МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

В.В. Глухов

АВТОМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ПОСОБИЕ
по изучению дисциплины и
выполнению контрольной работы

для студентов III курса
направления 25.03.02 (162500)
всех форм обучения

Москва - 2015

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра технической эксплуатации авиационных электросистем и пилотажно навигационных комплексов

В.В. Глухов

АВТОМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ПОСОБИЕ
по изучению дисциплины
и выполнению контрольной работы

для студентов 3 курса
направления 162500
всех форм обучения

Москва – 2015

ББК 6Ф6.5
Г55

Рецензент канд. техн. наук, доц. Ю.С. Соловьев

Глухов В.В.

Г55 Автоматика и управление: пособие по изучению дисциплины и выполнению контрольной работы. - М.: МГТУ ГА, 2015. - 40 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Автоматика и управление» по Учебному плану для студентов III курса направления 25.03.02 (162500) всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 20.05.15 г. и методического совета 28.05.15 г.

Для заметок

Подписано в печать 29.06.15 г.

Печать офсетная	Формат 60x84/16	1,95 уч.-изд. л.
2,33 усл.печ. л.	Заказ № 13/	Тираж 80 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра технической эксплуатации авиационных
электросистем и пилотажно-навигационных комплексов

В.В. Глухов

АВТОМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ПОСОБИЕ
по изучению дисциплины и
выполнению контрольной работы

для студентов III курса
направления 25.03.02 (162500)
всех форм обучения

Москва - 2015

Рецензент к.т.н., доцент Ю.С. Соловьев

Глухов В.В.

Автоматика и управление: Пособие по изучению дисциплины и выполнению контрольной работы. – М.: МГТУ ГА, 2015.- с.

Указанное пособие издается в соответствии с рабочей программой дисциплины «Автоматика и управление» по учебному плану для студентов третьего курса направления 162500 всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 20.05.2015 г. и методического совета 28.05.2015 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Автоматика и управление» относится к учебным дисциплинам базовой части профессионального цикла основной образовательной программы направления подготовки 162500–Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов.

Предлагаемое пособие содержит методические указания к изучению и варианты заданий контрольной работы по дисциплине «Автоматика и управление» для самостоятельной работы студентов третьего курса заочного отделения направлений 162500.

Основная задача пособия по выполнению контрольной работы по дисциплине "Автоматика и управление" для студента заочной формы обучения -это получение навыка -

- составлять функциональные и структурные схемы систем автоматического управления;
- производить статический расчет системы и выбор её параметров, удовлетворяющий основным требованиям, предъявляемым к САУ;
- определять вид и параметры передаточных функций элементов систем автоматического управления;
- производить динамический расчет систем автоматического управления и определять качество работы систем.

В пособии приведён типовой пример расчета контрольной работы.

1.Учебный план дисциплины «Автоматика и управление» для направления 25.03.02 (162500) III курса

Объем часов по учебному плану ДО		Объем и распределение аудиторных часов занятий для ЗО				Виды СРС			Форма итогового контроля
Общие	Аудит.	Аудит. занятия	Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	КП	КР	Кр	
180	72	16	8	-	8	-	-	1	Экзамен

2. Основные сведения о дисциплине «Автоматика и управление»

Современные летательные аппараты нельзя представить без автоматических систем, которые предназначены для частичного или полного исключения человека из непосредственного участия в их эксплуатации. Особенно это касается гражданской авиационной техники.

«Автоматика и управление» является одной из основных дисциплин, формирующих общетехнический уровень бакалавра по эксплуатации авиационной техники. В рамках этой дисциплины будущему эксплуатационнику предоставляется возможность изучения одного из основных подходов исследования объектов и систем авиационной техники, где процесс автоматизации носит главенствующий характер. Цель, которая ставится в этой дисциплине - это изучение основ теории систем автоматического управления летательных аппаратов, их свойства и характеристики. В этой дисциплине на основе методов прикладной математики и теории автоматического управления решаются три задачи: задача анализа систем автоматического управления (САУ), задача синтеза САУ и задача оптимального управления САУ. В данном курсе рассматривается только первая задача, которая является основой для изучения других задач.

2.1. Цель и задачи дисциплины

Целью преподавания дисциплины является формирование знаний у студентов общих принципов построения и расчета систем автоматического управления в авиационной технике, основ анализа этих систем, принципов действия и особенностей конструкции элементов автоматики.

Задачи изучения дисциплины (минимально необходимый комплекс знаний и умений).

Иметь представление:

- о принципах построения авиационных систем автоматического управления;
- о принципах анализа авиационных систем автоматического управления.

Знать и уметь использовать:

- электрические, функциональные и структурные схемы САУ;
- методы статического расчета САУ и их элементов;
- методы динамического расчета САУ и их элементов;
- методы определения устойчивости и качества САУ.

Иметь опыт:

- определения основных характеристик САУ и их элементов как расчетным, так и экспериментальным способом.

Перечень базовых дисциплин: введение в специальность, высшая математика, физика, электротехника, теоретическая механика.

Перечень формируемых дисциплин: авиационные приборы и информационно-измерительные системы, электрофицированное оборудование воздушных судов, системы автоматического управления полетом, пилотажно-навигационные комплексы.

2.2. Рекомендуемая литература для заочного обучения

ОСНОВНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. М., Машиностроение, 1985 г., 536 с.
2. Теория автоматического управления. Ч.1, Ч.2 под ред. А.А.Воронова. – М., Высшая школа, 1986г.
3. Глухов В.В. Теория автоматического управления .Часть 1. РИО МИИГА. 2006 г., 59 с.
4. Глухов В.В. Автоматика и управление. Пособие по выполнению лабораторной работы №1 «Исследование потенциометрических датчиков» для студентов 3 курса специальности 160903 всех форм обучения. М: МГТУ ГА, 2006г.
5. Глухов В.В. Автоматика и управление. Пособие по выполнению лабораторной работы №2 «Исследование индуктивных датчиков» для студентов 3 курса специальности 160903 всех форм обучения. М: МГТУ ГА, 2006г.
6. Глухов В.В. Автоматика и управление. Пособие по выполнению лабораторной работы №3 «Исследование индукционных датчиков» для студентов 3 курса специальности 160903 всех форм обучения. М: МГТУ ГА, 2006г.
7. Глухов В.В. Автоматика и управление. Пособие по выполнению лабораторной работы №4 «Исследование сельсинов» для студентов 3 курса специальности 160903 всех форм обучения. М: МГТУ ГА, 2006г.
8. Глухов В.В. Автоматика и управление. Пособие по выполнению контрольной работы для студентов 3 курса специальности 160903 заочного обучения. М: МГТУ ГА, 2009 г. 24 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. – М. Машиностроение, 1972.,- 738 стр.
2. Певзнер Л.Д. Теория систем управления – М., МГГУ, 2002 .,- 472 с.
3. Теория управления в примерах и задачах: Учебное пособие/А.В. Пантелеев, А.С. Бартаковский. – М.: Высш. Шк., 2003. - 583 с.
4. Коновалов Г.В. Радиоавтоматика. – М.: Радиотехника, 2003.-288 с.

Средства обеспечения освоения дисциплины

1. Программа моделирования САУ и ее элементов - “МАРС-11”

2. Разработка математических и графоаналитических моделей элементарных звеньев САУ в системе Mathcad.

Регламентирующая литература

1. Случайные процессы и динамические системы. Термины и определения ГОСТ 21878-76. М.: 1976.

3. Электронный адрес кафедры ТЭАЭСиПНК и электронные средства информации

1. Электронный адрес кафедры ТЭАЭСиПНК (для консультаций)
http://www.mstuca.ru/about/structure/kafedral/department.php?IBLOCK_ID=75
2. Электронные библиотечные ресурсы МГТУ ГА
http://www.mstuca.ru/biblio/
3. Перечень адресов порталов и сайтов в Интернете, содержащих учебную информацию по дисциплине:
http://www.lingvoda.ru/forum/actualthread.aspx?tid=5337 – авиационные словари;
http://www.aviaizdat.ru/ - авиационная документация;
http://aviadoc.narod.ru/ - авиационная документация;
http://www.aviadocs.net/ - авиационная документация.
4. Справочники, учебники и учебные пособия:
http://ru.wikipedia.org/wiki/ - википедия
http://www.aviapages.ru/aircrafts/ - авиационный справочник;
http://www.aviaport.ru/directory/aviation/ - авиационный справочник;

4. Структура дисциплины

Учебная дисциплина «Автоматика и управление» содержит пять разделов. Каждый раздел состоит из совокупности тем, объединённым этим разделом.

1. **Основные понятия и определения**: процесс управления, объект управления, система автоматического управления, цель управления. Принципы построения САУ. Классификация САУ. Литература \Осн.1,2,3. Доп.1,2,4\

2. **Основные элементы авиационной автоматики**: датчики, усилители, преобразователи, исполнительные устройства, вычислительные устройства, корректирующие элементы. Литература \Осн.1,2. Доп.1\

3. **Математические модели и характеристики САУ и их типовых звеньев**: уравнения статики, уравнения динамики, преобразование Лапласа, передаточные функции, частотные характеристики, временные

характеристики, типовые динамические звенья САУ и их характеристики, структурные преобразования САУ и определение их характеристик. Литература \Осн.1,2,3. Доп. 1,2.\

4. **Устойчивость линейных САУ**: основные_понятия устойчивости, теоремы Ляпунова, критерии устойчивости, определение запасов устойчивости, области устойчивости в пространстве параметров. Литература \Осн.1,2. Доп.1,2.\

5. **Статическая и динамическая точность линейных САУ**: критерии качества, точность САУ в установившихся режимах, методы построения переходных процессов. Литература \Осн.1,2. Доп.1,2,4\

5. Методические указания для изучения дисциплины

Разделы учебной программы сгруппированы по уровням компетентности: иметь представление, знать и уметь. Для самопроверки после каждого раздела даны тестовые задания, которые желательно выполнить после его изучения или сформулировать соответствующий вопрос, если возникли какие-либо трудности в понимании заданного материала. Разъяснения на эти вопросы можно получать при проведении дистанционных консультаций.

5.1. Введение

Иметь представление:

об основных исторических моментах формирования дисциплины «Теория автоматического управления»;

о целях и задачах дисциплины;

5.2. Основные понятия и определения

Знать и уметь использовать:

- понятия о принципах построения авиационных систем автоматического управления;
- принципы анализа и синтеза авиационных систем автоматического управления;
- классификацию систем автоматического управления.

Тестовые задания

1. Назовите основные составляющие процесса управления.
2. Перечислите принципы построения систем автоматического управления.
3. Изобразите основную функциональную схему системы с обратной отрицательной связью.

4. Поясните её преимущества перед системами прямого управления и компенсационного типа.
5. Определите принципы классификации систем управления.

5.3. Основные элементы авиационной автоматики

Знать и уметь использовать:

принципы действия и основные схемы включения потенциометрических датчиков, индуктивных датчиков, индукционных датчиков и сельсинов;

основные типы усилителей (электронных, магнитных);

основные типы исполнительных элементов (электродвигатели, электрогидравлические рулевые машины и т.д.);

корректирующие элементы на основе пассивных RC-цепей.

Тестовые задания

1. Изобразите основные схемы включения потенциометрических датчиков.
2. Изобразите основные схемы включения индуктивных датчиков.
3. Изобразите основные схемы включения сельсинов.
4. Изобразите основные схемы включения индукционных датчиков.
5. Объясните наличие у нереверсивного индуктивного датчика $\mathbf{U_{xx}}$.

5.4. Математические модели и характеристики САУ и их типовых звеньев

Знать и уметь использовать:

уравнения статики, уравнения динамики, преобразование Лапласа, передаточные функции, частотные характеристики, временные характеристики, типовые динамические звенья САУ и их характеристики, структурные преобразования САУ и определение их характеристик.

Тестовые задания по уравнениям динамики и преобразованию Лапласа

1. Запишите заданное уравнение звена САУ с постоянными параметрами в форме преобразования Лапласа.
$$a_1\frac{dy}{dt}+a_2y(t)=b_1x(t).$$
2. Составьте дифференциальное уравнение четырехполюсника, связывающее Ux и Uy, и напишите его передаточную функцию в преобразованиях Лапласа (рис 1).

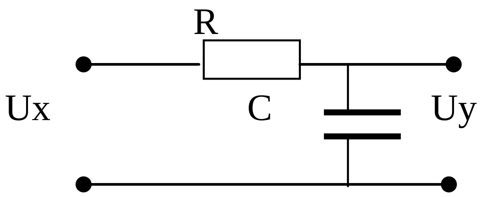


Рис. 1

Тестовые задания по передаточным функциям

1. Запишите передаточную функцию форсирующего звена 1 порядка и колебательного звена, определите все их параметры.
2. Запишите передаточную функцию пропорционального или усилительного звена и звена «чистого» запаздывания.

Тестовые задания по частотным характеристикам

1. Какими выражениями определяются для передаточной функции типового звена $W(s) = \frac{K}{TS+1}$ амплитудно-частотная *A(ω)* и фазо-частотная *φ(ω)* характеристики :

а). $A(\omega) = \dfrac{K}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}$; $\varphi(\omega) = arctg\mathrm{T}\omega$;

б). $A(\omega) = \dfrac{K}{\sqrt{1-T^2\omega^2}}$; $\varphi(\omega) = arctg\,\dfrac{1}{\mathrm{T}\omega}$;

в). $\mathrm{A}(\omega) = K\sqrt{\dfrac{\mathrm{T}\omega+1}{\mathrm{T}\omega-1}}$; $\varphi(\omega) = -arctg\mathrm{T}\omega$;

г). $\mathrm{A}(\omega) = K\sqrt{\dfrac{\mathrm{T}\omega-1}{\mathrm{T}\omega+1}}$; $\varphi(\omega) = -arctg\,\dfrac{1}{\mathrm{T}\omega}$.

2. Определите для передаточной функции типового звена $W(s) = \frac{1}{TS}$,
где Т = 0,1с, значения логарифмической амплитудно-частотной характеристики *L(ω)* [дБ]при ω = 1 $\frac{1}{c}$.

а). A(ω) = 40 дБ ;
б). A(ω) = -40 дБ ;
в). A(ω) = 20 дБ ;
г). A(ω) = -20 дБ .

3.Определите, к какому из указанных звеньев относится логарифмическая амплитудно-частотная характеристика, изображенная на рис. 2

а). $W(S) = \dfrac{10}{25S+1}$; б). $W(S) = \dfrac{10}{2{,}5S+1}$

в). $W(S) = \dfrac{1}{2{,}5S + 1}$ г). $W(S) = \dfrac{100}{25S + 1}$

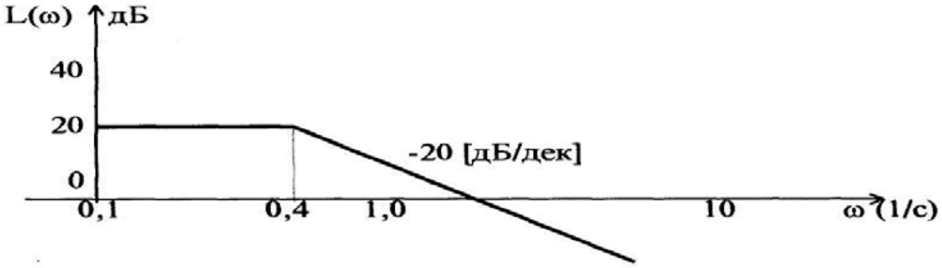


Рис. 2

4. Укажите логарифмическую амплитудно-частотную характеристику, построенную по передаточной функции $W(S) = \dfrac{100}{S^2 + 5\xi S + 1}$ (рис. 3):

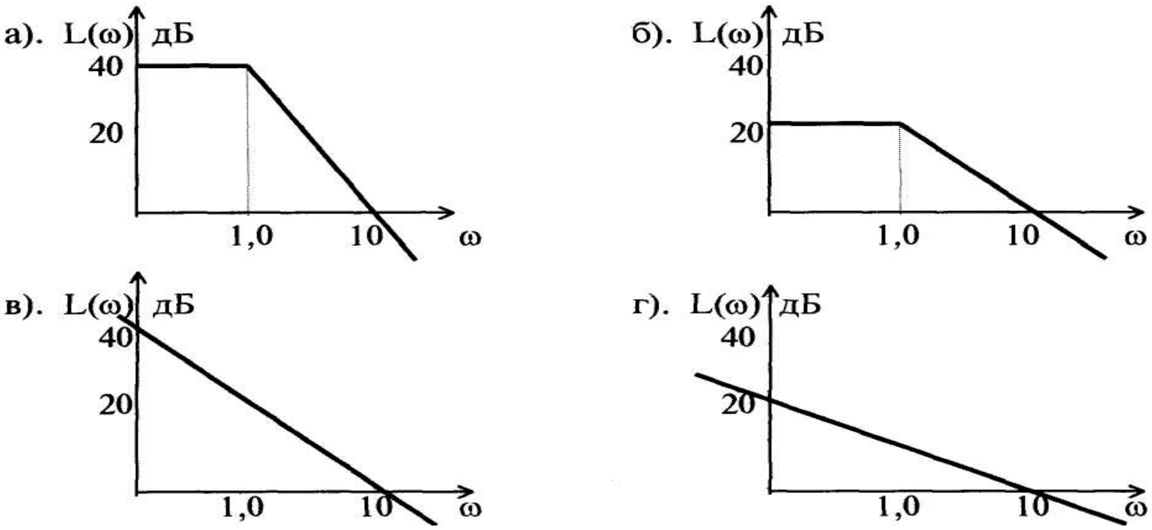


Рис. 3

Тестовые задания по временным характеристикам

1. Какая переходная функция h(t) для звена с $W(S) = \dfrac{1}{0{,}1S + 1}$ будет иметь вид:

а). $h(t) = 1\,(1 - e^{-10t})$;
б). $h(t) = 0{,}1\,e^{-10t}$;
в). $h(t) = 1\,(1 - e^{-0{,}1t})$;
г). $h(t) = 10(1 + e^{0{,}1t})$.

2. У какого из перечисленных звеньев переходная функция стремится к установившемуся значению y(t)=const при t→∞:

а). апериодического звена ;
б). интегрирующего звена;
в). форсирующего звена ;
г). дифференцирующего звена.

Тестовые задания по типовым динамическим звеньям САУ

1.Какое из представленных апериодических звеньев имеет наименьшую постоянную времени Т:

а) $W(S)=\dfrac{5}{2S+10}$; б) $W(S)=\dfrac{7}{5S+15}$;

в) $W(S)=\dfrac{3}{0{,}1S+0{,}2}$; г) $W(S)=\dfrac{18}{10S+90}$.

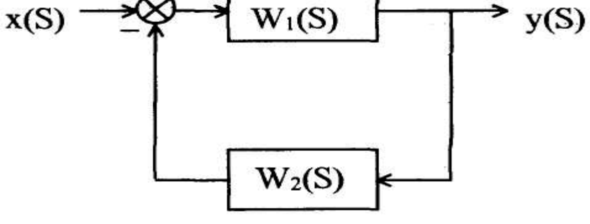
2. Какое звено с указанными передаточными функциями обладает большей «инерционностью»:

а) $W(S)=\dfrac{50}{2S+10}$; б) $W(S)=\dfrac{70}{5S+150}$;

в) $W(S)=\dfrac{3}{0{,}1S+0{,}1}$;г) $W(S)=\dfrac{200}{10S+100}$.

Тестовые задания по структурным преобразованиям САУ

1. Каким выражением определяется сигнал САУ y(S) для структурной схемы, представленной на рис. 4.



а). $y(S)=\dfrac{W_1(S)W_2(S)}{1+W_1(S)W_2(S)}x(S)$;

б). $y(S)=\dfrac{W_2(S)}{1+W_1(S)W_2(S)}x(S)$;

в). $y(S)=\dfrac{1}{1+W_1(S)W_2(S)}x(S)$;

г). $y(S)=\dfrac{W_1(S)}{1+W_1(S)W_2(S)}x(S)$.

Рис.4.

2. Какая структурная схема САУ (рис. 5.) обладает «жесткой» обратной связью:

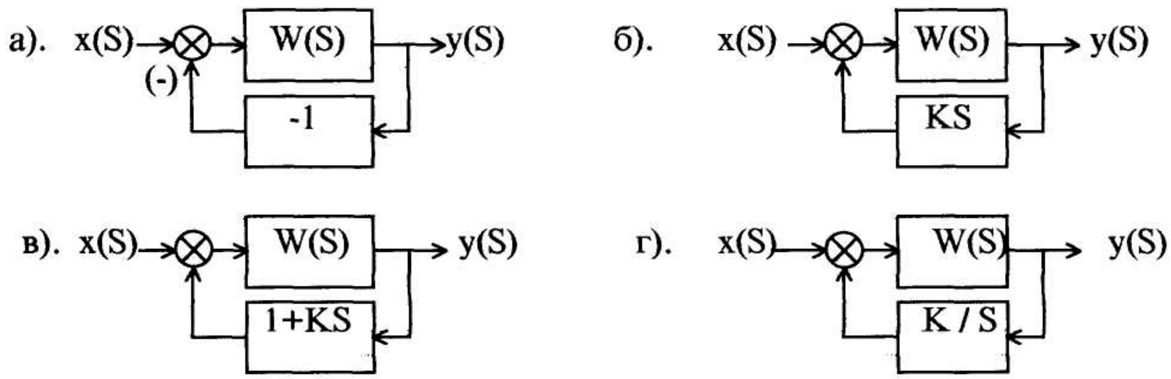


Рис. 5

3.Какая передаточная функция соответствует структурной схеме, изображенной на рис. 6:

а). $W_Э(S)=W_1(S)+W_2(S)$;

б). $W_Э(S)=W_1(S)W_2(S)$;

в). $W_Э(S)=\frac{W_1(S)}{W_2(S)}$;

г). $W_Э(S)=\frac{W_2(S)}{W_1(S)}$.

Рис.6.

5.5. Устойчивость линейных САУ

Знать и уметь использовать:

основные понятия устойчивости, теоремы Ляпунова, критерии устойчивости Гурвица, Михайлова, Найквиста, определение запасов устойчивости, области устойчивости в пространстве параметров. Литература \1,2,3,\

Тестовые задания по критерию устойчивости Гурвица

1. Укажите определитель Гурвица для системы 3-го порядка с характеристическим уравнением

$$a_0S^3 + a_1S^2 + a_2S + a_3 = 0:$$

а). $\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \\ 0 & a_0 & a_2 \end{vmatrix}$ б). $\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_3 & 0 \end{vmatrix}$

в). $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$ г). $\Delta = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & a_0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix}$

2. Найдите необходимые и достаточные условия устойчивости системы 3-го порядка с характеристическим уравнением $a_0S^3 + a_1S^2 + a_2S + a_3 = 0$ из приведённых ниже неравенств:

а). $a_0>0,\ a_1>0,\ a_2>0,\ a_3>0$
$a_1a_2 - a_0a_3 > 0$

б). $a_0>0,\ a_1>0,\ a_2>0,\ a_3>0$

в). $a_1a_2 > a_0a_3$

г). $a_0<0,\ a_1<0,\ a_2<0,\ a_3<0$
$a_1a_2 - a_1a_3 > 0$

3. В заданной на рис. 7 структурной схеме САУ с соответствующими передаточными функциями определите параметрическое условие устойчивости:

а). $T_1T_2 > K_1K_2(T_1 + T_2)$ б). $(T_1 + T_2)T_2T_1 > K_1K_2$
в). $T_1 + T_2 > K_1K_2T_1T_2$ г). $(T_1 + T_2) < K_1K_2T_1T_2$

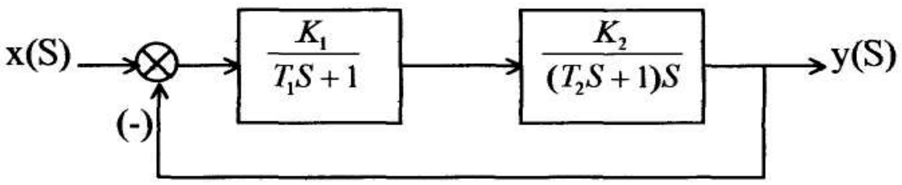


Рис. 7

Тестовые задания по критерию устойчивости Михайлова

1. По приведённому на рис.8 годографу Михайлова найдите соответствующее ему расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости корней .

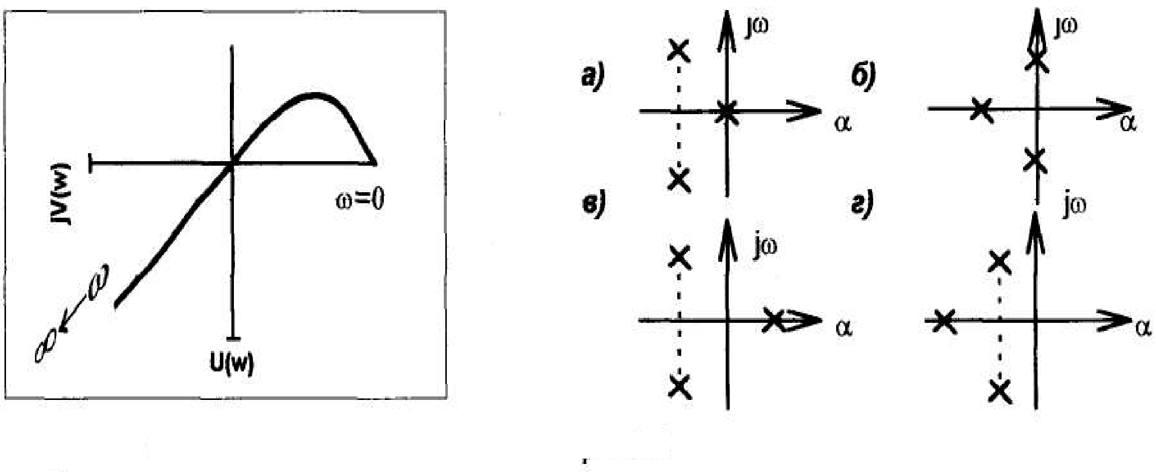


Рис. 8

2. По представленному на рис. 9 годографу Михайлова найдите соответствующее расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости корней.

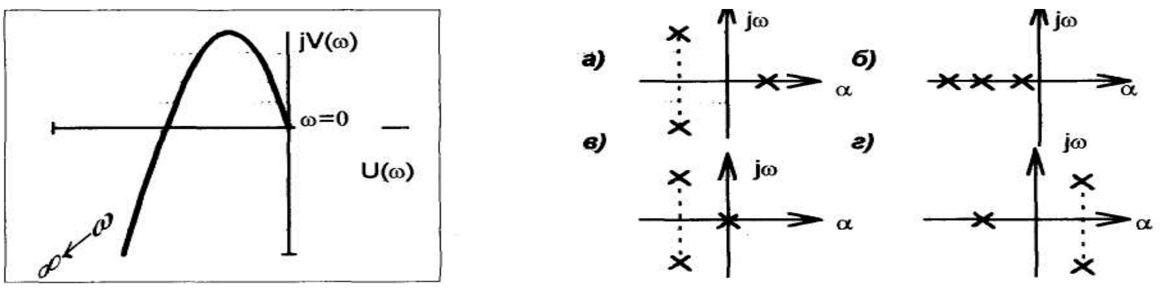


Рис. 9

3. Из представленных на рис. 10 годографов Михайлова определите годограф, который принадлежит устойчивой системе с характеристическим уравнением 4-го порядка.

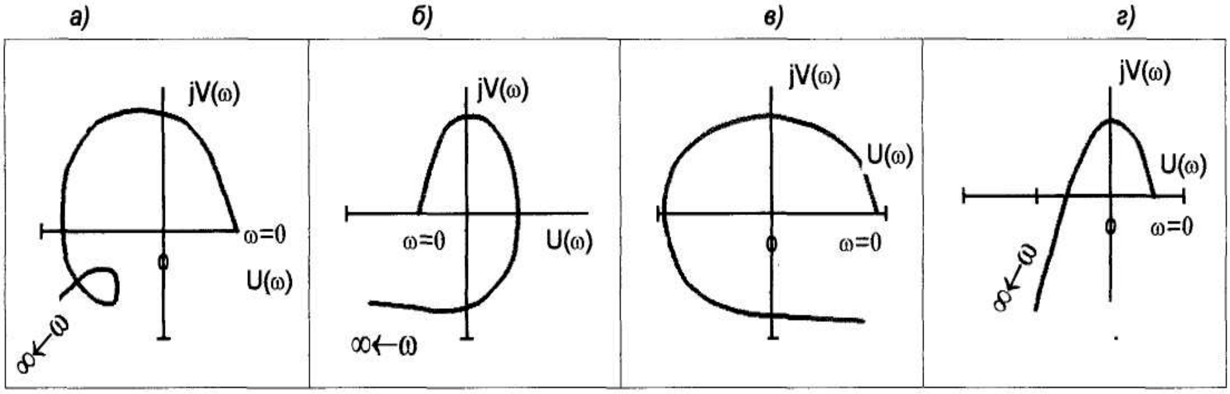


Рис. 10

4. Определите устойчивость системы по представленным на рисунке действительным U(ω) и мнимым jV(w) характеристикам (рис.11).

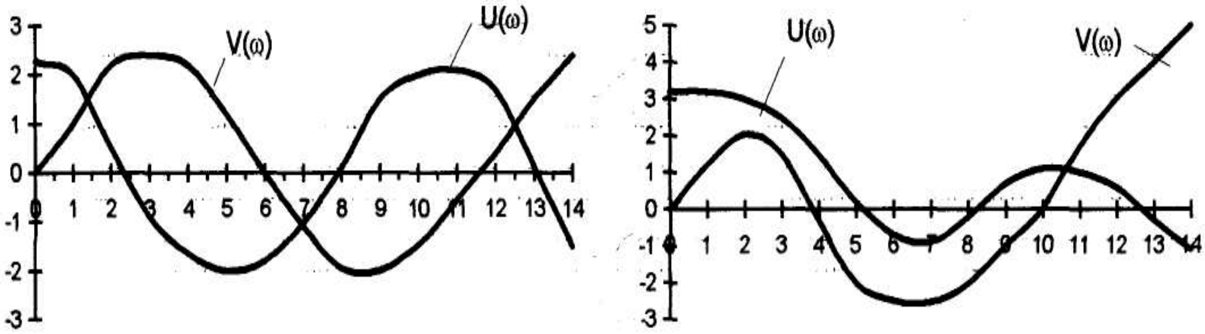


Рис. 11

Тестовые задания по критерию устойчивости Найквиста

1 Определите устойчивость САУ в замкнутом состоянии, если их характеристические уравнения для разомкнутого состояния не имеют" правых корней " (m=0), а А.Ф.Ч.Х имеет вид (рис. 12).

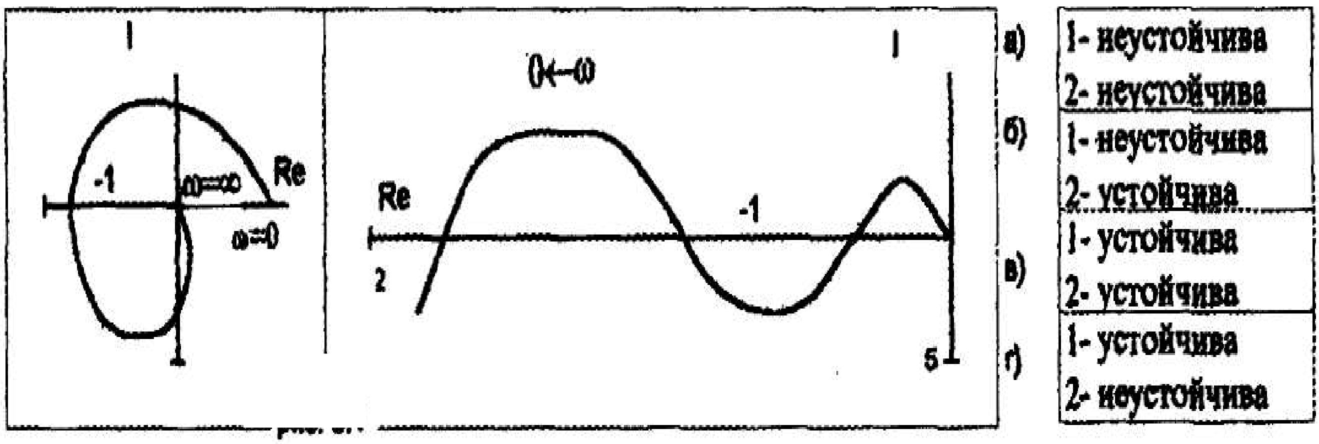


Рис. 12

2. Определите устойчивость САУ, логарифмические амплитудночастотные и фазочастотные характеристики которых представлены на рис. 13.

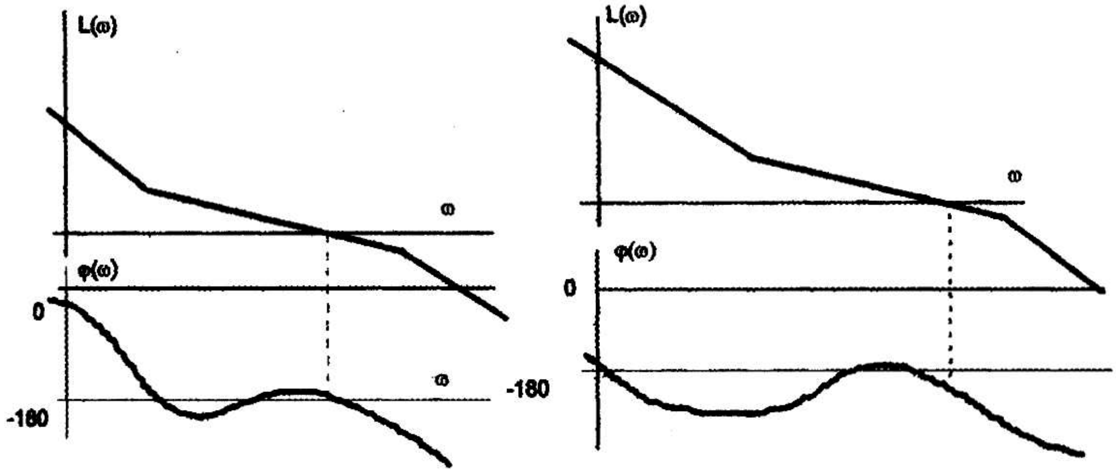


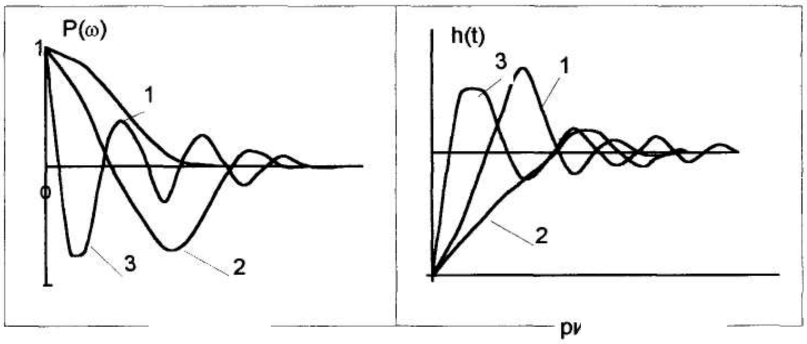
Рис. 13

5.6. Статическая и динамическая точность линейных САУ

Знать и уметь использовать
: критерии качества, точность САУ в установившихся режимах, методы построения переходных процессов.

Тестовые задания по построению переходных процессов

1. Определите соответствие между вещественными частотными характеристиками замкнутой САУ (рис. 14) и построенными на их основе переходными процессами.



а)1-1;2-2;3-3
б)1-2;2-1;3-3
в)1-3;2-1;3-2
г)1-3;2-3;3-2

Рис. 14

2 Определите соответствие между вещественными частотными характеристиками замкнутой САУ (рис. 15) и построенными на их основе переходными процессами.

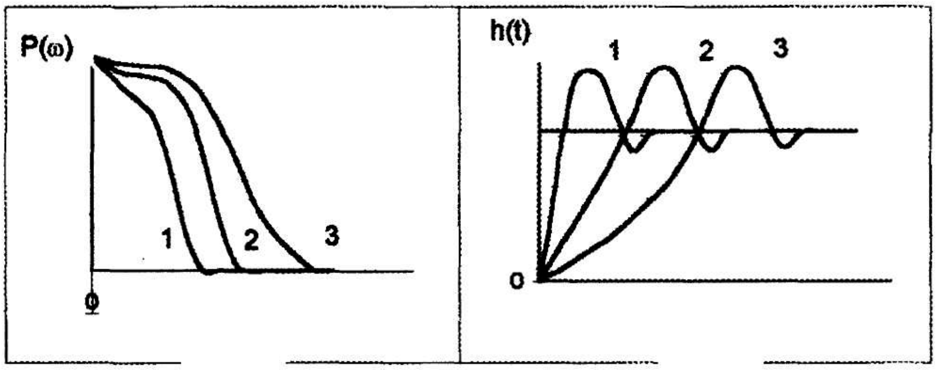


Рис. 15

а)1-1;2-2;3-3; б)1-2;2-1;3-3; в)1-3;2-2;3-1; г)1-2;2-3;3-2.

6. Основная терминология и основные понятия дисциплины

Процесс управления в системе автоматического управления формируется при наличии цели управления, объекта управления и средств управления.

Цель управления есть результат, который должен достигаться в процессе управления или по его окончании.

Цель управления описывается **критерием качества**, который отражает требования, предъявляемые к системе управления.

Объектом управления называется совокупность технических средств, которыми необходимо управлять, чтобы достигнуть цели управления. **Средствами управления** называют совокупность технических устройств, обеспечивающих процесс управления для достижения поставленной цели.

Объект управления и средства управления, находящиеся во взаимодействии друг с другом, образуют **систему управления.**

Система управления является автоматической, если обеспечивает достижение цели управления без участия человека. Если в структуру системы управления включен человек-оператор как элемент этой системы, то она называется **полуавтоматической.**

Принципы автоматического управления определяются способом формирования управляющего воздействия на объект управления. С этой точки зрения все системы управления делятся на **разомкнутые и замкнутые.**

Функциональная схема разомкнутого управления системой представлена на рис.16.

Рис. 16. Функциональная схема разомкнутой системы управления

Управляющее воздействие $x(t)$ подается на **информационно-преобразующее устройство (датчик)**, которое превращает его в сигнал $x_1(t)$, воспринимаемый исполнительным устройством. **Исполнительное устройство** вырабатывает **сигнал управления** $u(t)$**,** определяя выходной сигнал или **регулируемую величину объекта управления** $y(t)$**.** Очевидно, что объект управления работает в условиях изменения окружающей среды. Влияние этих факторов на выходной сигнал определяется введением **случайного воздействия** $F(t)$**.**

Из рассмотренной схемы ясно, что нестабильность регулируемой величины или выходного сигнала объекта *y(t)* за счет изменения *F(t)* в рассмотренной схеме устранить не удается. Поэтому применение таких схем управления возможно лишь в тех случаях, где влияние *F(t)* на объект управления мало или практически отсутствует.

Функциональная схема системы замкнутого управления или управления с обратной связью представлена на рис. 17. В этих системах сигнал управления *u(t)* формируется на основе сравнения управляющего воздействия *x(t)* и выходного сигнала *y(t).* **Величина** $\varepsilon(t)=x(t)-y_1(t)$ **является ошибкой рассогласования,** которая вырабатывается на выходе суммирующего устройства.

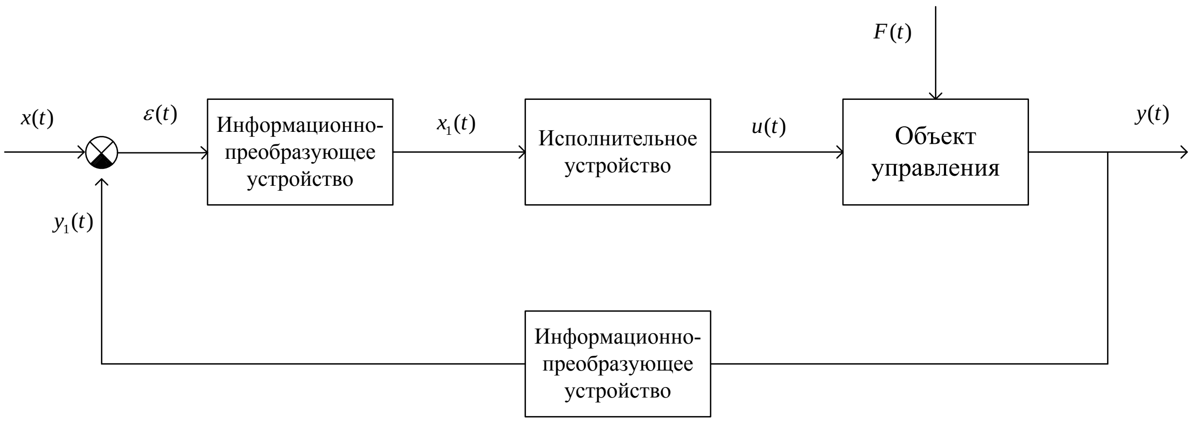


Рис.17. Функциональная схема замкнутой системы управления или системы с обратной связью

За счет обратной связи, сформированной информационно-преобразующим устройством или датчиком обратной связи, влияние случайного внешнего воздействия $F(t)$ на работу объекта управления в значительной степени компенсируется. Поэтому ясно, что качество управления в этой схеме значительно выше, чем в разомкнутой. **Такие системы называются системами, работающими по принципу отклонения или рассогласования.** Эта фундаментальная идея является универсальной и применима ко всем системам управления, независимо от их физической реализации.

7. Содержание лекций

Лекция 1. Установочная лекция

Основные понятия и определения: процесс управления, объект управления, система автоматического управления, цель управления. Принципы построения САУ. Классификация САУ. Основные элементы авиационной автоматики: датчики, усилители, преобразователи, исполнительные устройства, вычислительные устройства, корректирующие элементы

.

Лекция 2

Математические модели и характеристики САУ и их элементов
(2 часа, [1,2,3]).

Уравнения статики, уравнения динамики, методика получения уравнений динамики, передаточные функции, частотные характеристики, временные характеристики. Типовые динамические звенья САУ и их характеристики: Структурные преобразования САУ и определение их характеристик.

Лекция 3

Устойчивость линейных САУ(2 часа, [1,2,3]).

: Основные понятия устойчивости, теоремы Ляпунова. Критерии устойчивости. Критерий Гурвица-Рауса, критерий Михайлова. Критерий Найквиста.

Лекция 4

Статическая и динамическая точность линейных САУ. (2 часа, [1,2,3]).

Критерии качества, точность САУ в установившихся режимах, методы построения переходных процессов.

8. Перечень тем практических и семинарских занятий

Не предусмотрены учебным планом.

9.Перечень лабораторных работ………(8 час [4-7]).

1.- Исследование типовых звеньев САУ (4 час).

2.- Исследование датчиков САУ(4 час).

10. Тематика контрольных работ

Тематика контрольной работы посвящена задачам анализа САУ: изучению передаточных функций элементов САУ, определению передаточных функций разомкнутой и замкнутой САУ, определению устойчивости САУ, построению переходного процесса и определению параметров качества. Все требования к контрольной работе и порядок её выполнения изложены в 11 разделе.

11. ЗАДАНИЕ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Исследование устойчивости и качества линейной САУ

Вариант задания определяется двумя последними цифрами учебного шифра студента.

11.1. Исходные данные

Задана обобщенная функциональная схема следящей системы (рис. 18) и коэффициенты дифференциальных уравнений, описывающих функциональные элементы этой системы. Каждый функциональный элемент описывается в общем виде дифференциальным уравнением не выше второго порядка:

$$a_2 \frac{d^2 x_{i+1}(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx_{i+1}(t)}{dt} + a_0 x_{i+1}(t) = b_1 \frac{dx_i(t)}{dt} + b_0 x_i(t)\,, \qquad (1)$$

где x_i - входная, x_{i+1} - выходная величины функционального элемента; a_i, b_i, $i = 0,1,2$ - постоянные коэффициенты.

Для функционального элемента 1 значение выходной величины $x_1(t)$ определяется выражением:

$$x_1(t) = g(t) - y(t)\,, \qquad (2)$$

а для функционального элемента 4 значение выходной величины $x_4(t)$ равняется:

$$x_4(t) = x_2(t) + x_3(t) - x_7(t)\,. \qquad (3)$$

Значение коэффициентов дифференциальных уравнений элементов 1, 2 и 3 системы выбираются из табл. 1 по предпоследней цифре шифра, а

коэффициенты уравнений элементов 4-7 - из табл. 2 <u>по последней цифре шифра студента.</u>

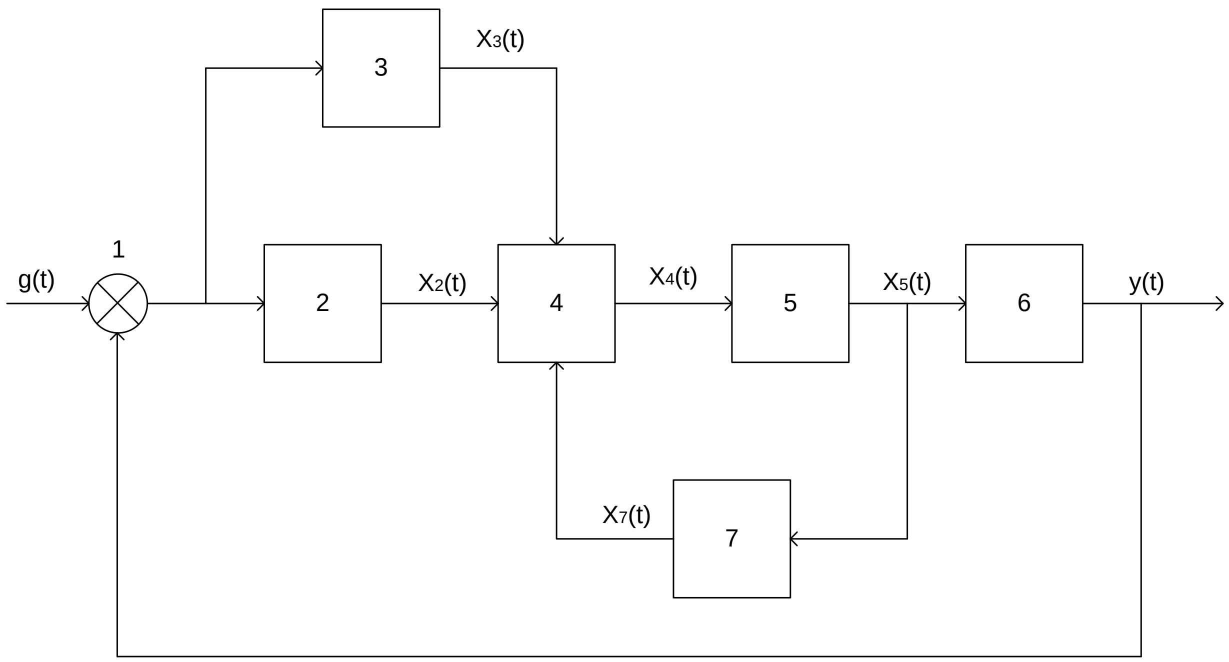


Рис. 18. Обобщенная функциональная схема следящей системы

Таблица 1

№ элемента	1 элемент				2 элемент				3 элемент			
Значения коэфф.	$a_1 = 0$				$a_2 = 0$				$a_2 = 0$			
	a_2	a_1	a_0	b_0	a_1	a_0	b_1	b_0	a_1	a_0	b_1	b_0
0	0	0,05	1	5,5	2	1	0,4	0	2	1	0	1
1	0,16	4,08	2	10	0	1	0	2	0	1,5	1,5	0
2	0	0,066	2	15	0,25	1	0	1	0	0	0	0
3	0	0,028	1	4	0	1,5	0	2,25	1	0	0	1,5
4	0	0,075	3	12	6	2	0,4	2	0	0	0	0
5	0	0,022	1	6,5	1	1	0	1	1	1	0,2	0
6	0,05	2,52	1	2	0	1,5	3	0	0	0,5	0	4
7	0	0,054	3	7,5	0	0	0	0	0,25	2	0	2
8	0	0,016	1	3,5	2	0	0	6	0	1	0	1
9	0	0,03	2	10	0	0	0	0	1	1	1,16	1

Таблица 2

№ элемента	4 элемент		5 элемент				6 элемент			7 элемент		
Значения коэфф.	$b_1 = a_1 = a_2 = 0$		$b_1 = 0$				$b_1 = a_2 = 0$			$a_1 = a_2 = 0$		
	a_0	b_0	a_2	a_1	a_0	b_0	a_1	a_0	b_0	a_0	b_1	b_0
0	0,1	12	0,75	3	0	0,3	0	0,4	10	2	4	0
1	0,2	25	0	1,2	4	0,4	1	0	12	4	0	1,6
2	0,2	30	0	1	0	1	2	0	7	1	0	0,1
3	0,5	100	0,2	2	0	0,4	0	0,5	1	5	0,5	0
4	0,3	48	0	1	5	1,25	4	0	10	1	0	0,1
5	0,5	125	0	0,5	0	1	1	0	4,4	3	0	0,6
6	0,1	10	0,8	2	0	3	0	1	1	2	1,2	0
7	0,5	70	0	0,3	1	0,2	0,2	0	3	2	0	1
8	0,2	32	0	1	0	0,5	0,5	0	4	1	0	0,25
9	0,1	19	0,75	1,5	0	0,15	0	1	20	1	1	0

Требуется:

1. Записать дифференциальные уравнения функциональных элементов системы. Найти передаточные функции этих элементов и их структурные схемы.

2. Получить структурно-динамическую схему следящей системы. Определить передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы.

3. Записать дифференциальное уравнение замкнутой системы. Определить устойчивость системы по критерию Гурвица и критический коэффициент передачи разомкнутой системы.

4. Построить логарифмические (амплитудную и фазовую) частотные характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ) разомкнутой системы и определить устойчивость системы по критерию Найквиста.

5. Определить критический коэффициент передачи разомкнутой системы $K_{кр}$ по ЛАЧХ и ЛФЧХ. Построить ЛАЧХ разомкнутой системы при $k = \frac{K_{кр}}{2}$ и определить запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi$. Определить приближенное значение времени переходного процесса t_n в системе.

11.2. Методические указания по выполнению контрольного задания

К выполнению контрольного задания следует приступать после самостоятельного изучения разделов 1 - 4 по рекомендованной литературе.
Для получения заданных дифференциальных уравнений системы подставим в уравнение (1) для каждого элемента коэффициенты a_i и b_i, взятые из табл. 1 и табл. 2.

Определение передаточной функции замкнутой системы

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами не выше второго порядка записываются в стандартной форме. При этом коэффициент при выходной величине делают равным единице. Если в правой части содержится производные от входной величины, то коэффициент при входной величине выносят за скобку. Если исходное уравнение (1) не содержит $x_{i+1}(t)$ ($a_0 = 0$), то в стандартной форме уравнения коэффициент при $\frac{dx_{i+1}}{dt}$ должен быть равен единице (обе части уравнения делят на коэффициент a_1).

Запись уравнения в стандартной форме позволяет представить каждый элемент системы типовым динамическим звеном.

Так если дифференциальное уравнение имеет вид:

$$a_1 \frac{dx_2(t)}{dt} + a_0 x_2(t) = b_1 \frac{dx_1(t)}{dt} + b_0 x_1(t),$$

то, приводя его к стандартной форме, получим

$$\frac{a_1}{a_0} \frac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = \frac{b_0}{a_0} \left[\frac{b_1}{b_0} \frac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t) \right]$$

или в общем виде

$$T_1 \frac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = K \left[T_2 \frac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t) \right]. \qquad (4)$$

В уравнении (4) коэффициенты $T_1 = \frac{a_1}{a_0}$ и $T_2 = \frac{b_1}{b_0}$ имеют размерность времени (с) и называются постоянными времени, а коэффициент $K = \frac{b_0}{a_0}$ - коэффициентом передачи или передаточным коэффициентом.

Передаточной функцией в форме изображений Лапласа называется отношение изображения выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях ($f(0) = f'(0) = f^{n-1}(0) = 0$), где n - порядок дифференциального уравнения.

$$W(S)=\frac{X_{i+1}(S)}{X_i(S)} \qquad (5)$$

или

$$X_{i+1}(S)=W(S)X_i(S)$$

где $W(S)$ - передаточная функция;

$X_{i+1}(S)$ и $X_i(S)$ - изображения по Лапласу величин $x_{i+1}(t)$ и $x_i(t)$.

Изображение функции получается в результате прямого преобразования Лапласа

$$F(S)=Z\{f(t)\}=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt,$$

которое ставит функции $f(t)$ вещественного переменного t в соответствие функцию $F(S)$ комплексного переменного $S=c+j\omega$. При этом называют $f(t)$ функцией-оригиналом, а $F(S)$ - изображением по Лапласу, Z - оператор преобразования Лапласа. То, что $f(t)$ имеет своим изображением $F(S)$ или оригиналом $F(S)$ является $f(t)$, записывается в виде $f(t)\div F(S)$ или $F(S)\div f(t)$.

Для получения передаточной функции каждого элемента системы находят изображения от обеих частей дифференциального уравнения элемента. При этом используют следующие свойства преобразования Лапласа:

свойство линейности:

$$Z\{af_1(t)+bf_2(t)\}=aZ\{f_1(t)\}+bZ\{f_2(t)\};$$

и дифференцирования оригинала при нулевых начальных условиях:

$$Z\{f^n(t)\}=s^nF(S).$$

Например, для производных 1-го и 2-го порядков получим:

$$\frac{df(t)}{dt}\doteqdot sF(S), \quad \frac{d^2f(t)}{dt^2}\doteqdot s^2F(S).$$

Графическое изображение элемента системы в виде прямоугольника с записанной внутри его передаточной функции и указанием входной и выходной величин будет называться структурной динамической схемой данного элемента (рис. 19 а).

Для уравнения вида (3) получим уравнение для изображений

$$U(S)=X_2(S)+X_3(S)-X_7(S).$$

На структурной схеме это уравнение изображается последовательным соединением суммирующего элемента 1 и элемента сравнения 2 (рис. 19б).

Рассмотрим пример получения передаточной функции элемента системы. Даны коэффициенты уравнения элемента 1:, $a_0 = 0{,}5$, $b_0 = 2$, $a_2 = b_1 = 0$.

Уравнение элемента запишется в виде: $a_1 = 0{,}1$

$$0{,}1\frac{dx_1(t)}{dt} + 0{,}5x_1(t) = 2x(t).$$

Уравнение элемента в стандартном виде $0{,}2\frac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t) = 4x(t)$

или $T_1\frac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t) = kx(t)$,

где $T_1 = 0.2$ с - постоянные элемента 1,

$k = 4$ - статический коэффициент передачи.

Уравнение для изображений величин $x_1(t)$ и $x_2(t)$ будет иметь вид:

$$T_1 sX_1(S) + X_1(S) = kX(S)$$

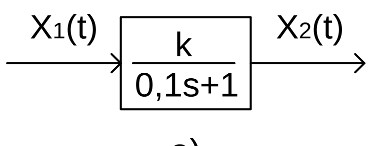
или $(T_1 s + 1)X_1(S) = kX(S)$.

Передаточная функция элемента 1 будет иметь вид:

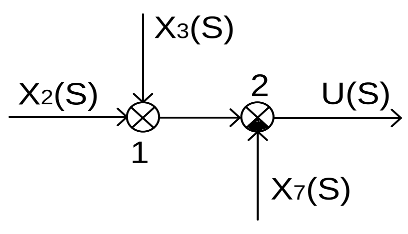
$$W_1(S) = \frac{X_1(s)}{X(S)} = \frac{k}{T_1 s + 1} = \frac{4}{0{,}2s + 1}.$$

Так как $x(t) = g(t) - y(t)$, то $X(S) = G(S) - Y(S)$.

Примеры структурных схем элементов автоматических систем.



а)



б)

а) Структурная схема апериодического звена.

б) Структурная схема соединения суммирующего элемента 1 и элемента сравнения 2.

Рис. 19. Структурная схема элемента 4 системы

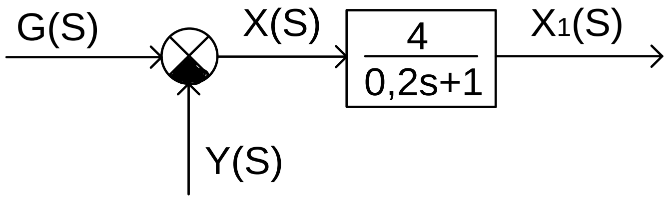


Рис. 20. Структурная схема элементов 1 и 2 системы

Уравнения динамики элементов систем или их передаточные функции позволяют сделать вывод - каким типовым динамическим звеном автоматической системы представлен данный элемент.

В нашем примере элемент 1 системы представляется апериодическим звеном с элементом сравнения двух величин на его входе.

Для получения динамической модели системы необходимо элементы системы заменить соответствующими динамическими звеньями и соединить их между собой так, чтобы соединение звеньев соответствовало соединению элементов системы, которые заменяются этими звеньями.

Графическое изображение динамической модели автоматической системы, показывающее из каких динамических звеньев состоит система и как соединены они между собой, называется структурной динамической схемой данной системы.

Она отображает динамические свойства системы и представляет графическое изображение системы уравнений динамики элементов, записанных в виде передаточных функций.

По структурной динамической схеме можно определить передаточные функции системы: передаточную функцию разомкнутой системы, передаточные функции замкнутой системы, записанные для выходной величины или ошибки относительно задающей величины или возмущающих воздействий.

В общем случае любая автоматическая система может быть многоконтурной. Для определения передаточных функций многоконтурных систем их структурные схемы преобразуются к эквивалентным одноконтурным. При таком структурном преобразовании звенья системы, соединенные параллельно, и звенья, охваченные обратными связями, заменяются эквивалентными звеньями с соответствующими передаточными функциями.

В результате преобразований структурная схема станет одноконтурной и будет содержать в себе прямую цепь (участок схемы от точки приложения входного воздействия до точки выхода) и цепь отрицательной обратной связи (участок схемы от точки выхода до точки приложения входного воздействия). Эти участки схемы тогда будут представлены последовательными соединениями типовых динамических звеньев.

В итоге, разомкнув контур системы на входе главного элемента сравнения, получаем цепь из последовательного соединения типовых динамических звеньев прямой цепи и цепи обратной связи.

Передаточная функция разомкнутой системы $W(S)$ равняется

$$W(S) = \prod_{i=1}^{n} W(S), \qquad (6)$$

где $W_i(S)$ - передаточные функции звеньев, входящие в контур системы. Передаточная функция замкнутой системы $\Phi(S)$ для выходной величины $y(t)$ относительно задающего воздействия $g(t)$ запишется в виде:

$$\Phi(S) = \frac{Y(S)}{G(S)} = \frac{W_{\Pi}(S)}{1 + W_{\Pi}(S) W_{OC}(S)}, \qquad (7)$$

где $W_{\Pi}(S)$ - передаточная функция прямой цепи структурной схемы;

$W_{OC}(S)$ - передаточная функция цепи отрицательной обратной связи.

Если $W_{OC}(S) = 1$, что имеет место для следящих систем с алгоритмом функционирования $y(t) = g(t)$, то выражение (7) примет вид:

$$\Phi(S) = \frac{W_{\Pi}(S)}{1 + W_{\Pi}(S)}. \qquad (8)$$

Следует отметить, что выражение для $W(S)$ необходимо записать в окончательном виде:

$$W(S) = \frac{k \prod_{i=1}^{l} (Ts + 1)}{s^{\gamma} \prod_{j=1}^{n} (T_j s + 1) \prod_{j=1}^{m} (T_j^2 s^2 + 2\xi_j T_j s + 1)}, \qquad (9)$$

где $k = \prod_{i=1}^{\mu} k_i$ - коэффициент передачи разомкнутой системы;

k_i - статические коэффициенты передачи отдельных типовых звеньев, входящих в передаточную функцию;

γ - степень астатизма системы, характеризуемая количеством интегрирующих звеньев в контуре системы ($\gamma = -1, 0, 1, 2$).

Таким образом, выражение (9) представляет собой произведение передаточных функций типовых динамических звеньев, где

k - передаточная функция усилительного (пропорционального) звена;

$\frac{1}{s^{\gamma}}$ - передаточная функция идеального интегрирующего звена (при γ=1) или передаточная функция последовательного соединения двух идеальных интегрирующих звеньев (при γ=2);

s^{γ} - передаточная функция идеального дифференцирующего звена (при γ=-1);

$T_i s+1$ - передаточная функция форсирующего звена;

$\frac{1}{T_i s+1}$ - передаточная функция апериодического звена;

$\frac{1}{T_j^2 s^2+2\xi_j T_j s+1}$ - передаточная функция звена второго порядка, которое при $0<\xi_j<1$ называется колебательным, а при $\xi_j>1$ - апериодическим 2-го порядка и разделяется на два апериодических звена, т. е.

$$\frac{1}{T_j^2 s^2+2\xi_j T_j s+1}=\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}, \qquad (10)$$

где $T_j=\sqrt{T_1 T_2}$, $\xi_j=\frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}}$.

Если равенство (10) записать в виде: $\frac{1}{as^2+bs+1}=\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$,

то из выражений $T_1 T_2=a$ и $T_1+T_2=b$ легко находятся значения T_1 и T_2, как $T_1,\ T_2=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4a}}{2}$.

Передаточную функцию *Ф(S)* следует окончательно представить в виде:

$$\Phi(S)=\frac{Y(S)}{G(S)}=\frac{M(S)}{D(S)},$$

где $M(S)=b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0$ - полином степени m входного сигнала;

$D(S)=a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+..+a_1 s+a_0$ -полином *n-ой* степени выходного сигнала.

Рассмотрим пример.

Пусть структурная динамическая схема системы имеет вид, представленный на рис. 21. Преобразуем схему и найдем передаточные функции *W(S)* и $\Phi(S)$. Найдем эквивалентную передаточную функцию параллельного соединения звеньев $W_3(S)$ и $W_4(S)$:

$$W_{э1}(S)=W_3(S)+W_4(S)=2s+5=5(0{,}4s+1)=k_{э1}(T_{э1}s+1).$$

Найдем эквивалентную передаточную функцию звеньев $W_5(S)$ и $W_6(S)$, соединенных последовательно и охваченных отрицательной обратной связью звеном $W_7(S)$:

$$W_{э2} = \frac{W_5(S)W_6(S)}{1+W_5(S)W_6(S)W_7(S)} = \frac{100\dfrac{0,2}{0,1s+1}}{1+\dfrac{100\cdot 0,2\cdot 0,2}{0,1s+1}} = \frac{20}{0,2s+1+4} = \frac{20}{0,1s+5} = \frac{4}{0,02s+1} = \frac{k_{Э2}}{T_{э2}s+1}.$$

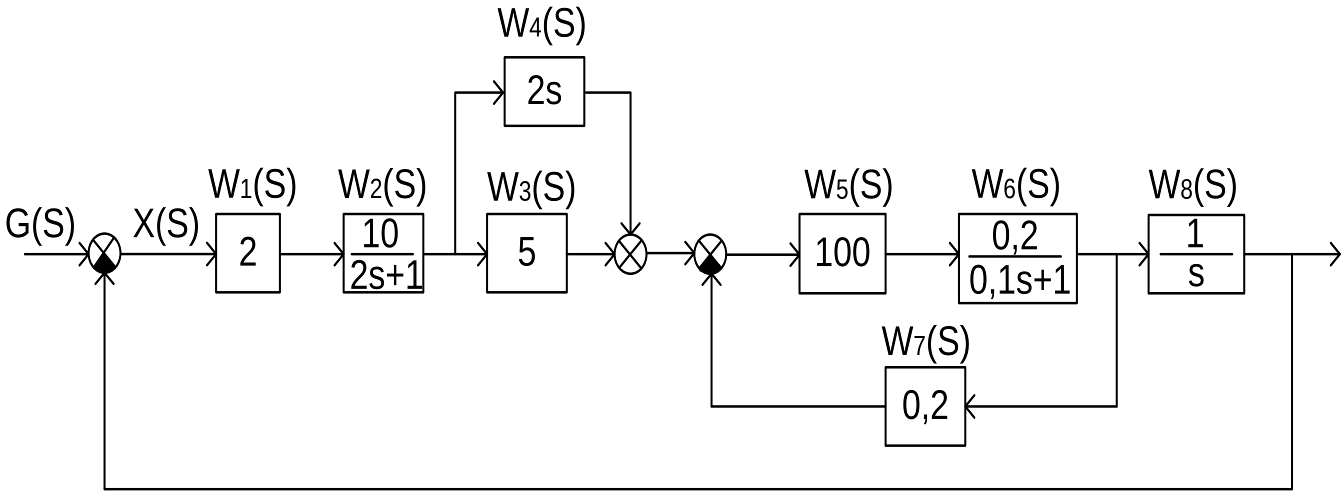


Рис. 21. Структурная схема автоматической системы

После проведенных преобразований структурная схема примет вид (рис. 22):

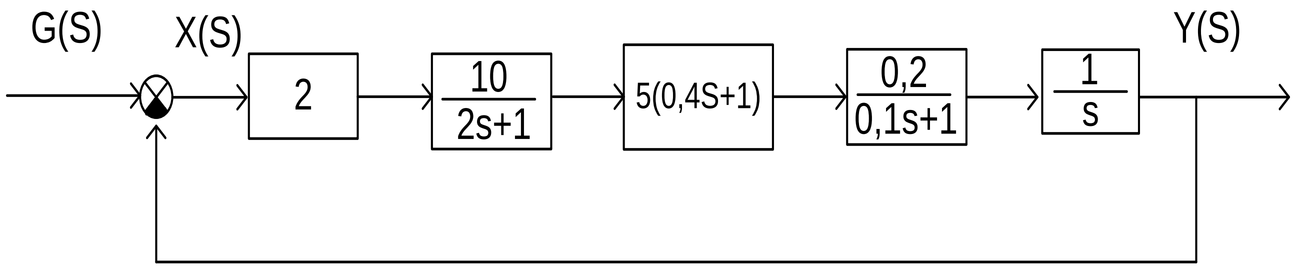


Рис. 22. Структурная схема автоматической системы, представленной на рис. 21, после ее преобразования

Используя выражения (6) и (8), найдем W(S) и $\Phi(S) = \dfrac{Y(S)}{G(S)} = \dfrac{M(S)}{D(S)}$.

$$W(S) = 2\cdot\frac{10}{2S+1}\cdot 5(0,4S+1)\cdot\frac{4}{0,02S+1}\cdot\frac{1}{S} = \frac{400(0,4S+1)}{S(2S+1)(0,02S+1)};$$

В итоге, передаточная функция замкнутой системы будет иметь вид:

$$\Phi(S)=\frac{Y(S)}{G(S)}=\frac{W(S)}{1+W(S)}=\frac{400(0{,}4S+1)}{S(2S+1)(0{,}02S+1)+400(0{,}4S+1)}= \\ =\frac{160S+400}{0{,}04S^3+2{,}02S^2+161S+400}=\frac{M(S)}{D(S)} \qquad (11)$$

Зная $\Phi(S)$, можно записать $D(S)Y(S)=M(S)G(S)$ или

$$a_nS^nY(s)+a_{n-1}S^{n-1}Y(s)+...+a_1SY(s)+a_0Y(s)= \\ =b_mS^mG(s)+b_{m-1}S^{m-1}G(s)+...+b_1SG(s)+b_0G(s) \qquad (12)$$

Взяв обратное преобразование Лапласа от левой и правой части уравнения (12), получим уравнение динамики замкнутой системы, записанное относительно выходного и входного сигналов *y(t)* и *g(t).*

$$a_n\frac{d^ny(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+...+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t)= \\ =b_m\frac{d^mg(t)}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}g(t)}{dt^{m-1}}+...+b_1\frac{dg(t)}{dt}+b_0g(t).$$

Для рассмотренного выше примера получим дифференциальное уравнение замкнутой системы в виде:

$$0{,}04\frac{d^3y(t)}{dt^3}+2{,}02\frac{d^2y(t)}{dt^2}+161\frac{dy(t)}{dt}+400y(t)=160\frac{dg(t)}{dt}+400g(t) \quad . \qquad (13)$$

Определение устойчивости системы

<u>Устойчивость автоматической системы определяем по критерию Гурвица.</u>

Для этого следует записать характеристическое уравнение системы в виде

$$a_n\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+...+a_1\lambda+a_0=0$$

и проверить выполнение необходимого условия устойчивости:

$$a_i>0\,,$$

и выполнение достаточного условия устойчивости:

$$\Delta_i>0\,,$$

где Δ_i - главные миноры матрицы Гурвица размера $n \times n$, где n - порядок характеристического уравнения.

Матрица Гурвица строится следующим образом:

- по главной диагонали записываются коэффициенты $a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_1, a_0$;
- вправо по строке от этих элементов матрицы располагают коэффициенты с возрастающими номерами,
- влево коэффициенты с убывающими номерами.

$$M = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & ... & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & ... & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & a_0 \end{bmatrix}.$$

Следует отметить, что для определения устойчивости системы при четном n достаточно найти значение главных нечетных диагональных миноров, а при нечетном n - значение четных диагональных миноров.

Для характеристического уравнения: $a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$ построим матрицу Гурвица:

$$M = \begin{bmatrix} a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_0 \end{bmatrix}.$$

Главные диагональные миноры равны:

$$\Delta_1 = a_3,$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} a_3 & a_4 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} a_3 & a_4 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_0 & a_1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_4 = a_0\Delta_3.$$

Для определения устойчивости следует вычислить Δ_3.

В рассматриваемом выше примере характеристическое уравнение имеет вид:

$$0{,}04\lambda^3 + 2{,}02\lambda^2 + 161\lambda + 400 = 0.$$

Необходимое условие устойчивости соблюдается, так как все коэффициенты - больше нуля. Выполняется и достаточное условие устойчивости, т. к. $\Delta_2 > 0$.

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 2{,}02 & 0{,}04 \\ 400 & 161 \end{bmatrix} = 325{,}22 - 16 = 306{,}22\,.$$

Следует заметить, что коэффициент характеристического уравнения a_0 в любой замкнутой системе

$$a_0 = K\,,$$

где K - коэффициент передачи разомкнутой системы.

В нашем примере $K = 400 \ \ c^{-1}$.

Если в матрицу Гурвица вместо значения a_0 записать K в общем виде и, приравняв $\Delta_{n-1} = 0$ (что соответствует нахождению системы на границе устойчивости),то мы найдём из этого уравнения критический коэффициент передачи разомкнутой системы.

Для рассмотренного выше примера найдем $K_{кр}$.

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 2{,}02 & 0{,}04 \\ K_{\text{кр}} & 161 \end{bmatrix} = 0\,,$$

$$325{,}22 - 0{,}04K_{\text{кр}} = 0\,,$$

$$K_{\text{кр}} = 8130{,}5 \ \ c^{-1}.$$

Для обеспечения запаса устойчивости системы по амплитуде $\Delta A = 2$ выбирают коэффициент передачи разомкнутой системы

$$k_{\text{р}} = \frac{K_{\text{кр}}}{2} = 4065 \ \ c^{-1}\,.$$

Логарифмические амплитудно-частотные характеристики ЛАЧХ ($L(\omega)$) и фазо-частотные характеристики ЛФЧХ ($\varphi(\omega)$) системы

Построение логарифмической амплитудно-частотной характеристики ЛАЧХ ($L(\omega)$) и логарифмической фазо-частотной характеристики ЛФЧХ ($\varphi(\omega)$) можно производить следующими способами

1. Вычисляют значения $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ по формулам

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega) \ \text{[дБ]},$$

где $L_i(\omega) = 20\lg A_i(\omega)$ - ЛАЧХ i-го звена;

$A_i(\omega) = |W_i(j\omega)|$ - АЧХ i-го звена;

$W_i(j\omega)$ - частотная передаточная функция i-го звена системы.

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega) \text{ [радиан] или [угл. град],}$$

где $\varphi_i(\omega) = \arg W_i(j\omega)$ -ЛФЧХ i-го звена системы.

При расчетах частоту ω задают в пределах от $\omega = \dfrac{0{,}1}{T_{\max}}$ до $\omega = \dfrac{10}{T_{\min}}$ или в пределах от $\omega = 1\ c^{-1}$ до $\omega = \dfrac{10}{T_{\min}}\ c^{-1}$, если $\omega = \dfrac{0{,}1}{T_{\max}} \geq 10\ c^{-1}$.

Здесь $T_{\max}$ - наибольшая по числовому значению постоянная времени, $T_{\min}$ - наименьшая постоянная времени динамических звеньев, входящих в $W(S)$.

Графики $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ разомкнутой системы строят на полулогарифмической системе координат. При этом масштаб частоты по оси абсцисс выбирается логарифмический, а масштабы $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ - натуральные в дБ. Рекомендуется для большей наглядности выбрать масштаб декады (декада соответствует изменению частоты в 10 раз) равным 100 мм, для $L(\omega)$ - 20 дБ = 20 мм, для $\varphi(\omega)$ - 90° = 30 мм.

2. Графики $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ можно получить графическим суммированием графиков $L_i(\omega)$ и $\varphi_i(\omega)$ типовых звеньев, входящих в $W(S)$. При этом $L_i(\omega)$ строятся асимптотически, а для построения $\varphi_i(\omega)$ инерционных звеньев 1-го порядка можно воспользоваться значениями $\varphi(\omega)$, приведёнными в табл. 3.

Таблица 3

ω, c^{-1}	$0{,}1\omega_{СП}$	$0{,}3\omega_{СП}$	$0{,}4\omega_{СП}$	$0{,}6\omega_{СП}$	$0{,}8\omega_{СП}$	$\omega_{СП}$	$1{,}4\omega_{СП}$	$2\omega_{СП}$	$4\omega_{СП}$	$6\omega_{СП}$	$10\omega_{СП}$
$\varphi(\omega)$, град	5,71	16,69	21,80	30,96	38,66	45,00	54,46	63,34	75,96	80,54	84,29

3. Построение асимптотической $L(\omega)$ можно осуществить по следующему правилу:

а) вычисляют частоты сопряжения $\omega_{СПi} = \dfrac{1}{T_i}$, где $T_1 > T_2 > T_3 > T_i$ - постоянные времени звеньев, входящих в $W(S)$. Вычисляют значение $20\lg k$;

б) строят первую асимптоту, которую проводят до первой частоты сопряжения через точку А с координатами $\omega = 1\ c^{-1}$ и $L = 20\lg k$ с наклоном -20 дБ/дек;

в) от конца первой асимптоты проводят вторую асимптоту до второй части сопряжения. Её наклон изменяется относительно предыдущей на 20, - 20, - 40 дБ/дек в зависимости от того, является ли $\omega_{СП1}$ частотой форсирующего, апериодического или колебательного звена соответственно;

г)строят каждую последующую асимптоту аналогично второй. Изменение наклона $(i+1)-$ой асимптоты зависит от того, частотой сопряжения какого типового звена является $\omega_{СПi}$.

Если какая-либо частота сопряжения является кратной и её кратность равняется 1, т. е. имеется 1 одинаковых типовых звеньев, то изменения наклона при этой частоте сопряжения будет в 1 раз больше, чем при соответствующей простой частоте $\omega_{СП}$.

Для систем с колебательными звеньями с малым относительным коэффициентом затухания $\xi < 0{,}4$ асимптотические $L(\omega)$ должны быть скорректированы в окрестностях $\omega_{СП}$ колебательного звена по точным формулам или с помощью кривых поправок [3], с. 63.

$\varphi(\omega)$ может быть построена одним из предыдущих способов.

Следует отметить, что использование математической системы MathCAD позволяет быстро и точно рассчитать значение $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ с выбранным шагом изменение частоты.

Рассмотрим построение $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ первым и третьим способами для рассмотренной выше системы

$$W(S) = \frac{400(0{,}4S+1)}{S(2S+1)(0{,}01S+1)},$$

Определяем:

$$W(j\omega) = \frac{400(0{,}4j\omega+1)}{j\omega(2j\omega+1)(0{,}01j\omega+1)};$$

$$A(\omega) = \frac{400\sqrt{(0{,}4\omega)^2+1}}{\omega\sqrt{(2\omega)^2+1}\sqrt{(0{,}01\omega)^2+1}};$$

$$L(\omega) = 20\lg 400 + 20\lg\sqrt{(0{,}4\omega)^2+1} - 20\lg\omega - 20\lg\sqrt{(2\omega)^2+1} - 20\lg\sqrt{(0{,}01\omega)^2+1}. \quad (14)$$

$$\varphi(\omega) = arctg(0{,}4\omega) - \frac{\pi}{2} - arctg(2\omega) - arctg(0{,}01\omega). \quad (15)$$

Задаваясь значениями частоты от $\omega = \frac{0{,}1}{T_1}$ до $\omega = \frac{10}{T_3}$ по формулам (14) и (15) рассчитаем $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$.

Данные расчёта сведём в табл. 4. Здесь $T_1 = 2$ с, $T_2 = 0{,}4$ с, $T_3 = 0{,}01$ с. По данным табл. 4 строим $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ (см. рис. 23).

Таблица 4

ω, с$^{-1}$	$\frac{0,1}{T_1}$		$\frac{0,1}{T_2}$	$\frac{1}{T_1}$		$\frac{1}{T_2}$	$\frac{10}{T_1}$	$\frac{0,1}{T_3}$	$\frac{10}{T_2}$		$\frac{1}{T_3}$		$\frac{10}{T_3}$
	0,05	0,1	0,25	0,5	1	2,5	5	10	25	60	100	300	1000
$L(\omega)$, дБ	78	72	63	55	45	33	25	17,7	11	1,1	-5	-21,5	-42
$\varphi(\omega)$, град	94,8	99	110,9	123,7	131,6	123,7	113,8	106,7	118,6	122,4	136,4	161,6	174,3

Построим $L(\omega)$ асимптотическим способом, а $\varphi(\omega)$ получим графическим суммированием $\varphi_i(\omega)$, построенных для $\varphi(\omega) = \pm arctg(T\omega)$ с использованием данных табл. 3.

Определяем частоты сопряжения:

$$\omega_{СП1} = \frac{1}{T_1} = 0,5 \text{ с}^{-1},\ \omega_{СП2} = \frac{1}{T_2} = 2,5 \text{ с}^{-1},\ \omega_{СП3} = \frac{1}{T_3} = 100 \text{ с}^{-1}.$$

$$20\lg k = 20\lg 400 = 52,04 \text{ дБ}.$$

Графики $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ должны быть построены в диапазоне частот от $\omega = 0,05\ c^{-1}$ до $\omega = 1000\ c^{-1}$. Выбираем рекомендуемые для построения масштабы. Откладываем на $\omega = 1\ c^{-1}$ значение $L(\omega) = 52$дБ.

Проводим через точку $A(\omega = 1c^{-1}, L(\omega) = 52\text{дБ})$ первую асимптоту с наклоном -20дБ/дек, т. к. $\gamma = 1$ (в контуре системы одно идеальное интегрирующее звено). Эта асимптота существует для всех частот $\omega \le \omega_{СП1} = 0,05\ c^{-1}$. Продолжая эту асимптоту до пересечения с уровнем $L(\omega) = 0$ дБ (т. е. с осью частот), получим $\omega_к = k$. В нашем случае $\omega_к = 400\ c^{-1}$.

Правильность построения гарантируется, если $L(0,1) = 20\lg k + 20\text{дБ} = 72\text{д}2$, а $L(10) = 20\lg k - 20\text{дБ} = 32$ дБ.

Из конца первой асимптоты ($\omega_{СП1} = 0,5\ c^{-1}$) проводим вторую асимптоту с наклоном -40дБ/дек, т. к. $\omega_{СП1} = 0,5\ c^{-1}$ принадлежит апериодическому звену. Вторую асимптоту проводим до частоты $\omega_{СП2} = 2,5\ c^{-1}$.

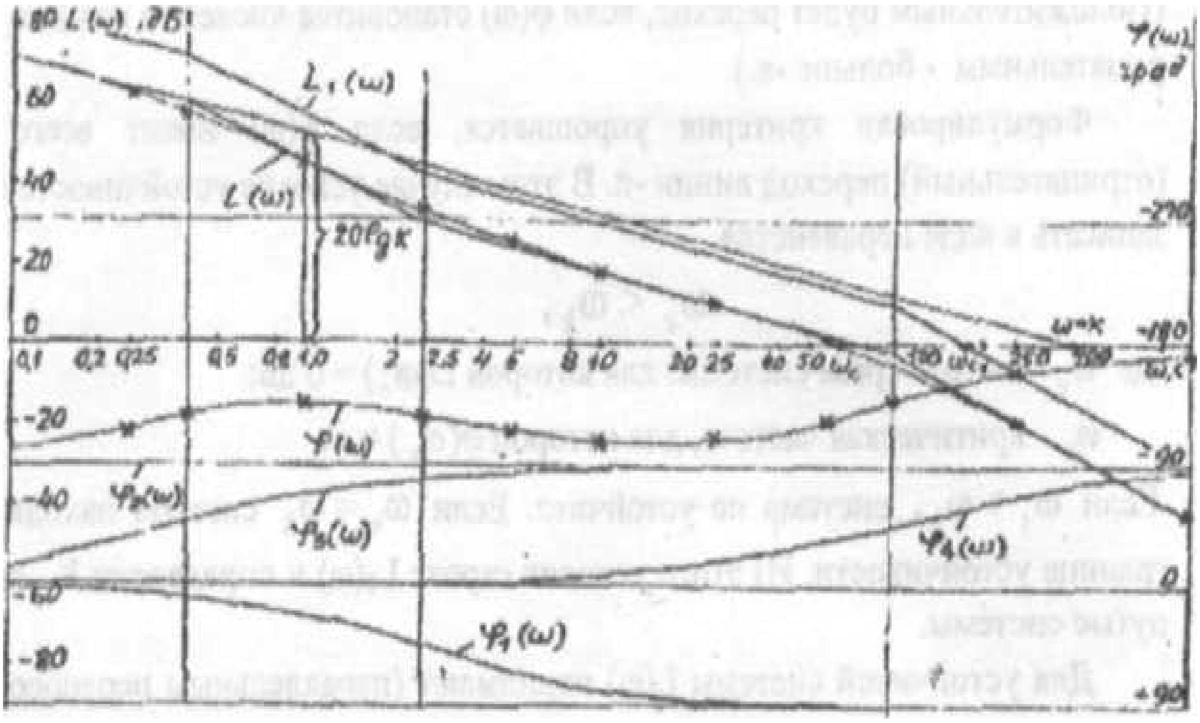


Рис. 23. ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы (пример построения)

Для правильного проведения 2-й асимптоты следует на частоте $\omega = 10\omega_{СП1} = 5\ c^{-1}$ отложить точку с ординатой $L(5) = L(0{,}5) - 40дБ = 20\ дБ$.

Из конца 2-й асимптоты ($\omega_{СП2} = 2{,}5\ c^{-1}$) проводят третью до частоты $\omega_{СП3} = 100\ c^{-1}$ с наклоном $-20дБ/дек$, т. к. $\omega_{СП2}$ принадлежит форсирующему звену.

Из конца третьей асимптоты проводим 4-ю с наклоном -40 дБ/дек, т. к. $\omega_{СП3} = 100\ c^{-1}$ принадлежит второму апериодическому звену.

Асимптотическая ЛАЧХ $L(\omega)$ разомкнутой системы построена на рис. 6. Образующие её асимптоты аппроксимируют расчётную по формулам (плавную) $L(\omega)$ по участкам. $\varphi(\omega)$ построим графическим суммированием φ_1, $\varphi_2(\omega) = const = -\dfrac{\pi}{2}$, φ_3, φ_4, равных $\pm arctgT_i\omega$, значения которых легко построить, зная $\omega_{СПi} = \dfrac{1}{T_i}\ c^{-1}$ по табл. 3. Графики $\varphi_i(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ построены на рис. 23.

Построенные $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ разомкнутой системы позволяют определить устойчивость замкнутой системы по критерию Найквиста.

<u>Формулировка критерия Найквиста</u>: ***автоматическая система, разомкнутая передаточная функция которой состоит из передаточных функций устойчивых звеньев, будет устойчива, если разность между числом положительных и отрицательных переходов $\varphi(\omega)$ линии $-\pi$ равняется нулю при значениях частот, для которых $L(\omega)$ >0.***

Положительным будет переход, если $\varphi(\omega)$ становится численно меньше $-\pi$, отрицательным - больше $-\pi$.

Формулировка критерия упрощается, если $\varphi(\omega)$ имеет всего один (отрицательный) переход линии $-\pi$. В этом случае условие устойчивости можно записать в виде неравенства:

$$\omega_C < \omega_k,$$

где ω_C - частота среза системы, для которой $L(\omega_C) = 0$ дБ;

ω_k - критическая частота, для которой $\varphi(\omega_k) = -\pi$.

Если $\omega_C > \omega_k$, система неустойчива. Если $\omega_C = \omega_k$ система находится на границе устойчивости. Из этого условия строят $L_2(\omega)$ и определяют $k_{кр}$ разомкнутой системы.

Для устойчивой системы $L(\omega)$ поднимают (параллельным переносом всех точек характеристики) на величину ΔL так, чтобы $\omega_C = \omega_k$. При этом:

$$20\lg k_{кр} = 20\lg k + \Delta L,\ дБ.$$

Для неустойчивой системы $L(\omega)$ опускают на величину ΔL так, чтобы $\omega_C = \omega_k$. При этом $20\lg k_{кр} = 20\lg k - \Delta L,\ дБ$.

Затем находится значение $k_{кр}$ и сравнивается со значением $k_{кр}$, полученным по критерию Гурвица.

Далее, опустив $L_2(\omega)$ до значения коэффициента передачи разомкнутой системы $k = \frac{k_{кр}}{2}$,.строится $L_3(\omega)$, для которой определяем запас устойчивости по амплитуде и фазе.

Запас устойчивости по амплитуде определяется для устойчивых систем как величина отрезка ΔL, заключенного между $L_3(\omega)$ и линией $L(\omega) = 0$ на частоте ω_k. В нашем случае теоретически запас устойчивости по амплитуде равняется бесконечности.

Запас устойчивости по фазе определяется как величина угла

$$\Delta\varphi = \pi - |\varphi(\omega_C)|.$$

Для рассматриваемого примера согласно значению ω_C - $\Delta\varphi = 30^0$.

Исследование качества системы

Время установления переходного процесса, характеризующее быстродействие системы, можно приближенно определить как

$$t_П \cong \frac{4\pi}{\omega_C},$$ где ω_C - частота среза устойчивой системы