

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ.....	5
Вариант 1.....	5
Вариант 2.....	7
Вариант 3.....	8
Вариант 4.....	9
2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИНТЕЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ САУ ПРИ ЗАДАННОЙ ЕЁ СТРУКТУРЕ.....	11
2.1. Основные требования для синтеза элементов САУ.....	11
2.2. Передаточные функции САУ.....	12
2.3. Статическая точность САУ при произвольных и типовых воздействиях.....	14
2.4. Обоснование построения желаемой ЛАЧХ.....	16
2.5. Порядок построения желаемой ЛАЧХ.....	20
2.6. Синтез корректирующих звеньев.....	22
2.7. Построение переходного процесса.....	26
3. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЗАДАНИЯ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ.....	31
3.1. Задание на курсовую работу.....	31
3.2. Типовой графоаналитический расчет по курсовой работе.....	32
3.2.1. Построение желаемой ЛАЧХ.....	33
3.2.2. Синтез передаточной функции корректирующего звена.....	35
3.2.3. Построение переходного процесса.....	36
4. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЗАДАНИЯ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ Mathcad.....	39
4.1. Задание на курсовую работу.....	39
4.2. Типовой расчет по курсовой работе с использованием системы Mathcad.....	40
4.2.1. Построение ЛАЧХ неизменяемой части системы.....	40
4.2.2. Построение желаемой ЛАЧХ.....	43
4.2.3. Синтез передаточной функции корректирующего звена.....	45
4.2.4. Построение переходного процесса.....	46
4.2.5. Синтез корректирующего звена из R, L, C элементов.....	47

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплине "Моделирование систем и процессов" принадлежит основная роль в формировании профессиональных знаний для инженера по эксплуатации авиационного оборудования в области автоматики авиационных систем и комплексов. Целью изучения дисциплины является получение знаний об общих принципах построения и расчета автоматических систем управления в авиационной технике, овладение методами анализа и синтеза математических моделей информационных систем и систем автоматического управления на основе использования частотных графоаналитических методов и средств вычислительной техники.

В этой курсовой работе студент должен на основе изучения соответствующего курса усвоить следующие умения:

- составлять функциональные и структурные схемы систем автоматического управления, используя основные математические модели их элементов;
- производить статический расчет системы и выбор её параметров, удовлетворяющих основным требованиям, предъявляемым к САУ;
- определять вид и параметры передаточных функций элементов систем автоматического управления;
- производить динамический расчет систем автоматического управления на основе изучения методов анализа и определять качество работы систем;
- выбирать и рассчитывать характеристики элементов систем, используя частотные методы синтеза САУ;
- производить анализ причин неисправностей и отказов в системах автоматического управления;
- использовать современную вычислительную технику при исследовании систем автоматического управления.

Данное пособие имеет следующую структуру.

В первой части пособия представлены четыре задания на курсовую работу. Каждое задание имеет 20 вариантов. Первые 10 вариантов представлены в таблицах. У вторых десяти вариантов изменены параметры передаточных функций элементов. Эти изменения представлены в записях после таблиц.

Во второй части пособия изложены основные теоретические положения синтеза САУ при заданной её структуре, что позволяет студенту-заочнику выполнить задание, практически не обращаясь к другим источникам.

В третьей и четвертой частях пособия представлены примеры решения поставленной задачи на основе инженерных графоаналитических методов и в системе компьютерной математики Mathcad, что поможет студенту выполнить все требования по оформлению и расчетам к данной работе.

1. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Вариант и номер задания студентам дневного факультета преподаватель выдает индивидуально каждому студенту на семинарах по курсовому проектированию, где проводятся консультации по курсовой работе и рассматриваются типовые примеры расчетов.

Вариант задания для студентов заочного факультета выбирается по номеру группы, который соответствует номеру варианта, а последняя цифра номера зачетки определяет номер задания в выбранном варианте.

Вариант 1

Задана структурная схема автоматической системы управления ЛА в режиме стабилизации и управления углом тангажа (рис. 1).

Передаточные функции блоков схемы:

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1};$$

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1};$$

$$W_3(s) = \frac{k_3}{T_3^2 s^2 + 2T_3 \xi s + 1};$$

$$W_4(s) = k_g;$$

$$W_5(s) = k_{\dot{g}} s$$

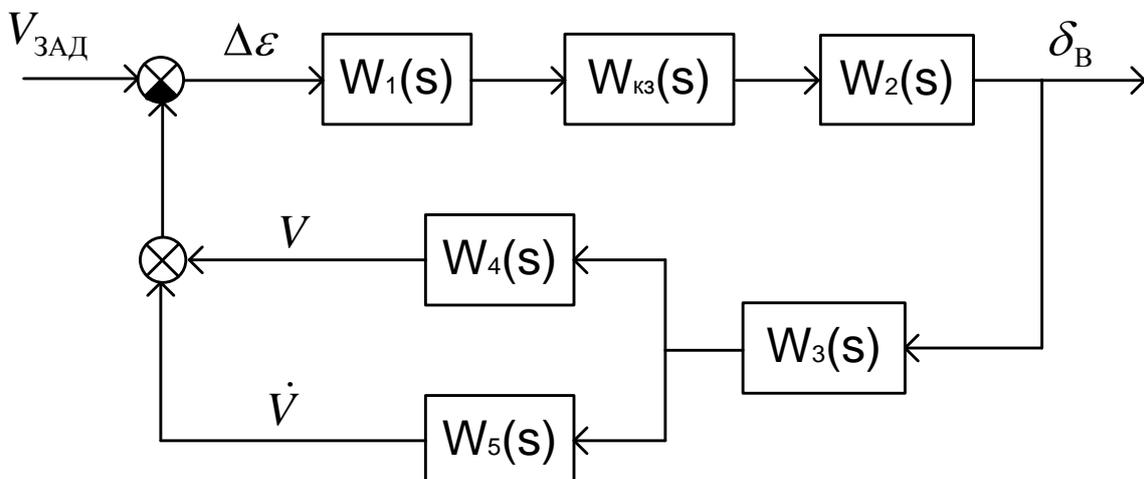


Рис.1. Структурная схема системы «ЛА-САУ»

Определить передаточную функцию корректирующего звена $W_{КЗ}(s)$ так, чтобы система «ЛА-САУ» обладала следующими свойствами и показателями качества:

- астатизмом 1-го порядка;
- передаточным коэффициентом разомкнутой системы $k = 10 \text{ c}^{-1}$;
- перерегулированием $\sigma_{\max} \leq 30\%$;
- временем переходного процесса $t_p \leq 2,5 \text{ c}$.

Максимальное ускорение регулируемой величины должно быть не более $10 \frac{\text{рад}}{\text{c}^2}$ при начальном рассогласовании $\Delta\vartheta = 0,1 \text{ рад}$.

Построить переходной процесс скорректированной системы и показать, что система «ЛА-САУ» удовлетворяет заданным требованиям.

Варианты значений параметров системы «ЛА-САУ» заданы в табл. 1.

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ	НОМЕРА ЗАДАНИЙ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_1, c	0,08	0,08	0,07	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04
k_1	20	30	30	40	40	45	45	50	50	55
T_2, c	0,02	0,03	0,03	0,035	0,035	0,04	0,04	0,025	0,025	0,015.
T_3, c	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9
ξ	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
k_3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
k_g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
$k_{\dot{g}}$	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Примечание: в первых 10 вариантах $k_2 = 0,5$, во вторых 10 вариантах - $k_2 = 0,8$.

На основе полученного вида $W_{КЗ}(s)$ синтезировать корректирующее звено из R,L,C элементов.

Вариант 2

Задана структурная схема автоматической системы стабилизации крена ЛА (рис.2).

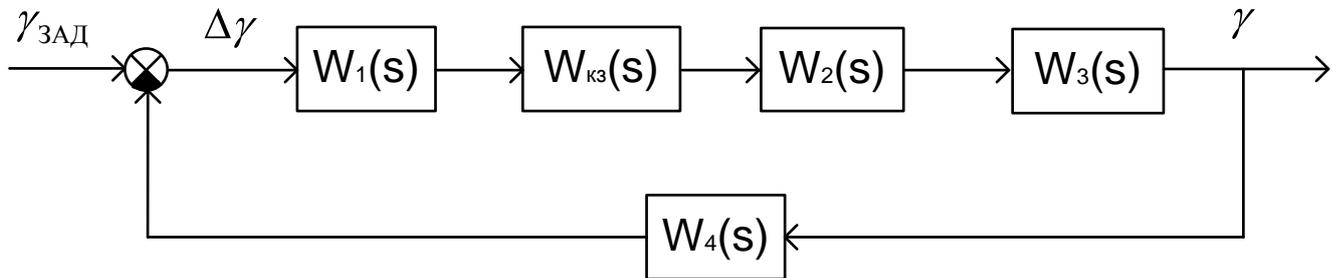


Рис. 2. Структурная схема автоматической системы стабилизации крена

Передаточные функции блоков схемы:

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1};$$

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1};$$

$$W_3(s) = \frac{k_3}{s};$$

$$W_4(s) = \frac{k_4}{T_4 s + 1}.$$

Определить передаточную функцию корректирующего звена $W_{\text{кз}}(s)$ и определить k_3 в $W_3(s)$ так, чтобы система обладала следующими свойствами и показателями качества:

- астатизмом 1-го порядка;
- передаточным коэффициентом разомкнутой системы $k_\gamma = 15 \text{ c}^{-1}$;
- перерегулированием $\sigma_{\text{max}} \leq 20\%$;
- временем переходного процесса $t_p \leq 1,5 \text{ c}$.

Максимальное ускорение регулируемой величины δ_γ не более $20 \frac{\text{рад}}{\text{c}^2}$ при наличии рассогласования $\Delta\gamma = 0,2 \text{ рад}$.

Необходимо построить переходной процесс скорректированной системы и показать, что система удовлетворяет заданным требованиям.

Варианты значений параметров заданы в табл. 2.

Таблица 2

ПАРАМЕТРЫ	НОМЕРА ЗАДАНИЙ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
k_2	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
k_4	0,4	0,45	0,35	0,3	0,35	0,4	0,45	0,2	0,25	0,3
T_2, c	0,1	0,12	0,16	0,18	0,2	0,22	0,2	0,18	0,16	0,14
T_4, c	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Примечание: в первых 10 вариантах $T_1 = 0,0k$, во вторых 10 вариантах - $T_1 = 0,02c$.

На основе полученного вида $W_{кз}(s)$ синтезировать корректирующее звено из R,L,C элементов.

Вариант 3

Задана структурная схема стабилизации гироскопического устройства (рис.3).

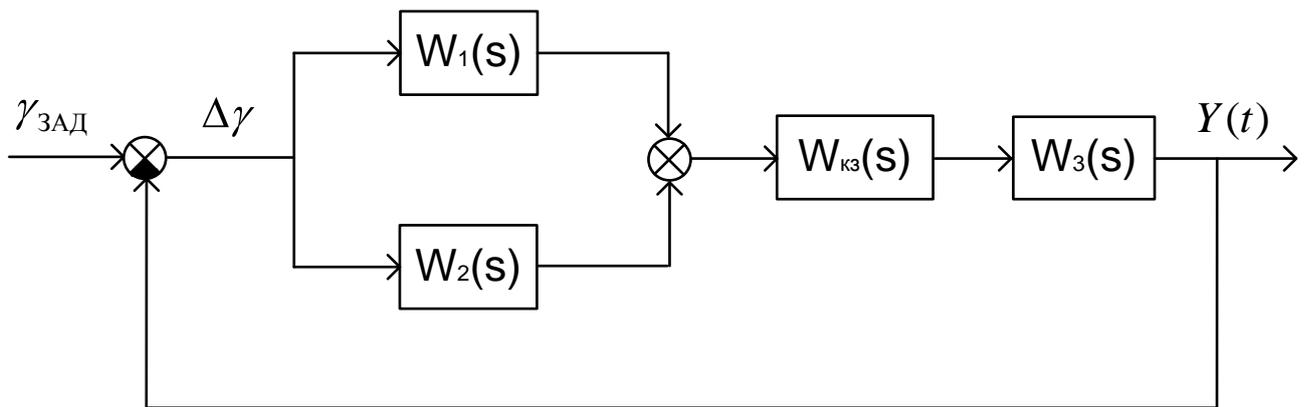


Рис.3. Структурная схема стабилизации гироскопического устройства

Передаточные функции блоков схемы:

$$W_1(s) = k_1;$$

$$W_2(s) = k_2s;$$

$$W_3(s) = \frac{k_3}{s(T_3^2 s^2 + 2T_3 \xi s + 1)}.$$

Синтезировать передаточную функцию корректирующего звена $W_{K3}(s)$ и определить k_2 в $W_2(s)$ так, чтобы система стабилизации гироскопического устройства обладала следующими свойствами и показателями качества:

- ошибкой стабилизации $\delta_\varepsilon \leq 0,01$;
- перерегулированием $\sigma_{\max} \leq 20\%$;
- временем переходного процесса $t_p \leq 0,1 \div 0,2$ с.

Максимальное ускорение регулируемой величины не более $50 \frac{рад}{с^2}$ при начальном рассогласовании $\varepsilon = 0,2$ рад.

Построить переходной процесс скорректированной системы стабилизации и показать, что система удовлетворяет заданным требованиям.

Варианты заданий параметров системы заданы в табл 3.

Таблица 3

ПАРАМЕТРЫ	НОМЕРА ЗАДАНИЙ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_1	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
k_2	1,2	1,4	1,6	1,8	2	1,2	1,4	1,6	1,8	2
k_3	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
T_3, c	1	1	1	1	1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

Примечание: в $W_3(s)$ для первых 10 вариантов $\xi = 0,8$, для вторых 10 вариантов $\xi = 0,5$.

На основе полученной $W_{K3}(s)$ синтезировать электрическую схему корректирующего звена из R,L,C элементов.

Вариант 4

Задана структурная схема следящей системы авиационного привода (рис.4).

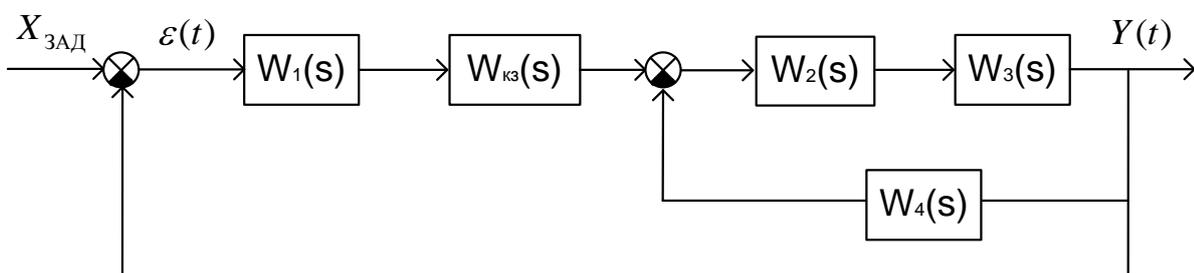


Рис. 4. Структурная схема следящей системы авиационного привода

Передаточные функции блоков схемы:

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1};$$

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1};$$

$$W_3(s) = \frac{k_3}{S};$$

$$W_4(s) = \frac{k_4}{T_4 s + 1}.$$

Синтезировать передаточную функцию корректирующего звена $W_{КЗ}(s)$ и определить k_3 в $W_3(s)$ так, чтобы система обладала следующими показателями качества:

- перерегулированием $\sigma_{\max} \leq 25\%$;
- временем переходного процесса $T_{\max} \leq 0,5$ с ;
- ошибкой слежения при $x(t) = 2 \cdot t$, равной $\varepsilon = 0,01 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Максимальное ускорение регулируемой величины $Y(t)$ не более $10 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ при начальном рассогласовании $\Delta\varepsilon = 0,2$ рад.

Построить переходной процесс скорректированной системы и показать, что система удовлетворяет заданным требованиям.

Варианты заданий параметров системы заданы в табл. 4.

Таблица 4

ПАРАМЕТРЫ	НОМЕРА ЗАДАНИЙ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_1	300	350	400	450	500	600	500	450	400	350
k_2	1	1,2	1,3	0,9	1,5	1,6	0,7	0,8	0,9	1,2
k_3	1	1,1	1	0,9	1	1,1	0,9	1	1,1	0,9
k_4	10	20	30	10	20	30	10	20	30	10
$T_3, \text{с}$	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65

Примечание: для первых 10 вариантов $T_1 = 0,05$ с, $T_2 = 0,1$ с, для вторых 10 вариантов $T_1 = 0,05$ с, $T_2 = 0,2$ с.

На основе полученной $W_{КЗ}(s)$ синтезировать схему корректирующего звена из R, L, C элементов.

2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИНТЕЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ САУ ПРИ ЗАДАННОЙ ЕЁ СТРУКТУРЕ

2.1. Основные требования для синтеза элементов САУ

Общая задача синтеза и проектирования САУ заключается в выборе её структурной схемы и определении параметров и характеристик элементов, которые обеспечивают требуемые статические, динамические и эксплуатационные качества.

При синтезе САУ с заданной структурой предполагают, что в неё входят объект управления и элементы с постоянными параметрами, которые составляют неизменяемую часть системы.

Тогда задача синтеза состоит в том, что с помощью элементов с варьируемыми параметрами спроектировать САУ так, чтобы она обладала требуемыми статическими и динамическими характеристиками. Эти элементы определяют изменяемую часть системы и их называют корректирующими устройствами.

Решение задачи синтеза неоднозначно, т. к. одни и те же требования можно удовлетворить с помощью различных корректирующих устройств. Обычно предпочтение отдают тем корректирующим устройствам, которые наиболее легко реализуются в данной системе.

Определение и выбор корректирующих устройств базируется на различных методах синтеза САУ. Наибольшее распространение получили так называемые «частотные методы», разработанные В. В. Солодовниковым и основанные на определении желаемых логарифмических частотных характеристик разрабатываемой САУ.

Проектирование САУ в соответствии с заданными требованиями к динамическим и статическим характеристикам САУ включает следующие этапы:

- синтез САУ на основе условий физической осуществимости и рационального выбора её элементов;
- синтез корректирующих устройств, обеспечивающих заданные требования показателей качества.

К основным требуемым показателям качества относятся (рис. 5):

- время переходного процесса t_p ;
- перерегулирование σ , % при единичном входном воздействии на САУ.

Время переходного процесса определяется минимальным временем, по истечении которого:

$$|y(t) - y(\infty)| \leq \Delta, \text{ где } \Delta = 0,05.$$

Перерегулирование σ , % определяется максимальным отклонением $y(t)$ от $y(\infty)$ и пересчитывается в процентах:

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\% .$$

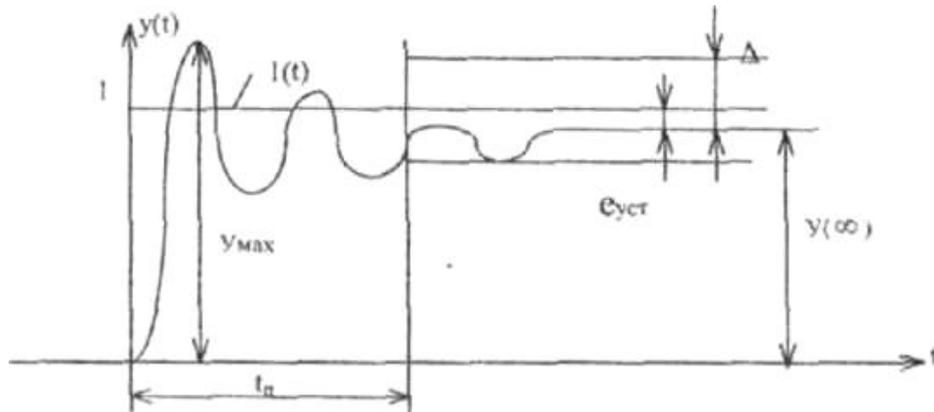


Рис. 5. Общий вид переходного процесса линейной САУ

Эти показатели качества являются определяющими, если для САУ основным режимом работы будет режим стабилизации. При работе САУ в режиме слежения за изменением входного сигнала основным требованием будет являться воспроизведение входного сигнала с заданной точностью. Эти требования задаются коэффициентами ошибок:

C_0 - определяет ошибку по координате;

C_1 - определяет ошибку по скорости;

C_2 - определяет ошибку по ускорению.

Рассмотрим основные положения теории автоматического управления, с помощью которых производится расчет и выбор как статических, так и динамических характеристик САУ.

2.2. Передаточные функции САУ

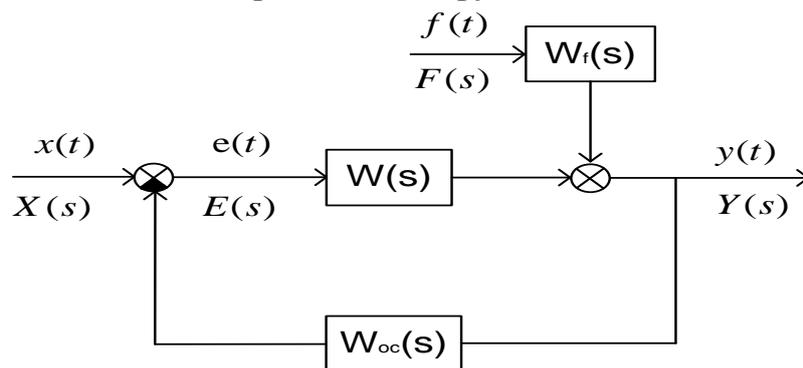


Рис. 6. Типовая схема САУ

Структурные схемы линейных САУ с помощью эквивалентных преобразований можно привести к типовой схеме, представленной на рис. 6.

На рис. 6 введены следующие обозначения:

$x(t)$ - управляющее воздействие;

$y(t)$ - выходной сигнал;

$f(t)$ - возмущающее воздействие или помеха;

$\varepsilon(t) = x(t) - y_{OC}(t)$ - ошибка системы;

$W(s)$ - передаточная функция прямой цепи;

$W_{OC}(s)$ - передаточная функция обратной связи;

$W_f(s)$ - передаточная функция канала помехи или возмущающего воздействия.

Передаточная функция замкнутой САУ по управляющему воздействию запишется при $f(t) = 0$:

$$W_{yx}(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \quad (1)$$

Передаточная функция замкнутой САУ по возмущающему воздействию при $x(t) = 0$:

$$W_{yf}(s) = \frac{W_f(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \quad (2)$$

Для определения точности САУ в установившемся режиме необходимо знание передаточных функций по ошибке.

Передаточная функция по ошибке замкнутой САУ по управляющему воздействию:

$$W_{ex}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \quad (3)$$

по возмущающему воздействию

$$W_{ef}(s) = \frac{W_f(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \quad (4)$$

Используя принцип суперпозиции и (1) - (4), определим выходной сигнал системы и ошибку в изображениях Лапласа:

$$Y(s) = Y_x(s) + Y_f(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \cdot X(s) + \frac{W_f(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \cdot F(s) \quad (5)$$

$$E(s) = E_x(s) + E_f(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \cdot X(s) + \frac{W_f(s)}{1 + W(s)W_{OC}(s)} \cdot F(s) \quad (6)$$

2.3. Статическая точность САУ при произвольных и типовых воздействиях

Одним из основных требований, предъявляемых к САУ, является обеспечение статической точности управляющего воздействия в установившемся режиме при $t \rightarrow \infty$.

На основе теоремы о конечном значении функции в преобразованиях Лапласа можно написать:

$$e_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sE(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} sE_x(s) + \lim_{s \rightarrow \infty} sE_f(s) \quad (7)$$

Если $W_{OC}(s) = 1$, то изображение ошибки по управляющему воздействию:

$$E_x(s) = W_{ex}(s)X(s) = \frac{1}{1+W(s)} \cdot X(s). \quad (8)$$

$W_{ex}(s)$ выражается в виде ряда по степеням S .

Тогда:

$$W_{ex}(s) = C_0 + C_1S + C_2S^2 + C_3S^3 + \dots \quad (9)$$

где коэффициенты ряда, которые называются коэффициентами ошибок, определяются как:

$$\begin{aligned} C_0 &= [W_{ex}(s)]_{s=0} \\ C_1 &= \left[\frac{dW_{ex}(s)}{ds} \right]_{s=0} \\ &\dots \\ C_n &= \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n W_{ex}(s)}{ds^n} \right]_{s=0} \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразуя зависимость (8) во временную область с учётом (9), определим выражение ошибки при произвольном входном сигнале:

$$e(t) = C_0x(t) + C_1 \frac{dx}{dt} + C_2 \frac{d^2x}{dt^2} + C_3 \frac{d^3x}{dt^3} + \dots \quad (11)$$

Аналогичную зависимость можно получить и для ошибки по возмущающему воздействию $e_f(t)$.

На основе общих выражений (6) определим установившиеся ошибки при типовых управляющих и возмущающих воздействиях для САУ с единичной обратной связью, то есть при единичной обратной связи $W_{OC}(s) = 1$.

Рассмотрим следующие варианты типовых воздействий:

$$а) x(t) = x_0 = const, f(t) = f_0 = const.$$

Используя зависимости (6) и (7), получим статическую ошибку при $t \rightarrow \infty$

$$e_{\infty} = e_{x_{\infty}} + e_{f_{\infty}} = \frac{1}{1+W(0)} \cdot x_0 + \frac{W_f(0)}{1+W(s)} \cdot f_0 \quad (12)$$

Для статических САУ, где $W(0) = k$:

$$e_{x_{\infty}} = \frac{x_0}{1+k}, \quad e_{f_{\infty}} = \frac{k_f + f_0}{1+k_f}, \quad (13)$$

где k - коэффициент передачи разомкнутой системы;

k_f - коэффициент передачи системы по возмущению разомкнутой системы.

Для астатических систем - $W(0) \rightarrow \infty$, поэтому:

$$e_{x_{\infty}} = 0. \quad (14)$$

Если $k_f = const$, то и $e_{f_{\infty}} = 0$.

$$б) x(t) = \dot{x}_0 t, \text{ где } \dot{x}_0 = const, f(t) = f_0 = const.$$

На основе зависимости (12):

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\dot{x}_0}{s[1+W(s)]} + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{W_f(s) \cdot f_0}{1+W(s)}. \quad (15)$$

Для систем с астатизмом первого порядка скоростная ошибка по управляющему воздействию с постоянной скоростью

$$e_{\dot{x}_{\infty}} = \frac{\dot{x}_0}{\dot{k}_0}, \quad (16)$$

где $\dot{k}_0 = \lim_{s \rightarrow \infty} sW(0)$ - коэффициент передачи и добротность системы по скорости.

Для системы с астатизмом второго порядка и выше скоростная ошибка $e_{\dot{x}_{\infty}} = 0$. Поэтому типовой сигнал $x(t) = \dot{x}_0 t$ используется только для оценки точности астатических систем первого порядка.

$$в) x(t) = \frac{\ddot{x}_0 t^2}{2}, \text{ где } \ddot{x}_0 = const, f(t) = f_0 = const.$$

Аналогично:

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\ddot{x}_0}{s^2[1+W(s)]} + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{W_f(s) \cdot f_0}{1+W(s)}. \quad (17)$$

Для систем с астатизмом второго порядка ошибка ускорения по управляющему воздействию:

$$\varepsilon_{\ddot{x}\infty} = \frac{\ddot{x}_0}{k_a}, \quad (18)$$

где $k_a = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 W(s)$ - коэффициент передачи или добротность системы по ускорению.

Второе слагаемое выражения (12) как и в предыдущем случае определяет статическую ошибку по возмущающему воздействию.

$$\text{г) } x(t) = x_0 \sin \omega_0 t, \quad f(t) = 0.$$

В установившемся режиме ошибка по управляющему воздействию:

$$\varepsilon_x(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

Подставив $s = j\omega$ в (12) при $f(t) = 0$, получим

$$\varepsilon_0 = |W_{ex}(j\omega_0)|_{x_0} = \frac{x_0}{|1 + W(j\omega_0)|}. \quad (19)$$

При $|W(j\omega_0)| \gg 1$:

$$\varepsilon_0 = \frac{x_0}{|W(j\omega_0)|}.$$

В итоге, на основе вышеполученных зависимостей определяются параметры САУ, т.е. коэффициенты добротности, обеспечивающие ошибки $e_{x\infty}$ и $e_{f\infty}$ в установившемся режиме.

2.4. Обоснование построения желаемой ЛАЧХ

Одним из наиболее распространенных методов синтеза корректирующих устройств является метод В.В.Солодовникова, предполагающий построение желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики ЛАЧХ, исходя из требуемых показателей качества. Для этого используют однозначную зависимость для минимально-фазовых систем между параметрами, определяющими качество переходного процесса при единичном входном воздействии, и видом вещественной частотной характеристики замкнутой системы $P_3(\omega)$.

В качестве исходной вещественной частотной характеристики $P_3^T(\omega)$ принимается типовая характеристика, представленная на рис.7.

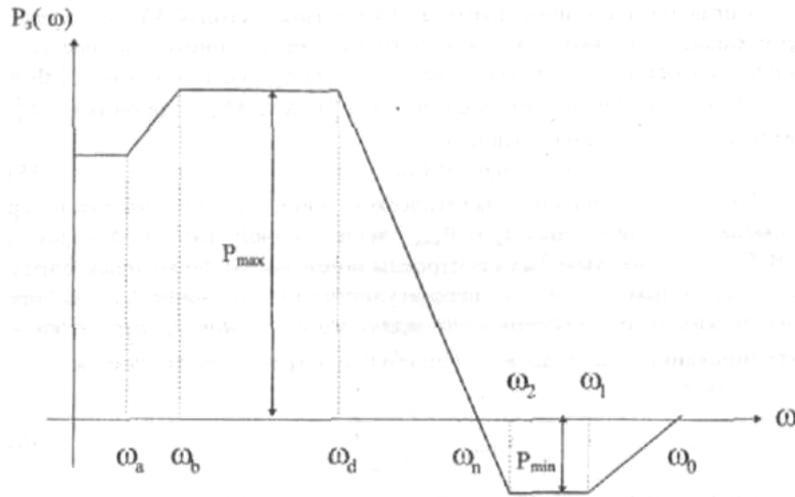


Рис. 7. Типовая вещественная частотная характеристика

Форму этой характеристики определяют:

$$\chi = \frac{\omega_d}{\omega_n} - \text{основной коэффициент наклона};$$

$$\chi = \frac{\omega_d}{\omega_n}, \chi_{g2} = \frac{\omega_1}{\omega_0} - \text{дополнительный коэффициент наклона};$$

$$\lambda_1 = \frac{\omega_b}{\omega_n} - \text{основной коэффициент формы};$$

$$\lambda_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0} - \text{дополнительный коэффициент формы}.$$

Эти коэффициенты однозначно определяют P_{\max} и P_{\min} .

В свою очередь типовые характеристики $P_3(\omega)$ с различными коэффициентами наклона и формы соответствуют различным переходным процессам. В [2] показано, что время регулирования t_p для $P_3(\omega)$ с различными

χ находится в пределах $\frac{\pi}{\omega_0} < t_p < \frac{4\pi}{\omega_0}$, а наименьшее время t_p переходного

процесса при незначительном его перерегулировании $\sigma \cong 4\%$ соответствует типовым $P_3^T(\omega)$ с $\chi = 0,2 \div 0,25$. Там же для типовых $P_3^T(\omega)$ с различными χ построены номограммы, с помощью которых установлена функциональная связь запасов устойчивости по амплитуде и фазе с наклонами ЛАЧХ разомкнутых систем в диапазоне средних частот.

Согласно этим номограммам следует, что ЛАЧХ разомкнутой САУ, которая соответствует требуемым типовым характеристикам переходного процесса, должна пересекать ось абсцисс в точке частоты среза ω_c под наклоном -20 дБ/дек.

На основании аппроксимации ряда ЛАЧХ САУ с типовыми $P_3^T(\omega)$ для различных χ найдено соотношение

$$\omega_C = (0,6 \div 0,9)\omega_n \quad (20)$$

По существующей аналитической связи между частотой среза ω_C , временем регулирования t_P и P_{\max} вещественной частотной характеристики В.В. Солодовниковым были построены номограммы, по которым определяется ω_C по заданным $t_{P_{\max}}$ и $\sigma\%$ перерегулирования. Значение $t_{P_{\min}}$ выбирается из физических условий обеспечения заданного ускорения \ddot{y}_{\max} отработки объектом регулирования рассогласования ошибки ε_0 с требуемой точностью.

Отсюда:

$$t_{P_{\min}} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\ddot{y}_{\max}}}, \quad (21)$$

где ε_0 - начальная ошибка рассогласования при t_0 ;

\ddot{y}_{\max} - максимально допустимое ускорение отработки выходной величины.

Тогда частота среза:

$$\omega_{C_{\max}} = \frac{2}{t_{P_{\min}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\ddot{y}_{\max}}}. \quad (22)$$

На величину перерегулирования $\sigma\%$, в основном, оказывает влияние положительная часть типовой вещественной характеристики $P_3^T(\omega)$, которая практически однозначно зависит от P_{\max} (рис. 7).

Поэтому в номограммах В. В. Солодовникова учитывается только P_{\max} .

По номограммам рис.8, взяв значение $\sigma_{\max}\%$ из технического задания, устанавливают требуемое значение P_{\max} , а затем по кривой $t_{P_{\max}} = f(P_{\max})$ определяют максимальное время регулирования t_P .

В свою очередь,

$$t_{P_{\max}} = \frac{m\pi}{\omega_{C_{\min}}}, \quad (23)$$

откуда определяют минимальную частоту среза желаемой ЛАЧХ:

$$\omega_{C_{\min}} = \frac{m\pi}{t_{P_{\max}}}.$$

Следовательно, частота среза ω_C , через которую должна проходить желаемая ЛАЧХ под наклоном -20 дБ/дек, должна быть в пределах:

$$\omega_{C_{\min}} < \omega_C < \omega_{C_{\max}} \quad (24)$$

Для упрощения процесса проверки выполнения заданных требований В. В. Солодовниковым предложены графики, где по $\sigma\%$ определяются необходимые запасы устойчивости по амплитуде ΔL и по фазе $\Delta\varphi$ (рис. 9).

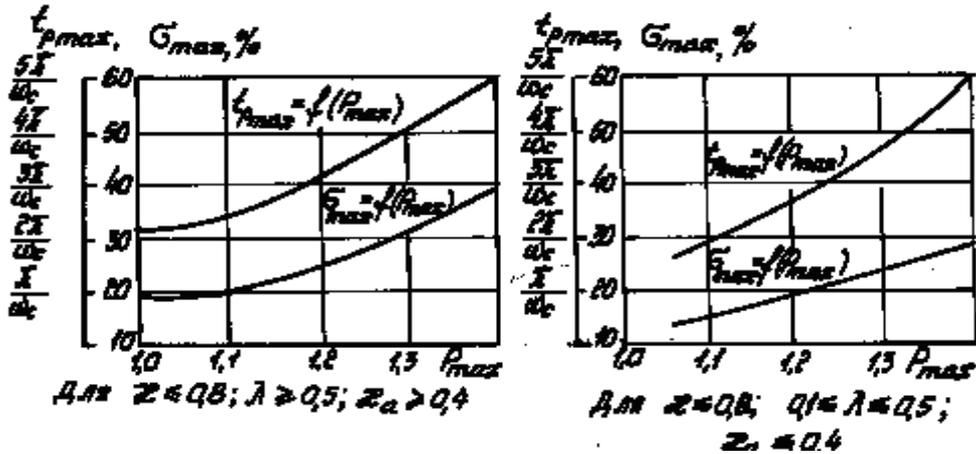


Рис. 8. Номограммы, связывающие показатели качества переходного процесса и параметры типовой вещественной характеристики

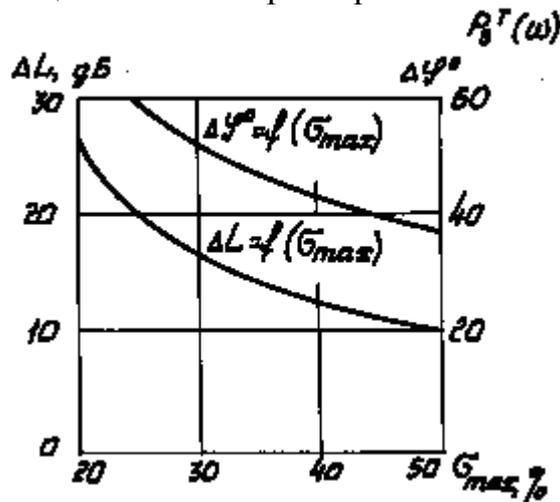


Рис. 9. Номограмма, определяющая запасы устойчивости по амплитуде и фазе по требуемому перерегулированию $\sigma\%$.

Для этого по ранее найденному значению $\sigma\%$ с помощью кривых, представленных на рис. 9, определяют требуемый запас по фазе $\Delta\varphi_M$ и предельные значения по амплитуде ΔL_M .

Избыток фазы $\Delta\varphi_M$ должен быть обеспечен на участке характеристики $L_*(\omega)$ для диапазона:

$$\Delta L_M > L_*(\omega) > -\Delta L_M,$$

который охватывает среднечастотную асимптоту желаемой ЛАЧХ. Для проверки избытка фазы проводят на графике с желаемой ЛАЧХ ординаты $+\Delta L_M$ и определяют частоты по оси абсцисс, на которых происходит пересечение $L_*(\omega)$ и этих ординат, т. е. ω_a и ω_b . Значение избытка фазы $\Delta\varphi_M$

при частоте ω_a определяют по формуле:

$$\omega_a = \pi - \gamma \frac{\pi}{2} - \left(\frac{k\pi}{2} - \sum_{i=1}^k \frac{\omega_i}{\omega_a} \right) + \left(\frac{l\pi}{2} - \sum_{j=1}^l \frac{\omega_j}{\omega_a} \right), \quad (25)$$

где γ - порядок астатизма системы;

ω_i - сопрягающие частоты, меньше ω_a , при которых наклон $L_*(\omega)$ увеличивается на 20 дБ/дек ;

ω_j - сопрягающие частоты, меньше ω_a , при которых наклон уменьшается на 20 дБ/дек ;

k - число сопрягающих частот ω_i ;

l - число сопрягающих частот ω_j .

Если избыток фазы окажется меньше необходимого найденного по номограмме, то сопрягающую асимптоту следует переместить влево. При слишком большом избытке $\Delta\varphi_a$ - вправо.

После выбора высокочастотной желаемой ЛАЧХ и её сопряжения со среднечастотной асимптотой проверяют избыток фазы $\Delta\varphi_\varepsilon$ на частоте ω_ε :

$$\Delta\varphi_\varepsilon = \pi - \pi \frac{q_{\text{ср}}}{4} - \sum_{r=1}^m \frac{\omega_\varepsilon}{\omega_r}, \quad (26)$$

где $q_{\text{ср}}$ - относительный наклон среднечастотной асимптоты (при наклоне -20 дБ/дек $q_{\text{ср}} = 1$);

ω_r - сопрягающие частоты, большие частоты ω_c ;

m - число сопрягающих частот ω_r .

Если $\Delta\varphi_\varepsilon$ меньше требуемого значения, то высокочастотную асимптоту желаемой ЛАЧХ перемещают вправо.

2.5. Порядок построения желаемой ЛАЧХ

При построении желаемой ЛАЧХ выделяются три основных участка: низкочастотный, среднечастотный и высокочастотный.

1. Низкочастотный участок определяет точность работы САУ в установившемся режиме или её статические свойства.

Исходя из требуемого порядка астатизма γ и из условия определенной величины передаточного коэффициента k разомкнутой системы, который должен обеспечивать установившиеся статические ошибки или по положению, или по скорости, или по ускорению (п. 2.3), низкочастотный участок строят с учётом требуемого k и заданного порядка астатизма γ . Для систем с $\gamma = 1$ на частотах меньших первой сопрягающей частоты ω_1 он должен иметь наклон -20 дБ/дек , а при $\omega = 1$ величина ординаты должна быть равна

значению $20 \lg k$ (рис. 17). Первая сопрягающая частота ω_1 - частота сопряжения низкочастотного участка со среднечастотным участком определяется после построения среднечастотного участка.

Для астатических систем первого порядка ω_1 находится следующим образом. Если в качестве входного воздействия принять

$$x(t) = x_0 \sin \omega_0 t,$$

$$\text{то } \dot{x}_0 = x_0 \frac{2\pi}{T}, \quad \ddot{x}_0 = x_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2.$$

Ошибку определяют по приближенной формуле: $\varepsilon_{\max} = \frac{x_0}{A(\omega_0)}$.

Диапазон низкочастотного участка ищется по соотношению:

$$\omega_1 = \omega_{\max H} = \frac{\ddot{x}_0}{\dot{x}_0}.$$

Тогда желаемая низкочастотная ЛАЧХ, исходя из требуемой точности, может быть построена по частоте сопряжения $\omega_1 = \omega_{\max H}$ с ординатой точки перегиба

$$L_1(\omega_1) = 20 \lg |W(j\omega_1)| = 20 \lg \frac{x_0}{\varepsilon_{\max}} \quad (27)$$

Если ЛАЧХ будет проходить ниже желаемой ЛАЧХ, то воспроизведение входного сигнала $x(t) = x_0 \sin \omega_0 t$ с заданной точностью не обеспечивается.

Если требование по точности определяется в виде коэффициентов ошибок C_1 и C_2 , т. е. будут известны или заданы коэффициенты добротности по скорости $K_v = \frac{1}{C_1}$ и ускорению $K_a = \frac{1}{C_2}$, то ω_1 можно найти, приняв $\varepsilon_{\dot{x}_0\infty} = \varepsilon_{\ddot{x}_0\infty}$, как:

$$\omega_1 = \frac{2C_1}{C_2} \quad (28)$$

Иногда на практике низкочастотный участок $0 - \omega_1$ выбирают на основе приближенной зависимости $\omega_1 = 0,15\omega_{\Pi}$ вещественной частотной характеристики $P_3^T(\omega)$.

2. Среднечастотный участок определяет основные динамические свойства САУ.

Построение среднечастотного участка желаемой ЛАЧХ состоит в определении частоты среза ω_c по заданному $\sigma\%$, на основе номограммы P_{\max} (рис.8) или согласно формуле:

$$\omega_c = \frac{m\pi}{t_{P_{\max}}} \quad (29)$$

Далее, через найденную ω_c на участке $-\Delta L_M > L_*(\omega) > \Delta L_M$ (рис. 17) проводят ЛАЧХ под наклоном -20 дБ/дек . ΔL_M выбирают или приближенно в диапазоне $\pm 12 \div 16 \text{ дБ}$, или точно, по номограмме рис.9 с проверкой избытка фазы.

Среднечастотный участок обычно равен как минимум интервалу частот в одну декаду.

3. Высокочастотный участок определяет сглаживающие свойства системы по отношению к помехам. Чем больше наклон высокочастотного участка, больше помехоустойчивость САУ. На практике $\omega_g \cong (6 \div 8)\omega_c$.

При сопряжении всех участков желаемой ЛАЧХ следует пользоваться принципом минимального отличия её наклонов от наклонов характеристик неизменяемой части системы на каждом из участков сопрягающих частот. Это даёт возможность получить более простую передаточную функцию корректирующего звена, имеющего числитель и знаменатель наиболее низкого порядка.

Таким образом, построение желаемой ЛАЧХ сводится к следующей последовательности операций:

1. Строят ЛАЧХ некорректированной САУ, используя предварительный структурный анализ системы и известные передаточные функции звеньев.
2. Согласно номограммам рис.8 по заданной $\sigma\%$ определяют P_{\max} .
3. По номограмме рис.8 и найденному P_{\max} согласно заданному $t_{p\max}$ определяют ω_c .
4. Проверяют найденную ω_c на условие (24).
5. Далее строят среднечастотную часть желаемой ЛАЧХ, проведя её через ω_c , с наклоном -20 дБ/дек и ограничивая значениями ординат L_1 и L_2 .
6. Проводят сопряжение среднечастотной части желаемой ЛАЧХ с низкочастотным участком ЛАЧХ нескорректированной САУ.
7. Проводят сопряжение среднечастотной части желаемой ЛАЧХ с высокочастотным участком нескорректированной ЛАЧХ из условия простейшего получения корректирующего звена.

2.6. Синтез корректирующих звеньев

а). Синтез последовательного корректирующего звена.

Структурная схема САУ с последовательным корректирующим звеном представлена на рис. 10.

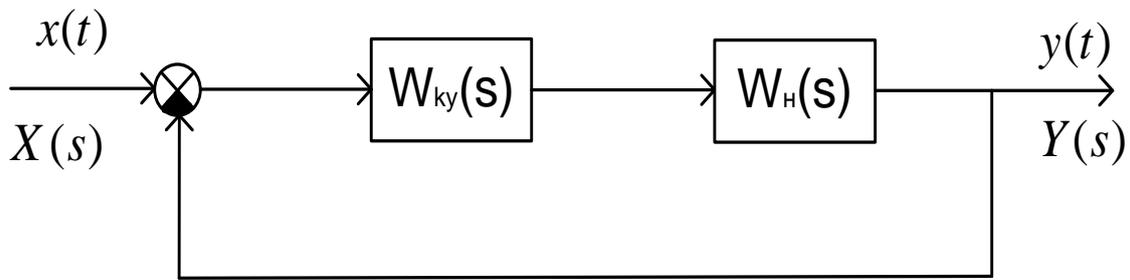


Рис. 10. Структурная схема САУ с последовательным корректирующим звеном.
 $W_{ky}(s)$ - передаточная функция передаточного звена;
 $W_H(s)$ - передаточная функция неизменяемой части САУ.

Передаточная функция желаемой разомкнутой САУ:

$$W_*(s) = W_H(s)W_{ky}(s) \quad (30)$$

Откуда ЛАЧХ последовательного корректирующего звена имеет вид:

$$20 \lg |W_{ky}(j\omega)| = 20 \lg |W_*(j\omega)| - 20 \lg |W_H(j\omega)| \quad (31)$$

Фазочастотная характеристика последовательного корректирующего звена:

$$\varphi_{ky}(\omega) = \varphi_*(\omega) - \varphi_H(\omega). \quad (32)$$

Выражения (31) и (32) показывают, что для определения ЛАЧХ последовательного корректирующего звена необходимо:

1. Построить ЛАЧХ неизменяемой части разомкнутой системы;
2. Построить по заданным показателям качества желаемую ЛАЧХ разомкнутой системы $20 \lg |W_*(j\omega)|$;
3. Вычесть из желаемой ЛАЧХ характеристику неизменяемой части системы согласно (31);
4. По виду ЛАЧХ корректирующего звена определить его передаточную функцию и схему.

б). Синтез параллельного корректирующего звена

Структурная схема САУ с параллельным корректирующим звеном, охватывающим в виде обратной связи часть последовательных звеньев системы, представлена на рис.11.

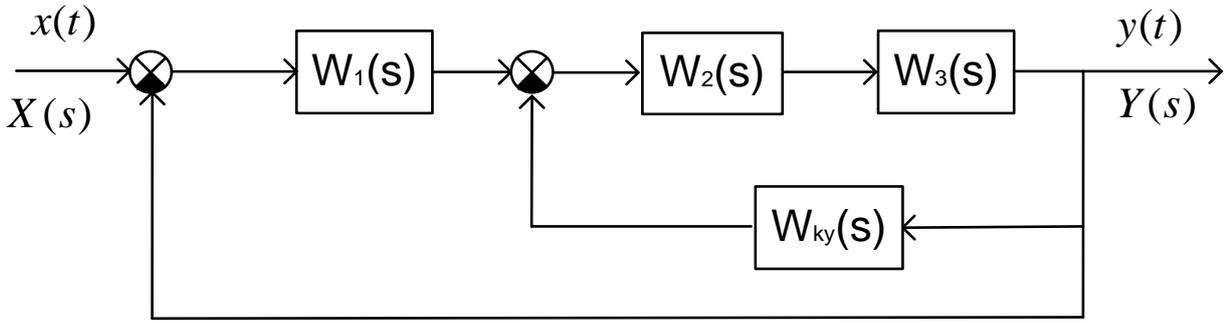


Рис. 11. Структурная схема САУ с параллельным корректирующим звеном.

Передаточная функция скорректированной разомкнутой системы является желаемой передаточной функцией, т. е.

$$W_*(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)}{1 + W_2(s)W_3(s)W_{ky}(s)} \quad (33)$$

Если обозначить $W_2(s)W_3(s) = W_{ОХВ}(s)$, тогда передаточная функция внутреннего контура:

$$W_*(s) = \frac{W_{ОХВ}(s)}{1 + W_{ОХВ}(s)W_{ky}(s)} \quad (34)$$

В астатических системах следует учитывать особенности действия обратной связи. Чтобы вводимая обратная связь не понижала порядок астатизма системы, необходимо иметь порядок нулей $W_{ky}(s)$ при $S \rightarrow 0$ не ниже порядка полюсов $W_{ОХВ}(s)$ при $S \rightarrow 0$. Если кратность полюсов $W_{ОХВ}(s)$ равна кратности нулей $W_{ky}(s)$, то общий коэффициент усиления системы после введения обратной связи уменьшится в $(1 + K_{ky}K_{ОХВ})$ раз. Если кратность полюсов $W_{ОХВ}(s)$ меньше кратности нулей $W_{ky}(s)$, то общий коэффициент усиления системы при введении обратной связи остается неизменным.

Выбор $W_{ky}(s)$ этого типа с помощью ЛАЧХ выполняется для тех диапазонов частот, для которых справедливо неравенство:

$$|W_{ОХВ}(j\omega)W_{ky}(j\omega)| \gg 1.$$

Тогда выражение (33) преобразуется:

$$W_*(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)}{1 + W_2(s)W_3(s)W_{ky}(s)} = \frac{W_1(s)}{W_{ky}(s)} = \frac{W_{HX}(s)}{W_{ky}(s)}, \quad (35)$$

где $W_{\text{HX}}(s) = W_1(s)$ - передаточная функция звеньев неохваченных $W_{\text{ky}}(s)$.

Откуда $W_{\text{ky}}(s) \approx \frac{W_{\text{HX}}(s)}{W_*(s)}$ или, переходя к ЛАЧХ, определяем характеристику параллельного корректирующего звена:

$$\begin{aligned} 20 \lg |W_{\text{ky}}(j\omega)| &= 20 \lg |W_{\text{HX}}(j\omega)| - 20 \lg |W_*(j\omega)| = \\ &= 20 \lg |W(j\omega)| - 20 \lg |W_{\text{ОХВ}}(j\omega)| - 20 \lg |W_*(j\omega)| \end{aligned} \quad (36)$$

На основании полученных выражений для определения параллельного корректирующего звена $W_{\text{ky}}(s)$ необходимо:

1. Построить ЛАЧХ неохваченной части системы $20 \lg |W_{\text{HX}}(j\omega)|$;
2. Построить по заданным показателям качества желаемую ЛАЧХ разомкнутой системы $20 \lg |W_*(j\omega)|$;
3. Вычесть из ЛАЧХ неохваченной системы желаемую ЛАЧХ;
4. По виду ЛАЧХ корректирующего звена определить его передаточную функцию и предложить схему реализации.

в). Синтез последовательного и параллельного корректирующих звеньев

В некоторых случаях, когда два предыдущих способа синтеза корректирующих звеньев приводят к сложным схемным решениям, возникает необходимость их разбиения на последовательное и параллельное корректирующие звенья.

Структурная схема с такими устройствами приведена на рис. 12.

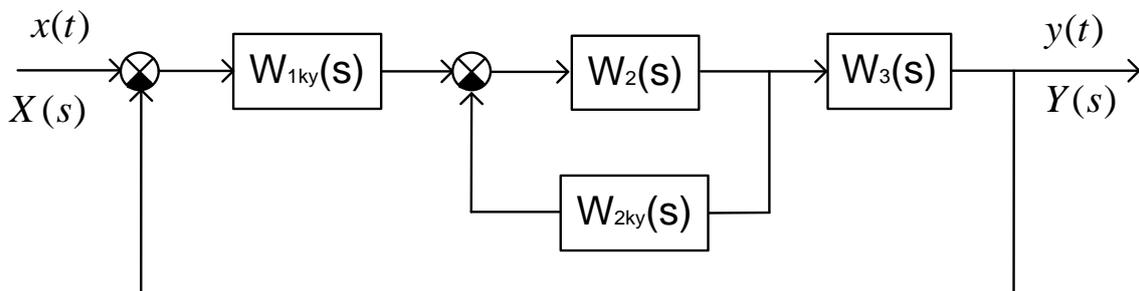


Рис. 12. Структурная схема САУ с последовательным и параллельным корректирующими звеньями.

Передаточная функция скорректированной разомкнутой системы, которая является желаемой, будет иметь вид

$$W_*(s) = \frac{W_{1ky}(s)W_{OXB}(s)W_{HX}(s)}{1 + W_{OXB}(s)W_{2ky}(s)}. \quad (37)$$

Выбор $W_{1ky}(s)$ и $W_{2ky}(s)$ будем выполнять для тех диапазонов частот, для которых справедливо неравенство:

$$|W_{OXB}(j\omega)W_{2ky}(j\omega)| \gg 1.$$

Тогда зависимость (37) упростится:

$$W_*(s) = \frac{W_{1ky}(s)W_{HX}(s)}{1 + W_{2ky}(s)} \quad (38)$$

Следовательно,

$$20 \lg |W_{ky}(j\omega)| = 20 \lg |W_{1ky}(j\omega)| - 20 \lg |W_{2ky}(j\omega)| + 20 \lg |W_{HX}(j\omega)|.$$

На основании полученных выражений для определения последовательного и параллельного корректирующих звеньев необходимо:

1. Построить по заданным показателям качества желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы $20 \lg |W_*(j\omega)|$;

2. Построить ЛАЧХ неохваченной части системы $20 \lg |W_{HX}(j\omega)|$;

3. Вычесть из желаемой ЛАЧХ, ЛАЧХ неохваченной системы;

4. Зная, что ЛАЧХ, полученная в результате выполнения операций, является: $20 \lg |W_{1ky}(j\omega)| - 20 \lg |W_{2ky}(j\omega)|$, задаваясь или $W_{1ky}(j\omega)$, или $W_{2ky}(j\omega)$, определить передаточную функцию другого корректирующего звена.

2.7. Построение переходного процесса

Переходный процесс является реакцией САУ $y(t)$ на единичное входное воздействие $x(t) = 1(t)$ при нулевых начальных условиях. Для построения переходного процесса наибольшее применение нашёл метод трапеций. Метод трапеций предполагает знание вещественной частотной характеристики $P(\omega)$ замкнутой системы.

а). Графическое построение переходного процесса для САУ, охваченной единичной отрицательной обратной связью.

Существует аналитическая связь между передаточной функцией $\Phi(j\omega)$, $W_*(j\omega)$ разомкнутой системы и частотными характеристиками $P(\omega)$ и $V(j\omega)$:

$$\Phi(j\omega) = \frac{W_*(j\omega)}{1+W_*(j\omega)} = P(j\omega) + jV(j\omega). \quad (39)$$

На основе этой связи построены номограммы, представленные на рис.13, которые позволяют по желаемой ЛАЧХ и соответствующей ей фазовой характеристике $\varphi(\omega)$ определить $P(\omega)$. Для этого на номограмме по оси ординат откладывают значение $L_*(\omega_i)$ дБ, а по оси абсцисс - $\varphi_*(\omega_i)$. В точке пересечения прямых уровней $[L_*(\omega_i), \varphi_*(\omega_i)]$ считывается с кривой номограммы значение $P(\omega_i)$ для частоты ω_i .

Для построения всей характеристики $P(\omega)$ необходимо взять 10÷15 точек различных значений желаемой ЛАЧХ и её фазовой характеристики для ω_i с одинаковым интервалом по всему диапазону значимых частот.

При построении переходного процесса $y(t)$ по вещественной частотной характеристике $P(\omega)$ используют следующую методику, представленную на рис. 14. В этой методике используют так называемый «метод трапеций»:

1. Характеристику $P(\omega)$ разбивают на трапеции так, чтобы их наклонные стороны как можно точнее аппроксимировали кривую $P(\omega)$;
2. Каждую трапецию вычерчивают на единой оси ω с учётом знака площади рассматриваемой трапеции. Знаки присваивают каждой трапеции так, чтобы сумма их площадей как можно точнее аппроксимировала площадь под кривой $P(\omega)$;
3. Для каждой трапеции определяют коэффициент наклона:

$$\chi_j = \frac{\omega_{1j}}{\omega_{2j}}.$$

4. По таблицам h – функций, представленных в [2], для каждой χ_j трапеций выписываем значения стандартных реакций $h_j(\tau)$ и заполняем табл. 5.

Таблица 5

τ	0,00	0,05	0,10	0,15	...	0,95	1,00
$h_1(\tau)$...		
$h_2(\tau)$...		
.....						
$h_n(\tau)$...		

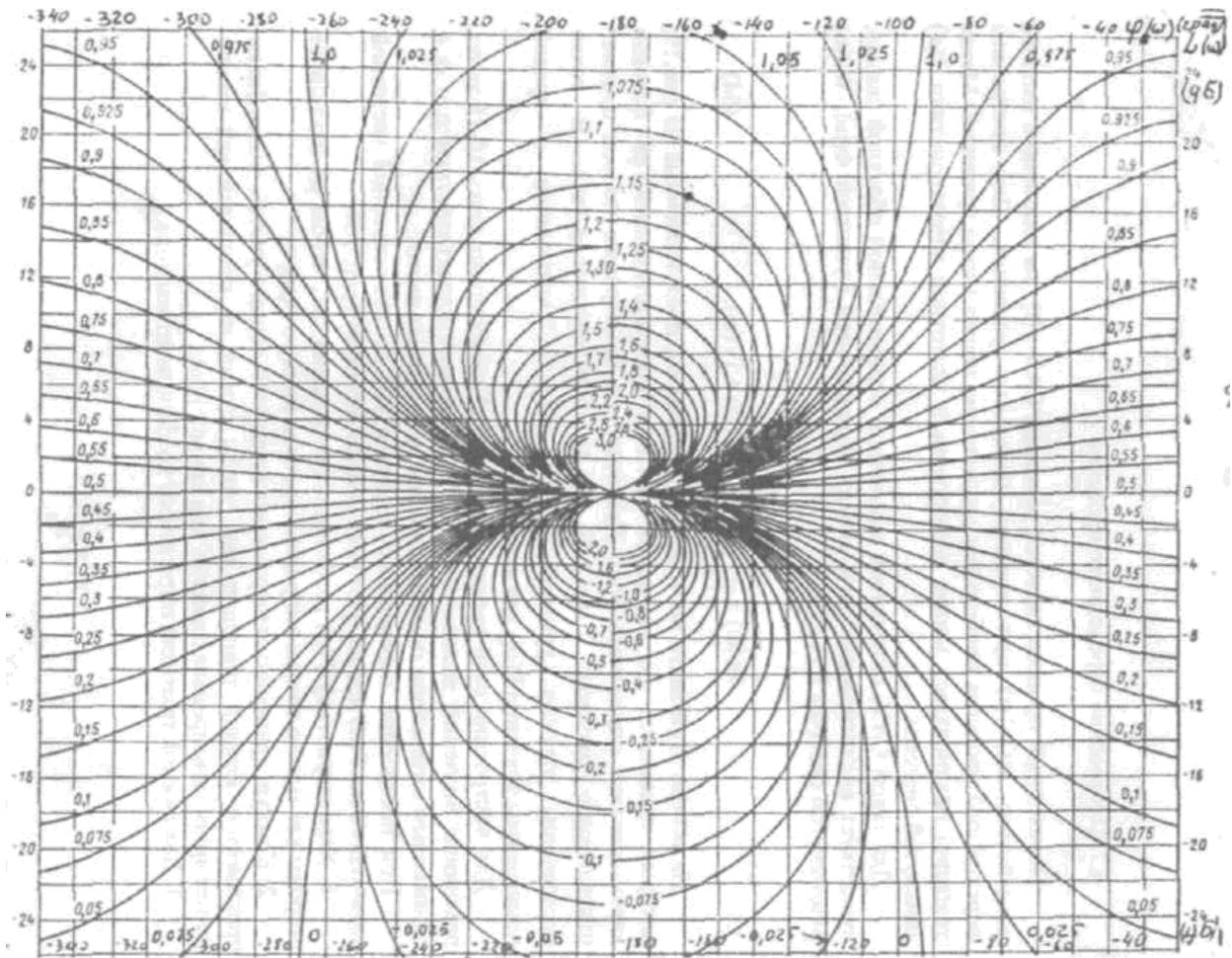


Рис. 13. Номограмма построения $P(\omega)$ по $L_*(\omega)$ и $\varphi_*(\omega)$ разомкнутой одноконтурной САУ с единичной обратной связью.

5. Для каждого значения $h_j(\tau)$ согласно зависимости

$$y_j(t_i) = P_j h_j \left(\frac{\tau_i}{\omega_{2j}} \right) \quad (40)$$

определяем точки переходных характеристик для каждой трапеции и изображаем их графики на рис. 14. В формуле (40) P_j - значение высоты j -ой трапеции, ω_{2j} - значение частоты основания j -ой трапеции.

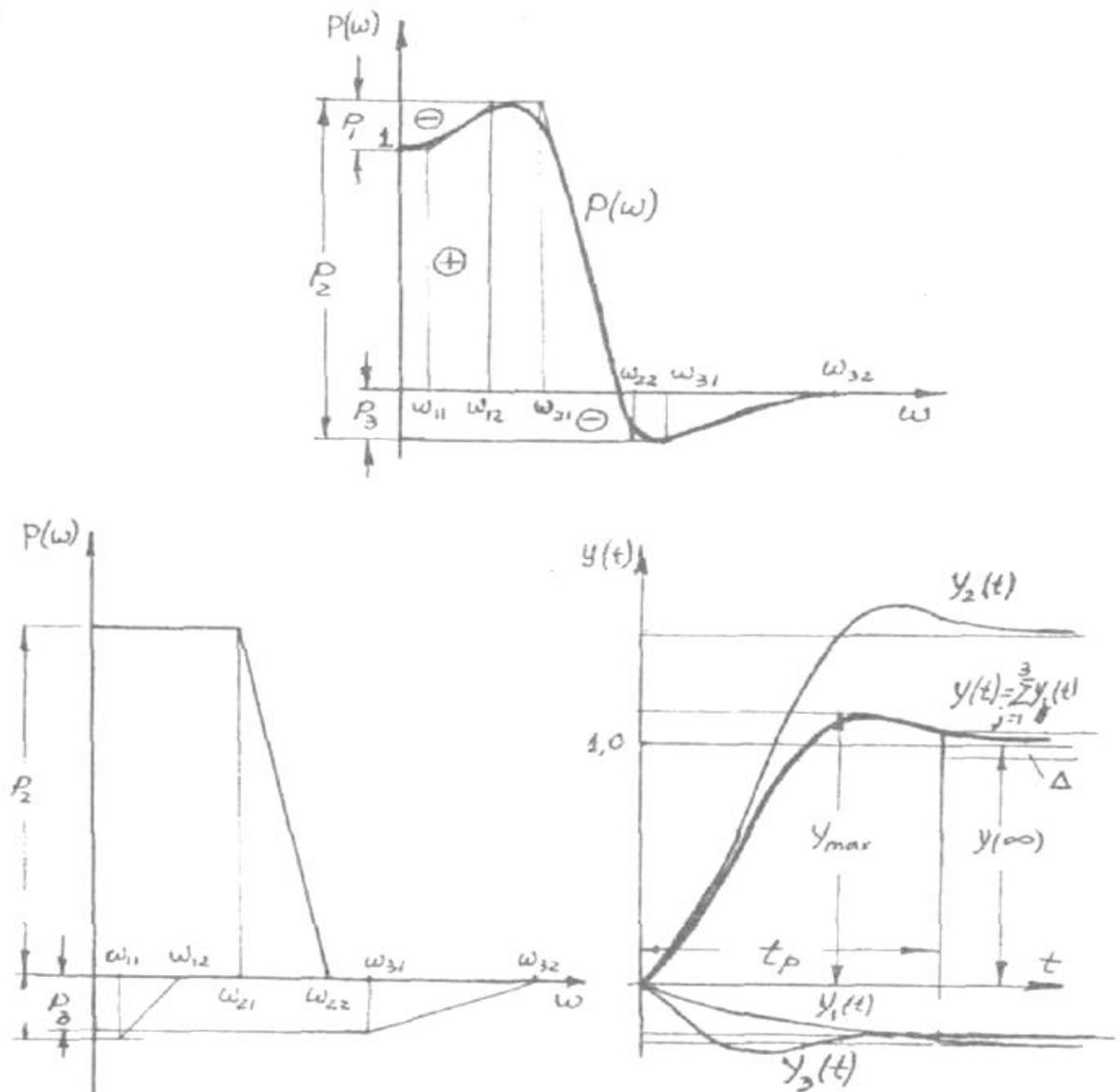


Рис 14. Этапы построения переходного процесса по вещественной частотной характеристике $P(\omega)$.

6. Переходной процесс системы получаем как сумму переходных характеристик $y_j(t)$ для каждой трапеции с учётом знака:

$$y(t) = \sum_{j=1}^n y_j(t) \quad (41)$$

Типовой переходной процесс показан на рис. 14. По его параметрам определяют показатели качества и сравнивают их с требуемыми по заданию.

Основные показатели качества:

- время переходного процесса t_p - время от момента начала единичного входного воздействия до момента, когда выходной сигнал $y(t)$ будет отличаться от установившегося значения $y(\infty)$ не более, чем на $\Delta = 0,05 \cdot y(\infty)$, т.е. когда:

$$\left| \frac{y(t) - y(\infty)}{y(\infty)} \right| < 0,05 \cdot y(\infty);$$

- перерегулирование $\sigma\%$:

$$\sigma = \frac{|y_{\max} - y(\infty)|}{y(\infty)} \cdot 100\%,$$

где y_{\max} - максимальное значение выходного сигнала САУ $y(t)$.

Точность построения $y(t)$ переходного процесса зависит от точности аппроксимации трапециями площади, ограниченной кривой $P(\omega)$. Если же основные показатели построенного переходного процесса $y(t)$ не соответствуют требуемым, то необходимо изменить параметры корректирующего звена так, чтобы устранить это несоответствие.

Например, если t_p расчетное больше t_p заданного, то необходимо изменить параметры $W_{ky}(s)$ с целью увеличения ω_c желаемой ЛАЧХ; если $\sigma\%$ расчетное больше требуемого, необходимо изменение $W_*(s)$ высокочастотной области ЛАЧХ и т. д.

После введенных изменений следует провести расчёт переходного процесса $y(t)$ с целью определений показателей качества САУ и сравнения их с требуемыми.

б) аналитическое построение переходного процесса для САУ на основе компьютерной системы Mathcad.

График переходного процесса строится на основе связи между переходным процессом и вещественной частотной характеристикой замкнутой системы. Эта связь определяется следующей зависимостью, представленной в [2].

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P(\omega)}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t) d\omega.$$

Вещественная характеристика замкнутой системы может быть найдена следующим образом

$$P(\omega) = \operatorname{Re}(W_{жз}(i\omega)).$$

Более подробно алгоритм и пример расчета переходного процесса исследуемой САУ в системе Mathcad см. в разделе 4.

3. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЗАДАНИЯ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

3.1. Задание на курсовую работу

Задана структурная схема САУ ЛА по каналу крена (рис.15).

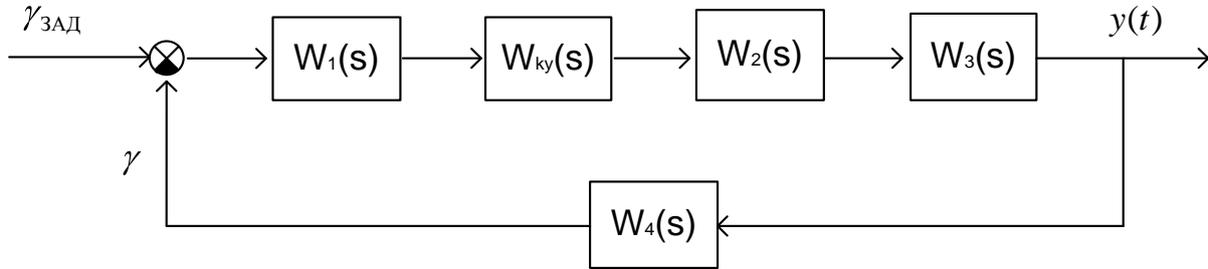


Рис. 15. Структурная схема САУ ЛА по каналу крена.

Передаточные функции блоков схемы:

$$W_1(s) = k_1;$$

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1};$$

$$W_3(s) = k_3;$$

$$W_4(s) = \frac{k_4}{s(T_4 s + 1)};$$

$$W_{\text{ky}}(s) = ?$$

Синтезировать передаточную функцию корректирующего звена $W_{\text{ky}}(s)$ и определить k_3 в $W_3(s)$ так, чтобы САУ, представленная на рис. 15, обладала следующими показателями качества:

- астатизмом первого порядка;
- передаточным коэффициентом разомкнутой системы $k_{\gamma} = 15 \text{ c}^{-1}$;
- перерегулированием $\sigma_{\text{max}} \leq 30\%$;
- временем переходного процесса $t_p \leq 1,5 \text{ c}$;
- максимальным ускорением регулируемой величины не более $\omega = 25 \frac{\text{рад}}{\text{c}^2}$ при наличии рассогласования $\Delta\gamma = 0,2 \text{ рад}$.

Построить переходной процесс скорректированной системы и показать, что система удовлетворяет заданным требованиям.

Заданные значения параметров передаточных функций:

$$k_1 = 0,8; k_2 = 100; k_4 = 0,8; T_2 = 0,1 \text{ c}; T_4 = 0,9 \text{ c}.$$

3.2. Типовой графоаналитический расчет по курсовой работе

Преобразованная структурная схема с единичной обратной связью, необходимая для построения $W_*(s)$, представлена на рис. 16.

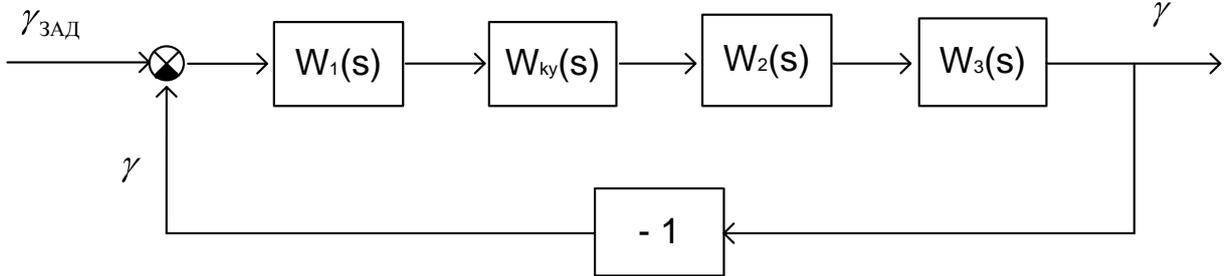


Рис. 16. Преобразованная структурная схема САУ ЛА по каналу крена.

Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_P(s) = W_1(s)W_2(s)W_3(s)W_4(s) = \frac{k_1k_2k_3k_4}{s(T_2s + 1)(T_4s + 1)}.$$

Т. к. передаточный коэффициент разомкнутой системы $k_\gamma = 15 \text{ c}^{-1}$, то определяем коэффициент k_3 из соотношения:

$$k_\gamma = k_1k_2k_3k_4,$$

$$k_3 = \frac{k_\gamma}{k_1k_2k_4} = \frac{15}{0,8 \cdot 100 \cdot 0,8} = 0,234$$

Откуда передаточная функция разомкнутой нескорректированной САУ:

$$W_P(s) = \frac{15}{s(0,1s + 1)(0,9s + 1)}.$$

Тогда передаточная функция замкнутой системы

$$\Phi(s) = \frac{W_P(s)}{1 + W_P(s)}.$$

Проверяем по критерию Гурвица устойчивость заданной системы в замкнутом состоянии. Характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$s(0,1s + 1)(0,9s + 1) + 15 = 0,09s^3 + s^2 + s + 15 = 0,$$

откуда коэффициенты характеристического уравнения равны:

$$a_0 = 0,09; \quad a_1 = 1; \quad a_2 = 1; \quad a_3 = 15.$$

Так как $a_0 > 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$; $a_3 > 0$, а их соотношение $a_1 a_2 - a_0 a_3 = -0,35 < 0$, следовательно, заданная система, согласно критерию Гурвица, неустойчива.

Построим (рис.17) ЛАЧХ неизменяемой части системы:

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{15}{s(0,1s + 1)(0,9s + 1)}.$$

Частоты сопряжения асимптотической ЛАЧХ $L_{\text{н}}(\omega)$:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,9} \approx 1,1 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ c}^{-1}.$$

Добротность системы по скорости при $\omega = 1$ равна: $20 \lg 15 = 23,5 \text{ дБ}$

3.2.1. Построение желаемой ЛАЧХ

Для заданного значения $\sigma_{\text{max}} \leq 30\%$ по номограмме на рис. 8 [2] определяем $P_{\text{max}} = 1,27$. Тогда $t_p = \frac{3,6\pi}{\omega_{\text{cp}}}$, откуда частота среза для желаемой ЛАЧХ $\omega_{\text{CPmin}} = \frac{3,6\pi}{t_p} = \frac{3,6\pi}{1,5} = 7,3 \text{ c}^{-1}$. Так как при наличии начального рассогласования $\Delta\gamma = 0,2 \text{ рад}$ ускорение выходной координаты ограничивается значением $\omega = 25 \frac{\text{рад}}{\text{c}^2}$, то частота среза должна быть не более, чем:

$$\omega_{\text{CPmax}} = \sqrt{\frac{\omega}{\Delta\gamma}} = \sqrt{\frac{25}{0,2}} = 11,8 \text{ c}^{-1}.$$

Следовательно, частоту среза для желаемой ЛАЧХ выбираем в диапазоне:

$$7,3 \text{ c}^{-1} \leq \omega_{\text{cp}} \leq 11,8 \text{ c}^{-1}$$

Из соответствующих номограмм (рис. 9), которые позволяют определять требования к желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы в среднем диапазоне частот, обеспечивающей получение переходной характеристики со значением $\sigma_{\text{max}} \leq 30\%$, находим избыток фазы $\gamma_{\text{изб}}$ и предельное значение ΔL_{max} .

Тогда среднечастотная асимптота $L_*(\omega)$ проводится под наклоном -20 дБ/дек , так как при больших наклонах трудно обеспечить устойчивость системы и необходимое перерегулирование. Протяженность $L_*(\omega)$ под наклоном -20 дБ/дек устанавливаем, исходя из необходимого запаса устойчивости по амплитуде ΔL_* , т. е. не менее 11 дБ .

Низкочастотная асимптота ΔL_* , определяющая статические свойства

системы, проходит через точку 23,5 дБ при $\omega=1$. Так как $W_{\text{нч}}(s) = \frac{15}{s(0,1s+1)(0,9s+1)}$ имеет k и порядок астатизма $\gamma=1$,

удовлетворяющие техническому заданию, то низкочастотная часть желаемой ЛАЧХ соответствует низкочастотной части неизменяемой системы.

Среднечастотную и низкочастотную части сопрягаем под наклоном -40 дБ/дек, т. е. таким образом, чтобы было наименьшее число изломов асимптотической желаемой ЛАЧХ.

Высокочастотная часть не влияет ни на устойчивость, ни на качество, поэтому ее проводим под таким же наклоном, как и у неизменяемой системы. Необходимые построения представлены на рис. 17. Таким образом, получаем желаемую ЛАЧХ, передаточная функция которой имеет вид:

$$W_*(s) = \frac{15(0,8s+1)}{s(1,56s+1)(0,024s+1)^2}.$$

Далее определяем передаточную функцию замкнутой системы с $W_*(s)$ и проверяем её на устойчивость по критерию Гурвица. Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид:

$$s(1,56s+1)(0,024s+1)^2 + 15(0,8s+1) = 8,83 \cdot 10^{-4} s^4 + 7,48 \cdot 10^{-2} s^3 + 1,61s^2 + 12,91s + 15 = 0$$

Тогда коэффициенты характеристического уравнения

$$a_0 = 8,83 \cdot 10^{-4}; \quad a_1 = 7,48 \cdot 10^{-2}; \quad a_2 = 1,61; \quad a_3 = 12,91, \quad a_4 = 15.$$

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы при $a_i > 0$ все определители Гурвица были больше 0. При положительности всех коэффициентов характеристического уравнения для устойчивости системы требуется выполнение условия:

$$a_3(a_1a_2 - a_0a_3) - a_1^2a_4 > 0, \text{ или в числах}$$

$$12,91(7,48 \cdot 10^{-2} \cdot 1,61 - 8,83 \cdot 10^{-4} \cdot 12,91) - (8,83 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 15 = 2,5 \cdot 10^{-2} > 0$$

Следовательно, система устойчива.

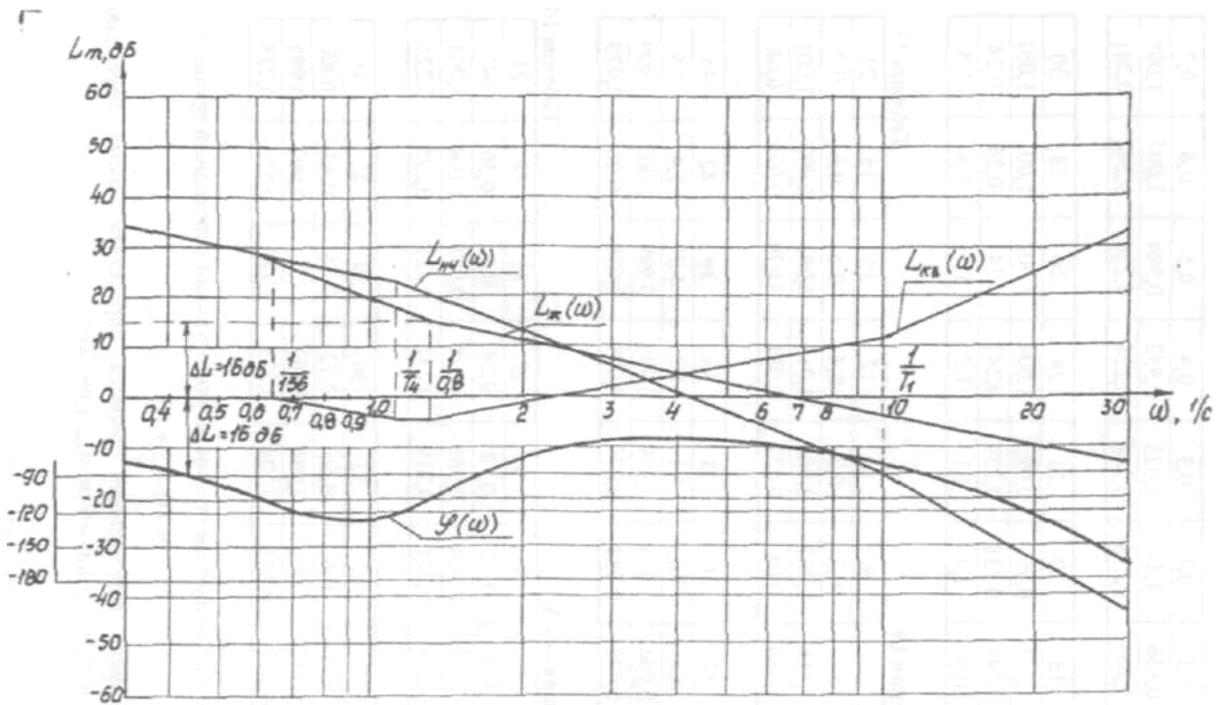


Рис. 25. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики и фазовые характеристики $L_{нч}(\omega)$, $L_{ж}(\omega)$ и $L_{кз}(\omega)$ $\varphi(\omega)$

Рис. 17. Желаемая ЛАЧХ системы $L_*(\omega)$, ЛАЧХ неизменяемой части $L_{нч}(\omega)$ и ЛАЧХ корректирующего звена $L_{кз}(\omega)$.

3.2.2. Синтез передаточной функции корректирующего звена

Произведем синтез последовательного корректирующего звена.

Несмотря на его сложную передаточную функцию - это наиболее простой вариант синтеза.

Для получения ЛАЧХ корректирующего звена необходимо графически вычесть из желаемой ЛАЧХ $L_*(\omega)$ ЛАЧХ неизменяемой части $L_{нч}(\omega)$ и далее по точкам излома получаемой ЛАЧХ $L_{кз}(\omega)$ определить аналитическую зависимость и постоянные времени передаточной функции $W_{кз}(s)$. Проведя эти операции, получаем:

$$W_{кз}(s) = \frac{(0,9s + 1)(0,77s + 1)(0,1s + 1)}{(1,54s + 1)(0,024s + 1)^2}.$$

Разобьем эту передаточную функцию на три части:

$$W_{кз1}(s) = \frac{0,9s + 1}{1,54s + 1}, \quad W_{кз2}(s) = \frac{0,77s + 1}{(0,024s + 1)}, \quad W_{кз3}(s) = \frac{0,1s + 1}{0,024s + 1}.$$

По этим передаточным функциям производится подбор корректирующего звена из RLC - элементов по таблицам из [2] и расчет значений элементов.

3.2.3. Построение переходного процесса

Расчёт переходного процесса произведем методом трапеций. Для этого определим вид вещественной характеристики замкнутой системы $P(\omega)$.

Вещественную частотную характеристику получаем из номограммы, представленной на рис.13. На номограмму наносим ЛАЧХ разомкнутой скорректированной системы $W_p(s)$ и получаем вещественную частотную характеристику замкнутой системы $P(\omega)$. Разобьем ее на пять трапеций. Для каждой трапеции определяем значения $\omega_{1j}, \omega_{2j}, \chi_j, P_j$

Процесс построения переходного процесса показан на рис. 18-19 и представлен в табл. 6-10.

Таблица 6

N	ω_{1j}	ω_{2j}	χ_j	P_j
I	0,5	0,9	0,55	-0,03
II	1,6	11,3	0,138	0,92
III	11,3	20	0,565	0,24
IV	20	30	0,666	0,08
V	42	50	0,7	-0,21

Задавшись величиной шага таблицы h -функций, получаем шаг построения переходного процесса в реальном времени для каждой j -ой трапеции:

$$\Delta t_{p1} = \frac{\Delta t_1}{\omega_{21}} = \frac{0,2}{0,9} = 0,22 \text{ c},$$

$$\Delta t_{p2} = \frac{\Delta t_2}{\omega_{22}} = \frac{1}{11,3} = 0,084 \text{ c},$$

$$\Delta t_{p3} = \frac{\Delta t_3}{\omega_{23}} = \frac{2}{20} = 0,1 \text{ c},$$

$$\Delta t_{p4} = \frac{\Delta t_4}{\omega_{24}} = \frac{3}{30} = 0,1 \text{ c},$$

$$\Delta t_{p5} = \frac{\Delta t_5}{\omega_{25}} = \frac{30}{50} = 0,6 \text{ c}.$$

Используя таблицы h -функций [2], заполняем таблицы 7-11 для построения переходных процессов.

Таблица 7. Трапеция I

Δt_1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
Δt_{p1}	0,22	0,44	0,66	0,88	1,0	1,32	1,54
h_1	0,098	0,196	0,292	0,386	0,476	0,562	0,662
$h_1 \cdot P_1$	0,003	0,006	0,009	0,012	0,014	0,017	0,02

Таблица 8. Трапеция II

Δt_2	1	2	3	4	5	6	7
Δt_{p2}	0,088	0,176	0,265	0,354	0,442	0,530	0,618
h_2	0,34	0,655	0,862	0,973	1,012	1,012	1,006
$h_2 \cdot P_2$	0,313	0,602	0,793	0,931	0,931	0,932	0,925

9	10	11	12	13	14	15	16
0,795	0,884	0,972	1,061	1,145	1,223	1,332	1,146
1,016	1,025	1,028	1,025	1,019	1,015	1,014	1,014
0,934	0,943	0,946	0,943	0,937	0,933	0,936	1,014

Таблица 9. Трапеция III

Δt_3	2	4	6	8	10	12	14
Δt_{p3}	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
h_3	0,856	1,15	1,035	0,952	0,984	1,007	1,005
$h_3 \cdot P_3$	0,205	0,276	0,248	0,228	0,236	0,242	0,241

16	18	20	22	24	26	28	30
1,008	1,001	0,991	0,997	1,004	1,002	1,001	1,001
0,242	0,240	0,238	0,239	0,241	0,241	0,24	0,24
0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5

Таблица 10. Трапеция IV

Δt_4	3	6	9	12	15	18	21
Δt_{p4}	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
h_4	1,116	1,001	0,966	1,011	0,992	0,993	1,001
$h_4 \cdot P_4$	0,084	0,08	0,077	0,081	0,079	0,079	0,08

24	27	30	33	36	39	42	45
0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
1,004	0,994	1,003	0,999	0,993	0,999	1,002	0,999
0,08	0,079	0,083	0,079	0,079	0,079	0,08	0,079

Таблица 11. Трапеция V

Δt_5	3	6	9	12	15	18	21
Δt_{p5}	0,06	0,12	0,18	0,24	0,3	0,36	0,42
h_5	1,13	0,984	0,986	1,028	0,983	1,004	1,001
$h_5 \cdot P_5$	0,254	0,221	0,219	0,231	0,221	0,226	0,225

24	27	30	33	36	39	42	45
0,48	0,54	0,6	0,66	0,72	0,76	0,82	0,88
0,991	0,997	1,005	0,996	1,002	1,0	0,997	0,998
0,225	0,224	0,225	0,224	0,225	0,225	0,225	0,225

По табличным данным строим результирующий переходный процесс:

$$y_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^5 y_i(t) .$$

По графику переходного процесса определяем время переходного процесса t_p и перерегуливание σ_{\max} (рис. 19):

$$t_p = 1,2 \text{ c} ,$$

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{\text{уст}}}{y_{\text{уст}}} \times 100\% = 5\% .$$

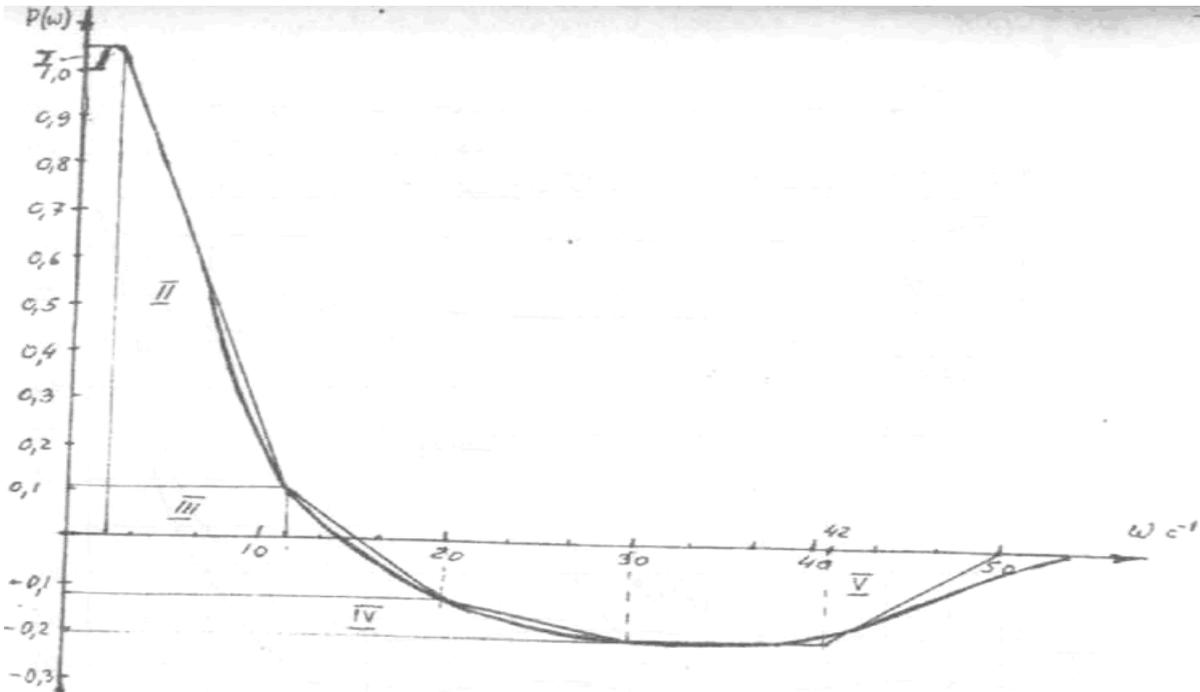


Рис 26. Вещественная частотная характеристика замкнутой системы $P(\omega)$

Рис 18. Вещественная частотная характеристика замкнутой системы $P(\omega)$

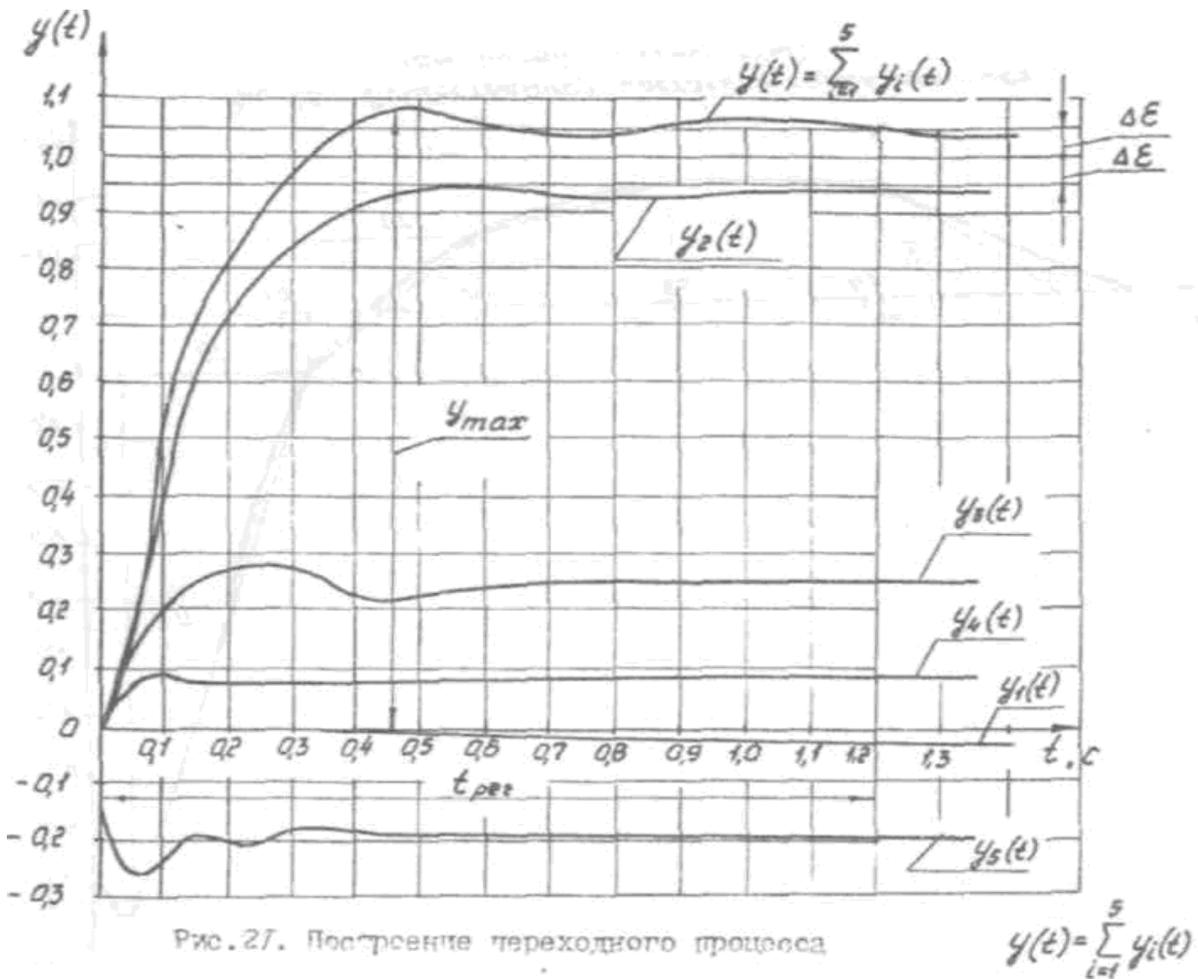


Рис 19. Построение переходного процесса

4. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЗАДАНИЯ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ Mathcad

4.1. Задание на курсовую работу

Задана структурная схема автоматической системы управления ЛА в режиме стабилизации и управления углом тангажа (рис.20).

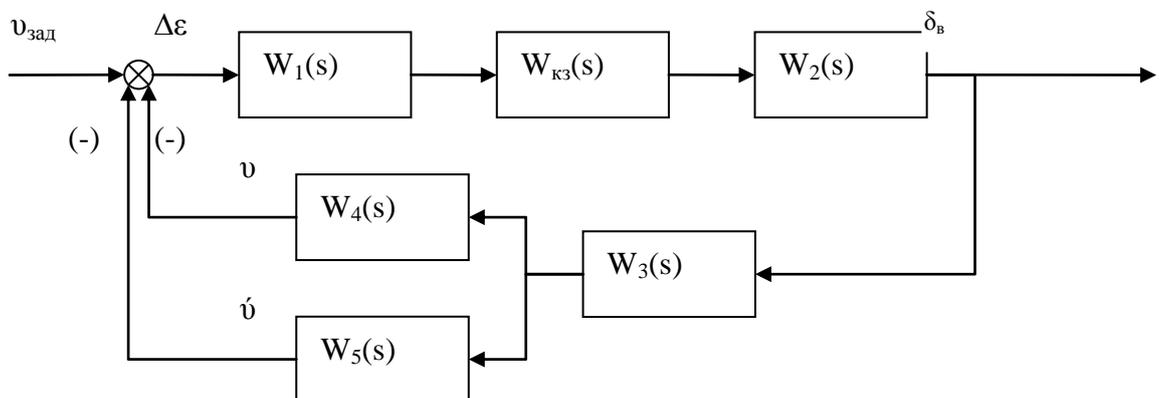


Рис. 20 . Структурная схема системы «ЛА-САУ»

Передаточные функции блоков системы :

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 \cdot s + 1};$$

$$W_3(s) = \frac{k_3}{T_4^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi \cdot T_4 \cdot s + 1};$$

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 \cdot s + 1};$$

$$W_4(s) = k_g; \quad W_5(s) = k_{g'} \cdot s.$$

Определить передаточную функцию корректирующего звена так, чтобы система «ЛА-САУ» обладала следующими свойствами и показателями качества:

- астатизмом 1-го порядка;
- передаточным коэффициентом разомкнутой системы $k=10 \text{ с}^{-1}$;
- перерегулированием $\sigma_{\max} \% \leq 30 \%$;
- временем переходного процесса $t_p \leq 2,5 \text{ с}$.

Максимальное ускорение регулируемой величины должно быть не более 10 рад/с^2 при начальном рассогласовании $\Delta \varepsilon = 0,1 \text{ рад}$.

Построить переходной процесс скорректированной системы и показать, что система «ЛА-САУ» удовлетворяет заданным требованиям.

Значения параметров системы :

$$k_1=45; k_0=3; T_1=0,06 \text{ с}; k_2=1,1; k_0'=5; T_2=0,04 \text{ с};$$

$$k_3=0,2; \xi=0,6; T_4=0,7 \text{ с}.$$

На основе полученного вида передаточной функции корректирующего звена синтезировать корректирующее звено из R, L, C элементов.

4.2. Типовой расчет по курсовой работе с использованием системы Mathcad

4.2.1. Построение ЛАЧХ неизменяемой части системы

Преобразуем исходную структурную схему нескорректированной САУ к виду, представленному на рис. 21, где

$$W_{oc}(s) = (W_4(s) + W_5(s)) \cdot W_3(s).$$

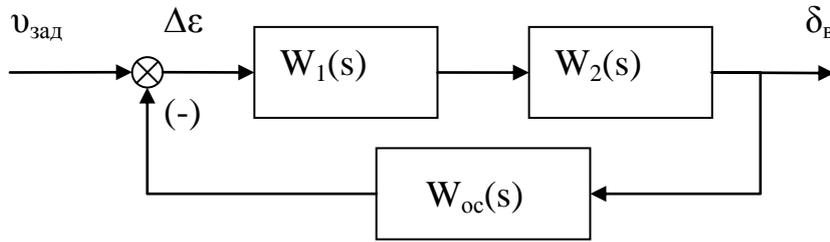


Рис.21. Преобразованная структурная схема САУ

В результате дальнейших преобразований получаем структурную схему с единичной обратной связью (рис. 22).

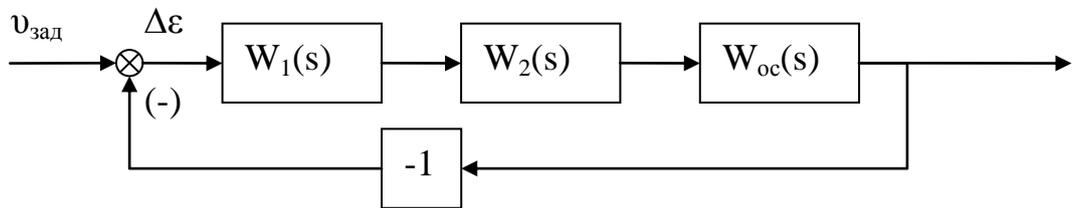


Рис.22. Структурная схема САУ с единичной обратной

Передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы имеет вид:

$$W_p(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_{oc}(s) = \frac{29,7 \cdot (1,667 \cdot s + 1)}{(0,06 \cdot s + 1) \cdot (0,04 \cdot s + 1) \cdot (0,49 \cdot s^2 + 0,84 \cdot s + 1)}.$$

Определим устойчивость заданной системы в замкнутом состоянии. Для этого следует найти характеристическое уравнение замкнутой системы.

Передаточная функция замкнутой нескорректированной системы:

$$W_3(s) = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s)} = \frac{29,7 \cdot (1,667 \cdot s + 1)}{1,176 \cdot 10^{-3} \cdot s^4 + 0,051 \cdot s^3 + 0,576 \cdot s^2 + 50,44 \cdot s + 29,7}.$$

Тогда характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$D(s) = 1,176 \cdot 10^{-3} \cdot s^4 + 0,051 \cdot s^3 + 0,576 \cdot s^2 + 50,44 \cdot s + 29,7$$

Коэффициенты характеристического уравнения равны:

$$a_0=1,176 \cdot 10^{-3}; a_2=0,576; a_4=29,7; a_1=0,051; a_3=50,44.$$

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы при положительности всех коэффициентов характеристического уравнения ($a_i > 0$) все определители Гурвица были больше нуля.

Т.к. $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$, $a_4 > 0$, то для устойчивости системы требуется выполнение условия:

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 & \Delta_2 &= -0,03 < 0 \\ \Delta_3 &= a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_0 \cdot a_3^2 - a_1^2 \cdot a_4 & \Delta_3 &= -1,586 < 0 \end{aligned}$$

Следовательно, нескорректированная система не устойчива.

Построим ЛАЧХ неизменяемой части системы по следующей передаточной функции:

$$W_{нч}(i\omega) = \frac{29,7 \cdot (1,667 \cdot i \cdot \omega + 1)}{(0,06 \cdot i \cdot \omega + 1) \cdot (0,04 \cdot i \cdot \omega + 1) \cdot (-0,49 \cdot \omega^2 + 0,84 \cdot i \cdot \omega + 1)}$$

Для этого представим ЛАЧХ неизменяемой части системы как сумму ЛАЧХ типовых звеньев, т.е.

$$\begin{aligned} L_{нч}(\omega) &= 20 \cdot \log(29,7) + 20 \cdot \log(|1,667 \cdot i \cdot \omega + 1|) - 20 \cdot \log(|0,06 \cdot i \cdot \omega + 1|) - \\ &- 20 \cdot \log(|0,04 \cdot i \cdot \omega + 1|) - 20 \cdot \log(|-0,49 \cdot \omega^2 + 0,84 \cdot i \cdot \omega + 1|). \end{aligned}$$

Система является неустойчивой, но как видно из ЛАЧХ (рис. 23) система не имеет необходимого требуемого запаса по фазе и амплитуде.

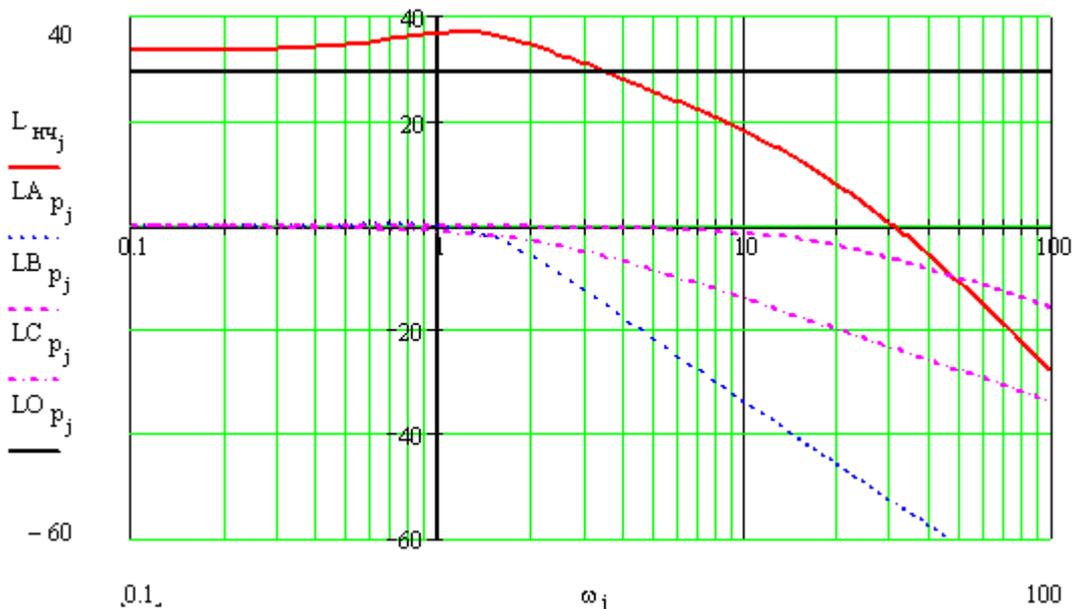


Рис.23. ЛАЧХ неизменяемой части системы

4.2.2. Построение желаемой ЛАЧХ

Желаемая ЛАЧХ состоит из трёх участков.

Низкочастотный участок определяет точность работ САУ в установившемся режиме, т.е. ее статические свойства. Для систем с порядком астатизма $\gamma=1$ низкочастотный участок должен иметь наклон -20 дБ/дек. А при $\omega=1 \text{ с}^{-1}$ ЛАЧХ должна иметь ординату равную $20 \cdot \lg k = 20$ дБ.

Среднечастотный участок определяет основные динамические свойства САУ. Среднечастотный участок проводится с наклоном -20 дБ/дек, т. к. при больших наклонах трудно обеспечить устойчивость системы и необходимое перерегулирование. Протяженность этого участка устанавливаем исходя из необходимого запаса устойчивости по амплитуде ΔL , т.е. не менее 11дБ рекомендованного в [2].

Определяем частоту среза. Для заданного $\sigma_{\max} \% \leq 30$ % по номограмме, связывающей показатели качества переходного процесса и параметры типовой вещественной характеристики (рис.24), определяем $P_{\max} = 1,27$. Тогда для $P_{\max} = 1,27$ по той же номограмме определяем $t_p = 3,6 \cdot \pi / \omega_{\text{ср}}$. Откуда минимальная частота среза желаемой ЛАЧХ может быть найдена по формуле:

$$\omega_{\text{ср min}} = \frac{3,6 \cdot \pi}{t_{p \text{ max}}} = \frac{3,6 \cdot \pi}{2,5} = 4,52 \text{ с}^{-1}.$$

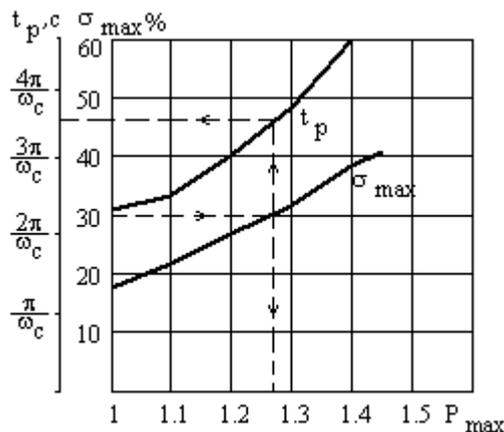


Рис. 24 . Номограмма, связывающая показатели качества переходного процесса и параметры типовой вещественной характеристики

Максимальная частота среза желаемой ЛАЧХ выбирается из условия обеспечения заданного ускорения отработки объектом регулирования рассогласования ошибки с требуемой точностью. Так, при наличии начального рассогласования $\Delta \varepsilon$ ускорение выходной координаты ограничивается значением δ_v'' , при этом частота среза должна быть не более $\omega_{\text{ср max}}$. Тогда максимальная частота среза может быть найдена по формуле:

$$\omega_{\text{ср max}} = \sqrt{\frac{\delta_B''}{\Delta \varepsilon}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 \text{ с}^{-1}.$$

Частота среза желаемой ЛАЧХ выбирается в диапазоне: $4,52 \text{ с}^{-1} \leq \omega_{\text{ср}} \leq 10 \text{ с}^{-1}$. Для получения более простой передаточной функции корректирующего звена принимаем $\omega_{\text{ср}} = 10 \text{ с}^{-1}$.

Высокочастотный участок определяет сглаживающие свойства системы по отношению к помехам и на устойчивость и качество системы влияния не оказывает. Поэтому высокочастотный участок логарифмической характеристики имеет наклон, как и у неизменяемой части системы -60 дБ/дек .

В результате получим желаемую ЛАЧХ, передаточная функция которой имеет вид:

$$W_{\text{ж}}(s) = \frac{10}{s \cdot (0,06 \cdot s + 1) \cdot (0,04 \cdot s + 1)}.$$

Определим устойчивость системы в замкнутом состоянии. Для этого следует найти характеристическое уравнение замкнутой системы.

Передаточная функция замкнутой желаемой системы имеет вид:

$$W_{\text{жз}}(s) = \frac{W_{\text{ж}}(s)}{1 + W_{\text{ж}}(s)} = \frac{10}{24 \cdot 10^{-4} \cdot s^3 + 0,1 \cdot s^2 + 1 \cdot s + 10}.$$

Откуда характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$D(s) = 24 \cdot 10^{-4} \cdot s^3 + 0,1 \cdot s^2 + 1 \cdot s + 10.$$

Коэффициенты характеристического уравнения равны:

$$a_0 = 24 \cdot 10^{-4}; \quad a_1 = 0,1; \quad a_2 = 1; \quad a_3 = 10.$$

Проверяем устойчивость системы по критерию Гурвица.

Т.к. $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$, то для устойчивости системы требуется выполнение условия:

$$a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 = 0,1 \cdot 1 - 24 \cdot 10^{-5} = 9,7 \cdot 10^{-2} > 0$$

Следовательно, система устойчива.

На рис. 25 представлены ЛАЧХ и ФЧХ желаемой системы.

4.2.3. Синтез передаточной функции корректирующего звена

Передаточная функция желаемой разомкнутой системы:

$$W_{\text{ж}}(s) = W_{\text{нч}}(s) \cdot W_{\text{кз}}(s).$$

Откуда передаточная функция последовательного корректирующего звена может быть вычислена:

$$W_{\text{кз}}(s) = \frac{W_{\text{ж}}(s)}{W_{\text{нч}}(s)} = \frac{10 \cdot (0,49 \cdot s^2 + 0,84 \cdot s + 1)}{s \cdot (1,667 \cdot s + 1) \cdot 29,7} \approx \frac{(0,7 \cdot s + 1)^2}{s \cdot 2,97 \cdot (1,667 \cdot s + 1)}$$

ЛАЧХ и ФЧХ последовательного корректирующего звена:

$$L_{\text{кз}}(s) = L_{\text{ж}}(s) - L_{\text{нч}}(s);$$

$$\varphi_{\text{кз}}(s) = \varphi_{\text{ж}}(s) - \varphi_{\text{нч}}(s).$$

ЛАЧХ и ФЧХ последовательного корректирующего звена изображены на рис. 25.

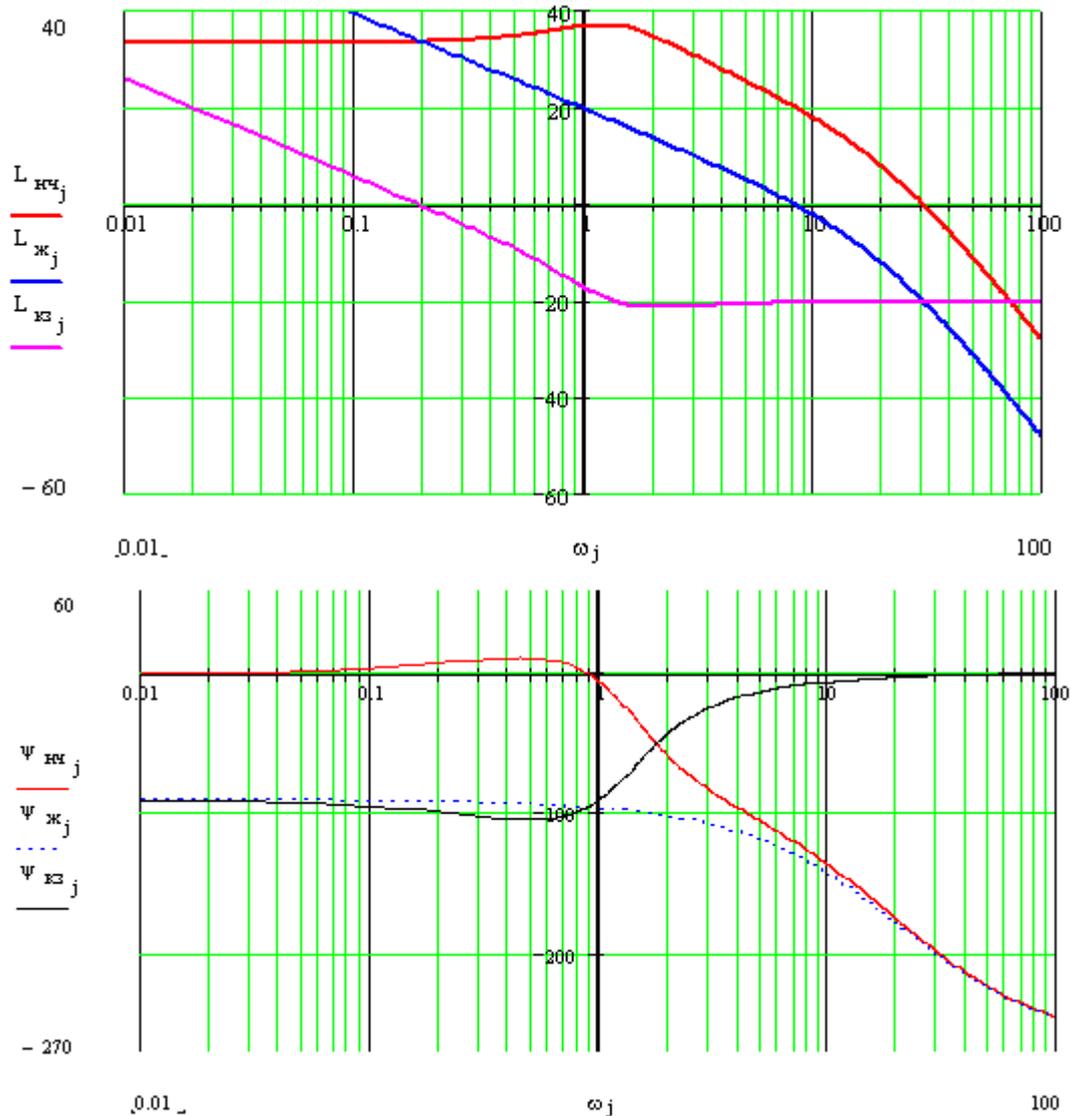


Рис. 25 . Логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики исследуемой САУ.

4.2.4. Построение переходного процесса

Построим график переходного процесса на основе связи между переходным процессом и вещественной частотной характеристикой замкнутой системы, определяемой следующей зависимостью:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P(\omega)}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t) d\omega.$$

В свою очередь, вещественная характеристика замкнутой системы вычисляется согласно определению:

$$P(\omega) = \operatorname{Re}(W_{\text{жз}}(i\omega)).$$

Вещественная частотная характеристика системы представлена на рис.26.

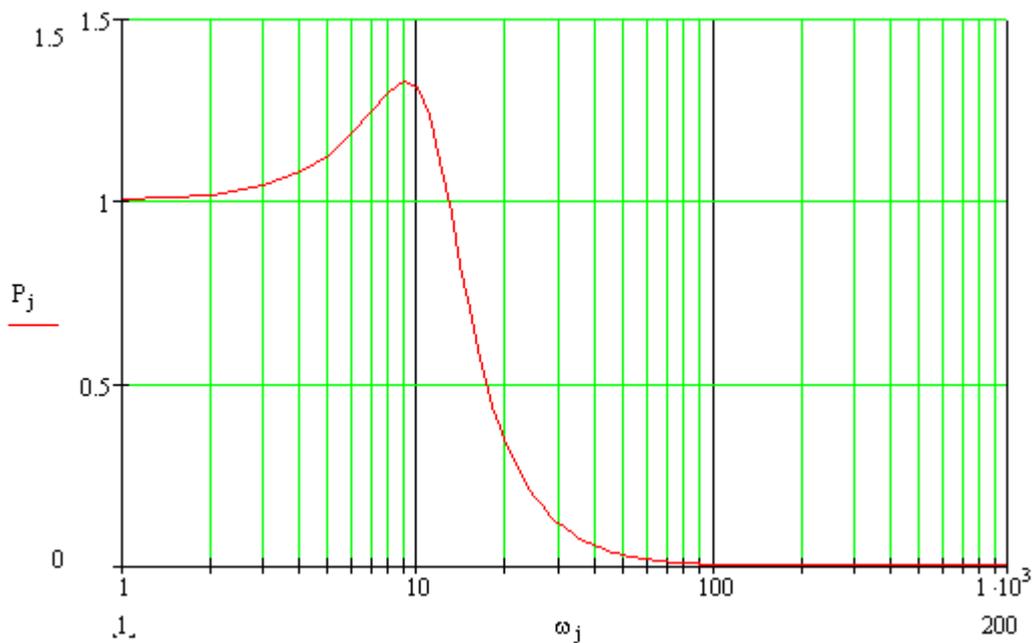


Рис. 26. Вещественная частотная характеристика

На основе вида вещественной характеристики переходный процесс может быть построен по следующей функции:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{120} \frac{P(\omega)}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t) d\omega$$

Переходный процесс может быть построен также с использованием обратного преобразования Лапласа.

График переходного процесса представлен на рис. 27.

По графику переходного процесса можно определить показатели качества:

- время переходного процесса $t_p=0,72c$,
- перерегулирование

$$\sigma_{\max} \% = \frac{y_{\max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\% = \frac{1,25 - 1}{1} \cdot 100\% = 25\%.$$

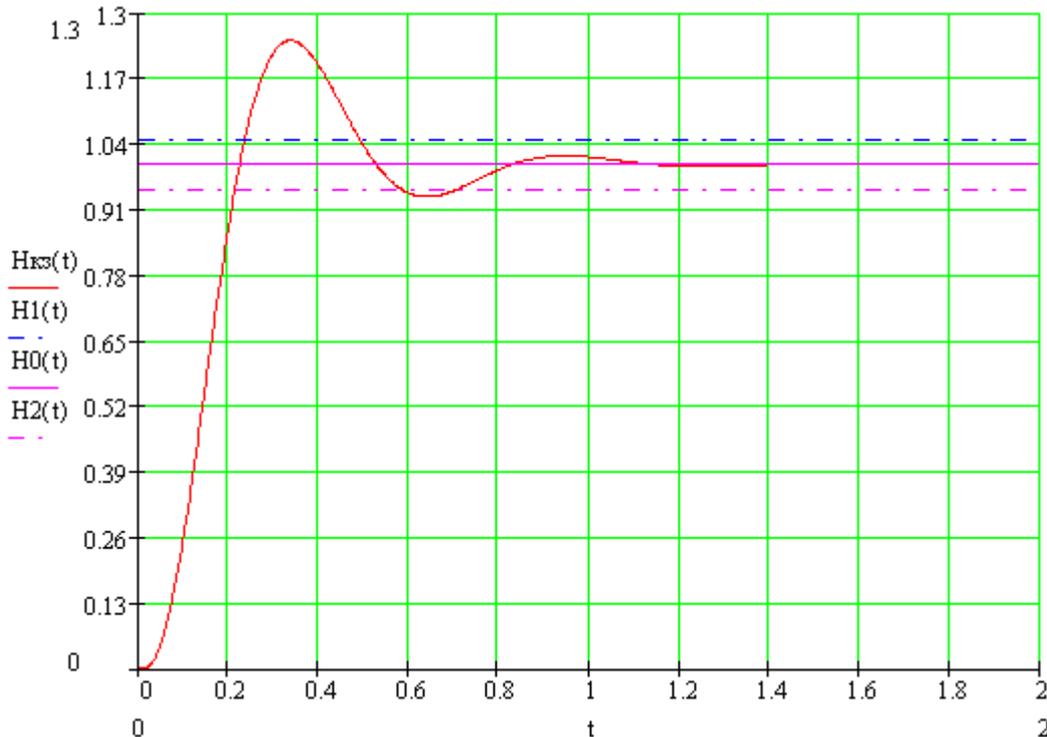


Рис.27. График переходного процесса

В результате получили систему, которая соответствует требуемым показателям качества.

4.2.5. Синтез корректирующего звена из R, L, C элементов

По передаточной функции корректирующего звена произведем подбор корректирующего устройства из R, L, C элементов по таблицам из [3].

Разобьем $W_{кз}(s)$ на два корректирующих устройства:

$$W_{кз1}(s) = -\frac{(0,7 \cdot s + 1)}{2,97 \cdot s}; \quad W_{кз2}(s) = -\frac{0,7 \cdot s + 1}{1,667 \cdot s + 1}.$$

Передаточная функция $W_{кз1}(s)$ имеет вид:

$$W_{кз1}(s) = -\frac{T_2 \cdot s + 1}{T_1 \cdot s};$$

где $T_1 = R_1 \cdot C_1$; $T_2 = R_2 \cdot C_1$.

Передаточная функция $W_{кз2}(s)$ имеет вид:

$$W_{кз2}(s) = -\frac{R_4 \cdot (T_3 \cdot s + 1)}{R_3 \cdot (T_4 \cdot s + 1)};$$

где $T_3 = R_2 \cdot C_1$; $T_4 = R_4 \cdot C_3$.

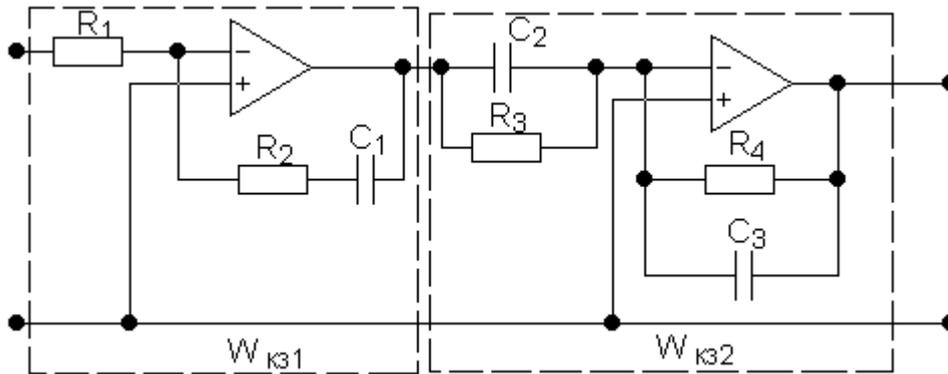


Рис. 28. Корректирующее устройство

Параметры элементов корректирующего звена должны быть следующими:

$$\begin{aligned} R_1 &= 29,7 \text{ кОм}; \\ R_2 &= 7 \text{ кОм}; \\ R_3 &= 21 \text{ кОм}; \\ R_4 &= 7 \text{ кОм}; \\ C_1 &= 100 \text{ мкФ}; \\ C_2 &= 100 \text{ мкФ}; \\ C_3 &= 0,023 \text{ мкФ} \end{aligned}$$

В итоге получили необходимое корректирующее устройство, схема которого представлена на рис. 28.

Основная литература

1. Глухов В. В. Теория автоматического управления. Ч. 1. –М.: МГТУ ГА, 2006.
2. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. - М.: Машиностроение, 1985. - 536 с.
3. Теория автоматического управления.: Учебное пособие. Ч. I, ч. II. /Под ред. акад. А. А. Воронова. - М: Высш. шк., 1986.
4. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. - М.: Машиностроение, 1978.- 736 с.
5. Задачник по теории автоматического управления. /Под ред. А.С. Шаталого.- М.: Энергия, 1977. -340 с.

Дополнительная литература

1. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. /Под ред. В. В. Солодовникова. В 3-х кн. - М.: Машиностроение, 1967.
2. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления. /Под ред. Е.А. Санковского. - Минск: Высш. шк., 1973.-724 с.
3. Е.П. Попов. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. - М: Наука, 1989. - 302 с.