - 2$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = 2x + 8y + 1, \\ y' = 3x + 4y, \end{cases}$ $x(0) = 2,\ y(0) = 1$

Вариант 17.

1. $z = -2i$

2. $z = 4 + 4\sqrt{3}i$

3. $z = \dfrac{5i+1}{2+3i}$

4. $f(z) = \dfrac{1}{e^z - 1}$

5. $f(z) = \dfrac{e^{2z}}{z^2(z-1)}$

6. $\oint\limits_{|z-3|=1/2} \dfrac{e^z}{\sin z}\, dz$

7. $\oint\limits_{|z|=1/3} \dfrac{z^4 + 2z^2 + 3}{2z^6}\, dz$

8. $f(t) = 2 - 3t^2 + t\cos 5t + e^{-t}\sin 3t$

9. $F(p) = \dfrac{p^2 - p + 1}{p^4 + 2p^2 - 3}$

10. $x'' + 2x' = 2 + e^t$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 2$

11. $\begin{cases} x' = 2x + 2y + 2, \\ y' = 4y + 1, \end{cases}$ $x(0) = 0,\ y(0) = 1$

Вариант 18.

1. $z = 6$

2. $z = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$

3. $z = \dfrac{6i-8}{3-2i}$

4. $f(z) = \dfrac{\sin z^2}{z(z^2+1)}$

5. $f(z) = \dfrac{z+1}{(z-1)^2(z+3)}$

6. $\oint\limits_{|z-1/2|=1} \dfrac{e^z + 1}{z(z+1)}\, dz$

7. $\oint\limits_{|z|=1} \dfrac{z^2 e^{1/z^2} - 1}{z}\, dz$

8. $f(t) = \operatorname{sh} 4t \cos^2 3t - t\cos 5t$

9. $F(p) = \dfrac{p^3 - 6}{p^4 + 6p^2 + 8}$

10. $2x'' - x' = \sin 3t$, $x(0) = 2$, $x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = 4x + y + 1, \end{cases}$ $x(0) = 1,\ y(0) = 0$

Вариант 19.

1. $z = -7i$

2. $z = -5 + 5\sqrt{3}i$

3. $z = \dfrac{6i-1}{3-8i}$

4. $f(z) = \dfrac{z^2+1}{(z-i)^2(z^2+4)}$

5. $f(z) = \dfrac{z^4}{(z^2+1)^2}$

6. $\oint\limits_{|z-1/2|=1} \dfrac{z(z-i)}{\sin \pi z}\, dz$

7. $\oint\limits_{|z|=1/3} \dfrac{1 - 2z^4 + 3z^5}{z^4}\, dz$

8. $f(t) = t^2 e^t + 4e^{2t}\cos 5t$

9. $F(p) = \dfrac{p+5}{(p-1)(p^2 - 2p + 5)}$

10. $x'' + 2x' = \sin \dfrac{t}{2}$, $x(0) = -2$, $x'(0) = 4$

11. $\begin{cases} x' = x + 4y + 1, \\ y' = 2x + 3y, \end{cases}$ $x(0) = 0,\ y(0) = 1$

Вариант 20.

1. $z = -2$

2. $z = -2\sqrt{3} - 6i$

3. $z = \dfrac{7i+4}{2i+5}$

4. $f(z) = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}z\right)}{z^2-1}$

5. $f(z) = \dfrac{z^6}{(z-1)^4}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-3|=10} \frac{\sin 3z + 2}{z^2(z-\pi)}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1/2} \frac{z^5 - 3z^2 + 5z}{z^4}\,dz$

8. $f(t) = t^2\cos t - \dfrac{1}{2}t^4 e^{-2t} + e^t \sin 3t$

9. $F(p) = \dfrac{3p+2}{(p+1)(p^2+4p+5)}$

10. $x'' + x = \operatorname{sh} t,\ x(0) = 2,\ x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = x + 3y + 3, \\ y' = x - y + 1, \end{cases}$

$x(0) = 0,\ y(0) = 1$

Вариант 21.

1. $z = 4i$

2. $z = -3\sqrt{3} + 3i$

3. $z = \dfrac{4-8i}{3i-1}$

4. $f(z) = \dfrac{1}{z^2} + \sin\dfrac{1}{z^2}$

5. $f(z) = \dfrac{z^5}{z^2-1}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=3} \frac{\cos^2 z + 3}{2z^2 + \pi z}\,dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1/5|=2} \frac{1 - z^2 + 3z^4}{2z^3}\,dz$

8. $f(t) = \operatorname{sh} 2t \sin^2 3t - 3 + t\sin t$

9. $F(p) = \dfrac{2p^2 - 4p + 8}{(p-2)^2(p^2+4)}$

10. $x'' + 4x' + 20x = e^{-2t},\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = -x + 3y + 2, \\ y' = x + y + 1, \end{cases}$

$x(0) = 0,\ y(0) = 1$

Вариант 22.

1. $z = 5$

2. $z = -2i - 2$

3. $z = \dfrac{5i+7}{6i-2}$

4. $f(z) = \dfrac{\sin \pi z}{z(z-1)^2}$

5. $f(z) = \dfrac{e^z}{(z-3)^2(z+5)}$

6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=3} \frac{dz}{z(z^2+1)}$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1} \frac{e^{zi} + 2}{\sin 3zi}\,dz$

8. $f(t) = 1 + 2t^5 - \operatorname{sh} t \cos 4t$

9. $F(p) = \dfrac{1}{p(p^3+1)}$

10. $x'' - 3x' + 2x = e^t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = 0$

11. $\begin{cases} x' = x + 3y, \\ y' = x - y, \end{cases}$

$x(0) = 1,\ y(0) = 0$

Вариант 23.

1. $z = -3$ 2. $z = 6 - 2\sqrt{3}i$ 3. $z = \dfrac{3i-5}{4+3i}$

4. $f(z) = \dfrac{\cos \pi z}{(z-1)(z^2+1)}$ 5. $f(z) = \dfrac{\cos 4z}{(z-i)^3}$ 6. $\displaystyle\oint\limits_{|z+1|=2} \frac{\sin^2 z - 3}{z^2 + 2\pi z}\, dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1/3} \frac{1 - 2z + 3z^2 + 4z^3}{2z^2}\, dz$ 8. $f(t) = 2e^{-2t}\sin 5t - t + t^3 e^t$

9. $F(p) = \dfrac{5}{(p-1)(p^2+4p+5)}$

10. $2x'' + 3x' + x = 3e^t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = 2x + 3y + 1, \\ y' = 4x - 2y, \end{cases}$ $x(0) = -1,\ y(0) = 0$

Вариант 24.

1. $z = 5i$ 2. $z = 5 - 5i$ 3. $z = \dfrac{2i+8}{-3-8i}$

4. $f(z) = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}z\right)}{(z-1)^3}$ 5. $f(z) = \dfrac{z}{(z-5)^3}$ 6. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=\pi/2} \frac{z^2 + z + 3}{\sin z \cdot (\pi + z)}\, dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z-i|=3} \frac{e^z - \sin z}{z^2}\, dz$ 8. $f(t) = e^{3t}\cos t \cos 3t + \dfrac{t}{2} - 2 + te^{-t}$

9. $F(p) = \dfrac{1}{(p-2)(p^2+2p+3)}$

10. $x'' + 4x = \sin 2t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

11. $\begin{cases} x' = 3y + 2, \\ y' = x + 2y, \end{cases}$ $x(0) = -1,\ y(0) = 1$

Вариант 25.

1. $z = -6$ 2. $z = 9i + 3\sqrt{3}$ 3. $z = \dfrac{-4i-1}{3i-2}$

4. $f(z) = \dfrac{2z - \sin 2z}{z^2(z^2+1)}$ 5. $f(z) = \dfrac{z^2 + z - 1}{z^2(z-1)}$ 6. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=3} \frac{z(z+\pi)}{\sin z}\, dz$

7. $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1/3} \frac{4z^5 - 3z^3 - 1}{z^6}\, dz$ 8. $f(t) = 5t\cos 2t - e^{2t}t^3 + e^{-t}\sin t$

9. $F(p) = \dfrac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)}$

10. $x'' + x' - 2x = e^{-t}$, $x(0) = -1$, $x'(0) = 0$

11. $\begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = 3x, \end{cases}$ $x(0) = 0,\ y(0) = 1$

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1.

Таблица производных

$(c)' = 0 \quad (c$ — число$)$	$x' = 1$	$\left(x^2\right)' = 2x$
$(x^n)' = n\,x^{n-1}$	$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
$(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$	$(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$	
$(u+v)' = u' + v'$	$(u-v)' = u' - v'$	$(c\,u)' = c\,u'$ (с — число)
$(uv)' = u'v + uv'$	$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$	

Приложение 2.

Таблица дифференциалов

$$d(f(x)) = (f(x))'\,dx$$

$d(a) = 0 \quad (a$ — число$)$	$dx = d(x+a)$	$dx = d(x-a)$
$dx = -d(-x)$	$dx = \frac{1}{b}\,d(b\,x)$	$dx = b\,d\left(\frac{x}{b}\right)$
$x^n dx = \frac{1}{n+1}\,d(x^{n+1})$	$\frac{dx}{x} = d\,(\ln x)$	$dx = \frac{1}{a}\,d(ax+b)$
$xdx = \frac{1}{2}\,d(x^2)$	$\frac{dx}{x^2} = -d\left(\frac{1}{x}\right)$	$\frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\,d\,(\sqrt{x})$
$e^x dx = d\,(e^x)$	$\cos x\,dx = d(\sin x)$	$\frac{dx}{\cos^2 x} = d\,(\operatorname{tg} x)$
$a^x dx = \frac{1}{\ln a}\,d\,(a^x)$	$\sin x\,dx = -d(\cos x)$	$\frac{dx}{\sin^2 x} = -d\,(\operatorname{ctg} x)$
$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x)$	$\frac{dx}{1+x^2} = d(\operatorname{arctg} x)$	$\operatorname{ch} x\,dx = d(\operatorname{sh} x)$
$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d(\arccos x)$	$\frac{dx}{1+x^2} = -d(\operatorname{arcctg} x)$	$\operatorname{sh} x\,dx = d(\operatorname{ch} x)$

Приложение 3.

Таблица интегралов

$$\int 0\,dx = C \qquad \int dx = \int 1\,dx = x + C$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \qquad \int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C \qquad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\,\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C \qquad \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\,\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$$

$$\int F'(x)\,dx = \int d\,(F(x)) = F(x) + C$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du \qquad \int\limits_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$$

Приложение 4.

Таблица разложений в степенные ряды

$$
\begin{aligned}
e^z &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!} = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \ldots + \frac{z^n}{n!} + \ldots, \quad |z| < \infty,\\
\sin z &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!} =\\
&= z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \ldots + (-1)^n\frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots, \quad |z| < \infty,\\
\cos z &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{z^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \ldots + (-1)^n\frac{z^{2n}}{(2n)!} + \ldots, \quad |z| < \infty,\\
\operatorname{sh} z &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!} = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \ldots + \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots, \quad |z| < \infty,\\
\operatorname{ch} z &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^{2n}}{(2n)!} = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \ldots + \frac{z^{2n}}{(2n)!} + \ldots, \quad |z| < \infty,\\
(1+z)^m &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{n!}z^n =\\
&= 1 + mz + \frac{m(m-1)}{2!}z^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}z^3 + \ldots +\\
&\quad + \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{n!}z^n + \ldots, \quad m \in \mathbb{Z},\ |z| < 1.
\end{aligned}
$$

Приведём некоторые частные случаи последней формулы.

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{1+z} &= 1 - z + z^2 - z^3 + \ldots + (-1)^n z^n + \ldots, \quad |z| < 1,\\
\frac{1}{1-z} &= 1 + z + z^2 + z^3 + \ldots + z^n + \ldots, \quad |z| < 1.
\end{aligned}
$$

Приложение 5.

Таблица изображений и оригиналов

Изображение $F(p)$	Оригинал $f(t)$
$\frac{1}{p}$	1
$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\sin at$
$\frac{p}{p^2+a^2}$	$\cos at$
$\frac{1}{p+b}$	e^{-bt}
$\frac{a}{p^2-a^2}$	$\operatorname{sh} at$
$\frac{p}{p^2-a^2}$	$\operatorname{ch} at$
$\frac{a}{(p+b)^2+a^2}$	$e^{-bt}\sin at$
$\frac{p+b}{(p+b)^2+a^2}$	$e^{-bt}\cos at$
$\frac{n!}{p^{n+1}}$	t^n
$\frac{2pa}{(p^2+a^2)^2}$	$t\sin at$
$\frac{p^2-a^2}{(p^2+a^2)^2}$	$t\cos at$
$\frac{1}{(p+b)^2}$	te^{-bt}
$\frac{1}{(p^2+a^2)^2}$	$\frac{1}{2a^3}(\sin at - at\cos at)$
$\frac{n!}{(p-b)^{n+1}}$	$t^n e^{bt}$
$(-1)^n\frac{d^n}{dp^n}F(p)$	$t^n f(t)$
$F_1(p)\cdot F_2(p)$	$\int\limits_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,d\tau$

Везде в таблице $n\in\mathbb{N},\ a\in\mathbb{R},\ b\in\mathbb{R}$.

Приложение 6.

Некоторые формулы тригонометрии

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \qquad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \qquad \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \qquad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x-y) + \sin(x+y)\right)$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y) + \cos(x+y)\right)$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y) - \cos(x+y)\right)$$

$\operatorname{sh} x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ — гиперболический синус

$\operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ — гиперболический косинус

Рекомендуемая литература

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. Издательство Айрис-пресс, 2013.

2. Шипачёв В. С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство Юрайт, 2013.

3. Шипачёв В. С. Начала высшей математики. Издательство Лань, 2013.

Содержание