

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

---

**Кафедра физики  
Ю.В. Тихомиров**

# **ФИЗИКА**

## **ПОСОБИЕ**

**по выполнению лабораторных работ с элементами  
компьютерного моделирования**

*для студентов всех  
специальностей и направлений  
всех форм обучения*

**Москва - 2015**

ББК 53  
Т 46

Рецензент д-р техн. наук, проф. С.К. Камзолов

Тихомиров Ю.В.

Т 46     Физика: пособие по выполнению лабораторных работ с элементами компьютерного моделирования. - М.: МГТУ ГА, 2015. - 40 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Физика» по учебному плану для студентов всех специальностей и направлений всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 17.02.2015 г. и методического совета 24.02.2015 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Данный сборник содержит методические указания для выполнения лабораторных работ по молекулярной физике, в которых используются компьютерные модели, разработанные ООО «Физикон».

## ДОПУСК К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Для допуска:

- каждый студент предварительно оформляет свой персональный отчет по лабораторной работе (см. соответствующие требования);
- преподаватель индивидуально проверяет оформление отчета и задает вопросы по теории, методике измерений, установке и обработке результатов;
- студент отвечает на заданные вопросы (письменно в черновике отчета или устно);
- преподаватель допускает студента к работе и ставит свою подпись в отчете студента (графа «Допуск» в табличке на обложке).

## ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА для ДОПУСКА

Отчет для допуска к ЛР готовится заранее на двойных листах из школьной тетради в клетку (4-5 двойных листов в зависимости от почерка).

Первая страница (обложка) оформляется так:

Допуск	Измерения	Установка	Зачет

Лабораторная работа №\_\_  
Название:

Выполнил:  
студент группы \_\_\_\_\_  
ФИО \_\_\_\_\_  
Дата выполнения: \_\_\_\_\_  
Дата сдачи: \_\_\_\_\_

Следующие страницы имеют слева черновик, а справа – чистовик:

<p style="text-align: center;">ЧЕРНОВИК</p> <p>(здесь и далее на этой стороне должны быть представлены <b>все расчеты</b>, включая расчетные формулы и подстановку числовых значений)</p>	<p style="text-align: center;">ЧИСТОВИК</p> <p><i><b>Цель работы:</b></i> (переписать полностью из описания).</p> <p><i><b>Краткая теория</b></i> (выписать основные формулы и пояснить каждый символ, входящий в формулу).</p> <p><i><b>Экспериментальная установка</b></i> (нарисовать чертеж и написать наименование деталей).</p> <p><i><b>Таблицы</b></i> (состав таблиц и их количество определить <b>самостоятельно</b> в соответствии с методикой измерений и обработкой их результатов).</p> <p><i><b>Оформление отчета</b></i> (переписать <b>полностью</b> из описания). Этот раздел в описании может иметь и другое название, например, “Обработка результатов и оформление отчета”.</p>
---	--

## ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ К ЗАЧЕТУ

Полностью оформленная и подготовленная к зачету работа должна соответствовать следующим требованиям, которые могут уточняться преподавателем.

- Выполнены все **пункты** раздела описания «Оформление отчета».
- В черновике представлены все расчеты требуемых величин, заполнены ручкой все таблицы, построены все графики.
- **Графики** построены в соответствии с требованиями, приведенными ниже.
- Для всех характеристик в таблицах записаны соответствующие единицы измерения.
- Записаны **выводы** по каждому графику (см. ниже шаблон).
- Выписан **ответ** по установленной форме (см. ниже шаблон).
- Записаны **выводы** по результатам (см. ниже шаблон).

### Требования к ГРАФИКУ:

- график выполнен на миллиметровке или листе в клетку, размер не менее 1/2 тетрадного листа;
- на рисунке карандашом изображены **оси** декартовой системы, на концах осей – **стрелки**, символы характеристик, **единицы** измерения,  $10^N$ ;
- на каждой оси нанесен **равномерный масштаб** (**риски** через равные промежутки, **числа** через равное количество рисок);
- под или над графиком написано **полное** название графика **словами**;
- на рисунке **ярко** изображены экспериментальные и теоретические точки (разными символами);
- **форма** графика *не ломаная* и соответствует **теоретической** зависимости.

### ВЫВОД по ГРАФИКУ (шаблон):

Полученный экспериментально график зависимости \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_  
название функции словами  
 \_\_\_\_\_ имеет вид (прямой, проходящей через начало координат, прямой,  
название аргумента  
 параболы, гиперболы, плавной кривой) и качественно совпадает с теоретической зависимостью данных характеристик, имеющей вид \_\_\_\_\_.  
формула

**ОТВЕТ:** По результатам измерений и расчетов получено значение \_\_\_\_\_,  
название физической характеристики равно  $_____ = ( \underline{\quad} \pm \underline{\quad} ) \cdot 10^{-\underline{\quad}}$ .  
символ среднее абс.ошибка степень ед. измер

### ВЫВОД по РЕЗУЛЬТАТУ (шаблон):

Полученное экспериментально значение \_\_\_\_\_,  
полное название характеристики словами  
 равно \_\_\_\_\_, с точностью до ошибки измерений,  
число, единица измерения  
 составляющей \_\_\_\_\_, (совпадает, не совпадает) с табличным  
число, единица измерения  
 (теоретическим) значением этой характеристики, равным \_\_\_\_\_.  
число, единица измерения

По указанию преподавателя кроме абсолютной ошибки измерений может быть рассчитана и относительная ошибка измерений характеристики.

Расчет ошибки измерений производится студентом самостоятельно с учетом указаний преподавателя, с использованием компьютерных программ обработки результатов измерений методом наименьших квадратов и других методических материалов, рекомендованных кафедрами.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ по ВЫПОЛНЕНИЮ  
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- Исследование теплового движения молекул идеального газа и распределения Максвелла молекул по скоростям с помощью компьютерной модели газа.
- Определение массы молекул различных газов.

### ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Ознакомьтесь с отчетом лекций по данной теме. Изучите по учебнику соответствующий материал [1]. Кратко заотчетируйте теорию в отчет. Подготовьте таблицы. Ответьте на вопросы и выполните задания для самоконтроля.

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Как известно, молекулы газа находятся в непрерывном хаотическом движении, сталкиваясь друг с другом. В результате многократных столкновений скорость каждой частицы постоянно изменяется как по величине, так и по направлению. Из-за хаотического характера движения и очень большого количества столкновений за достаточное время наблюдения все **направления** движения равновероятны, т.е. в любом направлении в среднем движется одинаковое количество молекул. **Величина скорости** одной частицы меняется со временем по определенному закону, причем в соответствии с молекулярно-кинетической теорией средняя квадратичная скорость молекул массой  $m_0$  в газе, находящемся в состоянии равновесия, при  $T = \text{const}$  остается постоянной и равной

$$\langle v_{KB} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (1)$$

Как показывают эксперименты, в равновесном состоянии **маловероятными** являются значения скорости, как значительно превышающие среднюю квадратичную, так и приближающиеся к 0. Для более подробного математического описания распределения молекул газа по скоростям используют понятие вероятности.

**Вероятностью**  $P_i$  наличия у некоторой физической характеристики некоторого значения называется предел отношения количества измерений, давших это значение ( $N_i$ ), к полному числу измерений данной характеристики  $N$ , когда  $N \rightarrow \infty$ .

В макросистеме, состоящей из  $N$  частиц, относительное количество частиц

$dN/N$ , обладающих скоростью от  $v$  до  $v + dv$ ,

$$dP = \frac{dN}{N}, \quad (2)$$

есть вероятность  $dP_v$  наличия у частицы скорости, имеющей величину от  $v$  до  $v + dv$ . Эта вероятность пропорциональна диапазону скоростей  $dv$ :

$$dP_v = f(v) dv, \quad (3)$$

где  $f(v)$  – **функция распределения** молекул по величине скорости. Отсюда можно получить выражение для функции распределения

$$f(v) = \frac{dP}{dv} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv}, \quad (4)$$

т.е. функция распределения молекул по величине скорости есть **плотность вероятности наличия у частицы скорости в интервале** от  $v$  до  $v + dv$ .

В газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям, которое подчиняется вполне определенному статистическому закону. Данный закон для идеального газа был теоретически выведен Дж.Максвеллом на основе теории вероятностей:

$$f(v) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\left( \frac{mv^2}{2kT} \right)} 4\pi v^2. \quad (5)$$

Это выражение называется **закон о распределении молекул идеального газа по скоростям**. График данной функции представлен на рис.1

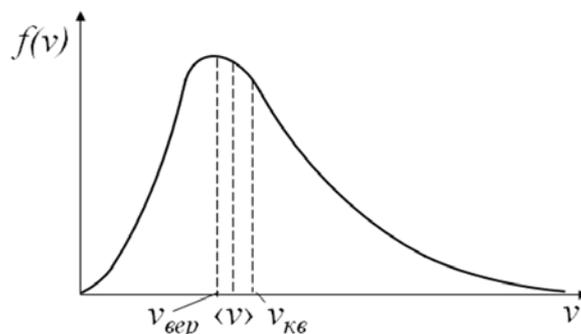


Рис.1. График распределения Максвелла молекул по величине скорости

Функция распределения Максвелла удовлетворяет условию нормировки:

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1. \quad (6)$$

Используя данную функцию распределения (5), можно получить формулы для средней квадратичной (1), средней и наиболее вероятной скоростей:

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} - \text{средняя скорость}. \quad (7)$$

**Наиболее вероятной** называется скорость  $v_v$ , при которой  $f(v)$  имеет **максимум**. В максимуме производная функции равна нулю, отсюда можем получить формулу для вычисления наиболее вероятной скорости

$$v_v = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (8)$$

## МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Для исследования поведения молекул газа, находящегося в стационарном состоянии, необходимо поместить газ в изолированный сосуд, и наблюдать за каждой его молекулой. Естественно, в реальных условиях это технически не реализуемо. Для моделирования процессов можно использовать компьютерный эксперимент, в котором визуально представляется движение достаточно большого числа шариков, которые абсолютно упруго сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда. При этом заранее трудно предсказать, сколько должно быть шариков, чтобы проявлялись с достаточной точностью статистические закономерности, в частности, распределение Максвелла. Лабораторные компьютеры за разумное время могут вычислить поведение до 100 шариков, что может оказаться достаточным. Далее шарики будем называть частицами.

Для исследования функции распределения частиц по величине скорости в такой компьютерной модели необходимо выбрать достаточно малый диапазон  $\Delta v$ . Опыт показывает, что при ограниченном количестве частиц в модели ( $N = 100$ ) относительная ширина диапазона должна составлять 5 – 10% от величины наиболее вероятной скорости.

Вычислительная программа компьютерной модели позволяет напрямую определять значения среднеквадратичной и наиболее вероятной скоростей молекул в идеальном газе. Если построить график зависимости квадратов измеренных наиболее вероятной и среднеквадратичной скоростей от температуры  $v_B^2(T)$  и  $v_{KB}^2(T)$ , то по угловым коэффициентам  $a$  этих зависимостей можно определить массу молекулы газа:

$$m = 2k \frac{\Delta T}{\Delta(v_B^2)} = \frac{2k}{a} \quad (9)$$

$$\text{и } m = 3k \frac{\Delta T}{\Delta(v_{KB}^2)} = \frac{3k}{a}. \quad (10)$$

Если при обработке на ЭВМ полученных зависимостей  $v_B^2(T)$  и  $v_{KB}^2(T)$  относительная ошибка углового коэффициента будет невелика (менее 5% от среднего значения, что считается приемлемым) то качество модели можно считать удовлетворительным.

Изображение на экране монитора компьютера (рис.2) демонстрирует компьютерную модель, позволяющую моделировать и исследовать поведение молекул идеального газа.

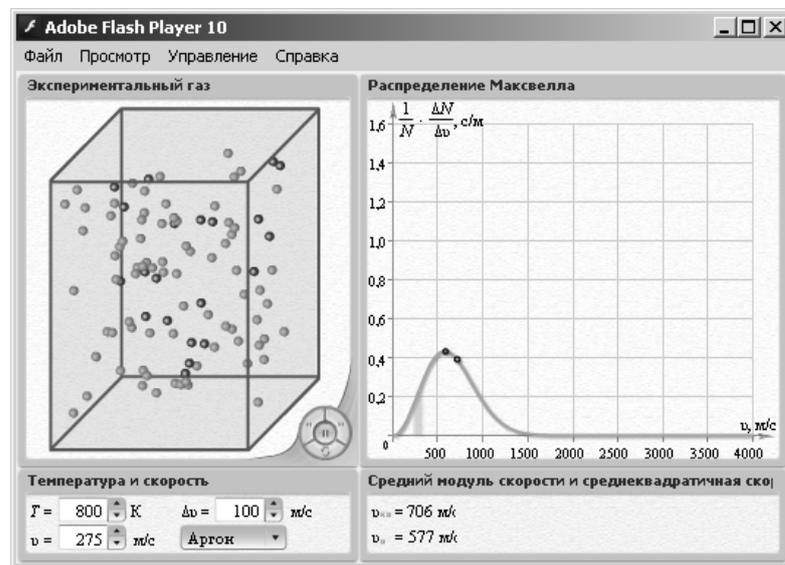


Рис.2. Компьютерная модель теплового движения молекул газа.

Частицы (молекулы) движутся в замкнутом объеме, изображенном в левом верхнем окне. Они абсолютно упруго сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда. Их количество равно 100, и данная система является «механической» моделью идеального газа. Для удобства наблюдения скорость процессов в модели уменьшена примерно в миллион раз.

В правом верхнем окне рис.2 приведен график функции распределения величины (модуля вектора) скорости молекул идеального газа. Две выделенные точки на графике соответствуют наиболее вероятной и средней квадратичной скоростям. Числовые значения этих скоростей приведены в окне под графиком.

В процессе исследований можно выделить частицы (окрашены красным цветом в левом окне рис.2), скорости которых лежат в заданном диапазоне  $\Delta v$  (его величина указана в левом нижнем окне и он окрашен зеленым цветом в

правом окне), то есть частицы, имеющие скорости в интервале от  $v$  до  $v + \Delta v$ .

При наведении курсора на кривую появляются значения скорости и функции распределения в данной точке.

Зарисуйте два верхних окна рис.2 в свой отчет лабораторной работы.

## ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В соответствии с указаниями преподавателя запустите программу компьютерного моделирования для данной лабораторной работы. Для наблюдения особенностей движения частиц изменяйте диапазон скоростей  $\Delta v$  и величину скорости  $v$  с помощью регулировок, расположенных слева внизу. Объясните изменения в количестве красных частиц в объеме, которые вы наблюдаете.

**Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.**

### ИЗМЕРЕНИЯ

1. Выберите газ в соответствии с табл.1 для вашей бригады (нажав кнопку около названия газа внизу слева на экране).

2. Используя кнопки регулировки диапазона скоростей  $\Delta v$ , установите минимальное значение ширины диапазона.

2. Нажимая кнопки около индикатора температуры (слева внизу), установите температуру  $T_1$ , указанную в табл. 1 для вашей бригады.

3. Наводя курсор на кривую, изображающую функцию распределения, найдите точку, где она максимальна и запишите значение наиболее вероятной скорости  $v_v$  в первый столбец табл.2. Значение среднеквадратичной скорости  $v_{КВ}$ , указанное в окне справа внизу, также запишите в первый столбец табл.2.

4. Увеличивая температуру на  $50^0$ , записывайте значения наиболее вероятной и среднеквадратичной скоростей в соответствующие столбцы табл.2.

5. Установите минимальную температуру из табл.1. Наводя курсор на отдельные точки кривой, изображающей функцию распределения, определите 12 значений функции, изменяя скорость с шагом примерно  $v_v/5$ . Внесите в табл. 3 значения скорости и функции распределения.

6. Установите максимальную температуру из табл.1 и повторите измерения по п.5, заносая результаты в табл. 4.

**Таблица 1**

**Примерные значения температуры (не перерисовывать)**

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Газ</i>	гелий	неон	аргон	криптон	гелий	неон	аргон	криптон
$T_1$	150	140	145	150	150	145	140	140
$T_2$	200	190	195	200	200	195	190	190
...								
$T_{14}$	800	790	795	800	800	795	790	790

Таблица 2

## Результаты измерений и расчетов для газа \_\_\_\_\_

Номер точки	1		14
$T, K$			
$v_B, \text{км/с}$			
$v_{KB}, \text{км/с}$			
$\langle v \rangle, \text{км/с}$			
$(v_B)^2, (\text{км/с})^2$			
$(v_{KB})^2, (\text{км/с})^2$			

Таблица 3

Функция распределения молекул по скоростям. Газ \_\_\_\_\_.  $T =$  \_\_\_\_\_

Номер точки	1		12
$v, \text{км/с}$	0		
$f(v), \text{отн.ед.}$	0		

Таблица 4

Функция распределения молекул по скоростям. Газ \_\_\_\_\_.  $T =$  \_\_\_\_\_

Номер точки	1		12
$v, \text{км/с}$	0		
$f(v), \text{отн.ед.}$	0		

Таблица 5

## Табличные значения

Газ	Водород	Гелий	Неон	Аргон	Криптон
Масса атома, $10^{-27}$ кг	1,66	6,64	33,2	66,4	139,44

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Для каждой температуры вычислите квадраты наиболее вероятной и среднеквадратичной скоростей. Среднюю скорость  $\langle v \rangle$  атомов газа вычислите по формуле (7), взяв значения массы атома из табл. 5. Результаты вычислений внесите в табл.2.

2. Постройте на одном чертеже графики зависимости квадрата наиболее вероятной и среднеквадратичной скоростей от температуры  $v_B^2(T)$  и  $v_{KB}^2(T)$ .

3. Обработайте полученные результаты на ЭВМ с помощью программы

$y = ax$  и графически: определите угловой коэффициент  $a$  каждой прямой и его ошибку (только на ЭВМ).

4. Используя формулы (9) и (10) определите значение массы атома газа.

5. По результатам табл.3 и табл.4 постройте на одном чертеже графики функций распределения данного газа при разных температурах.

6. Проанализируйте ответ и графики, используя при необходимости образцы, имеющиеся на стендах лаборатории.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дайте определение вероятности получения некоторого результата измерения.

2. Дайте определение вероятности при измерении величины скорости молекул идеального газа.

3. Что такое функция распределения молекул идеального газа по скоростям?

4. Как вычисляется среднее значение некоторой физической величины  $A$ , если известна ее функция распределения  $f(A)$ ?

5. Что такое макросистема? Каковы основные свойства макросистем?

6. Что такое тепловое движение? Каковы его особенности?

7. Опишите модель «идеальный газ».

8. Что характерно для графика функции распределения величины скорости молекул идеального газа?

9. Напишите формулу, определяющую среднее значение скорости молекул.

10. Напишите формулу, определяющую среднюю квадратичную скорость молекул.

11. Напишите условие, позволяющее вычислить наиболее вероятную скорость молекул.

12. Напишите выражение, связывающее среднюю скорость молекул идеального газа с температурой.

13. Напишите выражение, связывающее среднюю квадратичную скорость молекул идеального газа с температурой.

14. Напишите выражение, связывающее наиболее вероятную скорость молекул идеального газа с температурой.

15. Вычислите на сколько процентов отличаются средняя и средняя квадратичная скорости молекул идеального газа.

16. Вычислите на сколько процентов отличаются средняя и наиболее вероятная скорости молекул идеального газа.

### ЛИТЕРАТУРА

[1] – Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2008. Гл.8, § 48.

## Лабораторная работа

**АДИАБАТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС****Цель работы**

- Знакомство с адиабатическим процессом в идеальном газе с помощью компьютерной модели.
- Изучение закономерностей адиабатического процесса.
- Определение показателя адиабаты, количества степеней свободы и структуры молекул газа в данной модели.

**Подготовка к выполнению работы**

Ознакомьтесь с отчетом лекций по данной теме. Изучите по учебнику соответствующий материал [1]. Кратко заотчетируйте теорию в отчет. Подготовьте таблицы. Ответьте на вопросы и выполните задания для самоконтроля.

**Краткая теория**

Данная лабораторная работа посвящена исследованию одного из важных процессов, происходящих в **газообразном веществе** (газе). Этот процесс называют адиабатическим. Он происходит **без теплообмена** с внешней средой и занимает особое место среди всех процессов в газе, поскольку его используют во многих технических устройствах, например, в двигателях внутреннего сгорания.

При исследовании поведения вещества мы, как правило, имеем дело с объектами, состоящими из очень большого количества молекул (атомов), структура которых практически не меняется. Такие объекты принято называть **макросистемами**. Каждая частица макросистемы имеет собственные характеристики, например, массу. Кроме того, каждая частица движется, и ее движение тоже имеет определенные характеристики, например, скорость, ускорение, импульс и т.д. Количество частиц и их характеристик слишком велико, чтобы можно было анализировать поведение всей макросистемы, используя законы механики.

При исследовании макросистем применяется так называемый **термодинамический** метод, который использует физические параметры, характеризующие макросистему в целом. Они называются **параметрами состояния** (**термодинамическими параметрами**). Примерами являются концентрация частиц, температура, плотность и т. д.

В общем случае параметры состояния меняются со временем. Но особое место занимают состояния с неизменными параметрами – стационарные. **Стационарным** называется состояние системы, параметры которого остаются

неизменным во времени. **Равновесным** называется состояние, в которое переходит **изолированная** макросистема спустя достаточно длительное время. Равновесное состояние полностью характеризуется небольшим числом физических параметров состояния. Для **однородной** системы, состоящей из одинаковых частиц, например, для идеального газа, состояние системы полностью фиксируется заданием двух из трех величин: температуры  $T$ , объема  $V$  и давления  $p$ . **Уравнение состояния** связывает эти характеристики друг с другом.

Если параметры состояния системы меняются, принято говорить, что в системе происходит **термодинамический процесс**. Особое значение имеют достаточно медленные процессы, при которых система проходит через **состояния, близкие к равновесным**. Такие процессы называют **равновесными**.

В данной лабораторной работе исследуются процессы в газообразном веществе, для которого применима модель "**идеальный газ**". В этой модели молекулы взаимодействуют только при контакте упругим ударом, а их размерами можно пренебречь по сравнению со средним расстоянием между ними. **Уравнение состояния** идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1)$$

Важной характеристикой макросистемы является ее **внутренняя энергия**. Внутренняя энергия идеального газа есть сумма кинетических энергий всех его молекул и меняется с изменением температуры. Элементарная тепловая энергия  $\delta Q$ , переданная газу в элементарном процессе, идет на изменение его внутренней энергии  $dU$  и на совершение элементарной работы газа над другими телами  $\delta A = p dV$ . В соответствии с законом сохранения и превращения энергии

$$\delta Q = dU + p dV. \quad (2)$$

Элементарная тепловая энергия и элементарная работа не являются полными дифференциалами, поэтому их принято обозначать, как  $\delta Q$  и  $\delta A$ .

Это уравнение получило название **первого начала термодинамики**.

Тепловая энергия, переданная телу (газу), приводит к изменению его температуры

$$\delta Q = C_{\text{ТЕЛА}} dT,$$

где коэффициент пропорциональности  $C_{\text{ТЕЛА}}$  называется теплоемкостью тела.

**Теплоемкость** тела численно равна отношению количества тепла  $\delta Q$ , сообщенного телу, к изменению температуры тела  $dT$ , которое при этом произошло:

$$C_{\text{ТЕЛА}} = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (3)$$

Если газ не меняет свой объем ( $dV = 0$ ), то он не совершает работы, поэтому при постоянном объеме переданное ему тепло  $\delta Q$  идет только на изменение его внутренней энергии  $dU$ . Следовательно, используя (2) и (3), получим **теплоемкость при постоянном объеме**

$$C_V = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \frac{dU}{dT}. \quad (4)$$

Аналогично получим формулу для **теплоемкости при постоянном давлении**, которая связана с теплоемкостью при постоянном объеме соотношением

$$C_P = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_P = \frac{dU}{dT} + p \cdot \left( \frac{dV}{dT} \right)_P = C_V + p \cdot \left( \frac{dV}{dT} \right)_P. \quad (5)$$

Для макросистемы, состоящей из многоатомных молекул, следует учитывать влияния структуры молекулы на тепловые процессы. Любое движение молекулы можно представить в виде совокупности поступательного, вращательного движений и колебаний атомов внутри молекулы. Если энергия системы одноатомных молекул складывается только из кинетических энергий поступательного движения молекул, то для многоатомных молекул необходимо учитывать энергию их вращения и колебания атомов в молекуле. С этой целью используют понятие **числа степеней свободы** молекулы.

**Число** (количество) **степеней свободы** (обозначается  $i$ ) есть минимальное количество независимых величин (координат), необходимых для однозначного описания положения (движения) молекулы.

**Поступательному движению** молекулы в общем случае соответствует 3 степени свободы ( $n_{\text{пост}} = 3$ ).

**Вращательного движения** у материальной точки (МТ) нет, поэтому у **одноатомной** молекулы, моделью которой является МТ, есть только поступательное движение. Вращательному движению **многоатомной линейной** молекулы соответствует 2 вращательных степени свободы ( $n_{\text{вр}} = 2$ ), а если атомы в молекуле **не расположены на одной линии**, то 3 вращательных степени свободы ( $n_{\text{вр}} = 3$ ).

**Изменение энергии колебательного движения** атомов в молекуле возможно только в том случае, если при столкновениях энергии теплового движения молекулы достаточно для изменения энергии колебаний. Тогда атомы в молекуле можно моделировать, как МТ, соединенные **упругой связью** (пружинной), и для вычисления числа степеней свободы следует использовать удвоенное количество независимых колебаний атомов в молекуле ( $n_{\text{кол}}$ ). Подробные объяснения можно найти в учебнике [1].

Если изменение энергии колебательного движения атомов в молекуле не-

возможно, то колебания не вносят своего вклада в теплоемкость ( $n_{\text{КОЛ}} = 0$ ) и моделью молекулы можно считать две МТ, соединенные идеальным (абсолютно жестким и невесомым) стержнем (*жесткая связь*).

В классической статистической физике выводится закон Больцмана о *равнораспределении энергии по степеням свободы* молекул: для макросистемы, находящейся в равновесном состоянии, на каждую **поступательную** и **вращательную** степень свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная  $kT/2$ , а на каждую **колебательную** степень свободы (на каждое независимое колебание) – в среднем энергия, равная  $kT$ .

Для многоатомных молекул внутренняя энергия газа массы  $m$  есть сумма энергий всех его  $N$  молекул и, следовательно, зависит от числа степеней свободы всех возможных движений молекулы:

$$U = N \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT, \quad (6)$$

где число  $i$  определяется по формуле

$$i = 3 + n_{\text{ВР}} + 2 n_{\text{КОЛ}}. \quad (7)$$

Константа  $\gamma$ , связанная с числом  $i$  соотношением

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}, \quad (8)$$

входит в уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона), которое имеет вид:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (9)$$

поэтому константа  $\gamma$  называется *показателем адиабаты* (коэффициентом Пуассона).

Можно показать, что указанная константа связана с хорошо известной (и измеряемой) характеристикой идеального газа, называемой теплоемкостью и определяемой формулами (3), (4), (5).

Рассмотрим **молярную теплоёмкость** (теплоёмкость 1 моля вещества), не добавляя в её обозначение специального индекса.

Решая систему уравнений (4) и (6) при  $m = \mu$ , получим следующее выражение для **молярной теплоемкости при постоянном объеме** идеального газа

$$C_V = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R.$$

**Молярную теплоемкость при постоянном давлении** получим, решив систему уравнений (5), (6) и (1):

$$C_p = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_p = C_v + p \cdot \left( \frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R.$$

Отношение теплоемкостей (форма записи позволяет сразу увидеть, насколько это отношение отличается от 1)

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i} = \gamma, \quad (10)$$

т.е. в соответствии с формулой (8) равно постоянной адиабаты (в определенном диапазоне температур) для данного газа.

### Методика измерений

Формулу, которая имеет вид, удобный для **экспериментальной проверки** уравнения адиабаты, получим после логарифмирования уравнения (9):

$$\ln(p) = -\gamma \ln(V) + \ln(\text{const}). \quad (11)$$

Измеряя давление и объем при реализации адиабатического процесса и построив график зависимости (11), связывающий их логарифмы, мы должны получить прямую, угловой коэффициент которой  $a$  равен показателю адиабаты

$$\gamma = a = \frac{|\Delta(\ln p)|}{|\Delta(\ln V)|}. \quad (12)$$

Используя формулу (10), можно найти число степеней свободы  $i$

$$i = \frac{2}{\gamma - 1} \quad (13)$$

и определить структуру молекулы моделируемого газа.

### Ознакомительный эксперимент

Внимательно рассмотрите рис.1. В правом верхнем окне изображен тер-

моизолированный сосуд, содержащий газ под движущимся поршнем. На графике в левой части окна изображена зависимость давления от объема для данного газа. Зарисуйте два верхних окна рис.1 в свой отчет по лабораторной работе. **Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.**

В соответствии с указаниями преподавателя запустите программу компьютерного моделирования для данной лабораторной работы.

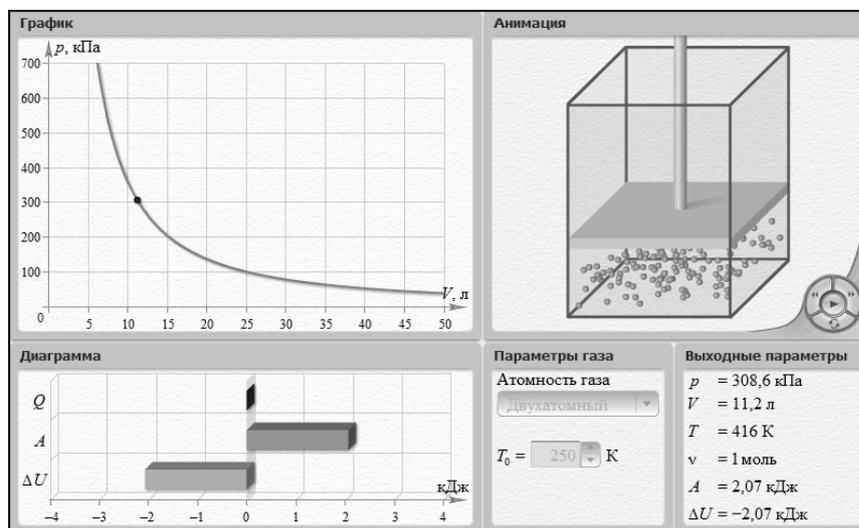


Рис.1. Модель газа, в котором происходит адиабатический процесс

Нажмите мышью кнопку «Сброс» (нижняя часть круглой кнопки управления). Нажимая мышью одну из кнопок около индикатора температуры  $T_0$ , установите начальную температуру  $T_{01}$  газа в соответствии с табл. 1 для вашей бригады.

Выберите структуру молекулы (атомность газа) в соответствии с табл. 1 для вашей бригады.

Для наблюдения процесса в данной модели нажмите мышью кнопку «Пуск» (средняя часть круглой кнопки управления) на экране. Наблюдайте движение поршня и перемещение красной точки на графике процесса до автоматической остановки и возврата.

## Измерения

1. Запишите первые значения объема (40 л), температуры и давления в табл. 2.

2. Для продолжения процесса нажмите кнопку «Пуск», останавливая процесс кнопкой "Пауза" при значениях объема вблизи 35, 30, 25, 20 и 15 л (5 значений) и записывая значения объема и давления в табл. 2. Можно наводить курсор мыши на изображение адиабаты и получать достаточно точные "координаты точек", т.е. значения объема и давления газа вблизи рекомендованных значений.

3. После автоматической остановки в конце процесса нажмите мышью кнопку «Сброс» (нижняя часть круглой кнопки управления). Установите новое значение температуры  $T_{02}$ , взяв его из табл. 1 для вашей бригады.

4. Начиная с объема  $V = 40$  л, повторите измерения по пп.2 – 4, записывая результаты в табл. 3.

Таблица 1

### Начальные значения (не перерисовывать)

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
Число атомов в молекуле	1	2	3	2	1	2	3	1
$T_{01}$	150	100	50	100	150	150	100	150
$T_{02}$	200	200	250	300	300	300	300	250

Таблицы 2, 3.

### Результаты измерений и расчетов. $T_0 = \text{--- К}$

$V, 10^{-3} \text{ м}^3$						
$p, 10^3 \text{ Па}$						
$\ln(V)$						
$\ln(p)$						

### Обработка результатов и оформление отчета

1. Постройте на одном рисунке графики экспериментальных зависимостей логарифма давления от логарифма объема для обеих адиабат (указав на них начальные температуры).

2. Для каждой зависимости обработайте экспериментальные точки, используя графики и программу на ЭВМ для функции  $y = kx$ , определите экспериментальное значение показателя адиабаты, которое в соответствии с формулой (12) равно угловому коэффициенту  $a$ .

3. Используйте ошибку измерений углового коэффициента  $\sigma_a$ , полученную в программе обработки, и рассчитайте ошибку измерения показателя адиабаты в соответствии с методикой, указанной на стендах лаборатории.

4. Определите число степеней свободы молекулы газа, исследуемого в данной компьютерной модели, используя формулу (13).

5. Определите, каково движение атомов в молекуле исследуемого газа.

6. Запишите ответы и проанализируйте ответы и графики.

**Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что такое параметры состояния макросистемы?
2. Дайте определение равновесного состояния макросистемы.
3. Что такое уравнение состояния?
4. Для какого газа можно применить модель «идеальный газ»?
5. Напишите уравнение состояния идеального газа?
6. Дайте определение теплоемкости тела.
7. Дайте определение молярной теплоемкости.
8. Напишите формулу для молярной теплоемкости при постоянном объеме.
9. Напишите формулу для молярной теплоемкости идеального газа при постоянном давлении.
10. Что такое число степеней свободы молекулы?
11. Чему равно число степеней свободы для одноатомной молекулы?
12. Вычислите число степеней свободы для двухатомной молекулы с жесткой связью.
14. Вычислите число степеней свободы для двухатомной молекулы с упругой связью.
15. Дайте определение адиабатического процесса.
16. Напишите уравнение адиабатического процесса.
17. Что такое показатель адиабаты?
18. Как связан показатель адиабаты с числом степеней свободы молекулы идеального газа?

**Литература**

- 1 – Трофимова Т.И. Курс физики. — М.: Высшая школа. 2008. Гл.9, §§50–55.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

## ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС В РЕАЛЬНОМ ГАЗЕ

## Цель работы

- Знакомство с поведением вещества, находящегося в газообразном состоянии на основе соответствующей компьютерной модели.
- Исследование закономерностей, которым подчиняются термодинамические параметры реального газа.

## Подготовка к выполнению работы

Ознакомьтесь с отчетом лекций по данной теме. Изучите по учебнику соответствующий материал [1]. Кратко заотчетируйте теорию в отчет. Подготовьте таблицы. Ответьте на вопросы и выполните задания для самоконтроля.

## Краткая теория

Для исследования вещества, находящегося в газообразном состоянии, используют различные физические модели. «*Идеальный газ*» – это название самой простой модели, описывающей газ при не слишком больших давлениях и достаточно высоких температурах. В этой модели считается, что молекулы взаимодействуют только при столкновениях, которые являются абсолютно упругими. Размеры молекул пренебрежимо малы по сравнению со средним расстоянием между ними.

Уравнением, связывающим параметры состояния идеального газа, является уравнение Менделеева–Клапейрона или *уравнение состояния идеального газа*:

$$pV = \nu RT, \quad (1)$$

где  $p$  – давление газа,  $V$  – объем газа,  $\nu$  – количество вещества, измеренное в молях (киломолях),  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – температура газа.

**Более сложная** модель газообразного вещества была предложена Ван-дер-Ваальсом. Она точнее описывает процессы в веществе, нежели модель «идеальный газ». Модель Ван-дер-Ваальса определенным образом учитывает конечные размеры молекул газа и силы притяжения между молекулами, не контактирующими друг с другом.

Параметры состояния такого газа в широком интервале плотностей подчиняются уравнению, предложенному *Ван-дер-Ваальсом*:

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - v \cdot b) = \nu RT \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  – константы Ван-дер-Ваальса.

**Константа «а»** связана с **добавкой к давлению** идеального газа, обусловленной взаимным притяжением молекул друг к другу.

**Константа «b»** связана с той частью объема, которая **недоступна для движения молекул**. Она пропорциональна суммарному объему молекул, содержащихся в газе.

Для детального анализа процессов, происходящих в реальном газе, можно использовать графики, отражающие зависимости между термодинамическими параметрами газа. **Изотермой** называется график зависимости давления от объема данного количества вещества при постоянной температуре.

Для реального вещества и для модели Ван-дер-Ваальса графики изотерм (рис.1 и 2) могут существенно отличаться от подобных графиков для идеального газа, которые имеют вид гипербол (1).

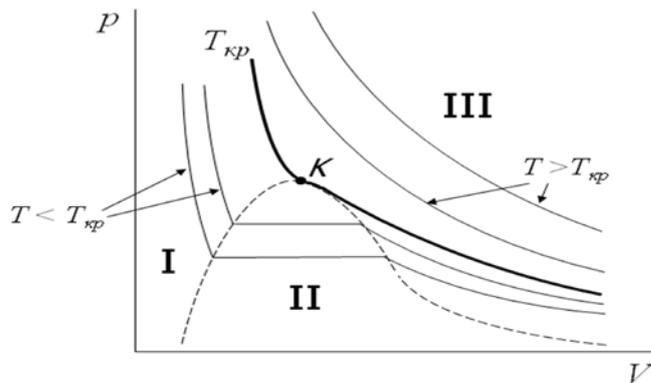


Рис.1. Реальные изотермы вещества в газообразном и жидком состояниях.

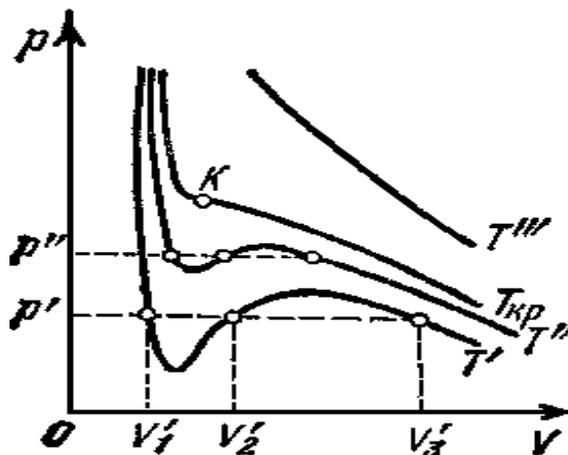


Рис.2. Изотермы, соответствующие уравнению Ван-дер-Ваальса.

Как видно из рисунков, при температурах выше **критической** ( $T_{кр}$ ) газообразное вещество ведет себя почти, как **идеальный газ**. При температуре ниже критической вещество может находиться в газообразном состоянии (область III, рис.1), в жидком состоянии (область I, рис.1) и в состоянии равновесия

жидкой и газообразной (пара) фаз данного вещества (область II, рис.1).

Граница диапазонов разного поведения вещества определяется **критической изотермой**, которая имеет только **точку перегиба**, называемую **критической точкой**, и не имеет экстремумов. Объем и давление в критической точке также называются **критическими**. Уравнения связи критических параметров с константами Ван-дер-Ваальса (для одного моля):

$$V_{\text{мкр}} = 3b, \quad p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}, \quad T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27R \cdot b}. \quad (3)$$

В области, где у реального вещества присутствует смесь жидкой и газообразной фаз, наблюдается **горизонтальный** участок изотермы реального вещества (рис.1). В отличие от этого на изотерме газа Ван-дер-Ваальса (рис.2) такой участок отсутствует и заменяется так называемым "S-образным завитком" (участок  $V_1' - V_3'$  на рис.2), который описывает нереализуемые состояния и состояния, реализуемые в особых условиях. Более подробное описание процессов можно найти в учебнике [1], §62.

### Методика измерений

В данной лабораторной работе с помощью компьютерной модели исследуются изотермы газа, термодинамические параметры которого подчиняются уравнению Ван-дер-Ваальса. В первую очередь исследуются условия появления критической изотермы и определяются **параметры критической точки** для количества вещества  $\nu$ . Учтем, что объем вещества  $V$  связан с молярным объемом  $V_m$  соотношением

$$V = \nu \cdot V_m, \quad (4)$$

которое справедливо и для критического объема. Тогда из системы уравнений (3) можно получить соотношение для количества вещества, участвующего в данных экспериментах

$$\nu = \frac{8}{3} \frac{p_{\text{кр}} V_{\text{кр}}}{RT_{\text{кр}}}. \quad (5)$$

Исследуя графики изотерм при разных температурах, можно наблюдать **переход** от изотерм реального газа к изотермам идеального газа, который происходит при температуре выше критической.

Для изотермического процесса в идеальном газе **уравнение изотермы**, отражающее зависимость давления от объема, легко получить из уравнения Менделеева-Клапейрона (1):

$$p = \nu RT \frac{1}{V}. \quad (6)$$

График этой зависимости рисуют, выбирая, как правило, по горизонтальной оси объем  $V$ , а по вертикальной оси – давление  $p$ . В этом случае график имеет вид **гиперболы**. Для математической обработки экспериментальных результатов более удобно по горизонтальной оси откладывать величину, **обратную объему**. Тогда для изотермических процессов ( $T = \text{const}$ ) в идеальном газе график  $p(\frac{1}{V})$  имеет форму **прямой**, проходящей через начало координат. Если

свойства газа отличаются от свойств идеального газа, график его изотермы в указанных координатах будет отклоняться от прямой. Это можно наблюдать в эксперименте при **малых** значениях **объема**, соответствующих сильно **сжатому** газу (т.е. при **больших** значениях величины, **обратной объему**).

По угловому коэффициенту изотерм, построенных в таких координатах, можно определить количество вещества и сравнить с тем, что получено из критических параметров в уравнении (5).

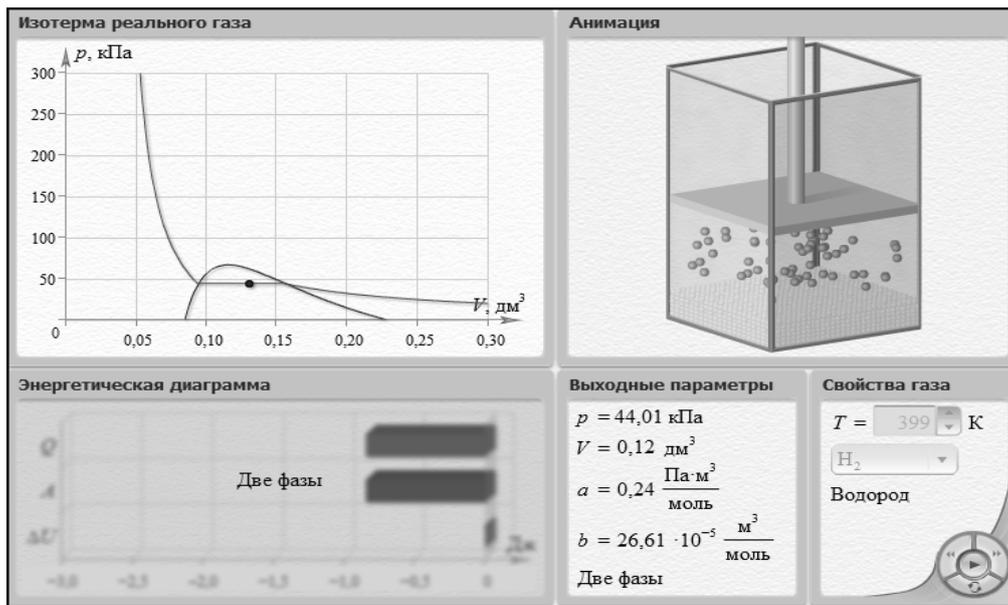


Рис.4. Модель процессов в реальном газе.

В компьютерной модели исследуются различные вещества в газообразном состоянии. На рис.4 изображено общее окно компьютерного моделирования. Справа внизу в окне с заголовком "Выходные параметры" приведены термодинамические параметры газа и табличные значения констант Ван-дер-Ваальса. Зарисуйте в отчет два верхних окна.

## Ознакомительный эксперимент

В соответствии с указаниями преподавателя запустите программу компьютерного моделирования для данной лабораторной работы. Нажмите мышью кнопку «Пуск» (центральная часть круглой управляющей кнопки справа внизу). Наблюдайте в верхнем правом окне процесс сжатия и перехода вещества из газообразного в жидкое состояние (обратите внимание, как выглядит жидкость) и обратно, а в левом верхнем окне - соответствующее перемещение красной точки на изотерме.

После завершения процесса установите новую температуру выше или ниже критической и снова запустите процесс. Обратите внимание, что красная кривая на графике изображает границы двухфазных состояний.

**Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.**

## Измерения

### Эксперимент 1. Определение критических параметров

1. Выберите в правом нижнем окне исследуемое вещество в соответствии с табл.1 для вашей бригады.

2. Подведите маркер мыши к кнопке на регуляторе температуры и нажмите левую кнопку мыши. Удерживайте кнопку в нажатом состоянии, пока не появится критическая изотерма (с точкой перегиба, в которой изотерма касается максимума красной кривой).

3. Установите курсор мыши в критическую точку, считайте и запишите в табл.2 значения критических параметров  $T_{\text{кр}}$ ,  $V_{\text{кр}}$ ,  $p_{\text{кр}}$ .

### Эксперимент 2. Исследование изотерм Ван-дер-Ваальса.

1. Установите первое значение  $T_1$  температуры из табл.1 начальных значений для вашей бригады.

2. Нажмите мышью кнопку «Пуск» (центральная часть управляющей кнопки компьютерной модели) и наблюдайте перемещение поршня на модели и перемещение красной точки по зеленой кривой изотермы.

3. Останавливайте процесс кнопкой «Пауза», когда точка на теоретической изотерме (зеленая кривая) будет находиться **вблизи** указанных в табл.2 значений объема  $V_{\text{рек}}$ , записывая при остановке значения давления и объема в табл. 2. Запустите его снова, нажав кнопку «Пуск». Значения объема и давления можно увидеть, наведя курсор мыши на данную точку на изотерме.

4. Пройдя всю изотерму, установите новое значение температуры  $T$  из табл. 1, повторите измерения, записывая результаты в табл. 3, 4, 5.

**Химическая формула газа и примерные значения температуры  
(не перерисовывать)**

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
Вещество	Ne	Cl <sub>2</sub>	NO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	H <sub>2</sub> S	NH <sub>3</sub>	SO <sub>2</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>
$T_1$	450	430	350	660	410	430	460	300
$T_2$	465	460	380	675	440	470	480	320
$T_3$	480	480	420	690	480	510	500	350
$T_4$	500	505	460	700	510	550	520	370

Таблица 2

**Результаты измерений и обработки критических параметров, газ \_\_\_\_\_**

$p_{\text{кр}}, \text{кПа}$	$V_{\text{кр}}, \text{дм}^3$	$T_{\text{кр}}, \text{К}$	$p_{\text{кр}} V_{\text{кр}} / T_{\text{кр}}$	$\nu, \text{моль}$

Таблицы 3 - 6

**Результаты измерений при  $T = \text{_____ К}$ , газ \_\_\_\_\_**

$V_{\text{рек}}, \text{дм}^3$	0.3	0.25	0.2	0.15	0.125	0.1
$V, \text{дм}^3$						
$p, \text{кПа}$						
$1/V, \text{дм}^{-3}$						

**Обработка результатов и оформление отчета**

1. По результатам из табл. 3 – 6 постройте на одном рисунке графики экспериментальных зависимостей давления  $p$  от обратного объема  $\frac{1}{V}$ , указав на них температуры.

2. Обработайте на ЭВМ экспериментальные точки из таблиц 3 – 6, используя программу для функции  $y = kx$ . При обработке начинайте вводить данные точек, начиная с минимального обратного объема и наблюдая за поведением ошибки углового коэффициента. Для точек, которые удовлетворительно ложатся на прямую, ошибка не должна превышать 3% от значения углового коэффициента. Если ошибка превысит 3%, прекратите ввод данных и зафиксируйте для каждого графика и внесите в табл.7 угловой коэффициент  $a$  и ошибку  $\sigma_a$ .

3. Определите и внесите в табл.7 количество вещества  $\nu$ , используя данные ЭВМ, графики и формулу

$$v = \frac{1}{RT} \frac{\Delta p}{\Delta \left( \frac{1}{V} \right)} = \frac{a}{RT}.$$

4. По измеренным значениям критических параметров проведите вычисления, используя формулу (5) и заполните табл.2.

5. Проанализируйте графики и результаты, используя, если будут соответствующие указания преподавателя, шаблоны для выводов, приведенные на стендах лаборатории.

6. При анализе полученных зависимостей давления от обратного объема определите диапазоны давлений (используя давления, при которых зависимость прямолинейная) и температур, в которых реализуется модель идеального газа.

Таблица 7

### Результаты расчетов. Газ \_\_\_\_.

$T, \text{ К}$				
$a$				
$\sigma_a$				
$\sigma_a/a$				
$v, \text{ моль}$				

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Какими свойствами обладает вещество в газообразном состоянии?
2. Перечислите все известные агрегатные состояния вещества.
3. Что такое идеальный газ?
4. При каких условиях газообразное вещество можно описывать моделью идеального газа?
5. Что такое уравнение состояния?
6. Напишите уравнение состояния идеального газа?
7. Что такое «реальный газ»?
8. Напишите уравнение Ван-дер-Ваальса?
9. Что такое константы Ван-дер-Ваальса?
10. Что определяет первая константа Ван-дер-Ваальса?
11. Что определяет вторая константа Ван-дер-Ваальса?
12. Что такое изотерма?
13. Что такое критическая изотерма?
14. Каковы особенности поведения газа при температуре выше критической?
15. Каковы особенности поведения вещества при температуре ниже

критической?

16. На каких участках изотермы Ван-дер-Ваальса примерно совпадают с изотермами реального газа?

17. На каком участке изотерма Ван-дер-Ваальса описывает газообразное состояние вещества?

18. На каком участке изотерма Ван-дер-Ваальса описывает жидкое состояние вещества?

### **Литература**

1 - Трофимова Т.И. Курс физики. — М.: Высшая школа, 2008. Гл.10, §§ 60-62.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ДИФФУЗИЯ В ГАЗАХ

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- Знакомство с явлением диффузии на основе компьютерной модели, демонстрирующей диффузию молекул идеального газа.
- Изучение закономерностей диффузии.

### ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Ознакомьтесь с отчетом лекций по данной теме. Изучите по учебнику соответствующий материал [1]. Кратко заотчетируйте теорию в отчет. Подготовьте таблицы. Ответьте на вопросы и выполните задания для самоконтроля.

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Данная лабораторная работа посвящена исследованию с использованием компьютерной модели процессов в макросистеме, которая не находится в равновесном состоянии. Известно, что изолированная макросистема, не находящаяся в равновесии (**неравновесная**), сама возвращается в равновесное состояние. В **неравновесных** макросистемах возникают **необратимые процессы**, которые сопровождаются **пространственным переносом** массы, энергии, импульса.

Процессы, связанные с возникновением в веществе **переноса** (потока) массы, импульса или тепловой энергии при неоднородном распределении этой характеристики в пространстве, называются **явлениями переноса**.

**Диффузия** есть процесс, который обеспечивается **направленным переносом (поток) массы** вещества, и в итоге устанавливает равновесное распределение **плотности вещества (концентрации частиц)**. Диффузия обусловлена тепловым движением молекул. При этом происходит взаимное проникновение и перемешивание частиц (молекул) соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел.

Масса, диффундирующая в направлении  $x$  через перпендикулярную потоку площадку  $S$  за время  $dt$ , равна:

$$dM = - D \frac{d\rho}{dx} S \cdot dt, \quad (1)$$

где  $D$  – **коэффициент диффузии**,  $\frac{d\rho}{dx}$  – градиент плотности в этом направлении. Данное одномерное уравнение диффузии, называется **законом Фика**.

Если поток массы связан с переносом одинаковых частиц (молекул) с массой  $m$ , тогда в веществе массы  $dM$  содержится  $dN$  частиц, причем

$$dM = mdN. \quad (2)$$

Учитывая определения плотности вещества  $\rho$  и концентрации частиц  $n$ , получим

$$\rho = m \cdot n, \quad (3)$$

$$\frac{d\rho}{dx} = m \frac{dn}{dx} \quad (4)$$

После подстановки соотношений (2) и (4) в уравнение (1) получим:

$$dN = -D \frac{dn}{dx} S dt. \quad (5)$$

Таким образом, **диффузия** возникает и продолжается, пока существует неоднородность концентрации молекул  $n$ . Диффузия в газах связана с тепловым **хаотическим** движением молекул, средняя скорость  $\langle v_T \rangle$  которого в газах составляет сотни метров (или даже километры) в секунду. Тем не менее, газообразные примеси при диффузии в газе распространяются в пространстве сравнительно медленно. Это связано с очень малым расстоянием, которое молекула пролетает свободно, пока не столкнется с другой. Средняя **длина свободного пробега**  $\lambda$  есть среднее расстояние, пролетаемое молекулой между двумя последовательными столкновениями.

Согласно кинетической теории для идеального газа:

$$D = \frac{1}{3} \langle v_T \rangle \cdot \lambda. \quad (6)$$

## МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Для исследования закономерностей диффузии в газах в данной лабораторной работе используется компьютерная модель, которая представлена на рис.1.

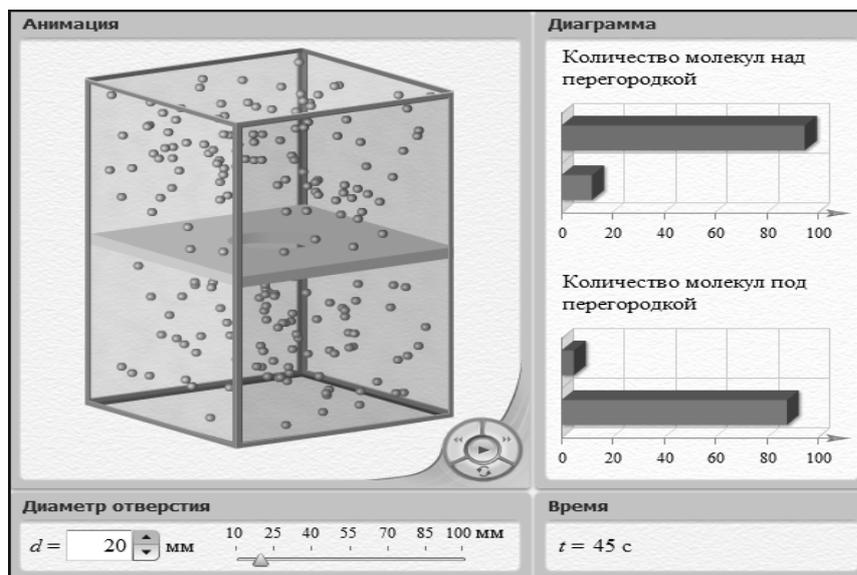


Рис.1 Модель диффузии двух идеальных газов.

В левом верхнем окне представлен теплоизолированный замкнутый сосуд, содержащий 2 макросистемы разных по цвету, но одинаковых по остальным характеристикам частиц, отделенные друг от друга тонкой теплопроницаемой перегородкой с регулируемым отверстием. В начальный момент красные частицы находятся в верхней, а зеленые – в нижней секциях сосуда. Частицы абсолютно упруго сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда. Массы всех частиц и длина свободного пробега одинаковы. Количество частиц  $N_0$  каждой компоненты равно 100, и нашей задачей является показать, что данная система, является приемлемой моделью смешивания двух идеальных газов в результате диффузии.

В начальный момент времени отверстие в перегородке, разделяющей две секции, закрыто заслонкой (рис.1). После открытия заслонки в отверстии появляется неоднородное распределение концентрации частиц (молекул газа)  $n$  вдоль одной оси (для конкретности в нашем случае  $Ox$  направим вертикально вниз). С одной стороны перегородки концентрация частиц имеет одно значение, с другой стороны – другое. Система двух газов становится неравновесной и возникает одномерная диффузия каждой компоненты вдоль этой оси  $Ox$ . Перенос частиц происходит до тех пор, пока количество частиц одного цвета в обеих секциях станет одинаковым ( $N_1 = N_2 = N_0/2$ ).

Частицы сверху вниз диффундируют через отверстие площадью  $S$ . Тогда количество частиц одного сорта, прошедших через отверстие за время  $dt$ , будет определяться соотношением (5). Градиент плотности данной компоненты примерно равен:

$$\frac{dn}{dx} \approx \frac{\Delta n}{\Delta x}, \quad (7)$$

где  $\Delta n$  – изменение концентрации частиц данного цвета сверху и снизу диафрагмы в той области, где происходит диффузия, т.е. в отверстии, а изменение концентрации происходит внутри отверстия на характерном расстоянии  $\Delta x$  (которое можно считать много меньшим размеров сосуда). Можно предположить, что при медленном протекании процесса диффузии в каждой половине объема сосуда ( $V_1 = V_2 = V$ ) устанавливается равновесие и концентрация будет однородна вплоть до самого отверстия, тогда

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{N_2}{V} - \frac{N_1}{V} = \frac{N_2 - N_1}{V} = \frac{\Delta N}{V},$$

где индекс 1 относится к верхней половине, а 2 – к нижней половине сосуда.

Суммарное количество частиц  $N_0$  одного сорта не меняется, т.е.

$$N_1 + N_2 = N_0 \quad (8)$$

или  $N_2 = N_0 - N_1$ , следовательно  $\Delta N = N_2 - N_1 = N_0 - 2N_1$ .

Тогда (7) преобразуется так:

$$\frac{dn}{dx} \approx \frac{\Delta n}{\Delta x} = \frac{1}{V} \frac{\Delta N}{\Delta x} = \frac{1}{V} \frac{N_0 - 2N_1}{\Delta x} < 0,$$

поскольку  $N_1 > N_0/2$ .

Изменение  $dN_1$  числа частиц в объеме  $V_1$  (верхнем) за время  $dt$  равно и противоположно по знаку количеству частиц, продиффундировавших через отверстие площадью  $S$  сверху вниз за то же время (5):

$$dN_1 = -dN = C_0(N_0 - 2N_1)Sdt,$$

где константа  $C_0 = \frac{D}{V\Delta x}$ .

Опустив индекс объема, решаем это дифференциальное уравнение методом разделения переменных:

$$\frac{dN_1}{2N_1 - N_0} = -C_0 S dt.$$

Интегрируем слева от  $N_0$  до  $N_1(t)$ , а справа – от 0 до  $t$ , и получаем:

$$\ln\left(\frac{2N_1(t)}{N_0} - 1\right) = -C \cdot dt, \quad (9)$$

где новая константа  $C = 2C_0$ .

После потенцирования выявляется физический смысл протекающего процесса

$$N_1(t) = \frac{N_0}{2} \left( 1 + e^{-C \cdot d^2 t} \right). \quad (10)$$

Видно, что при  $t = 0$   $N_1(0) = N_0$ , а при  $t = \infty$   $N_1(\infty) = N_0/2$ .

Теперь решим задачу для частиц того же цвета в **другой** половине ( $N_2$ ) в момент  $t$ . Из уравнения (8) следует  $N_2 = N_0 - N_1$ , где  $N_1$  определяется по формуле (10), и тогда получаем

$$N_2(t) = \frac{N_0}{2} \left( 1 - e^{-C \cdot d^2 t} \right). \quad (10')$$

Теперь при  $t = 0$   $N_2(0) = 0$ , а при  $t = \infty$   $N_2(\infty) = N_0/2$ . Логарифмируя получим

$$\ln \left( 1 - \frac{2N_2(t)}{N_0} \right) = -C \cdot d^2 t. \quad (11)$$

Формулы (9) и (11) можно формально объединить и записать

$$\ln \left| 1 - \frac{2N(t)}{N_0} \right| = -C \cdot d^2 t. \quad (12)$$

Полученная формула дает возможность экспериментально (на компьютерной модели) проверить, как выполняется закон диффузии (Фика). В соответствии с формулой (12), логарифм указанного соотношения пропорционален времени  $t$ , прошедшему после открытия заслонки, и площади  $S$  (квадрату диаметра) отверстия, соединяющего две секции объема. Эта связь и должна быть подтверждена в данной лабораторной работе.

С этой целью можно регистрировать количество частиц в одной из частей объема, которое начинает изменяться после открытия отверстия в перегородке. Построив график зависимости

$$- \ln \left| 1 - \frac{2N(t)}{N_0} \right| = f(t), \quad (13)$$

и, убедившись, что для каждого отверстия это **прямая, проходящая через начало координат**, мы можем подтвердить правильность модели, описывающей диффузию во времени.

Из полученных графиков можно определить угловой коэффициент  $a$  по результатам обработки на ЭВМ или используя графики и формулу

$$a = \frac{\Delta \left( \ln \left| 1 - \frac{2N(t)}{N_0} \right| \right)}{\Delta(t)}. \quad (14)$$

Построив график зависимости  $a(d^2)$ , мы также сможем, обработав точки на ЭВМ с использованием программы для функции  $y = kx$ , выяснить, насколько точно выполняется теоретическая зависимость, следующая из закона Фика

$$a = -C \cdot d^2. \quad (15)$$

Ошибка (относительная) углового коэффициента, полученная в результате обработки точек, покажет нам степень адекватности модели.

Зарисуйте в отчет два верхних окна модели (рис.1).

### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В соответствии с указаниями преподавателя запустите программу компьютерного моделирования для данной лабораторной работы. Для ознакомления с компьютерной моделью (рис.1) нажмите мышью кнопку «Пуск» (средняя часть круглой кнопки управления). Наблюдайте переход частиц из одной части объема в другую (диффузию).

Количество частиц подсчитывается автоматически и демонстрируется, если курсор расположить на соответствующем столбике диаграммы. Для установки нового диаметра отверстия надо нажать «Сброс» (нижняя часть круглой кнопки управления) и соответствующие кнопки регулятора диаметра  $d$ .

**Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.**

### ИЗМЕРЕНИЯ

**Эксперимент. Исследование диффузии частиц через отверстие в перегородке, разделяющей две одинаковые секции объема.**

1. Нажмите кнопку «Пуск» и через  $\Delta t$  секунд (из таблицы 1) после начала процесса нажмите кнопку «Пауза» ( $\Delta t$  – шаг по времени, который удобно зафиксировать перед началом измерений).

2. Измерьте (поместив курсор на соответствующем столбике диаграммы) характеристику, которая соответствует условию, указанному в табл. 1 для вашей бригады (например, количество зеленых частиц сверху).

3. Результат запишите в табл. 2.

4. Нажмите «Пуск» и через следующие  $\Delta t$  секунд остановите процесс и снова запишите количество частиц в табл. 2. Если количество частиц превыси-

ло 45 (или уменьшилось до 55), этот результат не фиксируется и измерения с данным отверстием прекращаются.

5. Закончив измерения с данным отверстием, установите следующее значение диаметра отверстия из табл. 1 и повторите измерения, записывая результаты в табл. 3–5, аналогичные табл. 2.

**Таблица 1**

**Значения диаметров отверстия и сорта частиц в объеме наблюдения**  
(не перерисовывать)

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
$d_1$ , мм	40	45	40	45	50	50	50	50
$d_2$ , мм	45	50	45	50	60	60	65	60
$d_3$ , мм	50	55	50	65	70	70	75	75
$d_4$ , мм	75	80	75	80	80	80	85	80
$\Delta t$ , с	10	10	10	10	5	5	5	5
Сорт	красн.	зелен.	красн.	зелен.	красн.	зелен.	красн.	зелен.
Считать	внизу	вверху	вверху	внизу	внизу	вверху	вверху	внизу

**Таблицы 2–5**

**Результаты измерений и расчетов. Диаметр отверстия  $d = \_ \text{ мм}$**

$t, \text{ с}$											
$N$											
$\left(1 - \frac{2N}{N_0}\right)$											
$-\ln \left 1 - \frac{2N}{N_0}\right $											

**Таблица 6**

**Результаты расчетов**

$d, \text{ мм}$				
$d^2, \text{ см}^2$				
$a_1, 10^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ см}^{-2}$				
$a_2, 10^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ см}^{-2}$				

**ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Вычислите и запишите в таблицы все указанные значения.
2. На одном рисунке постройте графики зависимости  $N(t)$  для всех отвер-

ствий.

3. Постройте на одном рисунке графики экспериментальных зависимостей  $-\ln\left|1 - \frac{2N}{N_0}\right|$  от времени  $t$  для всех отверстий.

4. Определите с помощью обработки результатов на ЭВМ, используя программу для функции  $y = kx$ , и вручную по графику угловые коэффициенты  $a_1$  (ЭВМ) и  $a_2$  (по графику) каждой прямой и внесите в табл.6.

5. Постройте график зависимости полученного углового коэффициента от квадрата диаметра отверстия  $a_1(d^2)$ . Обработайте его точки на ЭВМ, используя программу для функции  $y = kx$ .

6. В выводах сравните полученный график  $a_1(d^2)$  с теоретической зависимостью (15). Качественно оцените способность компьютерной модели отражать реальные процессы диффузии в газах.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что происходит с изолированной макросистемой при нарушении равновесия?
2. Дайте определение явления переноса.
3. Назовите примеры явлений переноса.
4. Дайте определение явления диффузии.
5. Чем обусловлена диффузия?
6. В чем проявляется диффузия?
7. Какая диффузия называется одномерной?
8. Каково условие возникновения одномерной диффузии?
9. Напишите уравнение одномерной диффузии.
10. Каков физический смысл коэффициента диффузии?
11. Что такое плотность вещества?
12. Что такое концентрация молекул (частиц)?
13. Какова примерная величина средней скорости теплового движения молекул идеального газа (например, азота) при нормальных условиях?
14. Что такое длина свободного пробега частицы?
15. Какое уравнение связывает среднюю скорость теплового движения молекул с коэффициентом диффузии?

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] – Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2008. Гл.8, § 48.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	2
ДОПУСК К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ.....	3
ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА для ДОПУСКА .....	3
ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ К ЗАЧЕТУ .....	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ по ВЫПОЛНЕНИЮ .....	6
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ .....	6
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА.....	7
АДИАБАТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС.....	14
ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС В РЕАЛЬНОМ ГАЗЕ .....	22
ДИФФУЗИЯ В ГАЗАХ.....	30

ДЛЯ ЗАМЕТОК

---

Подписано в печать 21.04.15 г.

Печать офсетная  
2,33 усл.печ.л.

Формат 60x84/16  
Заказ № 1999/

2,17 уч.-изд. л.  
Тираж 150 экз.

---

*Московский государственный технический университет ГА*  
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20  
*Редакционно-издательский отдел*  
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а