

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

**Кафедра экономики и управления на воздушном транспорте
В.В. Андрианов**

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
ПРОИЗВОДСТВОМ**

**ПОСОБИЕ
по выполнению лабораторных работ**

*для студентов III курса
направления 190700 (23.03.01)
очной формы обучения*

Москва-2015

ББК 338

А65

Рецензент канд. экон. наук, доц. Н.И. Степанова

Андрианов В.В.

А65 Экономико-математические методы управления производством: пособие по выполнению лабораторных работ. - М.: МГТУ ГА, 2015. - 16 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Экономико-математические методы управления производством» по Учебному плану для студентов III курса направления 190700 (23.03.01) очной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 12.03.15 г. и методического совета 19.03.15 г.

Подписано в печать 27.03.2015 г.

Печать офсетная
0,93 усл.печ.л.

Формат 60x84/16
Заказ № 1983/

0,81 уч.-изд. л.
Тираж 100 экз.

Московский государственный технический университет ГА

125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д.20

Редакционно-издательский отдел

125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

© Московский государственный
технический университет ГА, 2015

1. Введение

Управленческие решения (УР) разрабатываются на основании системного подхода (СП) и оцениваются с использованием алгоритмов экономико-математического моделирования, отображающих внутренние и внешние взаимосвязи объекта управления (ОУ).

Дисциплина «Экономико-математические методы управления на воздушном транспорте» направлена на формирование у студентов знаний о теории и практики разработки, оценки и принятия УР с использованием современных экономико-математических методов управления производством реализуемых с помощью ЭВМ. В дисциплине изучаются принципы формулирования постановки, алгоритмы формализации и решения управленческих задач (УЗ). В ходе изучения дисциплины вырабатываются практические умения и навыки компьютерной реализации алгоритмов решения конкретных управленческих задач типовыми алгоритмами, изучаемыми в дисциплине.

По итогам изучения дисциплины студенты должны

знать:

- наиболее ценные методы формирования управленческих решений;
- особенности их применения на воздушном транспорте,

уметь : - формулировать постановку управленческой задачи;

- выбрать метод и алгоритм ее решения;

- воспользовавшись готовым программным средством, решить задачу на ЭВМ и оценить адекватность и достоверность полученных результатов.

Цикл лабораторных работ (ЛР) направлен на формирование практических навыков прогнозирования критических факторов, оптимизации сети воздушных линий и парка ВС, численности персонала, технических средств, спецмашин, сооружений и элементов наземного комплекса. ЛР выполняются программными средствами, работающими в среде Delphy. Для оценки степени усвоения материала по базовым темам дисциплины используются компьютерные средства контроля.

2. Требования к оформлению отчета о выполнении работы

Отчет по итогам выполнения ЛР оформляется после выполнения ЛР. На титульном листе отчета указываются: название кафедры; фамилия, имя, отчество студента; номер и тема ЛР; номер зачетки; номер варианта; дата выполнения. В отчет о выполнении ЛР включаются: постановка задачи, модели; условные обозначения; схема алгоритма; исходные данные; листинг результатов и выводы.

3. Порядок защиты лабораторных работ

Защита ЛР выполняется в дисплейном классе сразу после выполнения и завершается сдачей отчетов. В ходе защиты студент должен показать теоретические знания по теме работы, продемонстрировать личные умения и практические навыки решения поставленной задачи на ЭВМ. Уровень знаний оценивается путем компьютерного тестирования, а умения в процессе выполнения ЛР.

4. Этапы выполнения лабораторной работы

В ходе выполнения лабораторных работ выполняются следующие этапы:

1. Изучение цели, постановки, модели и алгоритма решения задачи.
2. Получение у преподавателя программы и введение ее в ЭВМ.
3. Создание файла тестовых исходных данных.
4. Отладка и тестирование программы.
5. Решение индивидуального задания.
6. Выбор адекватной модели, формирование прогноза, поиск оптимума.
7. Защита теории по теме лабораторной работы.
8. Оформление и сдача отчета о результатах выполнения работы.

Этап 1 осуществляется дома, в ходе подготовки к выполнению лабораторной работы, а этапы 2-10 - в дисплейном классе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Тема: *Однофакторное регрессионное моделирование, анализ и прогнозирование производственных показателей предприятий ВТ*

Цели работы:

1. Выработка навыков расчета уравнений однофакторной регрессии.
2. Запуск и отладка программы расчета однофакторной регрессии.
2. Выбор адекватной модели и прогнозирование критического фактора.

Словесная постановка задачи

В табл.4.1 приведены исходные данные об изменении за 10 лет критического фактора x_2 внешней среды, оказывающего влияние на объем перевозок по ВЛ.

Задание на лабораторную работу

1. Выполнить моделирование динамики фактора x_2 , оказывающего влияние на суммарный объем перевозок y с помощью однофакторных моделей

$$1. \quad y = a + b * t; \quad (1.1)$$

$$2. \quad y = a * b^t; \quad (1.2)$$

$$2. \quad y = a * t^b; \quad (1.3)$$

$$3. \quad y = a + b * t + c * t^2. \quad (1.4)$$

2. Найти адекватную модель и спрогнозировать фактор x_2 .

Методические рекомендации

Расчетные коэффициенты a , b и c моделей (1.1-1.4) вычисляются методом наименьших квадратов исходя из критерия

$$K = \sum_{i=1}^n (y_i^{\phi} - y_i^p)^2 \rightarrow \min, \quad (1.5)$$

где n - количество наблюдений исходных данных;

y_i^{ϕ} - вектор фактических значений моделируемой величины Y ;

y_i^p - вектор расчетных значений моделируемой величины Y .

Выбор модели для прогнозирования выполняется по критерию Фишера

$$F_{кр}^* = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{ост}^2} \geq F_{[k1;k2;1-p_d]}, \quad (1.10)$$

где $\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i^\phi - \mu_y)^2}{(n-1)}$ - дисперсия показателя у; (1.11)

$\mu_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, - математическое ожидание у; (1.12)

Таблица 1.1.

Модели расчета параметров уравнений 1.1 – 1.4

$x_2 = a + b \cdot t$;	$b = \frac{\sum_i t_i \sum_i x_{2i} - n \sum_i t_i x_{2i}}{(\sum_i t_i)^2 - n \sum_i t_i^2}$	$a = \frac{(\sum_{i=1}^n x_{2i}) - b \sum_{i=1}^n t_i}{n}$;	(1.6)
$x_2 = a \cdot b^t$;	$b_1 = \frac{\sum_i t_i \sum_i \ln(x_{2i}) - n \sum_i t_i \ln(x_{2i})}{(\sum_i t_i)^2 - n \sum_i t_i^2}$;	$a = \frac{\exp(\sum \ln(x_{2i}) - b_1 \sum t_i)}{n}$; $b = \exp(b_1)$;	(1.7)
$x_2 = a \cdot t^b$;	$b = \frac{\sum_i \ln(t_i) \sum_i \ln(x_{2i}) - n \sum_i \ln(t_i) \ln(x_{2i})}{(\sum_i \ln(t_i))^2 - n \sum_i \ln(t_i^2)}$;	$a = \frac{\exp(\sum \ln(x_{2i}) - b \sum \ln(t_i))}{n}$;	(1.8)
$x_2 = a + b \cdot t + c \cdot t^2$	$d_1 = n \sum t_i^3 - \sum t_i \sum t_i^2$; $d_2 = n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2$; $d_3 = n \sum (x_{2i} t_i^2) - \sum x_{2i} \sum t_i^2$; $d_3 = d_3 + d_1 (\sum t_i \sum x_{2i} - n \sum (t_i x_{2i})) / d_2$;	$c = \frac{d_3}{n \sum t_i^4 - \sum t_i^2 \sum t_i^2 - d_1^2 / d_2}$; $b = \frac{n \sum (t_i x_{2i}) - \sum t_i \sum y_i - c \cdot d_1}{d_2}$; $a = \frac{\sum x_{2i} - b \sum t_i - c \sum t_i^2}{n}$;	(1.9)

$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i^\phi - y_i^p)^2}{(n - n_p)}$ - остаточная дисперсия; (1.13)

n_p - количество расчетных коэффициентов в модели;

n - объем выборки;

$F_{кр}^*$ - расчетное значение F- критерия Фишера;

$F_{[k1; k2; 1-p_d]}$ - табличное значение квантили критерия Фишера при вероятности $p_d = 90\%$ и входах в табл.3 [1] $k1 = n-1$; $k2 = n-p-1$.

Уравнение регрессии считается адекватным при

$F_{кр}^* = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{ост}^2} \geq F_{[k1; k2; 1-p_d]}$ (1.14)

О точности модели свидетельствует критерий

$\Delta \varepsilon = \sum_{i=1}^n \frac{|y_i^\phi - y_i^p|}{y_i^\phi} * 100\% \leq 2\%$ - средняя ошибка аппроксимации. (1.15)

О нелинейности или линейности модели свидетельствуют:

$\eta = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}}$ (1.16) и $r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}}$, (1.17)

где η - корреляционное отношение ;

$r_{x,y}$ - коэффициент парной корреляции.

Если $\eta > r_{x,y}$ - зависимость нелинейная, то $\eta < r_{x,y}$ - линейная.

Значимость расчетных коэффициентов модели оценивается по моделям:

$$t^*_a = \frac{|a|}{\sigma_a^*} \geq t_{v, pd}; \quad t^*_b = \frac{|b|}{\sigma_b^*} \geq t_{v, pd}; \quad t^*_c = \frac{|c|}{\sigma_c^*} \geq t_{v, pd}; \quad (1.18)$$

$$\text{где } \sigma_a^* = \sigma_{x_2} \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{\mu_i^2}{(n-1)\sigma_i^2}}; \quad (1.19) \quad \sigma_{b(c)}^* = \frac{\sigma_{x_2}^{\wedge}}{\sigma_i n_p \sqrt{n+n_p-1}}; \quad (1.20)$$

$$\sigma_{x_2}^{\wedge} = \sigma_{ocm} \sqrt{\frac{\sum_i (x_{2i} - \mu_{x_2})^2}{(n-n_p)}}; \quad (4.11) \quad \sigma_i = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \mu_i)^2}{(n-1)}}. \quad (1.22)$$

где $t_{v, pd}$ - табличный квантиль t-критерия Стьюдента при входах $v=n-n_p$ и вероятности не менее 90%.

Исходные данные к выполнению лабораторной работы 2 приведены в табл.1.2.

Таблица 1.2.

Исходные данные к лабораторной работе 1												
Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	18	26	88	105	29	33	101	132	13	32	93	52
2	35	37	89	115	58	42	102	144	27	43	95	53
3	53	47	91	127	88	52	103	157	41	55	97	54
4	71	58	92	139	119	61	104	171	57	66	99	56
5	89	69	93	153	150	71	105	186	72	77	102	57
6	107	80	95	168	180	80	106	203	88	89	104	59
7	125	90	96	185	211	90	108	221	104	100	106	60
8	143	101	97	204	243	99	111	241	121	112	108	61
Годы	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	32	59	71	36	42	100	55	24	32	59	71	36
2	73	68	73	43	86	110	60	28	73	68	73	43
3	119	76	74	51	129	119	65	34	119	76	74	51
4	168	85	75	60	174	129	71	40	168	85	75	60
5	219	94	77	72	218	139	77	48	219	94	77	72
6	272	103	78	85	262	149	84	57	272	103	78	85
7	326	111	79	102	307	158	92	68	326	111	79	102
8	382	120	81	121	352	168	100	81	382	120	81	121

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

Тема: Многофакторное регрессионное моделирование, анализ и прогнозирование производственных показателей предприятий ВТ

Цели работы:

1. Выработка практических навыков расчета и оценки адекватности уравнения многофакторной регрессии
2. Запуск, отладка и тестирование программы расчета коэффициентов и оценки адекватности уравнения многофакторной регрессии.
2. Расчет адекватной многофакторной модели
3. Прогноз объема перевозок АК с помощью программы [4,с.76].

Постановка задачи

Имеются исходные данные о величинах x_1, x_2, \dots, x_p за n лет, влияющих на объем авиаперевозок y_i^ϕ . Многофакторная регрессионная модель имеет вид

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_p) = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_i x_i + \dots + a_p x_p, \quad (2.1)$$

где $a_0, a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_p$ - расчетные коэффициенты уравнения.

Задание на лабораторную работу

В лабораторной работе необходимо:

1. Ввести программу в ЭВМ и создать файл исходных данных.
2. Вычислить модель вида (2.1), используя программу.
2. Оценить адекватность модели вида (2.1) и силу факторов x_1 и x_2
3. Прогноз объема перевозок АК.

Методические рекомендации

В регрессионном анализе для расчета коэффициентов уравнения регрессии вида (1.1) используется метод наименьших квадратов (МНК), в основу которого положен алгоритм, минимизирующий функцию

$$K = \sum_{i=1}^n (y_i^\phi - y_i^p)^2 \rightarrow \min \quad (2.2)$$

где n - количество наблюдений исходных данных;

y_i^ϕ - вектор фактических значений моделируемой величины Y ;

y_i^p - вектор расчетных значений моделируемой величины Y .

Уравнение для определения вектора расчетных коэффициентов уравнения регрессии $y = F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_p)$ имеет вид

$$B = (\bar{X}^T \bar{X})^{-1} \bar{X}^T \bar{Y}, \quad (2.3)$$

где \bar{X} - матрица исходных значений факторов;

\bar{X}^T - транспонированная матрица \bar{X} ;

\bar{Y} - вектор исходных значений моделируемого показателя y .

Следуя алгоритму МНК, выполняем следующие процедуры:

Шаг 1. Транспонируем матрицу исходных данных \bar{X}

$$\bar{M}_1 = \bar{X}^T. \quad (2.4)$$

Шаг 2. Умножаем матрицу \bar{X}^T справа на матрицу \bar{X}

$$\bar{M}_2 = \bar{X}^T \bar{X}. \quad (2.5)$$

Шаг 3. Обращаем матрицу $\bar{M}_2 = \bar{X}^T \bar{X}$: $\bar{M}_3 = (\bar{X}^T \bar{X})^{-1}$.

Шаг 4. Умножаем матрицу \bar{M}_3 на матрицу \bar{M}_1

$$\bar{M}_4 = (\bar{X}^T \bar{X})^{-1} \bar{X}^T. \quad (2.7)$$

Шаг 5. Умножается справа матрица \bar{M}_4 на вектор Y

$$\bar{M}_5 = (\bar{X}^T \bar{X})^{-1} \bar{X}^T \bar{Y}. \quad (2.8)$$

ЭВМ-программа вычисляет a_0, a_1 и a_2 и критерии адекватности уравнения. Модель (2.1) адекватна, если знаки при a_i обеспечивают совпадение с

физическим смыслом влияния x на y_i^ϕ . (2.1) должна обеспечивать так совпадение фактических y_i^ϕ и расчетных значений y_i^p , вычисленных по модели (2.1). Для оценки совпадения y_i^ϕ и y_i^p используется комплекс критериев оценки статистической адекватности и достоверности многофакторной модели:

1. Критерий Фишера, оценивающий однородность дисперсий

$$F_{кр}^* = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{ост}^2} \geq F_{[k1;k2;1-p_d]} , \quad (2.9)$$

где $\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i^\phi - \mu_y)^2}{(n-1)}$ - дисперсия показателя y ; (2.10)

$$\mu_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i , \quad \text{- математическое ожидание } y; \quad (2.11)$$

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i^\phi - y_i^p)^2}{(n - n_p)} \quad \text{- остаточная дисперсия;} \quad (2.12)$$

n_p - число расчетных коэффициентов в модели;

n - объем выборки;

$F_{[k1;k2;1-p_d]}$ - табличное значение квантили критерия Фишера при

доверительной вероятности $p_d=90\%$ и входах в табл.3 [1] $k1=n-1$; $k2=n-p-1$.

Уравнение регрессии считается адекватным при

$$F_{кр}^* = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{ост}^2} \geq F_{[k1;k2;1-p_d]} \quad (2.12)$$

2. Коэффициент множественной корреляции оценивающий гипотезу о линейности формы связи между Y и X

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}} , \quad (2.13)$$

Гипотеза не отвергается при $R \geq 0.75$.

3. Значимость коэффициента R

$$t_R = \frac{R}{\mu_R} = \frac{R\sqrt{n - n_p - 1}}{1 - R^2} , \quad (2.14)$$

где μ_R - ошибка коэффициента R .

Коэффициент R считается значимым при $t_R \geq t_{q,k}$, (2.15)

где $k = n - 1$ - число степеней свободы ;

q - уровень значимости (рекомендуется выбирать 97.5 - 95%).

4. Коэффициент множественной детерминации $D = R^2$ (2.16)

Так, если $D = 0.9$, то факторы, включенные в модель, отображают 81% дисперсии Y , а 19% приходятся на долю факторов, не включенных в модель.

5. Средняя ошибка аппроксимации

$$\Delta\varepsilon = \sum_{i=1}^n \frac{|y_i^\phi - y_i^p|}{y_i^\phi} * 100\% \quad (2.17)$$

Адекватной считается модель, у которой $\Delta\varepsilon \leq 1\%$.

6. Оценки значимости коэффициентов a_i

$$t_{ai} = \frac{a_i}{\sigma_{ocm} \sqrt{b_{ii}}} \geq t_{q,k} \quad (2.18)$$

где b_{ii} - диагональный элемент матрицы $\overline{M_3} = (\overline{X^T X})^{-1}$;

$t_{q,k}$ - табличное значение критерия Стьюдента ($q=0.95, k=n-1$).

Если a_i незначим, из X надо удалить x_i с $\min t_{ai}$ и повторить расчеты.

7. Критерий Дарбина-Уотсона, оценивающий наличие автокорреляции

$$Du = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta y_i \Delta y_{i+1}}{\sum_{i=1}^n \Delta y_i^2} \quad \text{где } \Delta y_i = y_i^{\phi} - y_i^p \quad (2.19)$$

Уравнение адекватно, если выполняется весь комплекс качественных условий и количественных критериев, при $n \approx 6 \cdot p$. (2.20)

Исходные данные к выполнению лабораторной работы 2 приведены в табл.2.1.

Таблица 2.1.

Исходные данные к лабораторной работе 2

Вариант 1				Вариант 2				Вариант 3				Вариант 4				Вариант 5				Вариант 6			
Y	-	x1	x2	Y	-	x1	x2	Y	-	x1	x2	Y	-	x1	x2	Y	-	x1	x2	Y	-	X1	x2
401	1	6	71	213	1	10	58	210	1	30	91	295	1	28	119	512	1	14	34	512	1	14	34
405	1	8	89	234	1	12	69	220	1	32	92	286	1	30	129	524	1	17	48	524	1	17	48
409	1	10	107	256	1	13	80	240	1	35	93	273	1	32	139	532	1	16	57	532	1	16	57
412	1	12	125	265	1	14	90	260	1	37	95	262	1	36	149	544	1	16	68	544	1	16	68
417	1	14	143	287	1	13	101	270	1	36	96	253	1	37	158	562	1	12	81	562	1	12	81
421	1	16	161	294	1	12	112	280	1	34	99	244	1	35	178	575	1	11	96	575	1	11	96
467	1	23	179	305	1	11	122	294	1	33	100	232	1	33	187	587	1	13	114	587	1	13	114
?.	1	27	?.	?.	1	10	?.	?.	1	32	?.	?.	1	31	?.	?.	1	11	?.	?.	1	11	?.
Вариант 7				Вариант 8				Вариант 9				Вариант 10				Вариант 11				Вариант 12			
211	1	32	127	412	1	35	119	331	1	48	52	295	1	27	56	412	1	10	168	412	1	10	168
222	1	34	139	424	1	44	150	344	1	46	61	286	1	25	57	424	1	12	219	424	1	12	219
233	1	36	153	436	1	46	180	357	1	44	71	273	1	23	59	432	1	13	272	432	1	13	272
245	1	38	168	448	1	48	211	369	1	42	80	262	1	21	60	444	1	15	326	444	1	15	326
255	1	36	185	450	1	46	243	382	1	40	99	253	1	20	61	462	1	18	382	462	1	18	382
267	1	34	204	462	1	49	274	393	1	38	109	244	1	19	63	474	1	20	440	474	1	20	440
278	1	32	247	475	1	52	305	408	1	34	118	232	1	17	64	483	1	20	499	483	1	20	499
?.	1	30	?.	?.	1	50	?.	?.	1	32	?.	?.	1	15	?.	?.	1	23	?.	?.	1	23	?.
Вариант 13				Вариант 14				Вариант 15				Вариант 16				Вариант 17				Вариант 18			
202	1	24	104	412	1	20	157	412	1	19	57	401	1	6	71	420	1	36	85	420	1	36	85
204	1	25	105	424	1	20	171	424	1	24	72	405	1	8	77	430	1	41	94	430	1	41	94
208	1	26	106	434	1	19	186	438	1	27	88	409	1	10	84	440	1	44	103	440	1	44	103
213	1	27	108	446	1	19	203	443	1	29	104	412	1	12	92	450	1	45	111	450	1	45	111
216	1	27	109	454	1	20	241	456	1	31	121	417	1	14	100	460	1	47	120	460	1	47	120
221	1	26	110	466	1	19	263	461	1	29	137	421	1	16	109	470	1	50	129	470	1	50	129
233	1	25	111	478	1	19	287	472	1	27	154	467	1	23	119	480	1	51	137	480	1	51	137
?.	1	24	?.	?.	1	20	?.	?.	1	23	?.	?.	1	27	?.	?.	1	52	?.	?.	1	52	?.
Вариант 19				Вариант 20				Вариант 21				Вариант 22				Вариант 23				Вариант 24			
408	1	22	66	308	1	22	97	561	1	22	155	380	1	22	75	397	1	28	174	397	1	28	174
414	1	24	77	314	1	24	99	545	1	24	169	370	1	25	77	388	1	30	218	388	1	30	218
421	1	26	89	321	1	29	102	529	1	26	185	360	1	27	78	379	1	32	262	379	1	32	262
430	1	28	100	330	1	28	104	513	1	28	201	350	1	29	79	361	1	36	307	361	1	36	307
446	1	33	112	346	1	30	106	496	1	29	219	340	1	30	81	352	1	37	352	352	1	37	352
461	1	28	123	361	1	28	110	480	1	28	239	330	1	31	82	343	1	35	397	343	1	35	397
480	1	25	134	380	1	23	113	466	1	25	261	315	1	26	83	334	1	33	442	334	1	33	442
?.	1	23	?.	?.	1	27	?.	?.	1	23	?.	?.	1	24	?.	?.	1	31	?.	?.	1	31	?.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

Тема: Оценка закона распределения случайной величины

Цели работы:

1. Выработка практических навыков оценки закона распределения случайной величины $\{X\}$ и определения наличия ложной информации.
2. Запуск, отладка и тестирование программы.
2. Оценка наличия ложной информации с помощью программы.

Словесная постановка задачи

Имеется массив $X_i = \{x_i\}$ наблюдений о временах обслуживания ВС. Необходимо оценить закон распределения $\{x_i\}$.

Задание на лабораторную работу

В лабораторной работе необходимо:

1. Ввести программу в ЭВМ и создать файл исходных данных.
2. Оценить закон распределения X программой.

Методические рекомендации

В соответствии с алгоритмом решения задачи вычисляем:

Шаг 1. Точечную оценку математического ожидания случайной величины

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3.1)$$

где n - объем выборки;

x_i - i -е наблюдение случайной величины ($i=1, n$).

Шаг 2. Точечную оценку дисперсии

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu_x)^2}{n-1} \quad (3.2)$$

и среднеквадратического отклонения σ_x случайной величины X .

Шаг 3. Точечные оценки σ_{μ_x} и σ_{σ}

$$\sigma_{\mu_x} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n_i}} \quad \text{и} \quad \sigma_{\sigma} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2(n_i-1)}} \quad (3.3)$$

Шаг 4. Интервальную оценку математического ожидания

$$\bar{x} = \mu_x \pm t_{\alpha, k} \sigma_{\mu} \quad (3.4)$$

где $t_{\alpha, k}$ - табличное значение квантиля критерия Стьюдента табл.1[1]

$$t_{\alpha, k} = 1.96 + \frac{2.4}{k} + \frac{3}{k^2} \quad (3.5)$$

при $k = n-1$ и доверительной вероятности $\alpha = 0.95$, входах в табл.1 [1]

Шаг 5. Количество интервалов n_i разбиения статистического ряда значений случайной величины

$$n_i = 5 \log(n), \quad (3.6)$$

где n - число наблюдений случайной величины X .

Шаг 6. Размер интервала разбиения статистического ряда значений

случайной величины

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_u}, \quad (3.7)$$

где $x_{\max, \min}$ - максимальное и минимальное значения случайной величины.

Шаг 7. Количества попаданий $\{X\}$ в i -й интервал n_i $i=1, n_i$.

Шаг 8. Вероятности попадания в i -й интервал

$$p_i^* = \frac{n_i}{n}. \quad (3.8)$$

Шаг 9. Условие $n \cdot p_i^* > 5$ **для каждого интервала.** Если для i -го интервала условие не выполняется, его объединяют с $(i-1)$ -м интервалом.

Шаг 10. Значения функции распределения $F^*(x)$ **по статистическим значениям выборки наблюдений**

$$F^*(x) = \sum_i^{n_i} p_i^* \quad (3.9)$$

Шаг 11. Значения функции плотности распределения $f^*(x) = \frac{p_i^*}{\Delta x}$ (3.10)

Шаг 12. Строим гистограммы $F^*(x)$ **и** $f^*(x)$

Шаг 13. Формируем гипотезу H_0 **о принадлежности выборки значений случайной величины** $\{X\}$ **к одному из законов распределения** (табл.3.1).

Далее вновь вычисляем:

Шаг 14. Точечные оценки расчетных параметров и значений $F_{Ti}(x)$ **для гипотетического закона распределения** $\{X\}$.

Шаг 15. Теоретические вероятности p_{Ti} **попадания случайной величины в** i -**й интервал,**

$$p_{Ti} = F_{Ti}(x) - F_{T(i-1)}(x) \quad (3.11)$$

где $F_{Ti}(x)$ – функции распределения, вычисленные по моделям табл.1.1

Таблица 3.1.

Математические модели законов распределения

Закон	Параметр	Модели $F(x)$ и $f(x)$
Пуассона	$\lambda = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{i \cdot n_i}{n};$	$F_T(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; f_T(x) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; 0 < n < 4; k = 0, 1, \dots, n;$
Гаусса	$\mu = \mu^*;$ $\sigma^2 = \sigma^{*2};$	$F_T(x) = \int f_T(x) dx; f_T(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}; 0 < x < 4;$
Экспоненциальный	$\lambda = \frac{1}{\mu};$	$F_T(x) = 1 - e^{-\lambda}; f_T(x) = \lambda e^{-\lambda x}; 0 < x < 4;$

Шаг 16. Расчетную оценку χ^2 **критерия хи-квадрат Пирсона**

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{(n_i - np_{Ti})^2}{np_{Ti}}, \quad (3.12)$$

где p_{Ti} - вероятность попадания случайной величины в i -й интервал;

n_i - количество попаданий в i -й интервал.

Шаг 17. Сравниваем по критерию Пирсона

$$\chi^2 \geq \chi^2_{табл} \quad (3.13)$$

где $\chi^2_{табл}(\alpha, k)$ - табличное значение квантиля критерия хи-квадрат Пирсона;

$k = (n_i - n_p - 1)$ - степени свободы; $\alpha = 0.95$ - вероятности достоверности;

n_p - количество расчетных параметров в модели закона.

Гипотеза H_0 не отвергается при $\chi^2 \geq \chi^2_{табл}$, а при $\chi^2 \leq \chi^2_{табл}$.

Таблица 3.2.

Исходные данные к лабораторной работе 3

Вариант 1						Вариант 2						Вариант 3						Вариант 4					
40	58	52	32	57	43	57	34	36	32	62	52	46	43	66	59	64	26	31	42	45	56	45	41
30	47	30	56	47	50	56	56	31	33	41	56	49	63	57	51	47	57	59	35	53	47	41	52
54	42	58	42	59	30	43	36	42	58	64	57	37	56	40	66	30	52	37	30	66	49	31	45
45	37	40	37	49	30	46	62	49	56	63	61	53	47	28	40	42	50	58	49	42	59	58	58
59	31	42	59	40	59	57	53	54	56	40	43	31	30	38	53	31	63	56	28	34	35	40	51
59	37	51	58	51	47	64	45	31	42	50	56	65	35	27	64	35	48	46	33	54	58	32	58
Вариант 5						Вариант 6						Вариант 7						Вариант 8					
58	62	59	40	54	54	51	43	62	57	63	65	50	50	58	54	54	57	53	51	36	55	67	54
55	47	65	57	47	60	53	59	57	44	50	52	35	68	51	58	51	51	34	32	50	55	59	53
36	62	52	43	54	54	58	54	56	34	54	49	44	56	33	58	68	58	31	60	57	57	59	51
35	56	56	47	58	59	52	47	49	57	59	56	59	50	48	46	54	59	49	45	59	41	38	35
64	57	33	67	59	56	53	58	59	58	58	29	57	45	39	57	30	59	53	55	57	50	55	43
53	38	59	53	67	53	40	54	57	33	52	59	50	51	47	43	52	65	57	68	57	65	38	54
Вариант 9						Вариант 10						Вариант 11						Вариант 12					
52	57	51	57	55	40	50	44	50	52	42	57	43	65	55	59	60	42	64	56	43	37	50	36
51	59	56	61	60	52	51	52	41	50	36	57	58	54	53	43	56	53	58	41	41	49	43	52
52	48	56	52	46	57	58	57	30	41	54	47	64	56	55	48	31	42	57	57	57	54	37	58
48	66	56	57	51	41	37	43	54	46	48	58	53	43	42	60	59	31	42	56	57	54	37	58
54	61	52	37	49	41	47	34	49	58	53	52	52	54	41	33	49	45	36	45	39	43	58	46
41	33	56	41	47	57	66	53	56	42	54	45	66	56	52	54	47	32	48	64	39	43	58	46
Вариант 13						Вариант 14						Вариант 15						Вариант 16					
43	54	55	49	51	54	66	55	52	69	51	38	37	43	54	58	68	58	57	38	57	45	58	51
50	54	55	71	59	40	33	40	39	55	55	62	46	47	53	58	38	57	54	36	32	49	56	50
40	63	55	41	60	55	58	55	50	36	45	58	42	61	33	59	58	55	39	53	60	51	48	57
49	52	59	55	42	46	31	52	36	56	56	40	54	32	40	59	59	48	37	39	51	48	57	55
55	61	43	48	36	31	51	51	51	65	39	59	58	33	32	59	53	51	61	54	65	32	56	36
54	61	67	68	55	36	35	38	63	34	51	55	28	33	32	53	59	33	59	58	65	32	56	36
Вариант 17						Вариант 18						Вариант 19						Вариант 20					
43	54	44	68	35	65	32	54	51	30	54	31	31	61	60	30	56	56	55	30	34	39	30	60
36	55	43	59	54	38	49	55	26	30	54	55	53	70	56	43	51	48	56	35	39	30	60	68
57	43	62	44	34	57	37	36	44	54	64	60	61	46	67	55	43	33	51	32	54	41	48	60
63	31	64	49	57	44	32	34	61	43	54	40	59	30	54	66	35	48	37	68	39	30	60	68
32	38	39	45	42	47	64	38	67	30	62	31	53	63	58	56	33	50	33	58	54	41	48	60
44	58	56	57	35	31	48	57	49	35	59	68	53	30	54	36	51	31	57	36	49	39	46	38
Вариант 21						Вариант 22						Вариант 23						Вариант 24					
54	42	49	31	53	57	50	54	37	55	54	54	40	45	33	56	55	30	59	50	32	67	57	34
55	44	58	42	43	54	60	59	59	66	66	56	57	57	33	54	45	35	31	57	50	63	66	57
62	41	36	37	40	40	34	51	38	56	50	55	30	31	34	37	56	39	38	55	56	42	41	25
64	42	38	57	55	59	48	62	50	49	60	38	46	64	65	37	49	69	36	54	42	41	25	56
34	46	51	62	51	46	63	55	55	63	50	53	56	52	58	55	58	59	51	60	65	69	57	57
33	45	61	54	58	51	54	42	34	58	41	36	67	54	45	56	41	55	38	36	69	57	57	36

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Тема: *Оптимизация использования ресурсов матричным симплекс-методом*

Цели работы:

1. Выработка навыков оптимизации использования ресурсов.
2. Запуск, отладка и тестирование программы.
2. Решение варианта задания.

Постановка задачи

Авиаремонтное предприятие располагает n видами ресурсов в количествах b_i , $i=1, n$. Расходуя имеющиеся ресурсы, предприятие может производить m видов продукции $j=1, m$. Реализация 1 единицы j -й продукции дает предприятию c_j денежных единиц. На производство 1 единицы j -го продукта расходуется a_{ij} единиц i -го ресурса. Надо найти оптимальный план производства продукции x_j , обеспечивающий \max суммарную прибыль.

Задание на лабораторную работу

В лабораторной работе необходимо:

1. Ввести программу в ЭВМ и создать файл исходных данных.
2. Решить задачу оптимизации.

Методические рекомендации

Целевая функция задачи – максимум суммарной прибыли предприятия,

имеет следующий вид
$$K = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max \quad . \quad (4.1)$$

В процессе производства предприятие, расходуя на каждую единицу j -го вида продукции a_{ij} единиц i -го ресурса, не может израсходовать больше запаса b_i i -го ресурса. Модель ограничения имеет вид
$$\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j \leq b_i; \text{ при } i = 1, n \text{ и } j = 1, m. \quad (4.2)$$

Вся произведенная продукция реальна, то есть $x_j \geq 0; j = 1, n$.

Алгоритм решения задачи

Шаг 1. Приведение задачи к каноническому виду, при котором:

- 1) все ограничения представляют собой алгебраические уравнения;
- 2) правые части уравнений положительны или равны 0;
- 3) все $x_j \geq 0$;
- 4) целевая функция максимизируется;
- 5) в ограничениях есть базис.

Исходными данными в программе являются:

- вектор коэффициентов целевой функции со своими знаками;
- матрица коэффициенты a_{ij} ;
- вектор свободных членов A .

Шаг 2. Заполнение симплекс-таблицы.

Шаг 3. Оценка оптимальности опорного плана.

Шаг 4. Если план не оптимален, то выполняется поиск опорного столбца, опорной строки, опорного элемента и преобразование симплекс-таблицы алгоритмом Жордана-Гаусса. Если план вновь не оптимален – переходим на шаг 3, если план оптимален – на шаг 5.

Шаг 5. Вывод результатов в текстовый файл.

Таблица 4.1.

Исходные данные к лабораторной работе 4

	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	b _j		x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	b _j		x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	b _j
	Вариант 1								Вариант 2								Вариант 3						
	1	2	3	1	1.2	2	350		2	2	1.1	2.1	1	1.1	300		2	3	2	2	2.2	3	632
	2	1	2	2	1.5	3	440		3	3	3.3	3.2	1.2	2.3	500		2	2	1	4	2.5	5	540
	1.1	2.1	2.2	3	1.7	1	560		1	1.1	2.2	1.3	1.5	2.5	400		2.1	1.1	1.3	2	1.3	4	630
Z	5	6	3	2	4	4		Z	2	3	1	3	5	3		Z	7	5	3	3	2	4	
	Вариант 4								Вариант 5								Вариант 6						
	2	1	1	2	1.1	1.1	220		2	4	2	4	1	1	210		1	2	1	2	4	2	650
	2	2	1	2	1.1	1.2	330		2	3	3	3	1.1	5	230		1	3	2	1	2.1	2	350
	1.2	1.1	2.2	2.1	1.2	2.3	440		1.3	2.4	2.4	2	1.2	3	320		2.3	2.6	2.2	3	1.2	2	540
Z	2	1	2	4	1	2		Z	3	4	2	1	3	6		Z	6	4	3	3	2	2	

Продолжение табл.4.1.																							
Вариант 7							Вариант 8							Вариант 9									
	2	2	1	4	1.1	2	450		2	4	2	4	1	1	340		1	2	1	2	2.2	1	450
	3	1	2	2	1.2	3	540		2	3	3	3	1.1	5	350		2	1	3	1	3.5	4	530
	2.1	2.1	1.2	2	1.3	1	260		1.3	2.4	2.4	2	1.2	3	420		2.1	2.1	1.2	3	1.7	1	350
Z	2	3	4	2	5	2		Z	3	4	2	1	3	6		Z	5	3	2	4	5	1	
Вариант 10							Вариант 11							Вариант 12									
	3	2	1	3	1.2	1	250		2	4	4	3	2.2	1	150		2	1	3	2	1.2	2	510
	3	2	2	2	2.5	2	440		2	3	1	2	0.5	2	240		1	3	1	2	2.2	1	640
	2.1	1.1	2.2	3	1.7	1	360		1.2	1.5	2.5	4	2.7	3	460		1.2	2.1	2.2	3	1.3	1	760
Z	2.4	2.3	2.1	1.5	1	2.1		Z	2.2	2	1	2.1	2.3	1.9		Z	9	4	5	4	2	3	
Вариант 13							Вариант 14							Вариант 15									
	2	1	2	2	2.2	1	410		2	1	2	2	2.2	1	410		2	1	1	2	3	1.1	520
	3	2	3	3	2.5	2	330		3	2	3	3	2.5	2	330		1	2	1	2	2.5	5.2	310
	1.2	2.4	1.2	2	2.7	3	530		1.2	2.4	1.2	2	2.7	3	530		2.3	2.3	1.4	2	1.7	1.3	230
Z	3	4	2	3	2	1		Z	3	4	2	3	2	1		Z	1	2	3	2	3	4	
Вариант 16							Вариант 17							Вариант 18									
	2	1	2	2	1.5	3	650		2	4	4	3	1	5.1	720		2	1	2	3	1.2	2	410
	1	3	3	3	1.6	3	340		1	6	3	2	1.1	2.2	450		1	3	1	1	1.2	1	340
	1.2	2.2	2.4	4	1.3	4	460		1.2	2.6	2.2	2	1.2	5.3	650		1.2	2.1	2.2	3	1.3	1	360
Z	8	6	9	10	7	5		Z	8	3	4	5	3	6		Z	9	4	5	3	1	3	
Вариант 19							Вариант 20							Вариант 21									
	2	1	2	3	1.2	2	410		3	1	1	2	2.2	1	410		3	2	1	2	2.2	1	650
	1	3	1	1	1.2	1	340		2	2	1	2	2.5	5	320		2	1	3	1	3.5	4	330
	1.2	2.1	2.2	3	1.3	1	360		2.3	2.3	1.1	2	1.7	1	210		2.1	2.1	1.2	3	1.7	1	250
Z	9	4	5	3	1	3		Z	2	3	1	2	2	4		Z	5	3	2	3	4	1	
Вариант 22							Вариант 23							Вариант 24									
	3	2	1	2	2.2	1	650		1	2	1	2	3	2	520		2	3	1	2	2.2	3	532
	2	1	3	1	3.5	4	330		1	3	2	1	2.1	2	550		2	2	1	4	1.5	5	440
	2.1	2.1	1.2	3	1.7	1	250		2.3	2.6	2.2	3	2.2	2	450		2.1	1.1	1.2	2	1.3	3	430
Z	5	3	2	3	4	1		Z	6	4	5	3	3	2		Z	7	5	4	2	3	6	

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

Тема: Оптимизация системы массового обслуживания с ожиданием

Цели работы:

1. Выработка навыков оптимизации каналов обслуживания.
2. Запуск, отладка и тестирование программы.
2. Подготовка данных для оптимизации.
3. Оптимизация количества каналов обслуживания.

Словесная постановка задачи

Лаборатория технического обслуживания и ремонта радиоэлектронного оборудования (РЭО) имеет N станций. В течение рабочего дня на обслуживание в среднем поступает λ заявок. Поток заявок, поступающих на обслуживание, можно считать пуассоновским. Время ремонта $t_{об}$ - случайная величина.

Задание на лабораторную работу

В лабораторной работе необходимо:

По номеру варианта из табл.4.1 составить файл данных и вычислить:

Шаг 1. Среднее время обслуживания $t_{ос} = \frac{1}{\mu}$, (5.1)

где μ - интенсивность обслуживания заявки одним каналом;

Шаг 2. Коэффициент загрузки канала $\alpha = \frac{\lambda}{\mu}$, (5.2)

где λ – интенсивность поступления заявок в СМО;

Шаг 3. Коэффициент загрузки СМО $\rho = \frac{\lambda}{n * \mu}$, (5.3)

где n - количество каналов обслуживания в СМО;

Шаг 4. Вероятность того, что все каналы свободны

$$P_o = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n-1} \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^n}{(n-1)!(n-\alpha)}} . \quad (5.4)$$

Шаг 5. Вероятность того, что все каналы заняты

$$P_{зан} = \frac{\alpha^n P_o}{(n-1)!(n-\alpha)} . \quad (5.5)$$

Шаг 6. Вероятность занятости k каналов ($k < n$)

$$P_k = \frac{\alpha^k}{k!} P_o . \quad (5.6)$$

Шаг 7. Среднее число занятых каналов

$$n_{зае} = \sum_{k=1}^n k * P_k - n * P_{зан} . \quad (5.7)$$

Шаг 8. Среднее число свободных каналов

$$n_{св} = n - n_{зан} . \quad (5.8)$$

Шаг 9. Среднее время ожидания обслуживания

$$t_{ож} = \frac{P_{зан}}{(n-\alpha)} . \quad (5.9)$$

Шаг 10. Средняя длина очереди

$$L_s = \frac{P_{зан} \alpha}{(n-\alpha)^2} . \quad (5.10)$$

Шаг 11. Среднее число заявок в СМО

$$\bar{n}_3 = L_s + \frac{n * P_n}{(1 - \frac{\alpha}{n})} + P_o \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\alpha^k}{(k-1)!} . \quad (5.11)$$

Шаг 12. Среднее число свободных каналов

$$n_{св} = P_o \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k)}{k!} \alpha^k . \quad (5.12)$$

Шаг 13. Суммарные затраты-потери СМО

$$C_t = C_{ож}^3 + C_{ож}^k + C_{об}^3 + C_{об}^k + C_{yx}^3 = (c_{ож}^3 L_s + c_{ож}^k n_{св} + c_{об}^3 \bar{n}_3 + c_{об}^k n + c_{yx}^3 V) * t . \quad (5.13)$$

где $C_{ож}^3$ - потери от простоя заявки в ожидании обслуживания (ден.ед.);

$C_{ож}^k$ - потери от простоя канала в ожидании заявки (ден.ед.);

$C_{об}^3$ - затраты на обслуживание одной заявки (ден.ед.);

$C_{об}^k$ - затраты на обслуживание одного канала (ден.ед.);

C_{yx}^3 - потери от уходы заявки (ден.ед.);

t - продолжительность расчетного периода;

Методические рекомендации

При отображении процессов ГА методами теории массового обслуживания основными компонентами сложной системы ГА являются потоки самолетов, пассажиров, багажа, грузов и почты, именуемых термином потоки "заявок" и обслуживаемых элементами предприятий - "каналами обслуживания". ТМО оценивает параметры, характеризующие облик СМО и ее элементов, а также связи между ними. Вероятности зависимости (5.13) определяются по 5.1-5.12. Варьируя n и λ можно построить семейства кривых, по которым оценивают оптимальное число каналов СМО.

Таблица 5.1.

Исходные данные к лабораторной работе 5

<i>Var</i>	<i>n</i>	λ	$t_{об}$	$C_{ож}^3$	$C_{ож}^к$	$C_{об}^к$	<i>Var</i>	<i>n</i>	λ	$t_{об}$	$C_{ож}^3$	$C_{ож}^к$	$C_{об}^к$
1	3	8	2	800	14	111	13	3	15	3	920	16	131
2	2	9	3	700	13	120	14	4	13	2	810	15	233
3	4	11	1	900	12	130	15	2	12	3	730	17	145
4	5	12	4	703	14	200	16	3	16	2	650	14	167
5	3	10	2	830	16	120	17	3	212	1	785	15	155
6	1	5	3	655	15	130	18	4	8	1	675	21	166
7	7	12	4	678	17	145	19	2	11	2	570	13	153
8	4	9	5	876	13	105	20	1	7	3	800	14	132
9	6	10	2	456	18	110	21	3	9	4	920	15	141
10	5	6	3	567	13	150	22	5	12	2	520	14	174
11	3	6	1	290	12	160	23	3	10	3	680	13	180
12	2	15	2	380	11	155	24	5	12	4	720	11	135

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрианов В.В. Алгоритмы методов разработки управленческих решений. Уч. издание. - М.: МГТУ ГА, 2001.
2. Андрианов В.В. Многофакторное экономико-математическое моделирование систем и процессов ГА: Уч. пособие. - М.: МГТУ ГА, 1995.
3. Андрианов В.В. Экономико-математические методы и модели. Ч II. Компьютерная реализация: Уч. пособие. - М.: МГТУ ГА, 1998.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Введение.....	3
2.	Требования к оформлению отчета о выполнении работы.....	3
3.	Порядок защиты лабораторных работ.....	3
4.	Этапы выполнения лабораторной работы.....	4
5.	Лабораторная работа 1 <i>Однофакторное регрессионное моделирование, анализ и прогнозирование производственных показателей предприятий ВТ.....</i>	4
6.	Лабораторная работа 2 Многофакторное регрессионное моделирование, анализ и прогнозирование производственных показателей предприятий ВТ.....	6
7.	Лабораторная работа 3 Оценка закона распределения случайной величины.....	10
8.	Лабораторная работа 4 <i>Оптимизация использования ресурсов матричным симплекс-методом.....</i>	12
9.	Лабораторная работа 5 <i>Оптимизация системы массового обслуживания с ожиданием.....</i>	14
10	Литература.....	17