МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

М.А. Бутюгин, А.А. Куколева

ФИЗИКА

Часть I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ПОСОБИЕ
по выполнению контрольных работ

для студентов I курса
всех специальностей и направлений
заочного обучения

Москва–2015

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

Кафедра физики

М.А. Бутюгин, А.А.Куколева

ФИЗИКА

Часть I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ПОСОБИЕ
по выполнению контрольных работ

*для студентов I курса
всех специальностей и направлений
заочного обучения*

Москва–2015

ББК 53
Б 93

Рецензент канд. тех. наук, проф. Новиков С.М.

Бутюгин М.А., Куколева А.А.
Б 93 Физика: ч. 1. Физические основы механики. Учебно-методическое пособие и контрольные задания, – М: МГТУ ГА. 2015. – 60 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ЕН. Ф. 03. «Физика» по учебному плану для студентов первого курса всех специальностей и направлений заочной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях: кафедры Физики от 16.06.2015 г. и методического совета от 23.06.2015 г.

Пособие выпускается под авторской редакцией.

Подписано в печать 09.11.2015

Печать офсетная	Формат 60x84/16	2,89 уч.- изд. л.
3,49 усл. печ. л.	Заказ №35	Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение домашних контрольных заданий является необходимой практической основой при изучении курса физики. Оно способствует приобщению студентов к самостоятельной творческой работе, учит анализировать физические явления, отвлекаясь от случайных и несущественных деталей.

Предлагаемое издание содержит методические указания и типовые задания к решению задач по первой части курса «Физические основы механики». При составлении вариантов заданий не преследовалась цель наиболее полного охвата всех типов задач по той или иной теме. Распределение задач по вариантам обеспечивает студентам индивидуальные наборы наиболее типичных для каждой темы задач. Для удобства выполнения индивидуальных заданий пособие содержит краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы. Формулы даются, как правило, без подробных пояснений: предполагается, что смысл входящих в них величин студенту, приступающему к решению задач, уже известен. Кроме того, приводятся примеры решения задач по всем разделам изучаемого курса.

При выполнении контрольных работ студенту-заочнику необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы выполняются черной или синей шариковой ручкой в тетради (12 страниц в клетку), на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

Контрольная работа по физике №1 Вариант №15 Студент заочного факультета МГТУ ГА **Никитин В.А.** **Шифр М – 037315** Адрес: г. Тюмень, ул. Молодежная, дом 12, кв. 64

2. Выбор задания осуществляется в соответствии с присвоенным студенту на период обучения номером шифра.

3. Студент–заочник должен решить **задачи** того варианта, номер которого совпадает с последними **двумя** цифрами его **шифра**.

4. Задачи варианта для направления 25.03.01 (162300, М) и специальности 25.05.03 (162107, РТ) выбираются по таблице 1 (стр. 55), сами задачи приведены в настоящем пособии на стр. 36-52.

Контрольная работа для направления АК (25.03.02 или 162500) содержит задачи из двух разных разделов физики – «Механика» (по настоящему пособию, перечень задач приведен в табл. 2 на стр. 59) и «Термодинамика» (перечень задач приведен в табл. 3 на стр. 61, а сами задачи приведены в учебно-методическом пособии «Молекулярная физика и Термодинамика», 2014).

5. Условия задач переписываются в тетрадь полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради обязательно оставляются поля шириной 4–5 см.

6. Решение задач и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями.

7. Решения задач рекомендуется сначала сделать в общем виде, а затем произвести численные расчеты. Для полученной расчетной формулы выполнить проверку размерности и записать ответ.

8. В конце контрольной работы указывается, какими учебными пособиями студент пользовался при выполнении контрольной работы (название, авторы, год издания).

Задания, оформленные с нарушением этих требований или содержащие ошибки, возвращаются на доработку, которая производится в той же тетради.

Для самостоятельного изучения курса «Физические основы механики» ниже приводится список литературы.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Трофимова Т.И. **Курс физики**. – М.: Академия, 2008-2013. – 405 с.

Дополнительная:

1. Савельев И.В. **Курс физики**: Механика. Молекулярная физика. Учебник. Т.1. – М.: Наука, 2010. - 352 с.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ
ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

Тема 1. Основы кинематики

1.1. Материальная точка (МТ) – это абстрактная модель тела, размерами и формой которого можно пренебречь. Масса МТ сосредоточена в одной точке. Положение материальной точки в пространстве определяется как положение геометрической точки.

1.2. Вектор, проведенный из начала координат к рассматриваемой МТ, называется **радиус-вектором.**

Движение материальной точки полностью определено в координатной системе (*OXYZ*), если заданы три непрерывные функции времени:

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t),$$

описывающие изменение координат движущейся точки со временем t. Эти функции определяют **кинематическое уравнение (или закон движения)** точки. Они эквивалентны одной векторной функции: $\vec{r}\,(t) = \{x(t),\ y(t),\ z(t)\}$, определяющей радиус-вектор движущейся точки.

1.3. Координаты м**гновенной скорости** υ **материальной точки:**

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt},\ \upsilon_y = \frac{dy}{dt},\ \ \upsilon_z = \frac{dz}{dt}.$$

Модуль вектора скорости υ определяется равенством:

$$\left|\vec{\upsilon}(t)\right| = \sqrt{\upsilon_x^2(t) + \upsilon_y^2(t) + \upsilon_z^2(t)}.$$

1.4. Быстроту вращения материальной точки вокруг неподвижной оси характеризует **угловая скорость:** $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$

1.5. Ускорение материальной точки:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt},\quad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt},\quad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}$$

Модуль ускорения**2.**

$$\left|\vec{a}(t)\right| = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t) + a_z^2(t)}.$$

1.6. Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2},$$

где $\varphi = \varphi(t)$ – это зависимость угла поворота ее радиус-вектора φ от времени.

1.7. Путь *S* – это расстояние, пройденное телом.

1.8. Средняя путевая скорость материальной точки при произвольном криволинейном движении:

$$\upsilon_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройденный за время Δt.

1.9. Ускорение при движении по криволинейной траектории

Вектор ускорения $\vec{a}$ можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие - тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ и нормальное $\vec{a}_n$ (рис.1):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ характеризует изменение вектора скорости по модулю и направлено по касательной к траектории в сторону движения, если модуль скорости возрастает (как на рис. 1), и противоположную – если убывает. **Нормальное ускорение** $\vec{a}_n$ характеризует изменение скорости по направлениюи всегда направлено по нормали к траектории в рассматриваемой точке к центру кривизны траектории. Его часто называют также центростремительным ускорением.

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение материальной точки по окружности, выражается соотношениями:

$$\upsilon = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R,$$

где R - радиус окружности вращения.

Полное ускорение:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \quad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол α между вектором полного ускорения $\vec{a}$ и вектором нормального ускорения $\vec{a}_n$ равен:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a_n}{a}\right).$$

Примеры решения задач

Предлагаемые Вашему вниманию **примеры** решения задач (раздел «Механика») сделаны максимально подробными. Они полностью удовлетворяют всем требованиям к решению задач и их оформлению в контрольных работах.

Задача 1.1. Уравнение движения материальной точки (МТ) вдоль координатной оси X имеет вид: $x(t) = A + Bt + C\,t^3$, где A = 3 м, B = 1 м/с, C = - 0,5 м/с^3.

Найти координату м.т. $x(t_1)$, ее скорость $\upsilon(t_1)$и ускорение $a(t_1)$ в момент времени $t_1 = 2$ с.

Дано:
$x(t) = A + Bt + Ct^3$ - закон движения м.т.; $A = 3$м,$B = 1$м/с, $C = –0{,}5$ м/с^3; $t_1 =2$ с.

Найти: $x(t_1)$, $\upsilon(t_1)$, $a(t_1)$ -?

Решение. Координату МТ $x(t_1)$ найдем, подставив в закон движения числовые значения коэффициентов A,B, C и времени t_1:

$$x(t_1) = A+Bt_1+C(t_1)^3= 3+1\cdot 2–0{,}5\cdot 2^3 = 1\text{м}.$$

Мгновенная скорость МТ есть первая производная от $x(t)$ по времени t:

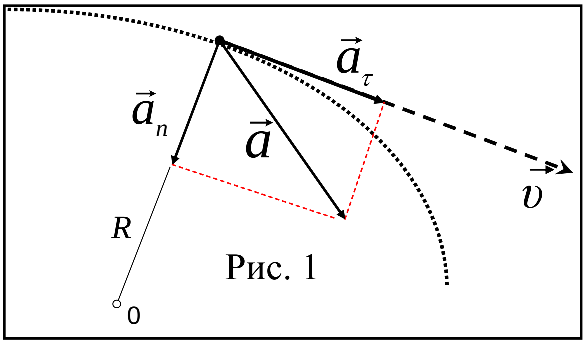

Рис. 1

$$\upsilon(t) = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

В момент времени t_1 получаем:

$$\upsilon(t_1) = 1 + 3\cdot(-0{,}5)–2^2 = –5 \text{ м/с}.$$

Ускорение МТ есть первая производная от ее скорости $\upsilon(t)$ по времени t:

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} =6Ct.$$

В момент времени t_1 получаем:

$$a(t_1) = 6Ct_1 = 6\cdot(–0{,}5)\cdot 2 = –6 \text{ м/с}^2.$$

Проверяем размерности:

$$[\upsilon] =[B]+[C]\,[t^2]= \frac{м}{с} + \frac{мс^2}{с^3} = \frac{м}{с}.$$

$$[a]=[C][t]= \frac{м}{с^3}с = \frac{м}{с^2}.$$

Ответ: В момент времени $t_1 = 2$ с координата м.т. $x(t_1) = 1$ м, ее скорость $\upsilon\,(t_1) = –5$ м/с, ускорение $a(t_1) = –6$ м/с^2.

Задача 1.2. Маховик вращается вокруг неподвижной оси. Угол поворота маховика зависит от времени t по закону: $\varphi(t) = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = –2$ рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $R = 0{,}1$ м от оси вращения маховика, для момента времени $t_1 = 4$ с.

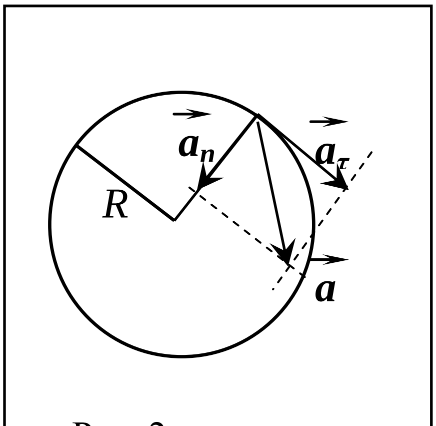

Рис. 2

Дано: $\varphi(t) = A + B\,t + Ct^2$ - закон вращения;
$A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C =–2$ рад/с^2; $R = 0{,}1$м; $t_1 = 4$ с.

Найти: Ускорение $a(t_1)$ =?

Решение. Полное ускорение точки, движущейся по окружности, может быть найдено как векторная сумма тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$, направленного по касательной к траектории точки, и нормального ускорения $\vec{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории (см. рис. 2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Поскольку векторы $\vec{a}_n$ и$\vec{a}_\tau$ взаимно перпендикулярны, то абсолютная величина полного ускорения равна:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \tag{1}$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R, \;\; a_n = \omega^2 R, \tag{2}$$

где ε — угловое ускорение тела, ω - его угловая скорость.

Подставляя выражения (2) для a_τ и a_n, в формулу (1), получим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \tag{3}$$

Угловую скорость маховика ω найдем, взяв первую производную от закона движения $\varphi(t)$ по времени t:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct. \tag{4}$$

Согласно (4), в момент времени t_1 угловая скорость равна:

$$\omega(t_1) = B + 2Ct_1 = 20 + 2\cdot(-2)\cdot 4 = 4 \text{ рад/с}. \tag{5}$$

Угловое ускорение $\varepsilon(t_1)$ найдем, взяв первую производную от угловой скорости $\omega(t)$ по времени t:

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = 2C. \tag{6}$$

Последнее выражение не зависит от времени t, следовательно, вращение маховика происходит с постоянным угловым ускорением. Согласно (6), в момент времени t_1 угловое ускорение равно:

$$\varepsilon = 2C = 2\cdot(-2) = -4 \text{ рад/с}^2. \tag{7}$$

Подставляя найденные численные значения $\omega(t_1)$, $\varepsilon(t_1)$ и заданное значение R в формулу (3), находим полное ускорение точки:

$$a(t_1) = R\sqrt{\varepsilon^2(t_1) + \omega^4(t_1)} = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + (4)^2} = 1{,}65 \;\; м/c^2.$$

Проверяем размерности:

$$[a] = [R]\cdot\left[\varepsilon^2 + \omega^4\right]^{\frac{1}{2}} = м\, с^{\frac{1}{2}} = \frac{м}{c^2}.$$

Ответ: Ускорение заданной точки в момент $t_1 = 4$ с равно $a(t_1)=1{,}65$ м/с^2.

Тема 2. Классическая динамика поступательного движения

2.1. Импульс (количество движения) тела массы m, движущегося со скоростью υ: $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$.

2.2. Сила – векторная физическая величина, мера механического воздействия на тело. В механике рассматриваются, главным образом, следующие силы:

а) **сила гравитационного взаимодействия** двух материальных точек (тел) массами m_1 и m_2:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

где G - гравитационная постоянная, r – расстояние между МТ (центрами масс данных тел);

б) **сила тяжести**, действующая на тело массы m вблизи поверхности Земли:

$$P = mg, \quad \text{где} \quad g = G\frac{M}{R_з^{\,2}} = 9{,}8 \text{ м/с}^2$$

- ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли; M – масса Земли, $R_З$ - ее радиус;

в) **сила упругости**, подчиняющаяся закону Гука:

$$F = -kx,$$

где k– коэффициент упругости; x – абсолютная величина упругой деформации;

г) **сила трения скольжения**:

$$F_{тр}=\mu\cdot N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения, N– сила нормального давления на поверхность (реакция опоры).

Напомним, что единица измерения сил в системе «СИ» – Ньютон:

1 Н = кг·м·с$^{-2}$.

2.3. Основное уравнение динамики (2 Закон Ньютона):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i \text{ или } m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i\,,$$

где $\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{F}_i$ –векторная сумма всех сил, действующих на данное тело (**равнодействующая сила**); $\vec{a}$ – ускорение, N – число сил, действующих на тело.

2.4. Для изолированной от внешних воздействий системы тел выполняется закон сохранения полного (суммарного) импульса:

$$\sum_i \vec{p}_i(t_1) = \sum_i \vec{p}_i(t_2),$$

где $\vec{p}_i(t)$ – импульсы отдельных тел системы (i =1, 2, 3,...); t_1 и t_2 – два произвольных момента времени.

2.5. Центр масс системы материальных точек – это точка, координаты которой определяются по формуле:

$$x_c = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i},$$

где m_i, x_i, y_i, z_i – масса и координаты i-ой частицы (i = 1, 2, 3 …).

Скорость центра масс равна: $\vec{\upsilon}_c = \dfrac{\sum_i m_i \vec{\upsilon}_i}{\sum_i m_i}$,

где $\vec{\upsilon}_i$ – скорости отдельных частиц (i = 1, 2, 3, ...).

При отсутствии внешних сил центр масс двигается равномерно и прямолинейно, либо покоится.

Ускорение ЦМ: $a_c = \dfrac{\sum_i m_i \vec{a}_i}{\sum_i m_i}$,

где $\vec{a}_i$ – ускорения отдельных частиц (i = 1, 2, 3, ...).

Примеры решения задач

Задача 2.1. Ледяная горка составляет с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 45°$. По ней пускают вверх шайбу, которая, поднявшись на некоторую высоту, затем соскальзывает по тому же пути вниз. Определить коэффициент трения μ шайбы о лед, если известно, что время подъема t_1 в 1,41 раза меньше времени спуска t_2 шайбы вниз.

Дано:

Угол наклона $\alpha = 45°$. Соотношение промежутков времени: $t_2 = 1{,}41\ t_1$.

Найти:

μ - *?*

Решение:

В процессе движения на шайбу действуют следующие силы: сила притяжения Земли mg, сила реакции опоры N и сила трения $F_{тр}$ (см. рис. 3). Эти силы обеспечивают движение шайбы и согласно второму закону Ньютона:

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}, \quad m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр},$$

где a_1 -ускорение шайбы при движении вверх, a_2 - ускорение шайбы при движении вниз. В проекции на координатные оси X и Y получим систему уравнений:

$$OX:\ ma_1 = mg \sin a + F_{тр},$$

$$OX{:}\ ma_2 = mg\sin a - F_{тр},$$
$$OY{:}\ 0 = -mg\cos a + N.$$

Поскольку шайба находится в движении, сила трения достигает своего максимального значения: $F_{тр} = \mu N$.

Подставляя в первые два уравнения системы величины

$$F_{тр} = \mu N \ \text{ и } \ N = mg\cos\alpha,$$

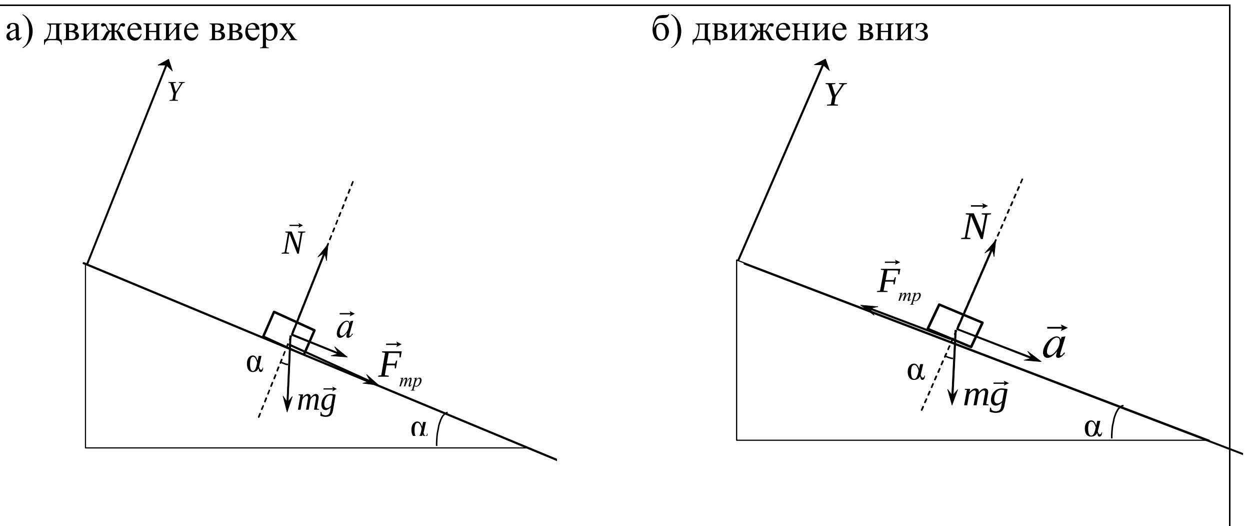

Рис. 3

получим выражения для ускорений a_1 и a_2:

$$a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

$$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Пусть S - путь, пройденный шайбой вверх (вниз) вдоль оси OX.Тогда, используя формулы для пути и скорости при равноускоренном движении, запишем кинематические уравнения движения шайбы вверх и вниз:

$$S = \upsilon_0 t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2}, \quad 0 = \upsilon_0 - a_1 t_1 \text{(движение вверх)};$$

$$S = \frac{a_2 t_2^2}{2} \text{(движение вниз)}.$$

Из этих уравнений следует соотношение:

$$S = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2}.$$

Подставляя в последнюю формулу выражения для ускорений a_1 и a_2, получим уравнение для коэффициента трения μ:

$$\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} = \frac{\sin 45° + \mu\cos 45°}{\sin 45° - \mu\cos 45°} = (1,4)^2 = 2.$$

Решая уравнение, получаем: $\mu = \frac{1}{3} = 0,333.$

Ответ: Коэффициент трения шайбы о лед равен $\mu = 0,333$.

Задача 2.2. Снаряд массы M = 15 кг, летевший со скоростью υ_0 = 200 м/с в горизонтальном направлении, внезапно разорвался в воздухе на две части массами m_1=10 г и m_2= 5 кг. После разрыва скорость осколка массы m_2 равна υ_2 = 800 м/с и направлена вертикально вверх. Определить величину и направление скорости υ_1 большего осколка.

Дано:

M = 15 кг, m_1 = 10 кг и m_2 = 5кг; υ_0 = 200 м/с и υ_2 = 800 м/с.

Найти: υ_1 = ?

Решение. Так как импульс снаряда направлен горизонтально, то выберем ось X координатной системы, совпадающей с направлением полета снаряда. Ось Y – вертикальна. Поскольку внутренние силы, действующие в системе снаряд-осколки в момент взрыва, очень велики по сравнению с внешними - силой тяжести и сопротивления воздуха, а время взрыва мало (мгновенное взаимодействие), то данную систему в момент взрыва можно считать изолированной.В изолированной системе сохраняется импульс:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Запишем это уравнение в проекциях на оси координат X, Y:

ось X: $$M\upsilon_0 = m_1\upsilon_1\cos\alpha,$$

осьY: $$0 = m_1\upsilon_1\sin\alpha - m_2\upsilon_2,$$

где α - угол наклона скорости осколка m к оси X.

С учетом основного тригонометрического тождества $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, из последних уравнений следует:

$$(m_1\upsilon_1)^2 = (M\upsilon_0)^2 + (m_2\upsilon_2)^2,$$

или

$$\upsilon_1 = \sqrt{\left(\frac{M}{m_1}\upsilon_0\right)^2 + \left(\frac{m_2}{m_1}\upsilon_2\right)^2}.$$

Подставляя числовые данные задачи и производя расчеты, получаем величину скорости большего осколка:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\left(\frac{15}{10}200\right)^2 + \left(\frac{5}{10}800\right)^2} = 500 \text{ м/с}.$$

Угол α наклона скорости большего осколка к оси OX найдем из соотношения:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{m_2\upsilon_2}{M\upsilon_0} = \frac{5\cdot 800}{15\cdot 200} = 1{,}333.$$

Последнее вытекает из уравнений для проекций импульса на оси. Имеем:

$$\alpha = \mathrm{arctg}(1{,}333) = 53°.$$

Ответ: Величина скорости большего осколка равна υ_1 = 500 м/с, а ее направление составляет угол $\alpha = 53°$ с координатной осью *X*.

Тема 3. Динамика вращательного движения твердого тела

3.1. Момент импульса материальной точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки в выбранной системе декартовых координат, υ – скорость материальной точки в этой системе координат.

3.2. Момент импульса твердого тела, вращающегося относительно неподвижной оси:

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где I – момент инерции относительно оси вращения; ω – угловая скорость вращения тела.

3.3. Момент инерции – скалярная физическая величина, мера инертных свойств тела при вращении:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где m_i – отдельная (i-я) материальная точка системы, а r_i – это кратчайшее расстояние от нее до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс в системе (например, для твердого тела) момент инерции рассчитывается по формуле:

$$I = \int r^2\, dm,$$

где интегрирование ведется по всей массе тела.

3.4. Моменты инерции некоторых симметричных тел относительно оси вращения, являющейся осью симметрии и проходящей через центр масс:

а) для однородного стержня массы m и длины l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину:

$$I = \frac{1}{12} ml^2.$$

б) для тонкого обруча массы m и радиуса R относительно оси, перпендикулярной плоскости этого обруча и проходящей через его центр:

$$I = mR^2.$$

в) для однородного диска массы m и радиуса R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр:

$$I = \frac{1}{2} mR^2.$$

г) для однородного шара массы m и радиуса R относительно оси, проходящей через его центр:

$$I = \frac{2}{5} mR^2.$$

3.5. Теорема Штейнера: Если I_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то при параллельном смещении оси вращения на расстояние b момент инерции при новом положении оси равен:

$$I_1 = I_0 + mb^2.$$

3.6. Закон сохранения момента импульса:

В изолированной от внешних воздействий системе полный(суммарный) момент импульса сохраняется:

$$\sum_{\text{i}} \vec{L}_i(t_1) = \sum_i \vec{L}_i(t_2),$$

где $\vec{L}_i$ – моменты импульса отдельных тел системы (i= 1, 2, 3, ...); t_1 и t_2 – два произвольных момента времени.

3.7. Момент силы $\vec{M}$ – величина, характеризующая внешнее воздействие на тело, приводящее его во вращательное движение:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}], \quad M = rF \sin \alpha,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки, относительно которой вычисляется момент силы, до точки приложения силы F, α – угол между направлениями векторов $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

3.8. Основное уравнение динамики вращательного движения системы материальных точек (тела):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i$$

или для тела относительно неподвижной оси

$$I\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} M_{zi} ,$$

где $\sum_{i=1}^{N} M_{zi}$ – результирующий момент внешних сил, действующих на данное тело, в проекции на ось вращения OZ, ε – угловое ускорение, I – момент инерции тела относительно оси вращения.

Примеры решения задач

Задача 3.1. Два одинаковых шара движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Один из шаров вращается с частотой n = 7 с$^{-1}$. После лобового неупругого столкновения шары слипаются. Изменением формы шаров можно пренебречь. Найти кинетическую энергию образовавшейся системы после удара. Масса каждого шара равна m= 1 кг, радиус R = 0,1 м.

Дано: $m_1 = m_2$= 1 кг, R_1=R_2 =0,1 м -масса и радиус шаров; n = 7 с$^{-1}$ – частота вращения шара, $\omega_1 = 2\pi n = 14\pi$ рад/с – угловая скорость вращения шара и·$\upsilon_1 = \upsilon_2$.

Найти: $E_к$= ?

Решение. В процессе соударения шаров сохраняется полный импульс системы до- и после удара, т.е. имеет место равенство

$$\vec{p}_{общ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \tag{1}$$

где слева стоит общий импульс слипшихся шаров, а справа– сумма импульсов шаров до удара.

В проекции на ось X (рис. 4) уравнение (1) примет вид:

$$P_{общ} = (m_1 + m_2)u = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = 0. \tag{2}$$

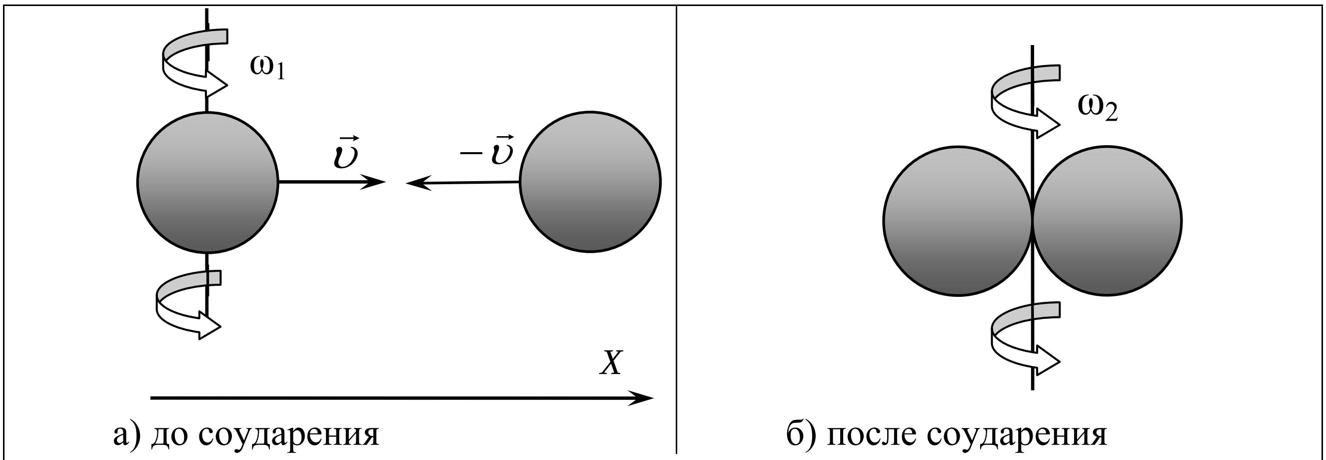

Рис. 4

Таким образом, после удара и слипания шаров скорость их поступательного движения будет равна нулю: u = 0.Это означает, что центр масс слипшихся шаров неподвижен.

Поскольку один из шаров до удара вращался, то в силу закона сохранения момента импульса слипшиеся шары будут вращаться вокруг общего центра масс (рис. 4 б).

Угловая скорость вращения ω_2 для слипшихся шаров определяется законом сохранения момента импульса:

$$I_0\omega_1 = I_{общ}\omega_2 \tag{3}$$

где I_0= $(2/5)mR^2$– главный момент инерции шара; $\omega_1 = 2\pi n$ – угловая скорость вращения до удара; общий момент инерции слипшихся шаров относительно главной оси инерции вычисляется с помощью теоремы Штейнера:

$$I_{общ}=2\cdot(I_0 +\cdot m\cdot R^2). \qquad (4)$$

Из формул (3) и (4) с учетом формулы для I_0находим:

$$\omega_2 = \frac{I_0}{I_{общ}}\omega_1 = \frac{I_0}{2(I_0 + mR^2)}\omega_1 = \frac{\omega_1}{2(1+mR^2/I_0)} = \frac{\omega_1}{7}$$

Кинетическая энергия шаров (общая после соударения) равна

$$E_к = \frac{I_{общ}\omega_2{}^2}{2} = (I_0 + mR^2)\cdot(\frac{\omega_1}{7})^2 = \frac{7}{5}mR^2(\frac{\omega_1}{7})^2 = \frac{(2\pi n)^2 mR^2}{35},$$

$$E_к = \frac{(2\cdot 3{,}14\cdot 7)^2\cdot 1\cdot 0{,}01}{35} = 0{,}55 \text{ Дж.}$$

Ответ: Кинетическая энергия шаров после удара $E_к$= 0,55 Дж.

Тема 4. Работа и энергия

4.1. Энергия – скалярная физическая величина, являющаяся мерой различных форм движения материи, характеризует способность тела совершать работу.

4.2. Работа силы, приложенной к рассматриваемому телу - это скалярная физическая величина, служащая для количественного описания процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Элементарная работа силы *F* при перемещении материального тела (под действием этой силы) на малый вектор $\mathrm{d}\vec{r}$:

$$\mathrm{d}A = (\vec{F}\mathrm{d}\vec{r}) = F_x\mathrm{d}x + F_y\mathrm{d}y + F_z\mathrm{d}z.$$

Работа силы *F* при перемещении тела из точки 1 в точку 2:

$$A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}).$$

4.3. Кинетическая энергия тела- это энергия его механического движения. **Кинетическая энергия поступательного движения** $E_к$ равна:

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}, \text{ или } E_к = \frac{p^2}{2m}.$$

Кинетическая энергия вращения тела вокруг неподвижной оси:

$$E_к = \frac{1}{2} I\omega^2 \text{ или } E_к = \frac{L^2}{2I},$$

где ω - угловая скорость вращения тела вокруг неподвижной оси, а I - его момент инерции относительно этой оси.

4.4. Потенциальная энергия $E_п$ – энергия взаимодействия**.** Потенциальной энергией обладают тела, находящиеся в поле консервативных сил. **Консервативные** (потенциальные) - силы, работа которых не зависит от траектории и закона движения тела, а зависит только от перемещения.

а) $E_п$ гравитационного взаимодействия тел:

$$E_п = - G\frac{m_1 m_2}{r},$$

где G - гравитационная постоянная;m_1 и m_2- массы взаимодействующих тел;r-расстояние между центрами масс данных тел;

б) $E_п$ силы тяжести (гравитационного взаимодействия тела массы m с Землей вблизи ее поверхности):

$$E_п = mgh,$$

где g = 9,8 м/с^2– ускорение свободного падения тел вблизи поверхности Земли;

h – высота тела над поверхностью Земли;

в) Потенциальная энергия упругой деформации:

$$E_п = \frac{kx^2}{2},$$

где k – коэффициент упругости (жесткости) при деформации тела, x –величина абсолютной упругой деформации в направлении X.

4.5. Полная механическая энергия тела (сумма кинетической и потенциальной энергии):

$$E = E_к + E_п.$$

Полная механическая энергия сохраняется, если в системе действуют только консервативные силы. Изменение полной механической энергии в неконсервативной системе равно работе неконсервативных сил (например, трения, силы тяги двигателя и др.):

$$A_{неконс} = \Delta E = \Delta E_к + \Delta E_п.$$

Единица измерения работы и энергии в «СИ» – Джоуль: 1 Дж = Н·м.

Примеры решения задач

Задача 4.1. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх стальной шарик массы m= 20 г поднялся на высоту h = 20 м. Определить коэффициент жесткости пружины k, если она была сжата на величину Δx = 10 см. Массой пружины пренебречь.

Дано:

m = 20 г = 0,02 кг; h = 20м; Δx =10 см = 0,1 м.

Найти:

k = ?

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом сохранения механической энергии. При зарядке пистолета пружина сжимается внешней силой, которая производит работу сжатия A. Эта работа переходит в энергию упругой деформации пружины: $A = E_п$.

В момент выстрела потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию шарика. Согласно закону сохранения энергии имеем уравнение:

$$E_п = E_к \quad или \quad \frac{kx^2}{2} = \frac{m\upsilon_0^2}{2}, \tag{1}$$

где υ_0 – начальная скорость шарика. Далее кинетическая энергия шарика, по мере подъема вверх, переходит в потенциальную энергию в поле сил тяжести. Этот процесс завершается в момент достижения шариком максимальной высоты подъема h. При этом кинетическая энергия шарика полностью превращается в его же потенциальную энергию:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = mgh. \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) вытекает соотношение:

$$\frac{kx^2}{2} = mgh. \tag{3}$$

Отсюда находим искомый коэффициент жесткости пружины:

$$k = \frac{2mgh}{x^2} = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,8 \cdot 20}{(0,1)^2} = 784 \quad \text{Н/м}.$$

Проверяем размерность:

$$[k] = \left[\frac{2mgh}{x^2}\right] = \frac{\text{кг}(\text{м/с}^2)\text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг}(\text{м})}{\text{с}^2\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Ответ: Коэффициент жесткости пружины равен k = 784 Н/м.

Задача 4.2. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости υ_0, сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли? Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:

$H = R_з$.

Найти: υ_0 - ?

Решение. Если не учитывать сопротивление воздуха, то для решения задачи можно использовать закон сохранения полной механической энергии:

$$E_{1к}+E_{1п}=E_{2к}+E_{2п},$$

где в левой части равенства стоит сумма кинетической и потенциальной энергии ракеты в исходном состоянии, а в правой части – та же сумма в конечном состоянии.

Поскольку удаление ракеты от поверхности Земли равно радиусу Земли, то для этого случая запишем потенциальную энергию в виде:

$$E_{1п}=-mG\frac{M}{R_1},$$

$$E_{2п}=-mG\frac{M}{R_2},$$

где m – масса ракеты; M – масса Земли. Учитывая, что по условию задачи и $R_1=R_З$, $R_2=2R_З$, закон сохранения энергии можно записать в виде:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2}-mG\frac{M}{R_З}=0-mG\frac{M}{4R_З}.$$

Решая уравнение, получим искомую начальную скорость ракеты:

$$\upsilon_0=\sqrt{2\left(G\frac{M}{R_З}-G\frac{M}{4R_З}\right)}=\sqrt{2R_З\left(G\frac{M}{R_З^2}-G\frac{M}{4R_З^2}\right)}.$$

С помощью соотношения

$$g=G\frac{M}{R_З^2}=9{,}8\ \text{м/с}^2,$$

формулу для скорости ракеты можно записать в более простом виде:

$$\upsilon_0=\sqrt{2R_З\left(g\cdot\frac{g}{4}\right)}=\sqrt{\frac{3}{2}R_Зg}=\sqrt{1{,}5\cdot6{,}4\cdot10^6\cdot9{,}8}=9700\ \text{м/с}.$$

Проверяем размерность:

$$[\upsilon_0]=\left[\sqrt{R_З\,g}\right]=\sqrt{\text{м}(\text{м}\cdot\text{с}^{-2})}=\text{м/с}$$

Ответ: Начальная скорость ракеты $\upsilon_0 = 9700$ м/с.

Задача 4.3. Маховик, имеющий момент инерции $I = 1$ кг·м^2, начинают раскручивать так, что его угловая скорость меняется по закону

$$\omega=\omega_0\sin^2\frac{2\pi}{\tau}t\ ,$$

где $\tau = 4$ с, $\omega_0 = 31{,}4$ с$^{-1}$. Определить момент внешних сил, действующих на маховик через 1 с после начала движения.

Дано: $I = 1$ кг·м^2; $\tau = 4$ с, $\omega_0 = 31{,}4$ с$^{-1}$; $t_1 = 1$ с; $\omega=\omega_0\sin^2\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right)$.

Найти: $M(t_1) = ?$

Решение. В соответствии с основным уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент действующих сил M связан с угловым ускорением ε формулой $M = I\varepsilon$, где I – момент инерции маховика относительно оси вращения. Угловое ускорение ε можно найти, воспользовавшись его определением:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega_0 \cdot 2\frac{2\pi}{\tau}\sin\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)\cdot\cos(\frac{2\pi}{\tau}t) = \frac{2\pi\omega_0}{\tau}\sin\left(\frac{4\pi}{\tau}t\right).$$

Тогда получим формулу для момента силы:

$$M = I\,\frac{2\pi\omega_0}{\tau}\,sin\left(\frac{4\pi}{\tau}t\right) = 1\cdot\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 31{,}4}{4}\,sin(\frac{4\pi}{4}\cdot 1) = 0.$$

Проверяем размерность:

$$[M] = [I]\cdot\frac{[\omega_0]}{[\tau]} = кг\cdot м^{2}\;\frac{c^{-1}}{c} = \frac{кг\cdot м}{c^2}\cdot м = Н\cdot м.$$

Ответ: Момент внешних сил, действующих на маховик через 1 с после начала движения, равен нулю(Н·м).

Тема 5. Релятивистская механика

5.1. Релятивистской называется **механика**, рассматривающая движение тел со скоростями, близкими к скорости света $c = 3\cdot 10^8$ м/с. В специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета (ИСО).

Во всех задачах и примерах ниже считается, что координатные оси Y, Y' и Z, Z' попарно параллельны, а скорость υ_0 системы координат К' относительно системы К (относительная)направлена вдоль общей оси X, совпадающей с X' (рис. 2):

5.2. Различие в системах *{K}* и *{K'}* ***промежутков времени*** между двумя событиями определяется по формуле:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \upsilon_0^2 / c^2}},$$

где Δt_o– промежуток времени между двумя событиями, произошедшими с одной и той же материальной точкой в собственной системе отсчета (связанной с самой движущейся точкой, относительно которой она неподвижна), а Δt – промежуток времени между теми

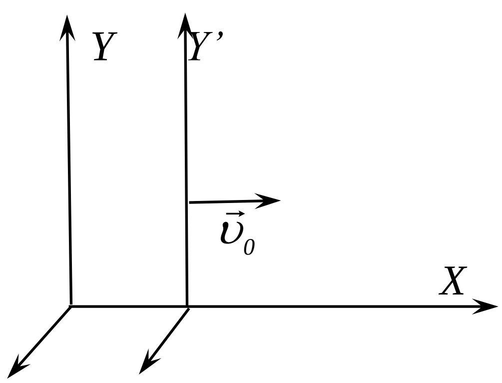

Рис. 5

же событиями в системе отсчета наблюдателя (в лабораторной).

5.3. Продольные (вдоль оси OX на рис.5) **размеры объекта** в системах $\{K\}$ и $\{K'\}$ задаются, соответственно

$$\Delta x = \Delta x_0\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}}, \qquad \Delta y = \Delta y_0,\ \Delta z = \Delta z_0\,.$$

где $(\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0)$ – размеры в собственной, а $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$–в лабораторной системе.

5.4. Релятивистский закон сложения скоростей*:*

$$\upsilon'_x = \frac{\upsilon_x - \upsilon_0}{1-\dfrac{\upsilon_x\upsilon_0}{c^2}}, \quad \upsilon'_y = \frac{\upsilon_y}{1-\dfrac{\upsilon_x\upsilon_0}{c^2}}\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}}, \quad \upsilon'_z = \frac{\upsilon_z}{1-\dfrac{\upsilon_x\upsilon_0}{c^2}}\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}},$$

где υ'_x, υ'_y , υ'_z– проекции скорости объекта в $\{K'\}$ системе отсчета; υ_x, υ_y,υ_z– проекции скорости объекта в $\{K\}$ системе отсчета.

5.5.Релятивистский импульс *p* и энергия *E*

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \text{ и } E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}},$$

где m_0 - масса покоящейся частицы, $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$ — масса движущейся частицы; υ – ее скорость, c – скорость света.

Релятивистскую энергию частицы можно выразить через сумму энергии покоя m_0c^2 и кинетической энергии T частицы:

$$E = m_0c^2 + T.$$

Во многих случаях решение задач можно упростить, используя следствия из предыдущих формул:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T\cdot(2m_0c^2+T)}, \quad \vec{\upsilon} = \frac{\vec{p}\cdot c^2}{E}, \quad E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}. \qquad (3.6)$$

Для частиц, не имеющих массы покоя (энергии покоя), эти формулы преобразуются к виду

$$p = T/c, \quad E = p\cdot c = T, \quad \upsilon = c.$$

Примеры решения задач

Задача 5.1. Протон, движущийся относительно центра галактики со скоростью υ = 0,999·c (c = $3\cdot10^8$ м/с – скорость света), пересек ее по диаметру, который равен 10^5 световых лет. Сколько времени понадобится протону на это путешествие "с его точки зрения" (т.е. в собственной системе отсчета)?

Дано: $\upsilon = 0{,}999 \cdot c$ ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света); $D = 10^5$ световых лет, т.е. $D = 10^5 c\tau = 10^5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 9{,}46 \cdot 10^{20}$ м.

Найти: $t_0 = ?$

Решение. Выразим заданный размер галактики (в ее собственной системе отсчета) в метрах: $D = c\tau$, где $\tau = 10^5$ лет $= 10^5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600$ секунд. На этот путь протон затратит время $t_1 = D/\upsilon = c\tau/\upsilon$. Это время между двумя событиями, произошедшими с протоном - "началом" и "концом" пути. Поэтому в собственной системе отсчета протона оно будет определяться по формуле:

$$t_0 = t_1\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$$

После подстановки значений t_1 и D получаем:

$$t_0 = \tau\sqrt{\frac{c^2}{\upsilon^2}-1} = \tau\sqrt{\frac{c^2}{0{,}999^2 c^2}-1} = 4{,}5\cdot 10^3 \text{лет.}$$

Ответ: В собственной системе время движения протона $t_0 = 4{,}5$ тыс. лет.

Задача 5.2. Две релятивистские частицы, двигавшиеся в лабораторной системе отсчета по одной прямой с одинаковой скоростью $\upsilon = 0{,}75c$ (c – скорость света), попали в неподвижную мишень с промежутком времени $\Delta t = 50$ нс. Найти расстояние L_0 между частицами до попадания в мишень в собственной системе отсчета.

Дано: $\upsilon = 0{,}75c$ ($c = 3\ 10^8$ м/с - скорость света); $\Delta t = 50$ нс.

Найти: $L_0 = ?$

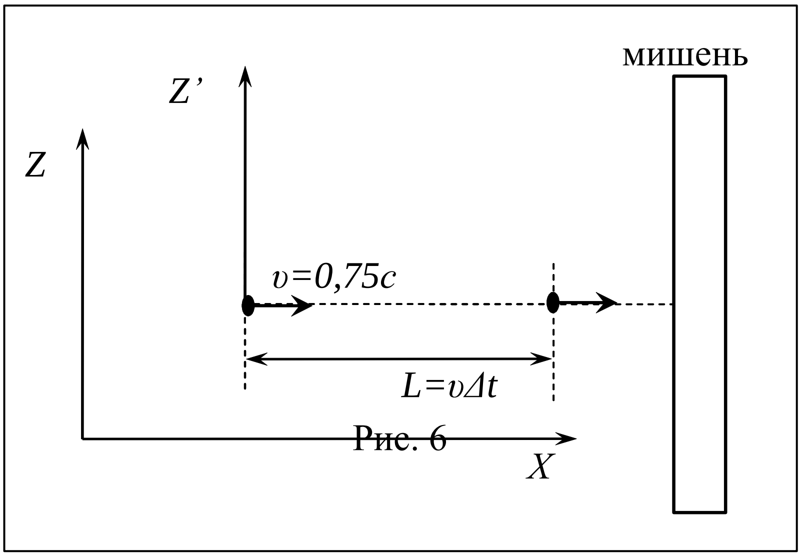

Рис. 6

Решение. Систему отсчета $\{K'\}$ совместим с движущейся частицей (рис. 6).

Вторая частица в системе $\{K'\}$ неподвижна относительно первой (собственная система отсчета). Расстояние между частицами в этой системе отсчета равно L_0.

Для наблюдателя в лабораторной системе отсчета (рис. 6) расстояние между частицами равно:

$$L = \upsilon\Delta t = 0{,}75\cdot 3\cdot 10^8\cdot 50\cdot 10^{-9} = 11{,}25 \text{ м.}$$

Длина L_0 того же отрезка в собственной системе отсчета вычисляется по формуле:

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{11{,}25}{\sqrt{1-\left(\frac{0{,}75c}{c}\right)^2}} = 17 \text{ м.}$$

Ответ: В собственной системе отсчета {К'} расстояние между частицами равно $L_0 = 17$ м.

Задача 5.3. Электрон имеет скорость $\upsilon = 0{,}5c$. Во сколько раз нужно ее увеличить для того, чтобы импульс электрона удвоился?

Дано: $\upsilon = 0{,}5c$; $p_2 = 2p_1$.

Найти: $n = \upsilon_2/\upsilon_1$ - ?

Решение. Искомая величина определяется отношением $n = u/\upsilon$, где u-новая скорость электрона. Используя формулу для релятивистского импульса частицы, условие задачи можно переписать в виде:

$$\frac{m_0 u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = 2\frac{m_0 \upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},$$

Произведя замену $u = n\upsilon$ и соответствующие сокращения, получаем

$$\frac{n}{\sqrt{1-\frac{n^2\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},$$

или иначе

$$2\sqrt{1-\frac{n^2\upsilon^2}{c^2}} = n\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}.$$

Возводя последнее уравнение в квадрат и решая его относительно n, получаем ответ:

$$n = \frac{2}{\sqrt{1+3\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = 1{,}5.$$

Ответ: Скорость электрона следует увеличить в $n = 1{,}5$ раза.

Тема 6. Элементы механики сплошной среды

6.1. Плотность потока массы - масса вещества (плотностью ρ), проходящая через единицу площади, перпендикулярной к скорости потока, в 1 сек:

$$\vec{j} = \rho\vec{\upsilon}.$$

6.2. Поток массы $\Delta\Phi_m$ через поверхность ΔS:

$$\Delta\Phi_m = \vec{j}\Delta\vec{S} = j\Delta S\cos\alpha,$$

где $\Delta\Phi_m$ – это масса, пересекающая элемент поверхности ΔS за 1 с.Изменение массы m внутри замкнутой поверхности в единицу времени определятся выражением

$$-\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \oint_s \vec{j}\,\mathrm{d}\vec{S},$$

где отрицательный знак в левой части связан с тем, что при вытекании среды наружу масса уменьшается.

6.3. Уравнение неразрывности струи, выражающее закон сохранения массы в частном случае стационарного течения**:**

$$\rho_1\upsilon_1 S_1 = \rho_2\upsilon_2 S_2\,.$$

Левая и правая части уравнения относятся к двум разным сечениям струи площадью S_1 и S_2, соответственно.

Поскольку в стационарном случае изменение массы внутри замкнутого объема с площадью поверхности S равно нулю, уравнение непрерывности принимает вид

$$\oint_S \vec{j}\,\mathrm{d}\vec{S} = 0.$$

6.4. Уравнение Бернулли является следствием закона сохранения энергии в гидродинамике идеальной (невязкой) несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho gh + P = const,$$

где P – давление, h – вертикальная координата элемента объема среды.

6.5. В реальных жидкостях и газах проявляется **внутреннее трение** между слоями среды или вязкость. Сила вязкого трения определяется **формулой Ньютона**

$$F_{\text{тр}} = \eta\frac{|\upsilon_2 - \upsilon_1|}{d}S$$

где S – площадь пластины, η – коэффициент пропорциональности, зависящий от природы и состояния жидкости и называемый коэффициентом внутреннего трения или коэффициентом вязкости, или просто вязкостью жидкости**;** υ_1 и υ_2 –- скорости пластин.

Приведенная выше формула определяет не только силу, действующую на пластины, но и силу трения между соприкасающимися слоями жидкости. При этом последняя формула используется в общем виде

$$F_{\text{тр}} = \eta\left|\frac{\partial\,\upsilon}{\partial\,z}\right|S$$

где величина $|\mathrm{d}\upsilon/\mathrm{d}z|$ показывает, как быстро изменяется скорость в направлении оси Z, перпендикулярной рассматриваемым слоям.

Примеры решения задач

Задача 6.1. Вода подается в фонтан из цилиндрического бака и вырывается из отверстия, диаметр которого d = 2 см (Рис. 10). Уровень воды в баке равен h = 2 м, избыточное над атмосферным давление у поверхности воды в баке Δp = 50 кПа. Определить высоту струи фонтана H, и расход воды Q за одну секунду.

Дано: d = 2 см, h = 2 м, Δp = 50 кПа.

Найти: H, Q - ?

Решение. Применим уравнение Бернулли для точки А на поверхности воды в баке и точки В в устье струи фонтана (см. рис. 10):

$$\rho g h + p = \frac{\rho \upsilon^2}{2} + p_0, \qquad (1)$$

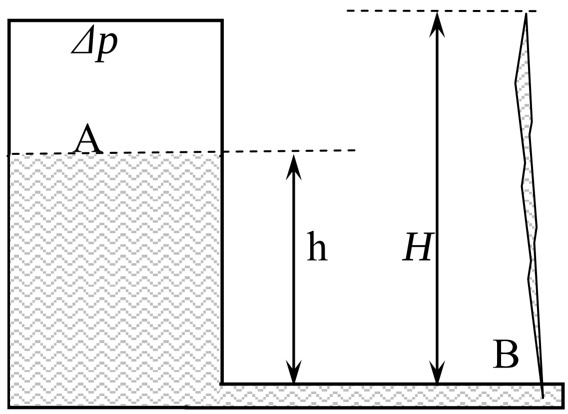

Рис. 7

где плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, p - давление в точке В, p_0 – атмосферное давление, υ - скорость воды из отверстия. По условию задачи $p - p_0 = \Delta p$. Скоростью воды в точке А в данном случае можно пренебречь, т. к. диаметр бака значительно больше диаметра выходного отверстия фонтана.

Из уравнения (1) выразим скорость

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(p - p_0) + 2\rho g h}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(\Delta p + \rho g h)}{\rho}}. \qquad (2)$$

Высоту фонтана определяется из закона сохранения механической энергии для каждого элемента массы Δm струи:

$$\frac{\Delta m \upsilon^2}{2} = \Delta m g H. \qquad (3)$$

Из (2) и (3) следует

$$H = \frac{\upsilon^2}{2g} = \frac{2(\Delta p + \rho g h)}{2\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g} + h. \qquad (4)$$

Подставляя числовые данные в формулу (4), получим

$$H = \frac{\Delta p}{\rho g} + h = \frac{50000}{1000 \cdot 9{,}8} + 2 = 7{,}1 \text{ м}.$$

Расход воды определим из следующих соображений: за время Δtиз отверстия вытекает струя воды длиной $L = \upsilon \Delta t$, еѐ объѐм равен $V = LS = \upsilon S \Delta t$, где S – площадь выходного отверстия фонтана. Тогда расход воды определим:

$$Q = \frac{W}{\Delta t} = \upsilon S = \upsilon\frac{\pi d^2}{4} = 7{,}1\cdot\frac{3{,}14\times(0{,}02)^2}{4} = 3{,}7\times10^{-3}\ \text{м}^3/\text{с} = 3{,}7\ \text{л/с}.$$

Ответ: Высота выброса воды из фонтана H = 7,1 м, объѐмный расход воды Q = 3,7 л/с.

Задача 6.2. По горизонтальной трубе течет жидкость. Разность уровней этой жидкости в трубках А и В равна Δh=0,1 м (Рис. 8). Диаметры трубок одинаковы. Найти скорость течения жидкости в трубе.

Дано: d = 2 см, h = 2 м, Δp=50 кПа.

Найти: υ = ?

Решение. Запишем уравнение Бернулли для точек жидкости, находящихся в области нижнего отверстия трубки А и трубки В. В плоскости нижнего отверстия трубки А жидкость имеет скорость υ и находится под давлением p_1, а в области нижнего отверстия трубки В жидкость имеет практически нулевую скорость и находится под давлением p_2. Давление у оснований трубок равно атмосферному давлению плюс вес столба жидкости в трубках А и В (p_1 *и* p_2, соответственно). Тогда уравнение Бернулли будет иметь вид:

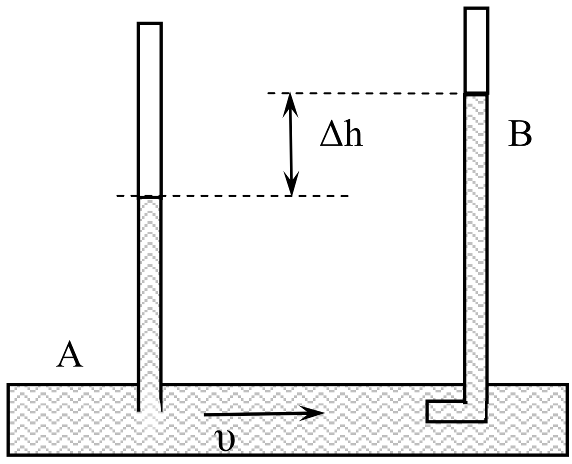

Рис. 8

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + p_1 = p_2.$$

Разность давлений ($p_2 - p_1$) связана с разностью уровней воды в трубках А и В и равна: $p_2 - p_1 = pg\,\Delta h$. Окончательно получаем

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\rho g\Delta h}{\rho}} = \sqrt{2g\Delta h} = 1{,}4\ \text{м/с}.$$

Замечание: На этом принципе работает устройство, называемое трубкой Пито-Прандтля. С его помощью можно измерять скорости потоков газа или жидкости. В частности, таким образом можно определять скорость самолета.

Ответ: Скорость течения жидкости в трубе υ = 1,4 м/с.

Задача 6.3. Тонкий горизонтальный диск радиуса R = 10 см расположен в цилиндрической полости с маслом, вязкость которого η = 8 мПа·с (рис.9). Зазоры между диском и горизонтальными торцами полости h одинаковы и равны 1 мм. Найти мощность, которую развивают силы вязкости, действующие на диск, при вращении его с угловой скоростью ω = 60 с$^{-1}$. Краевыми эффектами пренебречь.

Дано: R = 10 см; η = 8 мПа·с; h =*1 мм;* ω = 60 с$^{-1}$.

Найти: N – ?

Решение. В механике вращательного движения твердого тела мощность определяется по формуле $N = M\,\omega$, где момент силы вязкого трения М можно определить, интегрируя моменты сил вязкого трения, действующих на отдельные элементы диска. Для этого выделим на диске осесимметричный кольцевой элемент шириной dr на расстоянии r от оси (рис. 10). Его площадь $\mathrm{d}S = 2\pi r\mathrm{d}r$, скорость $\upsilon = \omega r$, а сила вязкого трения, действующая на него со стороны жидкости, определяется формулой Ньютона:

$$\mathrm{d}F = \eta\frac{\Delta V}{h}2\,\mathrm{d}S = \eta\frac{\omega r}{h}2\cdot 2\pi r\,\mathrm{d}r\,.$$

Здесь учтено, что силы трения действуют на верхнюю и нижнюю поверхности. Момент силы трения, действующей на кольцевой элемент, определяется по формуле

$$\mathrm{d}M = r\,\mathrm{d}F,$$

а мощность момента dM равна

$$\mathrm{d}N = \omega\,\mathrm{d}M.$$

Интегрируя последнее выражение по всем кольцевым элементам шириной dr в пределах от 0 до R, получим полную мощность, которую развивают силы вязкости, действующие на диск:

$$N = \omega\int \mathrm{d}M = \omega\int r\mathrm{d}F = \omega\int_0^R r\,\eta\frac{\omega r}{h}4\pi r\,\mathrm{d}r = \frac{\pi\omega^2\eta R^4}{h}.$$

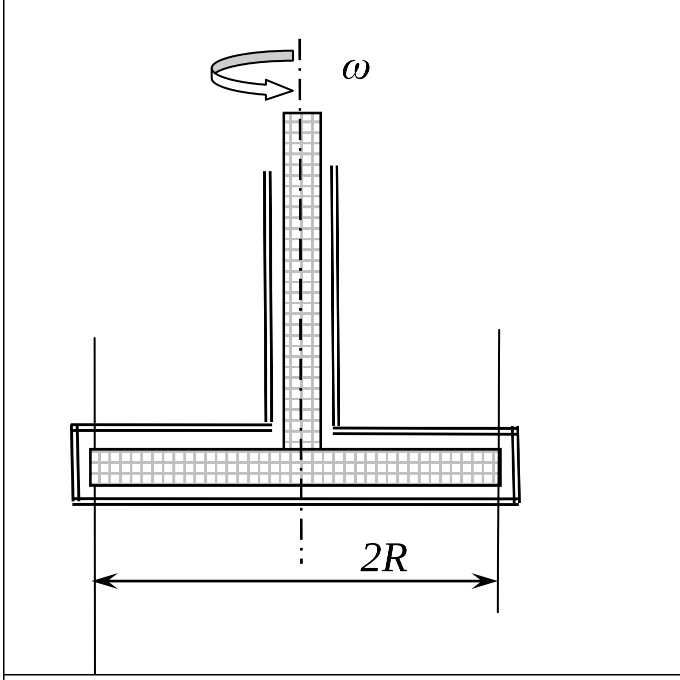

Рис. 9

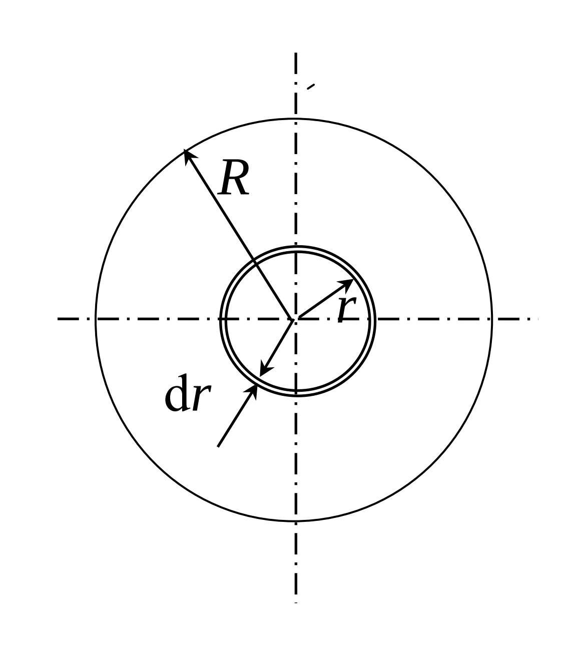

Рис. 10

Произведем числовой расчет мощности N:

$$N = \frac{\pi \omega^2 \eta R^4}{h} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}008 \cdot 3600 \cdot 10^{-4}}{0{,}001} = \text{Дж/с} = \text{Вт}.$$

Проверяем размерность:

$$[N] = \frac{\text{Па}\times\text{с}\times\text{с}^{-2}\times\text{м}}{\text{м}} = \text{Н}\times\text{м}^{-2}\times\text{с}^{-1}\times\text{м}^{3} = \text{Н}\times\text{м}\times\text{с}^{-1} = \text{Дж/с}$$

Ответ: Мощность, которую развивают силы вязкости, действующие на диск, равна $N = 9$ Вт.

Задача 6.4. Площадь соприкосновения слоев текущей жидкости S= 10 см^2, коэффициент динамической вязкости жидкости η = 0,001 Па·с, а возникающая сила трения между слоями F = 0,1 мН. Определить градиент скорости жидкости.

Дано: S = 10 см^2; η =0,001 Па·с; F = 0,1 мН.

Найти: $\left|\frac{\partial \upsilon}{\partial z}\right|$ - ?

Решение. Сила вязкого трения между слоями определяется формулой:

$$F_{\text{тр}} = \eta \left|\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}z}\right| S$$

Отсюда находим градиент скорости:

$$\left|\frac{d\upsilon}{dz}\right| = \frac{F_{\text{тр}}}{\eta S} = \frac{0{,}1 \cdot 10^{-3}}{0{,}001 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 100 \ \text{с}^{-1}$$

Проверяем размерность:

$$\left[\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{dz}}\right] = \frac{\lfloor F_{\text{тр}} \rfloor}{[\eta]\cdot[S]} = \frac{\text{Н}}{\text{Па}\times\text{с}\times\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Н}\times\text{с}} = \text{с}^{-1}$$

Ответ: Величина градиента скорости равна 100 с$^{-1}$.

Тема 7. Механические колебания

7.1. Гармоническим называют колебание, при котором периодическое изменение ФВ происходит по закону синуса или косинуса. Система, совершающая гармонические колебания, называется **гармоническим осциллятором.**

Колебательная система, выведенная из состояния равновесия и предоставленная самой себе, совершает **собственные свободные колебания** около положения равновесия с определенной частотой. Она называется ее **собственной частотой** колебаний и зависит от свойств системы.

7.2. Уравнение и закон движения при гармонических колебаниях.
Закон движения при гармонических колебаниях имеет вид:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_o),$$

где x – смещение от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; ω – круговая (циклическая частота); φ_0 – начальная фаза колебаний. Напомним, что циклическая частота связана с частотой $\nu=1/T$ (Гц) соотношением: $\omega = 2\pi\nu$.

Уравнение движения (2 закон Ньютона или основное уравнение динамики вращательного движения**) при гармонических колебаниях** можно привести к виду:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

7.3. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$\upsilon(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi_o).$$

7.4. Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_o).$$

7.5. Каждое **колебание можно представить в виде вектора**, модуль (длина) которого равен амплитуде колебания. При этом угол между вектором и горизонтальной осью равен начальной фазе соответствующего колебания.

При **сложении гармонических колебаний** одного направления и одинаковой частоты ω получается результирующее гармоническое колебание:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) + A_2\cos(\omega t + \varphi_2) = A\cos(\omega t + \varphi),$$

амплитуда и начальная фаза которого определяются по формулам:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\right).$$

7.6. Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, совершающая колебательное движение в одной вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Частота колебаний математического маятника равна $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, где g - ускорение свободного падения.

7.7. Пружинный маятник - это колебательная система, состоящая из материальной точки массой m и невесомой пружины жесткостью k, совершающая гармонические колебания. Собственная частота этих колебаний равна: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

7.8. Физический маятник - тело произвольной геометрической формы, подвешенное в одной своей точке, не совпадающей с центром масс, совершающее свободные колебания под действием силы тяжести. Собственная частота колебаний физического маятника определяется формулой:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgb}{I}},$$

где m - масса физического маятника, g = 9,8 м/с – ускорение свободного падения; b – расстояние от оси подвеса О до центра масс; I –момент инерции маятника относительно оси подвеса О.

7.9. Затухающие колебания. Во всякой реальной колебательной системе имеются силы сопротивления. Сила сопротивления (вязкого трения) F_c пропорциональна величине скорости υ:

$$\vec{F}_c = -\gamma\vec{\upsilon},$$

где γ- коэффициент сопротивления. В этом случае закон движения колеблющегося тела определяется уравнением:

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi),$$

где $\beta=\gamma/2m$– коэффициент затухания; m – масса колеблющегося тела, а $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ – частота затухающих колебаний. На рис. 7 приведен характерный график закона движения в этом случае.

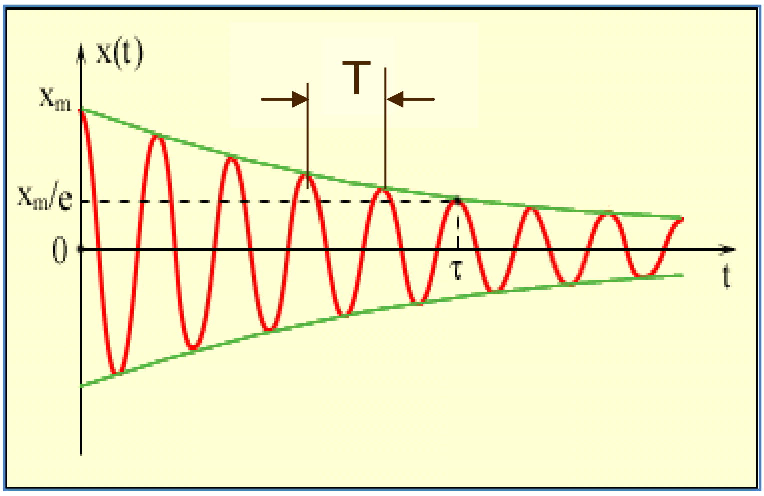

Рис. 11

Множитель $A\exp(-\beta t)$ перед косинусом в законе движения является изменяющейся амплитудой, которая в момент времени $\tau = 1/\beta$ уменьшается в $e \approx$ 2,7 раз по сравнению с первоначальной. За это время происходят N_e колебаний:

$$N_e = \tau/T.$$

Важной характеристикой колебательной системы является логарифмический декремент затухания λ – логарифм отношения амплитуд двух последовательных колебаний:

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln\frac{Ae^{-\beta t}}{Ae^{-\beta(T+t)}} = \ln e^{\beta t} = \beta T$$

С учетом последнего соотношения $N_e = \tau/T = 1/(\beta T) = 1/\lambda$.

При малом затухании ($\beta << \omega_0$) энергия колеблющейся системы изменяется по закону:

$$E = E_0 e^{-2\beta t}.$$

Величиной, характеризующей резонансные свойства колебательной системы при вынужденных колебаниях, является добротность Q, которая определяется выражением:

$$Q = 2\pi\frac{E}{\Delta E},$$

где E – запасенная в системе к моменту t энергия, ΔE –убыль энергии за один период.

Можно показать, что добротность и логарифмический декремент затухания связаны соотношением:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

Примеры решения задач

Задача 7.1. Закон движения грузика, прикрепленного к пружине, в отсутствии затухания имеет вид $x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$, где амплитуда $x_o = 0{,}05$ м, циклическая частота $\omega_0 = 6{,}28$ с$^{-1}$, начальная фаза $\varphi = \pi/2$. Определить начальную координату, начальные и максимальные значения скорости и ускорения грузика. Нарисовать графики зависимости координаты, скорости и ускорения от времени $x(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$.

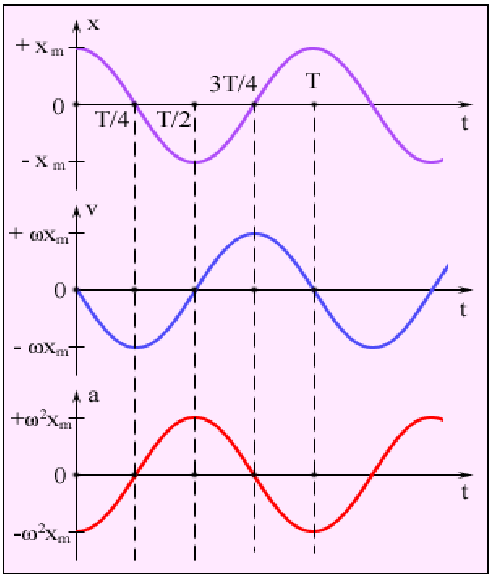

Рис. 12

Дано:
$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$, $x_o = 0{,}05$ м,
$\omega_0 = 6{,}28$ с$^{-1}$, $\varphi = \pi/2$.

Найти:
$x(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$ - ?

Решение. Прежде всего, воспользуемся тригонометрической формулой приведения и преобразуем закон движения к виду

$$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \pi/2) = x_0 \cos(\omega_0 t).$$

Начальная координата определяется из закона движения при условии $t = 0$:

$$x(0) = x_0 \cos 0 = x_0 = 0{,}05 \text{ м}.$$

Получается, что в начальный момент грузик имел максимальное смещение от положения равновесия. Скорость грузика и ускорение определим, взяв первую и вторую производные по времени от закона движения:

$$\upsilon(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -x_0\omega_0 \sin(\omega_0 t),$$

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = -x_0\omega_0^2 \cos(\omega_0 t).$$

Тогда максимальные значения скорости и ускорения соответственно равны

$$\upsilon_{\max} = x_0\omega_0 = 0{,}314 \text{ м/с},$$

$$a_{\max} = x_0\omega_0^2 = 1{,}97 \text{ м/с}^2.$$

Соответственно начальные значения (при t = 0) равны

$$\upsilon(t=0) = -x_0\omega_0 \sin(0) = 0,$$

$$a(t=0) = -x_0\omega_0^2 \cos(0) = -x_0\omega_0^2 = -1{,}97 \text{ м/с}^2.$$

Графики зависимостей $x(t)$, $\upsilon(t)$ и $a(t)$, знакомые из школьного курса, приведены на рис.12. Анализируя полученные результаты, полезно обратить внимание на то, что все три графика имеют одинаковый период и характер изменения (по гармоническому закону), но сдвинуты друг относительно друга во времени (по фазе).Кроме того, графики $x(t)$ и $a(t)$ являются как бы "зеркальным отображением" друг друга, т.е. находятся в противофазе.

Ответ: Начальная координата $x(0)$ = 0,05 м; начальная скорость и ускорение $\upsilon(0)$ = 0 м/с, $a(0)$ = –1,97 м/с; максимальные значения скорости и ускорения υ_{max} = 0,31 м/с, и a_{max} = 1,97 м/с^2.

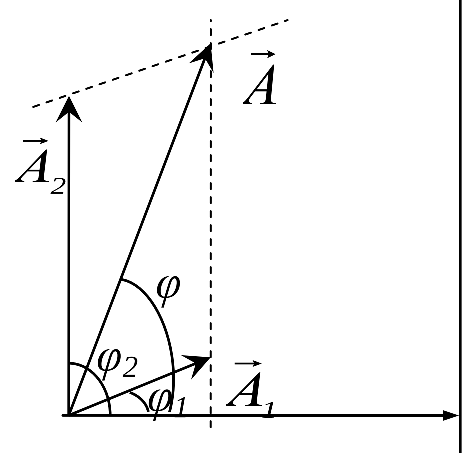

Рис. 13

Задача 7.2. Складываются два колебания МТ одинакового направления и одинаковой частоты. Законы колебаний имеют вид:

$$x_1(t) = \cos(\pi t + \frac{\pi}{6}); \quad x_2(t) = 2\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}),$$

Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания. Записать закон результирующего колебания.

Решение: При сложении колебаний МТ одинакового направления и одинаковой частоты ω результирующее колебание имеет ту же частоту ω и записывается в виде:

$$x(t) = A\cos(\pi t + \varphi), \tag{1}$$

где $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$ (2)

- результирующая амплитуда; $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см - исходные амплитуды складываемых колебаний; $\varphi_1 = \pi/6$ и $\varphi_2 = \pi/2$, - начальные фазы исходных колебаний;

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\right), \quad (3)$$

- начальная фаза результирующего колебания. Подставляя числовые данные в формулы (2) и (3) и производя числовые расчеты, получим:

$$A = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2\cdot 1\cdot 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)} = 2{,}6 \text{ см},$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{1\cdot\sin\frac{\pi}{6} + 2\cdot\sin\frac{\pi}{2}}{1\cdot\cos\frac{\pi}{6} + 2\cdot\cos\frac{\pi}{2}}\right) = 1{,}2 \text{ рад}.$$

Учитывая, что частота исходных колебаний $\omega = \pi с^{-1}$, запишем закон результирующих колебаний:

$$x(t) = 2{,}6\cos(\pi t + 1{,}2).$$

Сложение данных колебаний можно изобразить графически в виде векторной диаграммы (рис. 13). Каждое колебание представлено в виде вектора, модуль (длина) которого равен амплитуде колебания. При этом угол между вектором (например, A_1) и горизонтальной осью равен начальной фазе соответствующего колебания (φ_1).

Период результирующих колебаний $T = 2\pi/\omega = 2$ с.

Ответ: Результирующая амплитуда колебаний $A = 2{,}6$ см; фаза $\varphi = 1{,}2$ рад; период результирующих колебаний $T = 2$ с.

Задача 7.3. Найти период гармонических колебаний математического маятника, если длина нити $L = 1$ м.

Дано: $L = 1$ м,

Найти: Т -?

Решение. Математический маятник (рис. 14) совершает гармонические колебания под действием момента силы тяжести. Запишем уравнение динамики вращательного движения:

$$-mgL\sin\alpha = I\varepsilon,$$

где момент инерции $I = mL^2$, угловое ускорение -

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}.$$

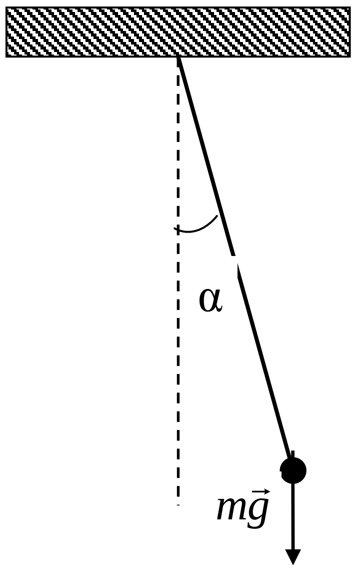

Рис. 14

Учитывая, что синус малого угла примерно равен самому углу, приведем уравнение движения к виду:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L}\alpha = 0.$$

Согласно п. 7.2. теоретического обзора данной темы, множитель при координате – это и есть квадрат циклической частоты гармонических колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{L}{g}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2$ с.

Ответ: Период колебаний математического маятника $T = 2$ с.

Задачи для выполнения в контрольных работах

№1. Основы кинематики

1.1. После выстрела горизонтальная скорость полета стрелы стала меняться по закону $\upsilon(t) = \upsilon_0 \exp(-ct)$, где $\upsilon_0 = 30$ м/с, $c = 0.5$ с$^{-1}$. Найти ускорение стрелы через 2 секунды. Определить зависимость ускорения от скорости $a(\upsilon)$.

(Ответ: – 5 м/с^2)

1.2. Скорость самолета v при разгоне на взлетной полосе меняется по закону $\upsilon = \upsilon_0[1-\exp(-\alpha t)]$, где $\upsilon_0 = 200$ м/с, $\alpha = 0,1$ с$^{-1}$, t – время от начала движения. Определить ускорение самолета к моменту взлета, если разгон длился 10 с? Построить графики изменения скорости и ускорения от времени $\upsilon(t)$ и $a(t)$. (Ответ: 9,4 м/с^2)

1.3. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x(t) = A + Bt^3$, где $A = 3$ м; $B = 0,06$ м/с^3. Найти скорость υ и ускорение a точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости $\langle\upsilon\rangle$ и ускорения $\langle a_x\rangle$ за первые 3 с движения? (Ответ:1,62 м/с; 1,08 м/с^2 ; 0,5 м/с; 0,54 м/с^2)

1.4. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x(t) = At + Bt^3$, где $A = 3$ м/с; $B = 0,06$ м/с^3. Найти скорость υ и ускорение a точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. (Ответ: 1,6 м/с; 3 м/с; 1,08 м/с^2)

1.5. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x(t) = At + Bt^3$, где $A = 2$ м/с; $B = 0,04$ м/с^3, Найти скорость υ и ускорение a точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости $\langle\upsilon_x\rangle$ и ускорения $\langle a_x\rangle$ за первые 2 с движения? (Ответ: 2 м/с; 3,08 м/с; 0,72 м/с^2; 2,24 м/с; 0,24 м/с^2)

1.6. Точка движется по прямой согласно уравнению $x(t) = At + Bt^3$, где $A = 6$ м/с; $B = -0,125$ м/с^3. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$ точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с. (Ответ:3,25 м/с)

1.7. Закон движения груза, сброшенного геологам с вертолета, имеет вид $y(t) = A - Bt - Ct^2$, где A = 1000 м, B = 22 м/с, C = 4.9 м/с^2. Определить высоту, скорость и ускорение груза в момент времени t = 0. Построить графики изменения скорости и ускорения от времени υ(t) и $a(t)$. (Ответ: 1000 м; –22 м/с; –9,8 м/с^2)

1.8. После удара клюшкой скорость шайбы, скользящей по льду, стала меняться по закону $\upsilon(t) = A\ [\exp(-ct)] - B$, где A = 20 м/с, C = 0,1 с$^{-1}$. Определить ускорение шайбы через 10 секунд. (Ответ: 74 м/с^2)

1.9. Точка обращается по окружности радиусом R = 0,2 м. Уравнение движения точки $\varphi(t) = At + Bt^3$, где A = 0,5 рад/с; B= 0,2 рад/с^3. Определить тангенциальное ускорение a_τ нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 4 с. (Ответ: 0,96 м/с^2; 20 м/с^2; 21 м/с^2)

1.10. Точка обращается по окружности радиусом R= 0.8 м. Уравнение движения точки $\varphi(t) = A + Bt^3$, где A = 0,5 рад/с; B = 0,2 рад/с^3. Определить тангенциальное ускорение a_τ нормальное $a_{\rm n}$ и полное a ускорения точки в момент времени t = 2 с. (Ответ: 1,9 м/с^2 ; 0,43 м/с^2 ; 1,92 м/с^2)

1.11. Точка обращается по окружности радиусом R = 1,2 м. Уравнение движения точки $\varphi(t) = At^2 + Bt^3$, где A = 0,5 рад/с^2; В = 0,2 рад/с^3. Определить тангенциальное ускорение a_τ нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 1 с. (Ответ: 2,64 м/с^2 ; 3,07 м/с^2 ; 4 м/с^2)

1.12. Точка обращается по окружности радиусом R= 2м. Уравнение движения точки $\varphi(t) = At^2 + Bt^3$, где A = 0,5 рад/с^2; B= 0,2 рад/с^3. Определить тангенциальное ускорение a_τ нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 3 с. (Ответ: 9,2 м/с^2 ; 141 м/с^2 ; 141,4 м/с^2)

1.13. По прямой траектории движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x(t) = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2(t) = A_2 - B_2t + C_2t^2$, где A_1 = 10 м; B_1 = 1 м/с^2; C_1 = -2 м/с^3; A_2 = 3 м; B_2 = 2 м/с^2; C_2 = 0,2 м/с^3. В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковы? (Ответ: 0,68 с)

1.14. По прямой траектории движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x(t) = A_1 + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2(t) = A_2 - B_2t^2 + C_2t^3$, где A_1 = 10 м; B_1 = 1м/с^2; C_1=-2 м/с^3; A_2 = 3 м; B_2=2м/с^2; C_2 = 0,2 м/с^3. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? (Ответ:0,45с)

1.15. По прямой траектории движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x(t) = A_1 + B_1t^2 + C_1t^3$ *и* $x_2(t) = A_2 + B_2t^2 + C_2t^3$, где A_1 = 10 м; B_1= 4м/с^2; C_1 = -2 м/с^3; A_2 = 3 м; B_2 = 8м/с^2; C_2 = 0,2 м/с^3. Найти ускорения a_1 и a_2этих точек в момент t = 3 с. (Ответ:28 м/с^2 ; 19,6 м/с^2)

1.16. По прямой траектории движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x(t) = A_1 + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2(t) = A_2 + B_2t^2 + C_2t^3$, где A_1 = 10 м; B_1 = 2 м/с; C_1 = -2м/с^2; A_2 = 3 м; B_2 = –4 м/с; C_2 = 0,4 м/с^2. В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорения a_1 и a_2 этих точек в момент t = 3 с. (Ответ: 0,93 с; –36 м/с^2 ; 13,2 м/с^2)

1.17. Определить угловую скорость ω и полное ускорение $a_{полн}$ движущейся точки в момент времени $t = 2$ с, если она движется по окружности радиуса R = 1 м согласно уравнению $\varphi(t) = A + Bt^3$, где A = 8 рад; B = –1 рад/с^3. (Ответ: –12 с$^{-1}$; 145 м/с^2)

1.18. Определить полное ускорение $a_{полн}$ в момент $t = 3$ с точки, находящейся на ободе колеса радиусом R = 0,5 м, вращающегося согласно уравнению $\omega(t) = At + Bt^2$, где A = 2 рад/с; B = 0,2 рад/с^3. (Ответ: 62 м/с^2)

1.19. Точка обращается по окружности радиусом R = 8 м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки a_n = 4 м/с^2, вектор полного ускорения а образует в этот момент с вектором нормального ускорения a_n угол α = 60°. Найти скорость u и тангенциальное ускорение a_τ точки. (Ответ: 5,6 м/с; 6,8 м/с^2)

1.20. Определить полное ускорение а в момент t = 2 с точки, находящейся на ободе колеса радиусом R = 0,5 м, вращающегося согласно уравнению $\omega(t) = At + Bt^3$, где A = 2 рад/с; B = 0,2 рад/с^3. (Ответ: 16 м/с^2)

№2. Классическая динамика поступательного движения

2.1. Спортивный самолет массой m = 1500 кг при наборе высоты имеет постоянную скорость и испытывает силу сопротивления воздуха, равную 0,1 от силы тяжести. Определить силу тяги двигателей, если на длине траектории L = 10 км подъем составил h = 1 км. (Ответ: 2940 Н)

2.2. При торможении вагона его скорость за время t= 3,3 с равномерно уменьшается от υ_1 = 47,5 км/ч до υ_2 = 30 км/ч. Каким должен быть предельный коэффициент трения между чемоданом и полкой, чтобы чемодан при торможении начал скользить по полке? (Ответ: 0,15)

2.3. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если он движется с постоянной скоростью под гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути. Масса автомобиля m = 1 т, сила трения равна 0,1 действующей на автомобиль силы тяжести. (Ответ: 588 Н)

2.4. На этапе движения в атмосфере сила тяги двигателей первой ступени двухступенчатой ракеты равна 1 МН. Масса первой ступени m_1 = 10 т, второй m_2 = 5 т. Сила сопротивления воздуха, действующая на первую ступень, составляет 0,01 от силы тяжести. На вторую ступень действует сила сопротивления, равная 0,1 от силы тяжести. С какой силой первая ступень действует на вторую? (Ответ: 336 кН)

2.5. На автомобиль массой m = 1 т во время движения действует сила трения, равная 10% действующей на него силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением a = 1 м/с^2 в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути. (Ответ: 2372 Н)

2.6. На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска массой M = 1кг, на которой лежит брусок массой m = 0,2 кг. Коэффициент трения бруска о поверхность доски равен k = 0,1. К доске приложена горизонтальная сила F, зависящая от времени по закону $F = At$, где $A = 12$ Н/с. Определить ускорение доски и бруска через время t = 0,1 с после того, как доска начнет выскальзывать из-под бруска. (Ответ: 2,2 м/с^2; 1 м/с^2)

2.7. К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы: $F_1 = 40$ Н и $F_2 = 100$ Н. Определить силу натяжения стержня в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении 1:2. (Ответ: 60 Н)

2.8. Ракета, масса которой $M = 6$ т, поднимается вертикально вверх. Двигатель ракеты развивает силу тяги $F = 500$ кН. Определить ускорение ракеты и силу натяжения троса, свободно свисающего с ракеты на расстоянии, равном 0,25 его длины от точки прикрепления троса. Масса троса равна 10 кг. Силой сопротивления воздуха пренебречь. (Ответ: 624 Н)

2.9. От поезда, движущегося по горизонтальному участку пути со скоростью $\upsilon = 40$ км/ч, отцепляется 1/3 состава. Через некоторое время скорость отцепившихся вагонов уменьшилась в 2 раза. Считая, что сила тяги при разрыве состава не изменилась, определите скорость головной части в этот момент. Считать, что сила трения пропорциональная массе и не зависит от скорости. (Ответ: 50 км/ч)

2.10. За какое время соскользнет с наклонной плоскости высотой $h = 9{,}8$ м и с углом наклона 60^0, если по наклонной плоскости с углом наклона 30^0 оно движется вниз равномерно? (Ответ: 2 с)

2.11. Спускаясь при выключенном двигателе с горы, имеющей уклон $\alpha = 5{,}7^0$, автомобиль движется равномерно. Какова должна быть сила тяги двигателя автомобиля, чтобы он мог подниматься в гору с той же скоростью? Масса автомобиля 1 т. Силу сопротивления движению в обоих случаях считать одинаковой. (Ответ: 1460 Н)

2.12. Призму с углом $\alpha = 30^0$ положили одной гранью на горизонтальную поверхность стола. По другой грани соскальзывает тело. Коэффициент трения между призмой и столом $k = 0{,}2$. Каков должен быть минимальный коэффициент трения между телом призмой, чтобы призма оставалась неподвижной? Массу призмы при расчетах не учитывать. (Ответ: 0,34)

2.13. Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения между шинами и поверхностью наклонной дороги с уклоном $\alpha = 30^0$, чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением 0,6 м/с^2? (Ответ: 0,65)

2.14. Маленький шарик массой m=100 г подвешен на длинной нити к потолку вагона, который равномерно движется по криволинейному участку пути со скоростью $\upsilon = 72$ км/ч. С какой силой натянута нить, если радиус закругления участка пути $R = 200$ м? Ускорение сводного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. (Ответ: ≈ 1 Н)

2.15. Вокруг планеты, имеющей радиус 3400 км, по круговой орбите движется спутник. Определить радиус орбиты спутника R, если ускорение свободного падения на планете 3,7 м/с^2, а период обращения спутника T равен 3 земных часа. (Ответ: ≈ 5000 км)

2.16. Санки можно удержать на горке с углом наклона $\alpha = 30^0$ минимальной силой F = 60 Н, направленной вдоль горки. Предоставленные самим себе, они скатываются с ускорением $a = 4$ м/с^2. Какую минимальную силу, направленную вдоль горки, нужно приложить к санкам, чтобы тянуть их в гору с постоянной скоростью? (Ответ: 90 Н)

2.17. Брусок массой m = 1 кг находится на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α. Определит величину силы, с которой брусок действует на плоскость, если коэффициент трения между ними $\mu = 0{,}7$, а ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. Рассмотреть случаи а) $\alpha = 30^0$ и б) $\alpha = 45^0$. (Ответ: а) 9,8 Н; б) 8,5 Н.)

2.18. Спутник движется по круговой орбите, радиус которой составляет 6 радиусов самой планеты. Какова плотность вещества планеты, если период обращения спутника T = 24 ч. Планету считать шаром. Гравитационная постоянная $G = 6{,}7\ 10^{-11}$ м^3/(кг с^2). (Ответ: $\approx 4{,}1 \cdot 10^3$ кг/м^3)

2.19. На горизонтальном диске на расстоянии R=50 см от оси лежит маленькая шайба. Диск медленно раскручивают так, что его угловая скорость равномерно возрастает со временем. Через время τ = 20 с после начала раскручивания шайба начала скользить по диску. Найти коэффициент трения шайбы о диск, если за время τ диск сделал 5 оборотов. (Ответ: $\mu \approx 0{,}5$.)

2.20. Автомобиль со всеми ведущими колесами проезжает верхнюю точку моста со скоростью 54 км/ч. Какое максимальное ускорение в горизонтальном направлении может иметь автомобиль, если коэффициент трения колес о мост равен $\mu = 0{,}4$, а радиус кривизны моста у вершины равен R = 50 м. (Ответ: $\approx 2{,}2$ м/с^2.)

№3 Динамика вращательного движения твердого тела

3.1. Маховик, имеющий момент инерции J= 20 кг м^2, вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 31{,}4$ рад/с. Найти тормозящий силовой момент M, под действием которого маховик остановится через время t = 20 с. (Ответ: 31,4 Н·м)

3.2. Тонкостенный металлический цилиндр с диаметром основания D= 30 см и массой m = 12 кг вращается вокруг своей оси согласно кинематическому уравнению для угла поворота: $\varphi(t) = A + B\ t + Ct^3$, где A = 4 рад, B = -2 рад/с, C = 0,2 рад/с^3 . Определить действующий на цилиндр вращающий момент сил М для момента времени t = 3 с после начала вращения? (Ответ:0,28Н м)

3.3. На обод маховика диаметром D = 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2 кг. Определить момент инерции I маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t = 3 с приобрел угловую скорость ω = 9 рад/с? (Ответ:1,96 кг м^2)

3.4. Нить с привязанными к ее концам грузами массой m_1 = 50 г и массой m_2 = 60 г перекинута через блок диаметром D = 4 см. Определить величину момента инерции блока J, если под действием силы тяжести грузов он приобрел угловое ускорениеε = 1,5 рад/с^2 ? (Ответ:0,8·10^{-3} кг·м^2)

3.5. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\omega(t)= At + Bt^3$, где A = 2 рад/с; B = 0,2 рад/с^3. Определить вращающий момент M, действующий на стержень в момент времени t = 2 с, если момент инерции стержня I = 0,048 кг м^2. (Ответ:0,11 Н м)

3.6. Определить момент силы M, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой n=12,9 с$^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени Δt = 8 с. Диаметр блока D =30 см. Массу блока m = 6 кг считать равномерно распределенной по ободу. Трение в блоке не учитывать. (Ответ:1,2 Н м)

3.7. На краю покоящейся горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом R = 2 м, стоит человек массой m = 80 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Какой станет кинетическая энергия платформы, если человек пойдет по ее краю со скоростью V = 2 м/с относительно платформы? Трением пренебречь. Масса платформы равна 240 кг. (Ответ:38,4 Дж)

3.8. Шарик массой m = 100 г, привязанный к концу нити длиной L_0 = 1 м, вращается по окружности с частотой n = 1 с$^{-1}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через другой конец нити, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, и радиус окружности уменьшается до значения L_2 = 0,5 м. Какую работу совершила внешняя сила F при укорачивании нити? Трением пренебречь. (Ответ: 5,9 Дж)

3.9. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной L= 2,4 м и массой m = 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамьи. Вся система вращается вокруг этой оси с частотой n= 1 с$^{-1}$. Какова будет кинетическая энергия системы, когда человек повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг м^2. Считать, что центр масс стержня остается на оси вращения скамьи. (Ответ: 72,2 Дж)

3.10. Платформа в виде однородного диска радиусом R = 1 м вращается с частотой n = 6 мин$^{-1}$. Масса платформы равна 240 кг. На краю платформы стоит человек, масса которого равна 80 кг. Как изменится кинетическая энергия системы, если человек перейдет в центр платформы? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки. (Ответ: Ув. на 26,3 Дж)

3.11. Два горизонтальных диска свободно вращаются в разных направлениях вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Массы дисков равны 10 и 40 кг, их радиусы 0,2 и 0,1 м, угловые скорости 10 и 20 рад/с соответственно. После падения верхнего диска на нижний оба диска благодаря трению между ними начали через некоторое время вращаться как единое целое. Найти изменение суммарной кинетической энергии дисков. (Ответ:45Дж)

3.12. Покоящийся стержень длиной L = 1,5 м и массой m_1 = 10 кг подвешен шарнирно за верхний конец. В середину стержня ударяет пуля массой m_2 =10 г, летящая горизонтально со скоростью V_0 = 500 м/с и застревает в стержне. На какой угол отклонится стержень после удара? (Ответ: $9{,}15^0$)

3.13. Горизонтальная платформа, имеющая форму диска, может свободно вращаться вокруг вертикальной оси симметрии. На краю платформы стоит человек массой m = 60 кг. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы равна M = 240 кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки. (Ответ: 120^0)

3.14. Горизонтальная платформа, имеющая форму диска, может свободно вращаться вокруг вертикальной оси симметрии. На краю платформы стоит человек. Определить кинетическую энергию платформы после того, как человек спрыгнет с нее со скоростью υ = 4 м/с относительно земли, направленной по касательной к краю платформы? Масса платформы равна M = 240 кг, масса человека m = 70 кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки. (Ответ: 130,3 или 327 Дж)

3.15. Некоторая звезда имеет массу $m = 2\ 10^{30}$ кг, период вращения вокруг своей оси T = 24 суток, и радиус $R =7\ 10^8$ м. В процессе эволюции звезда уменьшила свой радиус в два раза. Как изменится ее кинетическая энергия, если масса осталась прежней? Считать звезду однородным шаром. (Ответ: Ув. в 4 раза или на $5{,}4\cdot10^{36}$ Дж)

3.16. В центре вращающегося горизонтального диска радиуса R= 25 см закреплен на шарнире конец тонкого стержня, расположенного вертикально вдоль оси диска. Длина стержня равна удвоенному радиусу диска. Масса диска m_1= 2 кг, масса стержня m_2 = 1 кг. Система вращается с угловой скоростью ω = 3 рад/с . Как изменится кинетическая энергия системы после того, как стержень упадет на поверхность диска и начнет вращаться вместе с ним без проскальзывания? (Ответ: Ум. на 0,16 Дж)

3.17. Однородный диск массой M = 2 кг и радиусом R = 20 см вращается с частотой n = 1 $с^{-1}$ вокруг вертикальной оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. С высоты h = 44 см на край диска падает и прилипает кусок пластилина массой m_2 = 100 г. Найти потерю механической энергии системы. (Ответ: 0;52 Дж)

3.18. На краю платформы в виде диска диаметром D = 2 м, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой n_1 = 8 $мин^{-1}$, стоит человек массой m_1 = 70 кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой n_2 = 10 $мин^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки. (Ответ: 280 кг)

3.19. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы m_1 = 320 кг, масса человека m_2 = 80 кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки. (Ответ: 120^0)

3.20. Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра, скатившегося без проскальзывания с наклонной плоскости высотой H = 20 см. Трение качения и сопротивление воздуха не учитывать. (Ответ: 1,6 м/с)

№4 Работа и энергия.

4.1. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек массой m_1 = 60 кг. Масса доски равна m_2 = 20 кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) равной υ = 1 м/с ? Массой колес пренебречь, трение колес об пол не учитывать. (Ответ: 0,75 м/с)

4.2. Снаряд, летевший со скоростью υ = 400 м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью u_1 = 150 м/с. Определить величину u_2 скорости большего осколка сразу после взрыва. (Ответ: 600 м/с)

4.3. Автомат имеет скорострельность 600 пуль в минуту. Масса каждой пули равна m_i = 9 г, ее начальная скорость при выходе из ствола υ_0 = 700 м/с. Найти среднюю силу отдачи F при стрельбе. (Ответ: 53 Н)

4.4. В деревянный шар массы m_1 =0,8 кг, подвешенный на нити длиной L = 1,8 м, попадает горизонтально летящая пуля массой m_2 = 4г. Определить, с какой скоростью летела пуля перед ударом, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол α = 30°? Удар пули считать прямым и центральным. (Ответ:437 м/с)

4.5. Шар массой m_1 = 1 кг движется в горизонтальном направлении со скоростью υ_1 = 4 м/с и сталкивается с шаром массой m_2 = 2 кг, движущемся ему навстречу со скоростью υ_2 = 3 м/с. Каковы скорости u_1 и u_2шаров после столкновения? Удар считать абсолютно упругим, прямым и центральным. (Ответ: 2,6 м/с ; 3,6 м/с)

4.6. Шар массой m_1 =3 кг движется со скоростью υ_2= 2 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2 = 5 кг. Определить общий импульс слипшихся шаров после удара? Удар считать абсолютно неупругим, прямым и центральным. (Ответ: 15 кг м/с)

4.7. Снаряд массой m_1 = 2 кг, летевший в космическом пространстве со скоростью υ_1 = 300 м/с, попадает в мишень массой m_2 =100 кг и застревает в ней. С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться мишень после попадания снаряда, если до попадания снаряда мишень двигалась навстречу снаряду со скоростью υ_2 = 20 м/с ? (Ответ:11,9 м/с)

4.8. Шар массой m_1 = 4 кг движется горизонтально со скоростью υ_1 = 5 м/с и сталкивается с шаром массой m_2 = 6 кг, который движется ему навстречу со скоростью υ_2 = 2 м/с. Считая удар прямым, центральным и абсолютно упругим, найти скорости шаров сразу после удара. (Ответ:1,4 м/с ; 4,4 м/с)

4.9. Вагон массой m = 35 тонн движется в железнодорожном тупике на пружинный упор со скоростью υ = 0,2 м/с. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на ΔL = 12 см. Определить максимальную силу F_{max} сжатия буферных пружин и время торможения Δt. (Ответ: $2{,}9 \cdot 10^3$ Н; 2,5 с)

4.10. Шар массой m_1 = 5 кг движется со скоростью υ = 1 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2 = 2 кг. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Шары считать однородными, абсолютно упругими, удар - прямым, центральным. (Ответ: 0,14 м/с; 1,4 м/с)

4.11. Лодка длиной L = 3 м и массой m = 120 кг стоит на спокойной воде. На носу и корме лодки находятся два рыбака массами m_1 = 60 кг и m_2 = 90 кг. Определить, на сколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки пройдут по лодке и поменяются местами? (Ответ:1 м)

4.12. Два конькобежца массами m_1= 80 кг и m_2= 50 кг, держась за натянутый шнур длиной L= 10 м, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур. Какой путь проскользит каждый конькобежец до встречи? Трением пренебречь. (Ответ: 3,9 м; 6,1 м)

4.13. На покоящийся шар массой m_1 = 5 кг налетает со скоростью υ_2 = 5 м/с второй шар массой m_2 = 3 кг. Направление движения второго шара изменилось на угол α = 45°. Определить скорости шаров после удара, считая шары абсолютно упругими. (Ответ: 2,3 м/с; 4,1 м/с)

4.14. Какова разность полной механической энергии спутника, находящегося на орбите, радиус которой равен двум радиусам Земли, и этого же спутника на стартовой площадке космодрома на поверхности Земли? Масса спутника равна 100 кг. (Ответ: $6{,}4 \cdot 10^9$ Дж)

4.15. На сколько переместится относительно берега лодка длиной L = 3,5 м и массой m_1 = 200 кг, если стоящий на корме человек массой m_2 = 80 кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу. (Ответ:1 м)

4.16. Стальной шарик массы m = 10 г движется со скоростью υ = 5 м/с по прямой, составляющей угол α = 60° с плоскостью гладкой стальной плиты. В результате абсолютно упругого удара импульс шарика изменился на величину Δp. Найти изменение импульса Δp. (Ответ:0,05 кг м/с)

4.17. Шар массой m_1 = 2 кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40% кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным. (Ответ: 3 кг)

4.18. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин с коэффициентами жесткости k_1 = 400 Н/м и k_2 = 250 Н/м, если первая пружина при этом растянулась на ΔL = 2 см. (Ответ: 0,2 Дж)

4.19. Пружина с коэффициентом жесткости k = 500 Н/м сжата силой F= 100 Н. Определить работу А внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на $\Delta \acute{L}$ = 2 см. Трение в системе не учитывать. (Ответ: 5 Дж)

4.20. Груз массы m= 0,5 кг падает с некоторой высоты на горизонтальную плиту массы M = 1 кг, укрепленную снизу на пружине жесткостью k = 980 Н/м. Определить максимальное сжатие пружины Δx, если в момент удара о плиту груз обладал скоростью υ = 10 м/с. (Ответ: ≈15 см)

№5. Релятивистская механика

5.1. Атомное ядро, вылетев из ускорителя со скоростью $\upsilon_я$ = 0,4 с, через время t = 1,47 мкс испустило α-частицу в противоположном своему движению направлении со скоростью υ_c = 0,8с относительно ядра. Через сколько времени после вылета ядра α - частица попадет в выходное отверстие ускорителя? (Ответ: 2,47 мкс)

5.2. Космическая частица движется со скоростью υ = 0,8с по направлению к Земле. Определитъ расстояние, пройденное частицей, если ее собственное время жизни равно 1 мкс. (Ответ:400 м)

5.3. Космический "путешественник" пересекает некоторую галактику со скоростью υ = 0,8c (где c – скорость света) за 1000 лет. Каков диаметр галактики в системе отсчета путешественника? (Ответ: 476 св. лет)

5.4. Два электрона вылетают из ускорителя с промежутком времени, равным 0,6 мкс, имея одинаковую скорость υ = 0,8c. Каков промежуток времени между моментами вылета электронов из ускорителя в собственной системе отсчета электронов? (Ответ: 1 мкс)

5.5. С какой скоростью должна лететь частица для того, чтобы отсчет времени в лаборатории был в 10 раз больше собственного времени частицы. (Ответ: 0,995 c)

5.6. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы равно 10 нс. Найти путь, который пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни равно 20 нс. (Ответ: 5,2 м)

5.7. Две частицы, двигавшиеся в лабораторной системе отсчета по одной прямой с одинаковой скоростью υ = 0,75c (где c – скорость света), попали в неподвижную мишень с промежутком времени Δt = 50 нс. Найти расстояние между частицами до попадания в мишень в собственной системе отсчета. (Ответ: 17 м)

5.8. Космический корабль пролетел 5 млн. км со скоростью 10 км/с относительно Земли. Насколько при этом отстали часы астронавтов от часов, находящихся на Земле? (Ответ: 278 мкс)

5.9. Самая близкая к Земле звезда называется Проксима Центавра. Расстояние до нее приблизительно равно 4,3 световых года. "Космический путешественник" летит от Земли к этой звезде со скоростью υ_2 = 0,95c (где c – скорость света). Сколько времени продлится это путешествие по земным часам и по часам "астронавта"? (Ответ: 4,5 года; 1,4 года)

5.10. В верхних слоях атмосферы рождается частица μ- мезон, движущаяся со скоростью $\upsilon_2 = 0{,}99\ c$ (где c – скорость света). До распада она успевает пролететь 5 км. Каково собственное время жизни μ - мезона? (Ответ: 2,4 мкс)

5.11. Протону сообщена кинетическая энергия равная 47 МэВ. На сколько процентов возросла его релятивистская масса? (Ответ: 5%)

5.12. Какую нужно иметь массу покоя вещества (при условии ее полной реализации), чтобы удовлетворить годовую потребность страны в энергии (приблизительно $W = 10^{13}$ кВт ч.). (Ответ: 400 кг)

5.13. Масса движущегося протона равна $2{,}25\ \cdot 10^{-27}$ кг. Найти скорость и кинетическую энергию протона. (Ответ: $0{,}67c$; 326 МэВ)

5.14. Электрон движется со скоростью $0{,}5c$ (где c – скорость света). Во сколько раз релятивистская масса электрона больше массы покоя? (Ответ: 1,15)

5.15. Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта, равно $0{,}88{\cdot}10^{11}$ Кл/кг. Определить скорость электрона, если известно, что электрический заряд является инвариантной величиной. (Ответ: 0,866 c)

5.16. На сколько процентов релятивистская масса частицы больше массы покоя при скорости $3{\cdot}10^{7}$ м/с? (Ответ: 0,5%)

5.17. Импульс релятивистской частицы равен m_0c, где m_o- масса покоя, c – скорость света. Определить скорость частицы (в долях от скорости света). (Ответ: 0,7 с)

5.18. При нагревании тела его энергия возросла на 1 МДж. Насколько при этом изменится масса тела? (Ответ: $1{,}1{\cdot}10^{-11}$ кг)

5.19. Масса ракеты равна 1000 т. Какова должна быть ее скорость относительно наблюдателя, чтобы последний зарегистрировал релятивистское увеличение массы на 1 г? (Ответ: 13,4 км/с)

5.20. Скорость частицы $\upsilon = 0{,}5c$ (где c – скорость света). Во сколько раз нужно ее увеличить, чтобы энергия частицы увеличилась в 4 раза? (Ответ: В 2 раза)

№6. Элементы механики сплошной среды

6.1. Подводная лодка находится на глубине $h = 100$ м. Сколько воды проникает за одну секунду в лодку, если в корпусе образовалось круглое отверстие диаметром $d = 2$ см? Давление воздуха в лодке превышает атмосферное на $\Delta P =$ 2 кПа. (Ответ: 3,9 л/с)

6.2. Горизонтальный цилиндр насоса имеет диаметр $D = 20$ см. В нем движется со скоростью $\upsilon = 1$ м/с поршень, выталкивая воду из отверстия диаметром $d = 2$ см. Каково избыточное давление воды в цилиндре? (Ответ: 5 Мпа)

6.3. В бак заливается вода со скоростью 2 л/с. В дне бака образовалось отверстие площадью $S = 0{,}8$ см^2. Пренебрегая вязкостью воды, определить установившийся уровень воды в баке. (Ответ: 31,9 м)

6.4. Бак наполнен водой до уровня H = 1,5 м от дна (рис. 15). На расстоянии h = 1 м от поверхности воды образовалось отверстие малого диаметра. На каком расстоянии от бака падает на пол струя, вырывающаяся из отверстия, если над поверхностью воды в баке поддерживается давление выше атмосферного на Δp = 50 кПа? (Ответ:3,5 м)

6.5. К поршню спринцовки, расположенной горизонтально, приложена сила (см. рис. 16) F = 15 Н. Определить скорость вытекающей из наконечника спринцовки жидкости, если площадь поршня S_1 = 12 см^2, площадь выходного отверстия наконечника S_2 = 1мм^2. (Ответ: 7,8 м/с)

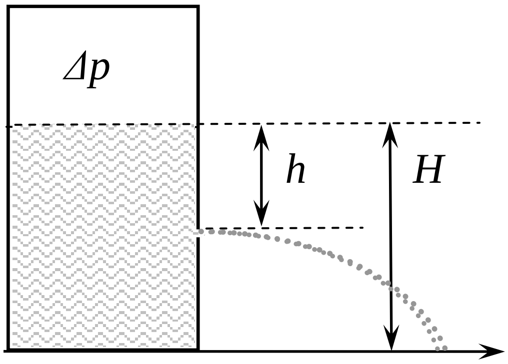

Рис. 14

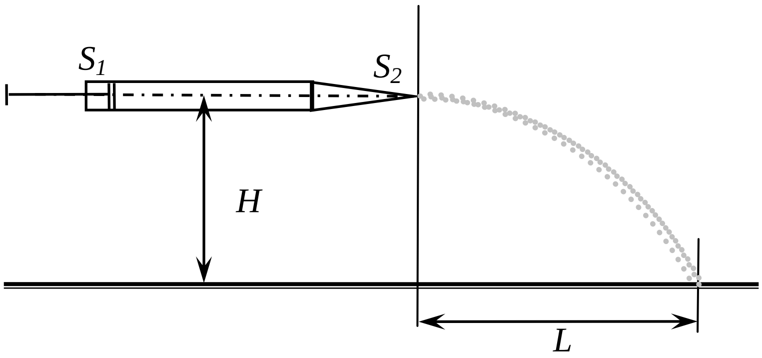

Рис. 15

6.6. Струя воды с площадью поперечного сечения S_2 = 4 см^2 вырывается в горизонтальном направлении из брандспойта, расположенного на высоте H = 2 м над поверхностью Земли, и падает на эту поверхность на расстоянии L = 8 м (рис. 15). Пренебрегая сопротивлением воздуха движению воды, найти избыточное давление воды в гибком рукаве, если его площадь поперечного сечения S_1 = 50 см^2. (Ответ: 78 кПа)

6.7. Какую работу необходимо совершить, чтобы, действуя постоянной силой F на поршень, выдавить из горизонтально расположенного цилиндра 2 литра воды за 1 минуту? Площадь сечения отверстия в цилиндре S_2 = 0,1см^2 (Рис. 16). Трением и вязкостью пренебречь. (Ответ: 11 Дж)

6.8. Насосная станция города поддерживает в водопроводе на уровне пола первого этажа избыточное над атмосферным давление Δp = 500 кПа. На третьем этаже в трубе образовалось отверстие диаметром d = 2 мм. Отверстие находится на высоте 10,2 м от уровня пола первого этажа. Какой объем воды выльется из отверстия за 10 мин? (Ответ: 53,3 л)

6.9. Водомер представляет собой горизонтальную трубу переменного сечения, в которую впаяны две вертикальные манометрические трубки одинакового сечения (рис. 17). По трубе протекает вода. Пренебрегая вязкостью воды, определить ее массовый расход, если разность уровней в манометрических трубках

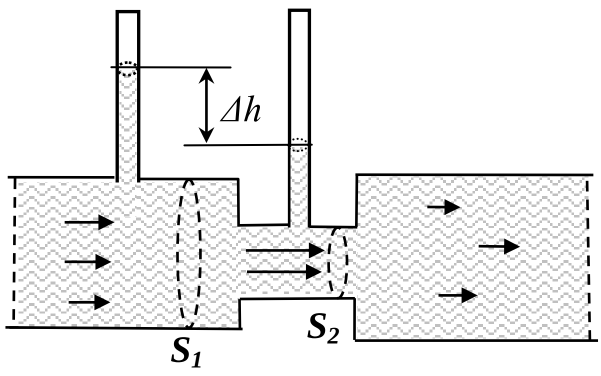

Рис.17

h = 8 см, а сечения трубы у основания манометрических трубок соответственно равны S_1 = 6 см^2 и S_2 = 12 см^2. (Ответ: 868 г/с)

6.10. Шприц, применяемый для заправки смазкой подшипников самолета, заполнили для промывки керосином. Радиус поршня шприца R = 2 см, ход поршня L=5см. Радиус выходного отверстия шприца r = 2 мм. Пренебрегая вязкостью керосина и трением поршня о стенки, определить время, за которое вытечет керосин из шприца, если давить на поршень с постоянной силой F = 5 Н. Плотность керосина принять равной 800 кг/м . (Ответ: 7,9 м)

6.11. В широкой части горизонтально расположенной трубы течет керосин со скоростью υ = 2 м/с. Определить его скорость в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы равна 6,65 кПа. Плотность керосина равна 800 кг/м^3. (Ответ: 4,54 м/с)

6.12. Широкий сосуд с небольшим отверстием в дне наполнен водой и керосином. Пренебрегая вязкостью, найти скорость вытекающей воды, если толщина слоя воды H = 30 см, а слоя керосина h = 20 см. Плотность керосина равна 800 кг/м^3. (Ответ: 3 м/с)

6.13. Компрессор автозаправщика обеспечивает избыточное давление ΔP = 30 кПа. Сколько времени необходимо для дозаправки воздушного судна авиатопливом, если выходное отверстие шланга находится на 3 м выше компрессора и его площадь равна 5 см^2. Необходимо дозаправить 1000 кг топлива, плотность которого равна 800 кг/м^3. (Ответ: 621 с)

6.14. В сосуд заливается вода со скоростью 0,5 л/с. Пренебрегая вязкостью воды, определить диаметр отверстия в дне сосуда, при котором вода поддерживалась бы в нем на постоянном уровне h = 20 см. (Ответ: 1,8см)

6.15. В дне сосуда имеется отверстие диаметром d = 3 мм. Вода в сосуде поддерживается на постоянном уровне, равном h. Считая, что струя не разбрызгивается, и пренебрегая силами трения жидкости, определить диаметр струи, вытекающей из сосуда на расстоянии $H = 2h$ от дна. (Ответ: 2,28 мм)

6.16. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью υ = 25 м/с? Плотность краски равна 800 кг/м^3. Вязкостью пренебречь. (Ответ:350 кПа)

6.17. Расход воды в агрегате для мойки воздушных судов Q = 50 л/с. Агрегат содержит 52 насадки, каждая из которых имеет несколько одинаковых отверстий с общей площадью S = 2,2 см^2. Какое дополнительное давление должен создавать насос, находящийся на h = 3 м ниже насадок при работе агрегата? (Ответ: 39 кПа)

6.18. Цилиндрическая муфта насажена на вал радиуса R с зазором d ($d<<R$) заполненным смазкой вязкостью η (рис.18). Высота муфты равна H. Как изменится мощность, которую развивают силы вязкого трения, если скорость перемещения муфты увеличится в два раза? (Ответ: Увел. в 4 раза)

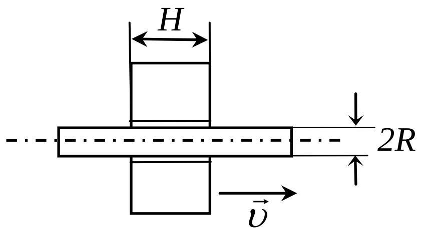	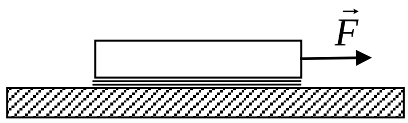
Рис.18	Рис.19

6.19. Определить работу силы вязкого трения в задаче 6.18 при перемещении муфты на расстояние L за время t. (Ответ: $A_{тр} = -\eta 2\pi RHL^2/td$)

6.20. Между горизонтальным столом и плоской поверхностью детали площадью S находится тонкий слой смазки толщиной d (рис.19). Вязкость смазки равна η. Как изменится мощность силы вязкого трения при уменьшении скорости скольжения детали в 3 раза? (Ответ: Уменьш. в 9 раз)

№7. Гармонические колебания. Сложение гармонических колебаний

7.1. Складываются два колебания одинакового направления и одинаковой частоты. Законы колебаний имеют вид:

$$x_1(t) = 3\cos(5\pi t + \frac{\pi}{6}), \quad x_2(t) = 2\sin(5\pi t - \frac{2\pi}{3}).$$

Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания. Записать закон результирующего колебания, изобразить колебания в виде векторов на координатной плоскости. (Ответ:4,1 м; 0,4 с; 1,1π)

7.2. Складываются два колебания одинакового направления и одинаковой частоты. Законы колебаний имеют вид:

$$x_1(t) = \sin(\pi t + \frac{\pi}{4}), \quad x_2(t) = 3\sin(\pi t + \frac{\pi}{6}).$$

Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания. Записать закон результирующего колебания, изобразить колебания в виде векторов на координатной плоскости. (Ответ: 4 м; 2 с; 018π)

7.3. Складываются два колебания одинакового направления и одинаковой частоты. Законы колебаний имеют вид:

$$x_1(t) = 3\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3}), \quad x_2(t) = 4\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}).$$

Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания. Записать закон результирующего колебания, изобразить колебания в виде векторов на координатной плоскости. (Ответ: 3,6 м; 1 с; 0,08π)

7.4. Складываются два колебания одинакового направления и одинаковой частоты. Законы колебаний имеют вид:

$$x_1(t) = \cos(3\pi t + \frac{2\pi}{3}), \quad x_2(t) = 3\sin(3\pi t - \frac{\pi}{6})$$

Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания. Записать закон результирующего колебания, изобразить колебания в виде векторов на координатной плоскости. (Ответ: 2,2 м; 0,6 с; –0,1π)

7.5. Складываются два колебания одинакового направления и одинаковой частоты. Законы колебаний имеют вид:

$$x_1(t) = 2\sin(5\pi t + \pi), \quad x_2(t) = 5\sin(\pi t + \frac{\pi}{4})$$

Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания. Записать закон результирующего колебания, изобразить колебания в виде векторов на координатной плоскости. (Ответ: 7,5 м; 2с; 0,37π)

7.6. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды A и периоды T. Эти колебания при сложении наблюдаются как одно колебание той же амплитуды A. Найти разность фаз складывающихся колебаний. Изобразить колебания в виде векторов на координатной плоскости. (Ответ: π/3)

7.7. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = A_1\cos(\omega t), \quad y = A_2\sin(\omega t),$$

где A_1 **=** 2см, A_2 = 1 см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

7.8. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = A_1\sin(\omega t), \quad y = A_2\cos(\omega t),$$

где A_1 = 1 см, A_2 = 2 см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

7.9. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = A_1\cos(\omega t), \quad y = A_2\sin(2\omega t),$$

где A_1= 2 см, A_2 = 1 см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

7.10. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = A_1\cos(\omega t), \quad y = A_2\sin(0{,}5\omega t),$$

где A_1= 2 см, A_2 = 3 см . Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

7.11. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, где A = 2 см, ω = 50 рад/с, $\varphi = \pi/4$ рад. Найти смещение точки $x(t)$, ее скорость $\upsilon(t)$ и ускорение $a(t)$ в момент времени t = 0,02 с. (Ответ: –0,052 м; 0,48 м/с; 6,5 м/с^2)

7.12. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, где A = 4 см, ω = 50 рад/с, $\varphi = \pi/4$ рад. Вычислить смещение точки $x(t_1)$, ее скорость $\upsilon(t_1)$ и ускорение $a(t_1)$ в момент времени t_1 = 0,02 с. (Ответ: –0,104 м; 0,96 м/с; 13 м/с^2)

7.13. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A\cos(\omega t)$, где A = 5 см, ω = 2 рад/с. Определить величину ускорения точки в тот момент времени, когда ее скорость υ = 8 см/с. (Ответ: 0,12 м/с^2)

7.14. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t)$ = A cos ωt , где A = 2 см, ω = 2рад/с. Определить величину скорости точки в тот момент времени, когда ее ускорение a = 4 см/с^2. (Ответ: 3 см/с)

7.15. Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания равна υ =10 см/с, максимальное ускорение a = 100 см/с . Найти угловую частоту и колебаний, их период T и амплитуду A. (Ответ: 10 с$^{-1}$; 0,6 с; 1см)

7.16. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A\sin(\omega t)$. В некоторый момент времени t, смещение точки оказалось равным $x(t_1)$ = 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение стало равным $x(t_2)$ = 8 см. Найти амплитуду колебаний. (Ответ: 8,3 см)

7.17. Колебания точки происходят по закону $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$. В некоторый момент времени t_i смещение точки $x(t_1)$ = 5 см, ее скорость равна $v(t_1)$ = 20 см/с, а ускорение $a(t_1)$ = – 80 см/с^2. Найти амплитуду A, угловую частоту ω, период T колебаний и фазу в момент времени t_1. (Ответ:7 см; 4 с$^{-1}$;1,57 с; $\pi/4$)

7.18. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A\cos(\omega t)$, где A = 4 см, ω= 2рад/с. Определить величину скорости точки в тот момент времени, когда ее ускорение a = 2 см/с^2. (Ответ: 0,08 м/с)

7.19. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A\cos(\omega t)$, где A = 10 см, ω = 2 рад/с. Определить величину ускорения точки в тот момент времени, когда ее скорость υ = 4 см/с. (Ответ: 0,39 м/с^2)

7.20. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = A_1\cos(\omega t), \quad y = A_2\sin(0{,}5\omega t),$$

где A_1 = 2 см, A_2 = 4 см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

№8. Гармонические колебания, период колебаний

8.1. Тонкий обруч диаметром d = 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Вывести формулу для периода малых колебаний обруча и рассчитать его величину. (Ответ: 1,5 с)

8.2. В воде плавает льдина в виде параллелепипеда высотой L= 0,5 м. Льдину слегка толкают в вертикальном направлении. Пренебрегая трением, определить период малых колебаний льдины. Плотность льда равна 900 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2. (Ответ: 1,35 с)

8.3. Маленькая шайба скользит без трения по дну чаши, имеющей форму полусферы, радиус которой R= 39,2 см. Пренебрегая трением, определить период малых колебаний шайбы. Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2. (Ответ: 1,26 с)

8.4. Определите период малых вертикальных колебаний шарика массы m = 40 г, укрепленного на середине горизонтально натянутой невесомой струны длины L = 1,0 м. Натяжение струны считать постоянным и равным F = 10Н. (Ответ: 0,2 с)

8.5. Тонкий однородный стержень шарнирно подвешен к потолку помещения и может совершать колебания в вертикальной плоскости. Найти период малых колебаний стержня, если его длина L = 1 м. Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2. (Ответ: 1,6 с)

8.6. Набухшее бревно, сечение которого постоянно по всей длине, погрузилось вертикально в воду так, что при равновесии над водой находится его небольшая часть по сравнению с длиной. После небольшого толчка бревно стало совершать малые колебания в вертикальном направлении с периодом T = 5 с. Определить длину погруженной части бревна при равновесии. (Ответ: 7,6 м)

8.7. На концах тонкого стержня длиной L =1 м и массой m_o = 1 кг укреплены шарики малых размеров с массами m_1 = 0,4 кг и m_2 = 0,3 кг. Стержень совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить период T колебаний стержня. Ускорение свободного падения g= 9,8 м/с^2. (Ответ: 21,9 с)

8.8. Физический маятник представляет собой тонкий стержень длиной L = 1 м и массой M = 1 кг, к одному из концов которого прикреплен маленький шарик массой m = 0,1 кг. Горизонтальная ось маятника проходит через середину стержня перпендикулярно ему. Определить период T колебаний такого маятника. (Ответ: 2,9 с)

8.9. Диск радиусом R = 24 см колеблется вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно плоскости диска. Определить период T колебаний такого маятника. Ускорение свободного падения g= 9,8 м/с^2. (Ответ: 1,2 с)

8.10. В открытую с обоих концов тонкую U - образную трубку с площадью поперечного сечения S = 0,4 см^2 быстро вливают ртуть массой m = 200 г. Трубка расположена в вертикальной плоскости. Определить период T колебаний ртути в трубке. Плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3. (Ответ: 0,9 с)

8.11. К вертикально висящей пружине подвешен груз. При этом пружина удлиняется на $\Delta L = 9{,}8$ см. После небольшого воздействия груз начинает совершать вертикальные колебания. Каким должен быть коэффициент затухания, чтобы логарифмический декремент затухания колебаний был $\lambda = 0{,}06$?

(Ответ: 0,095 с$^{-1}$)

8.12. Во сколько раз уменьшится амплитуда через 50 затухающих колебаний, если логарифмический декремент затухания равен 0,02? (Ответ: 2,7)

8.13. Энергия колеблющейся системы в начальный момент равна 2 Дж. На сколько она уменьшится через два полных колебания, если логарифмический декремент затухания $\lambda = 0{,}02$? (Ответ: 0,16 Дж)

8.14. Груз массой m = 5 г под воздействием пружины с коэффициентом упругости $k = 0{,}5$ Н/м совершает затухающие колебания в среде с коэффициентом сопротивления $\gamma = 0{,}005$ кг/с. Определить добротность системы. (Ответ: 10)

8.15. Система совершила 314 колебаний за 100 с. За это время амплитуда колебаний уменьшилась в е раз. Определить добротность системы. (Ответ: 1973)

8.16. Логарифмический декремент затухания маятника $\lambda = 0{,}003$. Определить число колебаний, которое должен совершить маятник, чтобы его амплитуда уменьшилась в два раза. (Ответ: 231)

8.17.Амплитуда затухающих колебаний уменьшилась за время $t = 10$ с в е-раз ($e = 2{,}7$). При этом система успела совершить 100 колебаний. Найти относительную убыль энергии колебательной системы ΔE/E за один период колебаний. (Ответ: 0,01)

8.18. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время t= 3 мин уменьшилась в 8 раз. Через сколько времени амплитуда уменьшится еще в 4 раза? (Ответ:Еще через 2 мин)

8.19. Амплитуда колебаний маятника длиной $L = 1$ м за время $t = 10$мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент затухания. (Ответ:0,0023)

8.20. Тело массой $m = 5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 50$ с оно потеряло 60% своей энергии. Определить коэффициент сопротивления. (Ответ:0,09 г/с)

Варианты задач для направления 25.03.01 (М) и специальности 25.05.03 (РТ)

Таблица 1

№№ Вари-анта	Номера задач							
00	1.12	2.17	3.2	4.17	5.9	6.18	7.3	8.8
01	1.5	2.20	3.17	4.15	5.10	6.14	7.7	8.17
02	1.18	2.7	3.14	4.9	5.3	6.8	7.15	8.9
03	1.20	2.14	3.16	4.6	5.15	6.3	7.16	8.11
04	1.10	2.19	3.4	4.13	5.18	6.15	7.12	8.16
05	1.19	2.10	3.4	4.17	5.6	6.3	7.7	8.14
06	1.9	2.3	3.14	4.12	5.20	6.16	7.11	8.10
07	1.1	2.1	3.3	4.4	5.6	6.7	7.8	8.9
08	1.2	2.3	3.4	4.5	5.7	6.8	7.9	8.10
09	1.3	2.3	3.5	4.6	5.8	6.9	7.10	8.11
10	1.4	2.4	3.6	4.7	5.9	6.10	7.11	8.12
11	1.16	2.7	3.2	4.8	5.3	6.18	7.5	8.2
12	1.17	2.20	3.12	4.4	5.14	6.10	7.11	8.11
13	1.19	2.7	3.18	4.13	5.11	6.17	7.16	8.8
14	1.14	2.5	3.16	4.6	5.5	6.10	7.7	8.12
15	1.10	2.14	3.19	4.17	5.6	6.20	7.17	8.19
16	1.7	2.16	3.2	4.3	5.11	6.4	7.12	8.13
17	1.12	2.9	3.8	4.18	5.5	6.19	7.16	8.7
18	1.4	2.10	3.2	4.8	5.1	6.20	7.10	8.11
19	1.5	2.14	3.16	4.18	5.17	6.9	7.12	8.6
20	1.8	2.17	3.17	4.13	5.2	6.14	7.2	8.19
21	1.18	2.12	3.11	4.14	5.5	6.3	7.6	8.20
22	1.15	2.11	3.2	4.3	5.16	6.20	7.7	8.18
23	1.1	2.2	3.3	4.4	5.6	6.7	7.8	8.9
24	1.6	2.5	3.4	4.3	5.4	6.3	7.2	8.1

25	1.2	2.7	3.4	4.15	5.19	6.13	7.18	8.8
26	1.9	2.16	3.17	4.20	5.11	6.7	7.8	8.5
27	1.10	2.6	3.12	4.9	5.3	6.4	7.2	8.14
28	1.7	2.11	3.18	4.12	5.17	6.2	7.20	8.10
29	1.12	2.13	3.14	4.15	5.18	6.19	7.10	8.15
30	1.3	2.4	3.5	4.6	5.10	6.11	7.12	8.13
31	1.19	2.19	3.2	4.9	5.20	6.19	7.18	8.17
32	1.8	2.9	3.10	4.11	5.13	6.14	7.15	8.16
33	1.9	2.10	3.18	4.16	5.12	6.13	7.7	8.19
34	1.3	2.7	3.19	4.9	5.11	6.3	7.15	8.17
35	1.20	2.5	3.14	4.11	5.8	6.8	7.8	8.9
36	1.11	2.16	3.2	4.7	5.9	6.1	7.1	8.13
37	1.12	2.17	3.3	4.8	5.6	6.2	7.2	8.8
38	1.13	2.18	3.4	4.9	5.7	6.3	7.3	8.7
39	1.14	2.19	3.6	4.4	5.1	6.4	7.4	8.6
40	1.15	2.20	3.8	4.3	5.4	6.5	7.5	8.5
41	1.8	2.12	3.17	4.7	5.3	6.11	7.9	8.13
42	1.4	2.8	3.16	4.17	5.2	6.6	7.9	8.10
43	1.11	2.13	3.12	4.7	5.8	6.2	7.3	8.15
44	1.20	2.14	3.11	4.8	5.19	6.1	7.4	8.14
45	1.19	2.15	3.10	4.9	5.20	6.20	7.5	8.13
46	1.18	2.16	3.9	4.10	5.10	6.18	7.6	8.7
47	1.17	2.17	3.8	4.11	5.5	6.17	7.7	8.8
48	1.12	2.7	3.10	4.16	5.17	6.10	7.7	8.17
49	1.2	2.13	3.15	4.9	5.18	6.2	7.18	8.14
50	1.14	2.12	3.13	4.8	5.19	6.20	7.13	8.9
51	1.3	2.5	3.15	4.4	5.4	6.7	7.2	8.11
52	1.11	2.7	3.6	4.6	5.7	6.10	7.20	8.12
53	1.9	2.5	3.19	4.5	5.19	6.11	7.8	8.16

54	1.19	2.3	3.6	4.9	5.13	6.15	7.5	8.11
55	1.5	2.8	3.1	4.10	5.2	6.12	7.10	8.3
56	1.4	2.18	3.13	4.20	5.14	6.20	7.17	8.14
57	1.12	2.17	3.8	4.6	5.4	6.16	7.4	8.16
58	1.20	2.7	3.2	4.19	5.18	6.3	7.8	8.18
59	1.11	2.12	3.16	4.10	5.14	6.6	7.2	8.14
60	1.12	2.19	3.2	4.11	5.15	6.9	7.5	8.7
61	1.19	2.5	3.9	4.6	5.17	6.2	7.2	8.17
62	1.3	2.13	3.1	4.17	5.9	6.1	7.4	8.8
63	1.14	2.8	3.20	4.16	5.19	6.6	7.12	8.5
64	1.12	2.10	3.11	4.10	5.9	6.8	7.11	8.14
65	1.17	2.20	3.14	4.18	5.19	6.15	7.5	8.13
66	1.12	2.7	3.6	4.1	5.1	6.16	7.2	8.4
67	1.9	2.17	3.1	4.5	5.7	6.9	7.4	8.1
68	1.19	2.2	3.5	4.18	5.12	6.16	7.5	8.2
69	1.20	2.1	3.17	4.11	5.6	6.17	7.11	8.7
70	1.9	2.16	3.7	4.9	5.8	6.20	7.8	8.3
71	1.14	2.12	3.1	4.6	5.19	6.2	7.14	8.17
72	1.4	2.10	3.18	4.13	5.3	6.16	7.18	8.15
73	1.13	2.14	3.12	4.11	5.9	6.8	7.1	8.2
74	1.1	2.13	3.14	4.12	5.10	6.9	7.2	8.3
75	1.2	2.1	3.13	4.14	5.11	6.10	7.3	8.4
76	1.3	2.2	3.1	4.13	5.12	6.11	7.4	8.5
77	1.4	2.3	3.2	4.1	5.14	6.12	7.5	8.7
78	1.5	2.4	3.3	4.2	5.13	6.14	7.6	8.6
79	1.13	2.14	3.15	4.17	5.11	6.4	7.20	8.3
80	1.6	2.10	3.19	4.8	5.7	6.1	7.5	8.18
81	1.1	2.3	3.1	4.3	5.3	6.1	7.3	8.1
82	1.4	2.5	3.4	4.2	5.6	6.7	7.8	8.9

83	1.9	2.10	3.2	4.9	5.4	6.16	7.7	8.13
84	1.11	2.11	3.11	4.1	5.11	6.11	7.11	8.11
85	1.13	2.13	3.13	4.13	5.13	6.2	7.2	8.2
86	1.5	2.5	3.5	4.6	5.5	6.6	7.6	8.6
87	1.6	2.7	3.7	4.7	5.7	6.7	7.1	8.1
88	1.14	2.14	3.14	4.14	5.1	6.1	7.14	8.14
89	1.15	2.15	3.15	4.15	5.2	6.15	7.15	8.15
90	1.9	2.17	3.1	4.10	5.15	6.18	7.18	8.18
91	1.5	2.9	3.12	4.3	5.20	6.7	7.2	8.14
92	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.15	7.7	8.13
93	1.17	2.17	3.17	4.17	5.17	6.17	7.17	8.17
94	1.1	2.1	3.1	4.1	5.18	6.18	7.1	8.12
95	1.18	2.10	3.10	4.19	5.6	6.5	7.2	8.6
96	1.13	2.12	3.16	4.1	5.16	6.4	7.13	8.7
97	1.15	2.20	3.1	4.4	5.12	6.11	7.11	8.15
98	1.9	2.7	3.5	4.2	5.9	6.17	7.18	8.3
99	1.3	2.19	3.14	4.8	5.8	6.10	7.16	8.13

Варианты задач для контрольной работы №1
для направления 25.03.02 (АК)

Студент-заочник специальности АК (25.03.02) в контрольной работе №1 (в первом семестре) должен выполнить 10задач. Из них пять (5) задач по разделу «Механика» согласно **таблице 2** (см. ниже)из настоящего пособия «Физика: ч.1 Физические основы механики».Еще пять (5) задач по «Термодинамике»необходимо решить согласно **таблице 3** своего варианта. из пособия «Физика: ч.2 Молекулярная физика и термодинамика». Методическое пособие и контрольные задания. - М. МГТУ ГА. 2013.

Студент должен решить задачи того варианта, номер которого совпадает с последними двумя цифрами его шифра.

Таблица 2

Варианты задач для контрольной работы №1 для направления 25.03.02 (АК) по разделу «Механика»

№№ Вари-анта	Номера задач из ч.1 «Физические основы механики».				№ Вари-анта	Номера задач из ч.1 «Физические основы механики»			
00	2.12	4.8	6.19	7.20	8.13	**24**	2.13	4.12	6.10	7.9	8.2
01	2.5	4.4	6.24	7.2	8.2	**25**	2.1	4.14	6.11	7.10	8.3
02	2.7	4.6	6.7	7.10	8.20	**26**	2.2	4.13	6.12	7.11	8.4
03	2.5	4. 4	6.19	7.11	8.3	**27**	2.3	4.1	6.14	7.12	8.5
04	2.3	4.9	6.13	7.15	8.5	**28**	2.4	4.2	6.13	7.14	8.6
05	2.2	4.10	6.2	7.12	8.10	**29**	2.14	4. 1	6.11	7.4	8.20
06	2.18	4.20	6.14	7.2	8.17	**30**	2. 3	4.8	6.7	7.1	8.5
07	2.17	4.2	6.4	7.16	8.4	**31**	2.3	4.3	6.3	7.1	8.3
08	2.7	4.19	6.18	7. 2	8.8	**32**	2.3	4.2	6.6	7.7	8.8
09	2. 3	4.10	6.14	7.1	8.2	**33**	2.13	4.12	6.12	7.12	8.12
10	2.19	4.11	6.15	7.9	8. 4	**34**	2.11	4.11	6.11	7.11	8.11
11	2.5	4.2	6.17	7.2	8.2	**35**	2.13	4.13	6.13	7.2	8.2
12	2. 3	4.17	6.9	7.1	8.4	**36**	2.5	4.6	6.5	7.6	8.6
13	2.12	4.16	6.19	7.6	8.12	**37**	2.7	4.7	6.7	7.7	8.1
14	2.13	4.10	6.9	7.8	8.15	**38**	2.14	4.14	6.1	7.1	8.14
15	2.20	4.18	6.19	7.15	8.14	**39**	2.15	4.15	6.2	7.15	8.15
16	2.7	4.1	6.1	7.16	8.2	**40**	2.17	4.10	6.15	7.18	8.18
17	2.17	4.5	6.12	7.9	8.4	**41**	2.13	4.3	6.12	7.7	8.2
18	2.2	4.14	6.12	7.16	8.13	**42**	2.2	4.2	6.2	7.12	8.12
19	2.1	4.11	6.6	7.11	8.11	**43**	2.17	4.17	6.17	7.17	8.17
20	2.14	4.9	6.14	7.20	8.8	**44**	2.1	4.1	6.18	7.18	8.1
21	2.12	4.6	6.19	7.2	8.14	**45**	2. 3	4.19	6. 4	7.5	8.2
22	2.10	4.13	6.3	7.16	8.18	**46**	2.12	4.1	6.16	7.4	8.13
23	2.14	4.11	6.9	7.8	8.1	**47**	2.20	4.4	6.12	7.11	8. 5

48	2.7	4.2	6.9	7.17	8.18	**74**	2.5	4.3	6.4	7.3	8.2
49	2. 5	4.8	6.8	7.10	8.3	**75**	2. 1	4.15	6.19	7.13	8.18
50	2.17	4.2	6. 5	7.18	8.3	**76**	2.16	4.20	6.11	7.7	8.8
51	2.20	4.15	6.10	7.14	8.2	**77**	2.6	4.9	6.2	7.4	8.2
52	2.1	4. 2	6.3	7.8	8.15	**78**	2.11	4.12	6.17	7.2	8.20
53	2.14	4.6	6.15	7.24	8.13	**79**	2.13	4.15	6.18	7.19	8. 1
54	2.15	4.13	6.11	7.15	8.12	**80**	2.4	4.6	6.10	7.11	8.12
55	2.13	4.11	6.6	7.3	8.7	**81**	2.14	4.12	6.20	7.19	8.18
56	2.3	4.12	6.11	7.16	8.11	**82**	2.9	4.11	6.13	7.14	8.15
57	2.1	4.4	6.6	7.7	8.8	**83**	2.10	4.16	6.12	7.13	8.7
58	2.2	4.5	6.7	7.8	8.9	**84**	2.11	4.12	6.11	7.3	8.15
59	2.3	4.6	6.8	7.9	8.10	**85**	2.5	4.11	6.8	7.17	8.8
60	2.4	4.7	6.9	7.10	8.11	**86**	2.16	4.7	6.9	7.1	8.1
61	2.11	4.8	6.3	7.18	8.14	**87**	2.17	4.8	6.6	7.2	8.2
62	2.20	4.4	6.14	7.10	8.15	**88**	2.18	4.9	6.7	7.3	8.3
63	2.7	4.13	6.11	7.17	8.2	**89**	2.19	4.4	6.13	7.4	8.4
64	2. 1	4.6	6.5	7.10	8.12	**90**	2.20	4.3	6.21	7.5	8.5
65	2.14	4. 1	6.6	7.20	8.17	**91**	2.12	4.7	6.3	7.11	8.5
66	2.16	4.3	6.11	7.4	8.12	**92**	2.2	4.11	6.13	7.6	8.9
67	2.9	4.2	6.5	7.19	8.16	**93**	2.13	4.7	6.8	7.2	8.3
68	2.3	4.8	6.2	7.20	8.2	**94**	2.14	4.8	6.19	7.1	8.4
69	2.14	4.18	6.17	7.9	8.12	**95**	2.15	4.9	6.20	7.18	8.5
70	2.17	4.13	6.3	7.14	8.2	**96**	2.16	4.10	6.11	7. 4	8.6
71	2.12	4.2	6.5	7.2	8.6	**97**	2.17	4.11	6.12	7.2	8.7
72	2.11	4.3	6.16	7.20	8.2	**98**	2.7	4.16	6.17	7.10	8.7
73	2.2	4.4	6.6	7.7	8.8	**99**	2.2	4.9	6.18	7.13	8.18

Таблица 3

Варианты задач для контрольной работы №1 по разделу «Термодинамика» для направления 25.03.02 (АК) (ч.2.«*Молекулярная физика и термодинамика»)*

№№ Вари-анта	Номера задач ч.2 .«*Молекулярная физика и термодинамика»)*					№№ Вари-анта	Номера задач ч.2 «*Молекулярная физика и термодинамика»)*				
00	2.17	3.2	4.17	5.9	7.3	**25**	2.7	3.4	4.15	5.19	7.18
01	2.20	3.17	4.15	5.10	7.7	**26**	2.16	3.17	4.20	5.11	7.8
02	2.7	3.14	4.9	5.3	7.15	**27**	2.6	3.12	4.9	5.3	7.2
03	2.14	3.16	4.6	5.15	7.16	**28**	2.11	3.18	4.12	5.17	7.20
04	2.19	3.4	4.13	5.18	7.12	**29**	2.13	3.14	4.15	5.18	7.10
05	2.10	3.4	4.17	5.6	7.7	**30**	2.4	3.5	4.6	5.10	7.12
06	2.3	3.14	4.12	5.20	7.11	**31**	2.19	3.2	4.9	5.20	7.18
07	2.1	3.3	4.4	5.6	7.8	**32**	2.9	3.10	4.11	5.13	7.15
08	2.3	3.4	4.5	5.7	7.9	**33**	2.10	3.18	4.16	5.12	7.7
09	2.3	3.5	4.6	5.8	7.10	**34**	2.7	3.19	4.9	5.11	7.15
10	2.4	3.6	4.7	5.9	7.11	**35**	2.5	3.14	4.11	5.8	7.8
11	2.7	3.2	4.8	5.3	7.5	**36**	2.16	3.2	4.7	5.9	7.1
12	2.20	3.12	4.4	5.14	7.11	**37**	2.17	3.3	4.8	5.6	7.2
13	2.7	3.18	4.13	5.11	7.16	**38**	2.18	3.4	4.9	5.7	7.3
14	2.5	3.16	4.6	5.5	7.7	**39**	2.19	3.6	4.4	5.1	7.4
15	2.14	3.19	4.17	5.6	7.17	**40**	2.20	3.8	4.3	5.4	7.5
16	2.16	3.2	4.3	5.11	7.12	**41**	2.12	3.17	4.7	5.3	7.9
17	2.9	3.8	4.18	5.5	7.16	**42**	2.8	3.16	4.17	5.2	7.9
18	2.10	3.2	4.8	5.1	7.10	**43**	2.13	3.12	4.7	5.8	7.3
19	2.14	3.16	4.18	5.17	7.12	**44**	2.14	3.11	4.8	5.19	7.4
20	2.17	3.17	4.13	5.4	7.2	**45**	2.15	3.10	4.9	5.20	7.5
21	2.12	3.11	4.14	5.5	7.6	**46**	2.16	3.9	4.10	5.10	7.6
22	2.11	3.2	4.3	5.16	7.7	**47**	2.17	3.8	4.11	5.5	7.7
23	2.2	3.3	4.4	5.6	7.8	**48**	2.7	3.10	4.16	5.17	7.7

24	2.5	3.4	4.3	5.4	7.2	**49**	2.13	3.15	4.9	5.18	7.18
50	2.12	3.13	4.8	5.19	7.13	**76**	2.2	3.1	4.13	5.12	7.4
51	2.5	3.15	4.4	5.4	7.2	**77**	2.3	3.2	4.1	5.14	7.5
52	2.7	3.6	4.6	5.7	7.20	**78**	2.4	3.3	4.2	5.13	7.6
53	2.5	3.19	4.5	5.19	7.8	**79**	2.14	3.15	4.17	5.11	7.20
54	2.3	3.6	4.9	5.13	7.5	**80**	2.10	3.19	4.8	5.7	7.5
55	2.8	3.1	4.10	5.2	7.10	**81**	2.3	3.1	4.3	5.3	7.3
56	2.18	3.13	4.20	5.14	7.17	**82**	2.5	3.4	4.2	5.6	7.8
57	2.17	3.8	4.6	5.4	7.4	**83**	2.10	3.2	4.9	5.4	7.7
58	2.7	3.2	4.19	5.18	7.8	**84**	2.11	3.11	4.1	5.11	7.11
59	2.12	3.16	4.10	5.14	7.2	**85**	2.13	3.13	4.13	5.13	7.2
60	2.19	3.2	4.11	5.15	7.5	**86**	2.5	3.5	4.6	5.5	7.6
61	2.5	3.9	4.6	5.17	7.2	**87**	2.7	3.7	4.7	5.7	7.1
62	2.13	3.1	4.17	5.9	7.4	**88**	2.14	3.14	4.14	5.1	7.14
63	2.8	3.20	4.16	5.19	7.12	**89**	2.15	3.15	4.15	5.2	7.15
64	2.10	3.11	4.10	5.9	7.11	**90**	2.17	3.1	4.10	5.15	7.18
65	2.20	3.14	4.18	5.19	7.5	**91**	2.9	3.12	4.3	5.20	7.2
66	2.7	3.6	4.1	5.1	7.2	**92**	2.2	3.2	4.2	5.2	7.7
67	2.17	3.1	4.5	5.7	7.4	**93**	2.17	3.17	4.17	5.17	7.17
68	2.2	3.5	4.18	5.12	7.5	**94**	2.1	3.1	4.1	5.18	7.1
69	2.1	3.17	4.11	5.6	7.11	**95**	2.10	3.10	4.19	5.6	7.2
70	2.16	3.7	4.9	5.8	7.8	**96**	2.12	3.16	4.1	5.16	7.13
71	2.12	3.1	4.6	5.19	7.14	**97**	2.20	3.1	4.4	5.12	7.11
72	2.10	3.18	4.13	5.3	7.18	**98**	2.7	3.5	4.2	5.9	7.18
73	2.14	3.12	4.11	5.9	7.1	**99**	2.19	3.14	4.8	5.8	7.16
74	2.13	3.14	4.12	5.10	7.2						
75	2.1	3.13	4.14	5.11	7.3						