1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Целью проведения практических занятий является овладение научными методами анализа, систематизация и обобщение теоретических знаний, приобретенных при изучении лекционного материала по дисциплине “Управление системами и процессами эксплуатации авиационной техники”, получение навыков и умений применять теоретические знания к решению практических задач технической эксплуатации авиационной техники.

1.2. Практические занятия включают решение задач по основным темам дисциплины: системный анализ процессов технической эксплуатации летательных аппаратов; программное управление процессами технической эксплуатации летательных аппаратов; оперативное управление процессами технической эксплуатации летательных аппаратов.

1.3. Пособие по каждому практическому занятию содержит: название темы и цель занятия, краткие теоретические сведения по теме, рекомендации для выполнения данной темы занятия собственного задания для самостоятельной работы. По каждому занятию предусмотрено несколько вариантов исходных данных. Кроме того, преподаватель может выдать студентам дополнительные варианты.

1.4. По результатам выполнения каждого практического задания студент составляет отчет. Отчет должен содержать тему и цель занятия, исходные данные выполненного варианта, необходимые расчетные зависимости, результаты расчета в виде таблиц или графиков, выводы. Каждый отчет подписывается студентом.

2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

2.1. Практическое занятие №1

Тема: **Управление объемами запасных частей для замены отказавших изделий**

Цель: практическое освоение метода управления объемами запасных частей с использованием закона распределения Пуассона.

2.1.1. Техническое задание:

Практическое занятие состоит из решения следующих задач:

1) определение потребного количества запасных изделий для эксплуатации парка ЛА на период назначенного ресурса;

2) определение возможной длительности эксплуатации изделий для парка ЛА с учетом замены отказавших и при наличии заданного количества запчастей на складе авиапредприятия.

В качестве объекта анализа на практическом занятии выбираются типовые изделия системы кондиционирования воздуха (СКВ) самолета Ту-154: распределитель, обратный клапан, турбохолодильник, кран надува, регулятор избыточного давления, блок управления.

2.1.2. Необходимые теоретические сведения

Для управления объемами запасных частей используется уравнение Пуассона:

$$\Pr_{\text{доп}} = \sum_{n=0}^{r} \frac{(\omega t)^n}{n!} e^{-\omega t}, \qquad (2.1.1)$$

где $\Pr_{\text{доп}}$ – вероятность того, что для замены отказавших изделий будет достаточно r запасных частей $\Pr_{\text{доп}} = 1 - P_{\text{доп}}$;

ω - параметр потока отказа;

t - период эксплуатации в часах наработки.

Параметр потока отказа ω вычисляется известными методами теории надежности на базе статистических данных наработки до отказа восстанавливаемых изделий. На интервале наработки Δt_i определяется статистическая оценка ω_i^*:

$$\omega_i^* = \frac{\Delta n_i}{N \Delta t_i}, \qquad (2.1.2)$$

где Δn_i - количество отказов изделий на интервале наработки Δt_i.

Строится гистограмма ω^* t и определяется среднее значение $\omega_{ñð}^*$ для k интервалов:

$$\omega_{cp}^* = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \omega_i^*. \qquad (2.1.3)$$

2.1.3. Последовательность выполнения работы

1. Получение исходных данных

Варианты задания формируются в соответствии с данными табл. 2.1.1.

Таблица 2.1.1

Варианты заданий

№ Варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Коэффициент корректировки	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
Наименование изделия СКВ	Предел Расширитель 513					Обратный Клапан 5102					Турбохоло-дильник 1621т					Кран надува 4602					Регулятор Изб.дав 4561					Блок управления 2427				
Объем парка ЛА, m	5					10					15					20					25					30				
Количество изделий на ЛА, a	5					4					2					3					2					2				
Количество запасных частей на складе $n_з$	5					4					5					2					5					5				
Назначенный ресурс,$T_{рн}$	3000					3000					6000					4000					6000					6000				
$P_{доп}$	0,25					0,2					0,05					0,1					0,05					0,05				

Выбор варианта задания студентами производится согласно шифру зачетной книжки по сумме трех последних цифр. Например, для шифра М73496, вариант №19 (4+9+6).

Исходные данные по надежности (табл. 2.1.2) являются результатами эксплуатационных наблюдений за наработками изделий до отказа.

2. Порядок решения задачи №1

Исходные данные: № варианта; коэффициент корректировки; заданное изделие СКВ; объем парка ЛА (m); количество изделий на ЛА (а); назначенный ресурс ($T_{РН}$), допустимая вероятность отсутствия запасного изделия на складе для замены отказавшего ($P_{ДОП}$) (табл. 2.1.1); наработки до отказа для заданного изделия СКВ (табл. 2.1.2).

Таблица 2.1.2

Статистические данные по наработке до отказа

Наименование Изделия	Наработки до отказа, ч
Распределитель 513	150, 155, 230, 245, 310, 330, 420, 475, 510, 520, 530, 565, 870
Обратный Клапан 5102	310, 340, 355, 367, 420, 470, 510, 533, 540, 570, 585, 670
Турбохолодильник 1621т	327, 395, 450, 470, 535, 540, 570, 610, 620, 637, 780, 800, 950, 1000
Кран надува 4602	125, 130, 185, 210, 230, 235, 240, 257, 310, 320, 345, 400, 470, 520, 710
Регулятор избыточного давления 4561	370, 410, 425, 500, 560, 575, 582, 600, 610, 620, 655 720, 810, 815, 900
Блок управления 2427	588, 646, 675, 697, 798, 836, 893, 969, 1013, 1026 1083, 1112, 1273

Определение статистической оценки параметра потока отказа $\omega_{ñð}^{*}$: исходные данные наработки до отказа разбить на интервалы и для каждого интервала определить ω_{i}^{*} по формуле 2.1.2;

построить гистограмму $\omega^{*}\ t$;

определить среднее значение $\omega_{ñð}^{*}$ по формуле 2.1.3.

для определения потребного количества запасных изделий $n_{З(1)}$ для эксплуатации одного изделия, установленного на ЛА, в течение назначенного ресурса $T_{РН}$ подставляем в формулу 2.1.1:

$$Pr_{ДОП} = 1 - P_{ДОП},$$
$$t = T_{РН},$$
$$\omega = \omega_{ср}.$$

Принимаем n = 0 и определяем Pr_0 (n = 0); затем n = 1 и находим Pr_1 (n = 1) и т.д.

При этом на каждом шаге проверяем условие: не превышает ли сумма

$$\sum_{n=1}^{r} p_n$$

значение $Pr_{ДОП}$.

При

$$\sum_{n=1}^{\kappa} pn \geq pr_{ДОП}$$

вычисления прекращаются и определяется $n_{З\,1} = r$.

Графическое определение потребного количества запасных изделий $n_{З\,1}$ для одного изделия, установленного на самолете, приведено на рис. 2.1.1.

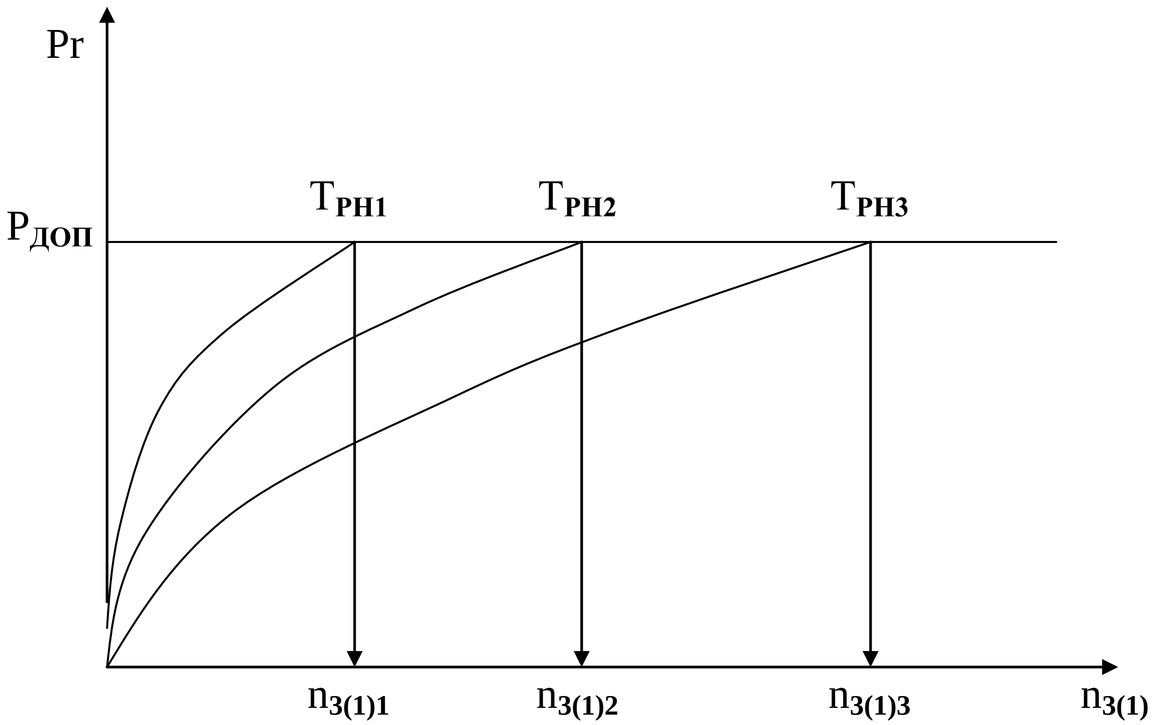

Рис. 2.1.1. Определение $n_{З\,1}$ потребного $n_{З\,i}$ для i-го варианта задания $T_{РНi}$

Потребное количество запасных изделий n_3 для эксплуатации изделий парка ЛА:

$$N_{ЗП} = n_{З(1)} \cdot a \cdot m.$$

Порядок решения задачи №2

Исходные данные для выбранного варианта в задаче №1: вариант задания, заданное изделие СКВ, объем парка ЛА (m), количество изделий на ЛА (a), допустимая вероятность отсутствия запасного изделия на складе для замены отказавшего ($P_{ДОП}$), количество запасных частей на складе (n_3) (табл. 2.1.1), $\omega = \omega_{CP}$, вычисленное в задаче №1.

Для определения возможной длительности эксплуатации для парка ЛА с учетом отказавших и при наличии заданного количества запчастей на складе авиапредприятия n_3 подставляем в формулу (2.1.1):

$$Pr_{ДОП} = 1 - P_{ДОП},$$

$$t = \tau,$$

$$\omega = \omega_{CP}.$$

Принимаем $\tau_1 = 1000$ и рассчитываем:

$$P_{n_{з(\tau 1)}} = \sum_{n=0}^{n_з} P_n,$$

затем $\tau_2 = 1000$ и определяем

$$P_{n_{з(\tau_2)}} = \sum_{n=0}^{n_з} P_n,$$

и т.д. При этом на каждом шаге проверяется условие не превышает ли сумма $Pn_3(\tau_i)$ значения $Pr_{ДОП}$. При $Pn_3(\tau_i) \geq Pr_{ДОП}$ вычисления прекращаются и принимается $\tau = \tau_i$.

Графическое определение возможной длительности эксплуатации τ_i представлено на рис. 2.1.2.

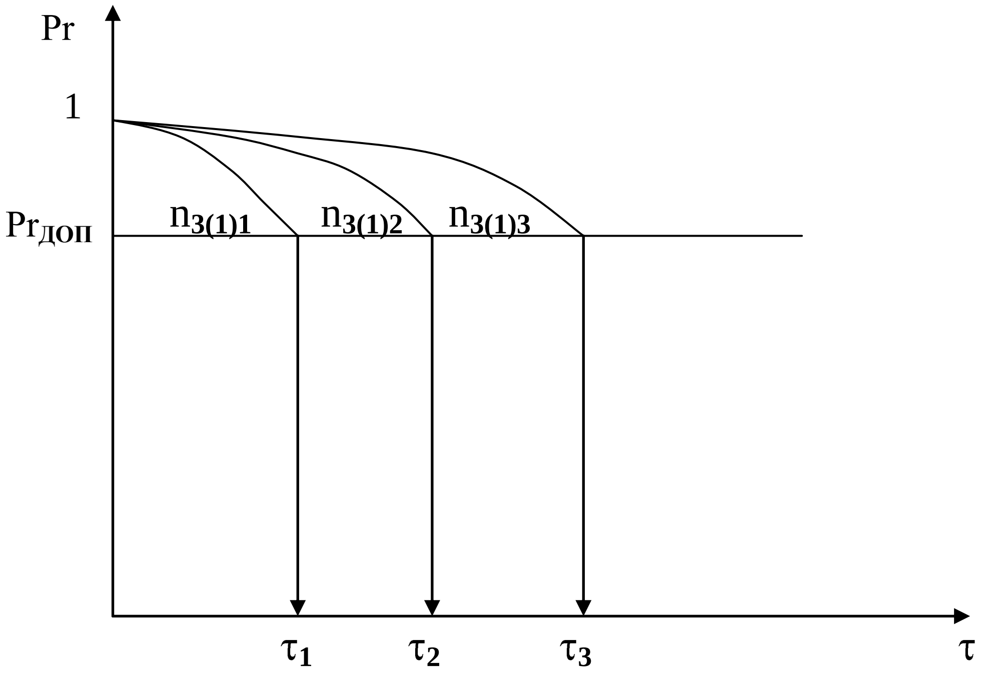

Рис. 2.1.2. Определение τ_i для i-го варианта задания

2.2. Практическое занятие № 2

Тема: **Управление техническим состоянием изделий, подверженных износу и старению**

Цель: практическое освоение экспоненциальной модели изменения параметров.

2.2.1 Техническое задание

Практическое занятие состоит из решения следующих задач:

1) определение зависимости параметра изделия от наработки для математического ожидания и среднего квадратического отклонения по статистическим данным эксплуатационных наблюдений при двух фиксированных значения наработки;

2) определение зависимости параметра изделия от наработки для математического ожидания и среднего квадратического отклонения по статистическим данным эксплуатационных наблюдений при трех фиксированных значения наработки.

В качестве объекта анализа на практическом занятии выбираются параметры гидравлического насоса НП-43М самолета Ту-134 аксиально-поршневого типа, регулируемой подачи.

2.2.2. Необходимые теоретические сведения [1]

При нелинейном характере процесса изменения параметра η t скорость изменения параметра V может быть аппроксимирована линейной зависимостью

$$V = \frac{d\eta}{dt} = C + k\eta \, . \qquad (2.2.1)$$

Преобразуя и интегрируя левую и правую части (2.2.1) по времени и параметру, получаем

$$t - t_1 = \frac{1}{k} \ln \frac{C + k\overline{\eta}}{C + k\overline{\eta_1}},$$

где $\overline{\eta_1}$ и $\overline{\eta}$ - средняя величина параметра при t_1 и общая средняя соответственно.

В десятичных логарифмах:

$$t - t_1 = \frac{1}{k \lg e} \lg \frac{\frac{C}{k} + \overline{\eta}}{\frac{C}{k} + \overline{\eta_1}} \, .$$

Обозначая $\frac{1}{k \lg e} = A$, $\frac{C}{k} = h$, получим

$$\overline{\eta} = (\overline{\eta_1} + h) \cdot 10^{\frac{t - t_1}{A}} - h \, . \qquad (2.2.2)$$

Коэффициент A, измеренный в единицах наработки, определяет форму кривой (коэффициент долговечности), коэффициент h, измеренный в единицах параметра, определяет положения кривой (коэффициент смещения).

Дифференцируя (2.2.2) ,получим уравнение скорости изменения параметра

$$V = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\overline{\eta_1} + h}{A \lg e} 10^{\frac{t - t_1}{A}} \, . \qquad (2.2.3)$$

Экспоненциальное уравнение (2.2.2) предполагает нормальное распределение параметра для любого момента наработки.

В этом случае верхнюю (нижнюю) доверительную границу изменения параметра можно описать таким же экспоненциальным уравнением, подставляя в него вместо математического ожидания исходного параметра верхний (нижний) доверительный предел этой случайной величины

$$\eta_1^1 = \overline{\eta_1} + t_\beta \sigma_1,$$

$$(\eta_1^{11} = \overline{\eta_1} - t_\beta \sigma_1),$$

верхняя доверительная граница процесса изменения параметра

$$\eta^1 = (\overline{\eta_1} + t_\beta \sigma_1 + h) 10^{\frac{t - t_1}{A}} - h \, , \qquad (2.2.4)$$

нижняя доверительная граница процесса изменения параметра

$$\eta^{11} = (\overline{\eta_1} - t_{\beta}\sigma_1 + h)10^{\frac{t-t_1}{A}} - h\,, \qquad (2.2.5)$$

где σ_1 - среднее квадратическое отклонение параметра при наработке t_1;

t_β - коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности β (приложение 1).

Подставив в (2.2.4) и (2.2.5) вместо η' и η'' значения верхнего и нижнего доверительных пределов в момент t_2 и решив совместно, получим

$$A = \frac{t_2 - t_1}{\lg \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}, \qquad (2.2.6)$$

$$h = \frac{\bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_1 \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1}, \qquad (2.2.7)$$

где $\overline{\eta_2}$ и σ_2 - среднее значение параметра и среднее квадратическое отклонение в момент t_2.

Уравнения (2.2.2 , 2.2.4 …. 2.2.7) дают возможность по статистическим данным эксплуатационных наблюдений параметра в моменты t_1 и t_2 найти уравнения для математического ожидания и доверительных пределов процесса изменения параметра (задача №1).

В случае, если известны математические ожидания параметра $\overline{\eta_1}$, $\overline{\eta_2}$, $\overline{\eta_3}$ при трех фиксированных значениях наработки t_1, t_2, t_3 (задача №2) получим

$$h = \frac{\overline{\eta_2^2} - \overline{\eta_1}\overline{\eta_3}}{\overline{\eta_1} + \overline{\eta_3} - 2\overline{\eta_2^2}}, \qquad (2.2.8)$$

$$A = \frac{t_3 - t_1}{\lg(\frac{\overline{\eta_3} - \overline{\eta_2}}{\overline{\eta_2} - \overline{\eta_1}})^2}. \qquad (2.2.9)$$

2.2.3. Последовательность выполнения работы

1) Получение исходных данных

Варианты задания формируются в соответствии с данными табл. 2.2.1.

Выбор варианта студенты производят согласно шифру зачетной книжки по сумме трех последних цифр.

Исходные данные по параметрам (табл.2.2.1) являются результатами эксплуатационных наблюдений за параметрами изделий при фиксированных значениях наработки t.

Исходные данные варианта формируются при умножении наработки t на корректирующий коэффициент (табл. 2.2.1).

2) Порядок решения задачи № 1

Исходные данные: № варианта, коэффициент корректировки; данный параметр гидронасоса, значения моментных функций : матожидания $\bar{\eta}$ и среднего квадратического отклонения σ при наработках t_1=500 ч, t_2=1000 ч. (в исходном варианте) ; доверительная вероятность α.

Определение значений коэффициентов долговечности A и смещения h по формулам (2.2.6) и (2.2.7) соответственно.

Составление зависимостей матожидания $\bar{\eta}$, верхнего η' и нижнего η'' доверительных пределов параметра гидронасоса $\eta(t)$ от наработки t по формулам (2.2.2) , (2.2.4) и (2.2.5) соответственно.

Составление зависимости скорости V изменения параметра η от наработки t по формуле (2.2.3) .

По полученным зависимостям определить прогноз матожидания $\bar{\eta}$, верхнего η' и нижнего η'' доверительных пределов и скоростей V изменения параметра на период упреждения $\tau = \frac{t_2}{2}$ (при наработке $t_3 = t_2 + \frac{t_2}{2}$).

Построение графических зависимостей $\overline{\eta(t)}, \eta'(t), \eta''(t), \upsilon(t)$ (рис. 2.2.1).

3) Порядок решения задачи №2

Исходные данные: № варианта, коэффициент корректировки; данный параметр гидронасоса, значения моментной функции - матожидания $\bar{\eta}$ при наработках t_1=0 ч. , t_2=500 ч, t_3= 1000 ч. (в исходном варианте).

Определение значений коэффициентов долговечности A и состояния h по формулам (2.2.8), (2.2.9).

Далее выполнить операции в последовательности решения задач №1 и сравнить результаты прогноза в задачах 1 и 2, сделать выводы.

Таблица 2.2.1

Варианты заданий

<table>
<tr><td colspan="2">№ Варианта</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">6</td><td colspan="2">7</td><td colspan="2">8</td><td colspan="2">9</td><td colspan="2">10</td><td colspan="2">11</td><td colspan="2">12</td><td colspan="2">13</td><td colspan="2">14</td><td colspan="2">15</td><td colspan="2">16</td><td colspan="2">17</td><td colspan="2">18</td><td colspan="2">19</td><td colspan="2">20</td><td colspan="2">21</td><td colspan="2">22</td><td colspan="2">23</td><td colspan="2">24</td><td colspan="2">25</td><td colspan="2">26</td><td colspan="2">27</td><td colspan="2">28</td><td colspan="2">29</td><td colspan="2">30</td></tr>
<tr><td colspan="2">Коэффициент корректировки</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Параметр гидронасоса</td><td colspan="10">Давление рабочей жидкости Р, $кг/см^2$</td><td colspan="10">Объемный КПД , γ</td><td colspan="10">Зазор в поршневых парах по $\varnothing$ 9,2 , S_1 мк</td><td colspan="10">Суммарный осевой люфт δ , мк</td><td colspan="10">Зазор золотника с гильзой по $\varnothing$ 6,3 S_2 , мк</td><td colspan="10">Зазор направляющей с силовым цилиндром S_3 , мк</td></tr>
<tr><td colspan="5">$\overline{\eta_p}$</td><td colspan="5">σ_p</td><td colspan="5">$\overline{\eta_\gamma}$</td><td colspan="5">σ_γ</td><td colspan="5">$\overline{\eta_{s1}}$</td><td colspan="5">σ_{s1}</td><td colspan="5">$\overline{\eta_\delta}$</td><td colspan="5">σ_δ</td><td colspan="5">$\overline{\eta_{s2}}$</td><td colspan="5">σ_{s2}</td><td colspan="5">$\overline{\eta_{s3}}$</td><td colspan="5">σ_{s3}</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Наработки $t, ч$</td><td>0</td><td colspan="5">224.6</td><td colspan="5">0.56</td><td colspan="5">0.929</td><td colspan="5">0.011</td><td colspan="5">25.3</td><td colspan="5">1.4</td><td colspan="5">17.9</td><td colspan="5">4.9</td><td colspan="5">4.7</td><td colspan="5">0.66</td><td colspan="5">21.84</td><td colspan="5">1.69</td></tr>
<tr><td>500</td><td colspan="5">217.9</td><td colspan="5">4.2</td><td colspan="5">0.904</td><td colspan="5">0.026</td><td colspan="5">26.9</td><td colspan="5">2.5</td><td colspan="5">71.6</td><td colspan="5">20.1</td><td colspan="5">9.3</td><td colspan="5">2.0</td><td colspan="5">31.62</td><td colspan="5">3.45</td></tr>
<tr><td>1000</td><td colspan="5">215.9</td><td colspan="5">4.4</td><td colspan="5">0.893</td><td colspan="5">0.048</td><td colspan="5">29.7</td><td colspan="5">3.3</td><td colspan="5">91.5</td><td colspan="5">21.7</td><td colspan="5">10</td><td colspan="5">2.05</td><td colspan="5">37.3</td><td colspan="5">9.5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Доверительная Вероятность β</td><td colspan="10">0.95</td><td colspan="10">0.9</td><td colspan="10">0.85</td><td colspan="10">0.9</td><td colspan="10">0.85</td><td colspan="10">0.8</td></tr>
</table>

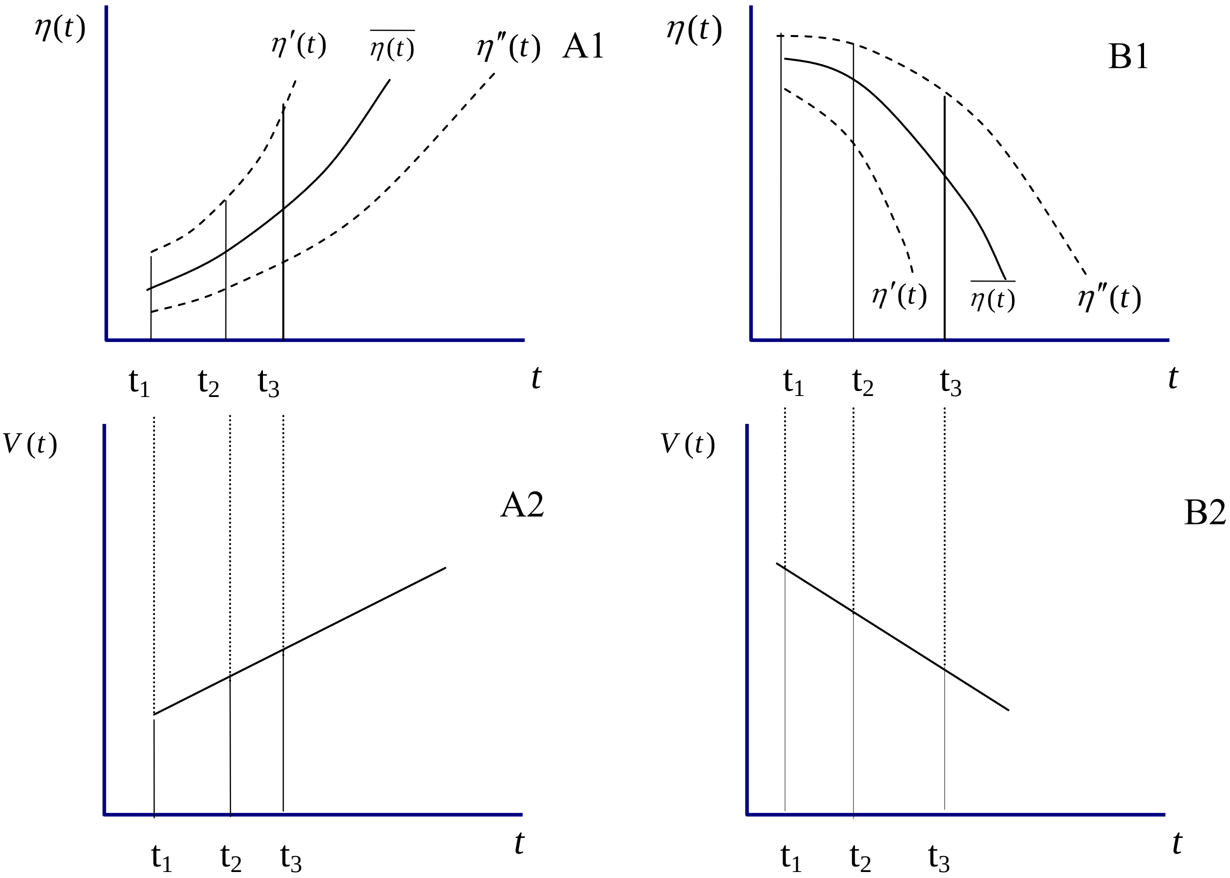

Рис . 2.2.1 Вид зависимостей $\overline{\eta(t)}, \eta'(t), \eta''(t), V(t)$:

A1, A2 – при возрастающем; B1, B2 – при убывающем характере изменения параметра η(t)

Практическое занятие № 3

Тема**: Модели управляемых состояний процесса технической эксплуатации ЛА**

Цель: практическое освоение моделей управляемых состояний: использования по назначению, технического обслуживания и ремонта.

2.3.1. Техническое задание:

Практическое занятие состоит из решения следующих задач:

1) определение параметров модели управляемого состояния использования по назначению;

2) определение параметров управляемого состояния технического обслуживания и ремонта с детерминированной периодичностью и переменным объемом работ.

В качестве объектов анализа на практическом занятии выбираются функциональные системы ЛА, характеристики их надежности и видов технического обслуживания и ремонта.

2.3.2. Необходимые теоретические сведения [2]

Модели управляемых состояний: использования по назначению $И_i$, $i = \overline{1, S}$ и технического обслуживания и ремонта (ТОиР) $В_j$, $j = \overline{1, n}$ являются фрагментами полумарковской модели управляемого ПТЭ ЛА.

I. В модели управляемого состояния использования по назначению (рис.2.3.1) выделяются следующие состояния:

- состояние использования $И_{i+1}$, в котором объект имеет уровень работоспособности ниже, чем в $И_i$;
- состояние ТОиР (восстановления) $В_j$, $j = \overline{1, n}$, посещаемое с периодичностью T_j.

Модель управляемого состояния использования по назначению должна удовлетворять следующим требованиям:

1) В предположении ожидания переходов из $И_i$ в $И_{i+1}$ заданы :

а) случайное время пребывания объекта в состоянии $И_i$, имеющее функцию распределение F(t)

$$P\{\tau < t\} = F(t), \tag{2.3.1}$$

где τ - время пребывания в состоянии $И_i$ до выхода в состояния $В_1$, ... $В_n$;

б) вероятность P_1, …… , P_n (P_1+…..P_n = 1) перехода в состояния

$В_1$, $В_n$ соответственно, отражающие периодичность проведения ТОиР в этих состояниях.

Пусть объект попадает в состояние ТОиР с периодичностью $\tau_0 = \int_0^\infty t dt$,

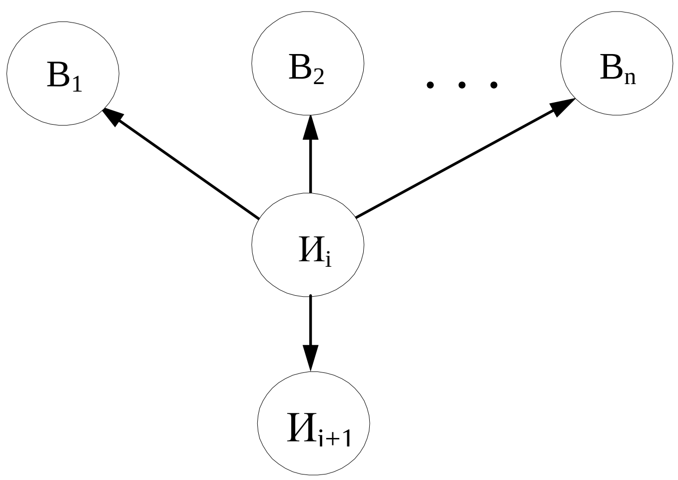

Рис. 2.3.1 Управляемое состояние использования по назначению ЛА

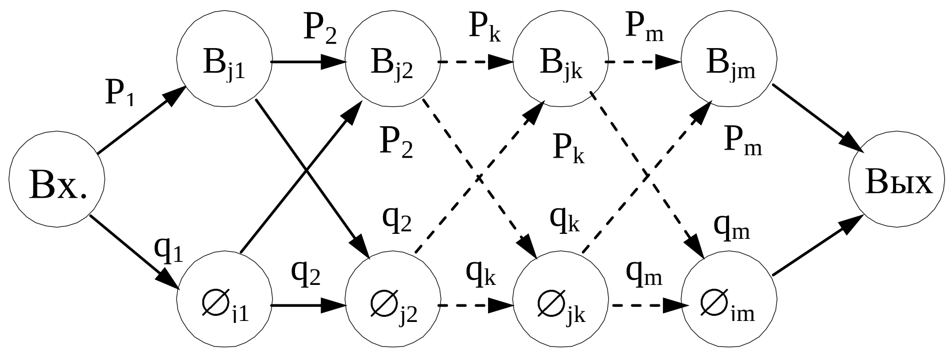

Рис. 2.3.2. Управляемое состояние ТОиР ЛА

а в состояние $B_J, J=\overline{1,n}$ попадает с периодом T_j (суммарное время пребывания объекта в состоянии $И_i$) между двумя последовательными попаданиями состояние B_j .

На практике $T_1 = \tau_0$, $T_2 = K_1 T_1$, …… , $T_n = K_{n-1} T_{n-1}$, где K_1 , …… , K_{n-1} – целые числа , при этом P_i определяется по формулам :

$$P_1 = \frac{K_1 - 1}{K_1} = 1 - \frac{T_1}{T_2}, \ldots\ldots\ldots,$$

$$P_j = \frac{K_j - 1}{K_j} = \frac{T_1}{T_j}\left(1 - \frac{T_j}{T_{j+1}}\right), \ldots., \tag{2.3.2}$$

$$P_n = \frac{T_1}{T_n}.$$

2) В предположении отсутствия переходов в состояния ТО и Р задано случайное время пребывания объекта в состоянии $И_i$, распределенное по закону G(t)

$$P\{\tau < t\} = G(t), \tag{2.3.3}$$

где τ - время выхода из $И_i$ в $И_{i+1}$

Процессы 1) и 2), накладываемые друг на друга, должны отражаться заданием параметров

$\mu_{И_i B_1} = \mu_{И_i B_2} = \ldots\ldots. = \mu_{И_i B_n}$ - среднее время пребывания объекта в состоянии $И_i$ при условии его последующего перехода в состояние ТО и Р ;

$\mu_{И_i И_{i+1}}$ - среднее время пребывания в состоянии $И_i$ при условии перехода в состояние $И_{i+1}$;

$\mu_{И_i}$ - среднее время пребывания в состоянии $И_i$,

$P_{И_i B_j}$ - вероятность перехода из $И_i$ в B_j ,

$P_{И_i И_{i+1}}$ - вероятность перехода из $И_i$ в $И_{i+1}$.

Обозначим $P_{И_i B}$ вероятность перехода в состояние ТО и Р

$$P_{И_i B} = \sum_{j=0} P_{И_i B_j} = 1 - P_{И_i И_{i+1}} ,$$

тогда получим

$$P_{И_i B_j} = P_j P_{И_{iB}} . \qquad (2.3.4)$$

Вероятность F(t) выхода объекта в состояние $B = UB_j \quad j = \overline{1,n}$ до наступления отказа за время $\tau \langle t$ определяется по формуле:

$$\overline{G}(t) = \int_0^t (1 - F(t)) dG(\tau). \qquad (2.3.5)$$

Параметры состояний фрагмента модели ПТЭ определяются по формулам :

$$P_{\text{È}_i B_j} = P_j (1 - \int_0^\infty G(\tau) dF(\tau), \quad j = \overline{1,n} ,$$

$$P_{\text{È}_i \text{È}_{i+1}} = 1 - \int_0^\infty F(\tau) dG(\tau),$$

$$\mu_{\text{È}_i B_j} = \frac{\int_0^\infty t(1 - G(t)) dF(t)}{1 - \int_0^\infty G(\tau) dF(\tau)}, \quad j = \overline{1,n}, \qquad (2.3.6)$$

$$\mu_{\text{È}_i \text{È}_{i+1}} = \frac{\int_0^\infty t(1 - F(t)) dG(t)}{1 - \int_0^\infty F(t) dG(t)}, \quad ,$$

$$\mu_{\grave{E}_i} = \int_0^{\infty} tdF(t) + \int_0^{\infty} tdG(t) - \int_0^{\infty} td(F(t)G(t)).$$

В частном случае , соответствующем детерминированной периодичности ТОиР τ_0 , получим

$$F(t) = \begin{cases} 0, t < \tau_0 \\ 0, t \ge \tau_0 . \end{cases}$$

Тогда приведенные выше формулы (2.3.6) примут вид:

$$P_{И_i И_{i+1}} = G(\tau_0), \tag{2.3.7}$$

$$P_{И_i B_j} = P_j(1 - G(\tau_0)) \quad , \quad i = \overline{1, n} \tag{2.3.8}$$

$$\mu_{И_i B_j} = \tau_0 , \tag{2.3.9}$$

$$\mu_{И_i И_{i+1}} = \frac{1}{G(\tau_0) \int_0^{\tau_0} tdG(t)} , \tag{2.3.10}$$

$$\mu_{И_i} = \int_0^{\tau_0} tdG(t) = \tau_0(1 - G(\tau_0)). \tag{2.3.11}$$

Функции и параметры распределений (экспоненциального, нормального и Вейбулла) приведены в табл. 2.3.1

II. Модель управляемого состояния ТО и Р (рис .2.3.2) с детерминированной периодичностью и переменным объемом работ определяет следующую ситуацию: из исходного состояния (одно из состояний использования $И_i, i = \overline{1, s}$) объект попадает с периодичностью τ_0 в состояние ТОиР B_j , где выполняется некоторый постоянный объем работ A_{j1} и переменный объем работ A_{jk} , $k = \overline{2, m}$ при каждом попадание в это состояние ТОиР.

Таблица 2.3.1

Функции распределения и параметры распределения

Закон распределения	Функция распределения $F(t) = G(\tau_0) = P_{И_i И_{i+1}}$	Параметры распределения
Экспоненциальный	$1 - e^{-\lambda \tau_0}$	$\lambda = \frac{1}{m_t}$
Нормальный	$\Phi(\frac{\tau_0 - m_t}{\sigma_t})$	m_t, σ_t
Вейбулла	$1 - e^{-(\frac{t}{a})^b}$	$b = f(\nu), \nu = \frac{\sigma_t}{m_t}$ $a = \frac{m_t}{K_b}$

Примечание:

1) функция нормального распределения ФС определяется по табл. Приложения 2;

2) параметры распределения Вейбулла определяются по табл. Приложения 3: по значению коэффициента вариации ν находим параметр (b) и коэффициент K_b и вычисляем параметр a.

Принята следующая структура состояния ПТЭ B_j :

состояния B_{jk}, $k = \overline{1, m}$ в которых выполняется объем работ A_{jk} ; нулевые” состояния Φ_{jk} , $k = \overline{1, m}$, характеризуемые нулевыми значениями среднего времени пребывания и расходов на единицу времени пребывания объекта в них.

Вероятности переходов P_i , q_i (рис. 2.3.2) удовлетворяют условию

$$P_i, q_i \geq 0, P_i + q_i = 1$$

Продолжительность пребывания μ_i в состоянии B_{ji} , является аддитивным параметром. В состоянии Φ_{ji} продолжительность пребывания равна нулю.

Среднее время μ_j ср пребывания в состоянии ТО и Р B_j удовлетворяет уравнению:

$$\mu_{cp} = P_1\mu_1 + P_2\mu_2 + ... + P_m\mu_m. \qquad (2.3.12)$$

Другие параметры состояния ТО и Р B_j :

средние трудовые затраты

$$\tau_{jcp} = P_1\tau_1 + P_2\tau_2 + ... + P_m\tau_m \qquad (2.3.13)$$

средняя стоимость ТОиР

$$C_{jcp} = P_1C_1 + P_2C_2 + ... + P_mC_m. \qquad (2.3.14)$$

В частном случае модель состояния ТО и Р характеризуется значениями параметров:

$$P_1 = 1, P_2 = \frac{1}{2}, ..., P_m = \frac{1}{m},$$

$$\mu_{jcp} = \mu_1 + \frac{\mu_2}{2} + ... + \frac{\mu_m}{m}, \qquad (2.3.15)$$

$$\tau_{jcp} = \tau_1 + \frac{\tau_2}{2} + ... + \frac{\tau_m}{m}, \qquad (2.3.16)$$

$$C_{jcp} = C_1 + \frac{C_2}{2} + ... + \frac{C_m}{m}. \qquad (2.3.17)$$

2.3.3. Получение вариантов исходных данных

Варианты задания формируются в соответствии с данными табл. 2.3.2. путем умножения их на корректирующие коэффициенты. Выбор варианта задания производится согласно шифру зачетной книжки по сумме трех последних цифр.

Для получения значения варианта задания следует умножать исходные данные m_t, σ_t, t_i, τ_i на коэффициент корректировки варианта задания.

2.3.4.Последовательность выполнения работы

Задача №1

Исходные данные: № варианта, корректирующий коэффициент, значение моментных функций m_t и σ_t при разных законах распределения, периодичностей T_i.ч , продолжительностей t_i, ч и трудоемкостей τ_i, чел.-ч, ТОиР самолета (см. табл. 2.3.2).

Порядок решения задачи №1

1) Определение вероятностей P_j, j=1,r по формуле (2.3.2).

2) Оценка параметра экспоненциального распределения и управляемого состояния использования по назначению:

параметры распределения λ (табл. 2.3.1);

вероятности перехода $P_{И i\ И i+1}$ (табл. 2.3.1);

вероятностей переходов $P_{ИiB1}$, $P_{ИiB2}$, $P_{ИiB3}$, $P_{ИiB4}$ по формуле (2.3.8) и найденным ранее значениям ~~вероятностей~~ P_j, j=1,r,

времени пребывания в состояние $И_i$ по формуле (2.3.11).

3) Оценка параметров нормального распределения и управляемого состояния использования по назначению:

параметров распределения m_t и σ_t заданных в исходных данных (см. табл. 2.3.1);

вероятности перехода $P_{И i\ И i+1} = G(\tau_0)$ по формуле, приведенной в табл. 2.3.2 и по данным табл. Приложения 2.

вероятностей переходов $P_{ИiB1}$, $P_{ИiB2}$, $P_{ИiB3}$, $P_{ИB4}$ по формуле (2.3.8) и найденным ранее значениям P_j, j=1,r;

времени пребывания в состоянии $И_i$ по формуле (2.3.11).

4) Оценка параметров распределения Вейбулла и управляемого состояния использования по назначению:`

коэффициента вариации по формуле, приведенной в табл. 2.3.2;

параметра распределения b и коэффициента K_b по табл. Приложения3

параметра распределения a;

вероятности перехода $P_{И i\ И i+1}$ (см. таб. 2.3.2);

вероятностей переходов $P_{ИiB1}$, $P_{ИiB2}$, $P_{ИiB3}$, $P_{ИiB4}$ по формуле (2.3.8) и найденным значениям вероятностей P_j,j=1,r;

времени пребывания в состоянии $И_i$ по формуле (2.3.11).

Задача №2

Исходные данные: № варианта, корректирующий коэффициент, значение периодичностей T_i, ч, продолжительностей t_i, ч и трудоемкостей τ_i, чел.- ч ТОиР самолета или продолжительностей, трудоемкостей ТОиР при заданных вероятностях переходов (табл. 2.3.2)

Порядок решения задачи №2

1) Определение параметров управляемого состояния ТОиР по исходным данным, приведенным в пп. 2,3 табл. 2.3.1:

вероятности P_j, j=1,n (оценены в задаче №1);

среднего времени пребывания в состоянии ТОиР по формуле(2.3.12);

средней трудоемкости в состоянии ТОиР по формуле 2.3.13.

2) Определение параметров управляемого состояния ТОиР по данным п.4 табл. 2.3.2(частный случай):

вероятности P_j,j=1,n заданы;

среднего времени пребывания в состоянии ТОиР находим по формуле (2.3.15);

средней трудоемкости в состоянии ТОиР - по формуле (2.3.16).

Таблица 2.3.2

Варианты заданий

<table>
<tr><td>№варианта</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Коэффициент корректировки</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1.Значения моментных функций наработок до Отказа t</td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>Экспонециальный mt</td><td colspan="5">1000</td><td colspan="5">2000</td><td colspan="5">3000</td><td colspan="5">4000</td><td colspan="5">5000</td><td colspan="5">6000</td></tr>
<tr><td>Нормальный</td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>m_t</td><td colspan="5">1000</td><td colspan="5">2000</td><td colspan="5">3000</td><td colspan="5">4000</td><td colspan="5">5000</td><td colspan="5">6000</td></tr>
<tr><td>σ_t</td><td colspan="5">350</td><td colspan="5">650</td><td colspan="5">950</td><td colspan="5">1300</td><td colspan="5">1600</td><td colspan="5">1900</td></tr>
<tr><td>Вейбулла</td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>m_t</td><td colspan="5">1000</td><td colspan="5">2000</td><td colspan="5">3000</td><td colspan="5">4000</td><td colspan="5">5000</td><td colspan="5">6000</td></tr>
<tr><td>σ_t</td><td colspan="5">550</td><td colspan="5">1100</td><td colspan="5">1600</td><td colspan="5">2100</td><td colspan="5">2600</td><td colspan="5">3200</td></tr>
<tr><td>2.Периодич-ность ТО самолета Типа</td><td colspan="5">Ту-134</td><td colspan="5">Ту-134</td><td colspan="5">Як-40</td><td colspan="5">Ту-154</td><td colspan="5">Ил-62м</td><td colspan="5">Ил-86</td></tr>
<tr><td>T_1</td><td colspan="5">330</td><td colspan="5">300</td><td colspan="5">300</td><td colspan="5">300</td><td colspan="5">300</td><td colspan="5">330</td></tr>
<tr><td>T_2</td><td colspan="5">1000</td><td colspan="5">900</td><td colspan="5">900</td><td colspan="5">900</td><td colspan="5">900</td><td colspan="5">1000</td></tr>
<tr><td>T_3</td><td colspan="5">2000</td><td colspan="5">1800</td><td colspan="5">1800</td><td colspan="5">1800</td><td colspan="5">1800</td><td colspan="5">2000</td></tr>
<tr><td>T_4</td><td colspan="5">6000</td><td colspan="5">6000</td><td colspan="5">10000</td><td colspan="5">6000</td><td colspan="5">10000</td><td colspan="5">10000</td></tr>
</table>

Продолжение табл. 2.3.2

№варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Коэффициент корректировки	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3

3.Продолжительность t_i ч и трудоемкость τ_i чел.- ч ТоиР при периодичности:	t_i	τ_i	t_i	τ_i	T_i	τ_i	t_i	τ_i	t_i	τ_i	T_i	τi
T_1 T_2 T_3 T_4	114,3 179,6 346,1 1140	123,8 194,6 374,8 2800	112,5 183,3 280,2 1140	237,9 387,8 601,5 2800	298,3 529,9 1475,9 2795,9	295,5 525,2 1254,9 2980	134,5 204,2 309,3 1020	350,6 532,6 806,5 5115	141,9 224,5 353,6 2800	451,7 714,7 1125 5000	270 464,5 1407 2858,5	571,9 982,8 2977,4 6050
4.Продолжительность t_iч и трудоемкость τ_i чел-ч ТоиР при вероятностях переходов:	t_i	τ_i	t_i	τ_i	T_i	τ_i	t_i	τ_i	t_i	τ_i	t_i	τi
P_1=1 P_2=1/2 P_3=1/3 P_4=1/4 P_5=1/5 P_6=1/6 P_7=1/7	50 150 200 300 450 520 750	120 270 350 600 800 950 1020	70 100 210 350 500 550 700	150 200 500 700 810 950 1200	90 120 250 360 400 560 800	170 250 450 550 1000 1200 1500	100 160 260 300 460 500 680	200 350 450 600 850 1000 1300	120 200 350 460 510 620 760	250 310 600 750 900 1100 1500	150 250 400 550 620 750 900	300 370 650 810 950 1200 1800

2.4. Цикл практических занятий

Тема: **Анализ эффективности процесса технической эксплуатации ЛА комплексным методом**

Цель: *Практическое освоение метода комплексного анализа эффективности ПТЭ ЛА на основе многофакторного анализа*

2.4.1 Техническое задание

Цикл практических занятий включает следующие практические занятия:

- Формирование корреляционной матрицы показателей эффективности ПТЭ ЛА для расчета общих факторов комплексным методом.
- Расчет нагрузок первого общего фактора.
- Определение нагрузок второго общего фактора.
- Определение нагрузок следующих общих факторов.

В качестве объектов анализа на практических занятиях выбираются результаты эксплуатационных наблюдений за показателями эффективности ПТЭ парка самолетов Ил-62, осуществляемых ежемесячно в течение одиннадцати лет.

2.4.2. Необходимые теоретические сведения [3÷5]

При управлении ПТЭ ЛА возникает необходимость в анализе показателей эффективности с учетом взаимосвязей между ними. Появляется потребность в методах анализа показателей, которые позволили бы выделить некоррелированные факторы, оказывающие доминирующее влияние на показатели эффективности ПТЭ ЛА. Для решения этих задач следует применить к исходным показателям процедуру выделения общих факторов, основанную на методах многофакторного анализа.

Задача многофакторного анализа:

Известны значения $X_1, X_2 \ldots, X_n$ – системы коррелированных случайных величин, представляющих собой оценку показателей эффективностей ПТЭ ЛА по данным эксплуатационных наблюдений;

найти систему некоррелированных случайных величин (общих факторов) $Y_1, Y_2 \ldots, Y_m$ (m<n) и нагрузок-коэффициентов $C_{ij,}$ $i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}$ таких, чтобы с большой вероятностью выполнялась система равенств

$$X_i = \Sigma_j C_{ij} Y_{i,}\ i=\overline{1,n}.$$

Преимуществом системы случайных величин $Y_1, \ldots\ldots Y_m$ является их некоррелированность и меньшее число m<n, недостатком - трудности их содержательной интерпретации.

Если случайные величины X_i, $i=\overline{1,n}$ нормированы, т.е. математическое ожидание $M_{xi}=0$, а дисперсия $D_{xi}=1$, в этом случае дисперсия разлагается на сумму

$$1 = DX_i = h_i^2 + S_i^2 + b_i^2,$$

где h_i^2 - общности, т.е. части дисперсии, обусловленные факторами, общими для всех X_i ;

S_i^2 - специфическая дисперсия;

b_i^2 - часть дисперсии, обусловленная ошибкой.

Характеристикой взаимной зависимости случайных величин X_i, $i=\overline{1,n}$ является матрица корреляции $R=||R_{ij}||$. Влияние специфических факторов и ошибок отражено в R, так как на главной диагонали R стоят дисперсии

$$Dx_i = 1 = h_i^2 + s_i^2 + b_i^2 .$$

Матрица корреляции, у которой элементы главной диагонали равны 1, называется полной матрицей корреляции

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccccc} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{array} & \left\| \begin{array}{cccccc} 1 & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & 1 & r_{45} & r_{46} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & 1 & r_{56} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & 1 \end{array} \right\| \end{array} = R^1$$

Матрица корреляции, в которой элементы главной диагонали соответствуют общностям h_i , называется редуцированной матрицей

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccccc} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{array} & \left\| \begin{array}{cccccc} h_1^2 & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & h_2^2 & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & h_3^2 & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & h_4^2 & r_{45} & r_{46} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & h_5^2 & r_{56} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & h_6^2 \end{array} \right\| \end{array} = R.$$

Матрица, столбцы которой состоят из нагрузок данного фактора для всех случайных величин X1,……,Xn, и строки из факторных нагрузок данной случайной величины, называется факторной матрицей

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc} Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{array} & \left\| \begin{array}{ccc} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} \end{array} \right\| \end{array} = F.$$

При этом факторная нагрузка C_{ij} имеет вид коэффициента корреляции между i –й случайной величиной X_i и j –м фактором Y_j.

Целью факторного анализа является получение факторной матрицы F из исходной корреляционной матрицы R. Для решения этой задачи, т.е. определения факторной матрицы, применим центроидный метод [4], преимуществом которого является достаточно быстрая сходимость.

2.4.3. Практическое занятие №4

Тема: **Формирование корреляционной матрицы показателей эффективности ПТЭ ЛА для расчета общих факторов центроидным методом**

2.4.3.1. Последовательность выполнения работы.

Получение исходных данных.

В качестве исходных данных используются среднее значения показателей эффективности ПТЭ самолетов Ил-62 [4], полученные в результате эксплуатационных наблюдений, осуществляемых ежемесячно в течение 11 лет:

удельные трудовые затраты на техническое обслуживание $\tau_{уд}$, чел.-ч./ч налета; (табл.2.4.1);

удельные материальные затраты на техническое обслуживание; $C_{уд}$, руб./ч налета; (табл.2.4.2);

коэффициент использования парка $K_{и}$, (табл. 2.4.3);

коэффициент возможного использования $K_{ви}$, (табл. 2.4.4).

Вариант заданий формируются в соответствии с данными табл. 2.4.5. Выбор варианта студент производят согласно шифру зачетной книжки по сумме трех последних цифр. Для выбранного номера варианта по табл. 2.4.5 определяются показатели эффективности, месяцы года и номер таблицы для получения исходных данных.

Таблица 2.4.1

Удельные трудовые затраты на техническое обслуживание самолетов $\tau_{уд}$ чел.-ч/ч налета

Поряд № года	Январь	Фев-раль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентя-брь	Ок-тябрь	Ноябрь	Декабрь	Год
11	9,37	11,65	12	10,4	8,81	8,29	7,79	6,73	7,46	8,83	8,88	10,6	9,234
10	11,66	11,2	13,08	12,61	10,17	8,29	8,69	7,25	7,72	9,2	8,88	10,63	9,948
9	12,46	12,36	13,89	12,02	9,74	7,49	7,7	6,74	8,23	10,4	9,5	10,6	10,094
8	11,57	12,21	14,17	12,45	9,34	8,25	7,56	7,11	7,32	8,75	9,93	11,15	9,984
7	12,85	10,43	14,43	10,69	8,05	9,82	8,36	7,51	7,63	8,97	9,21	12,74	10,057
6	12,1	13,47	15,07	13,18	11,07	10,19	9,87	9,81	7,98	9,92	10	12,69	11,279
5	12,68	12,57	13,98	12,73	10,11	9,23	8,74	7,56	8,11	9,23	9,75	12,15	10,57
4	12,81	13,11	14,17	12,81	10,69	9,18	8,51	7,63	8,5	9,63	10,4	11,72	10,763
3	12,93	13,43	14,05	13,26	11,41	9,84	8,91	7,75	8,21	9,87	10,93	12,84	11,119
2	12,76	13,41	14,18	13,61	11,54	10,24	9,73	8,45	8,67	9,94	10,48	12,21	11,268
1	12,88	13,12	14,26	13,73	11,82	10,11	9,56	8,21	8,88	9,75	10,57	12,61	11,292

Таблица 2.4.2

Удельные материальные затраты на техническое обслуживание $C_{уд}$, руб/ч налета

Поряд. № года	Январь	Фев-раль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сен-тябрь	Ок-тябрь	Ноябрь	Декабрь	Год
11	5102	5300	5529	3750	3103	2449	2250	2136	2383	2948	3801	5974	5394
10	5312	5425	4585	4676	3221	2390	2145	1940	2791	3387	3999	3599	3623
9	4230	5374	4585	3920	2790	2017	2021	1989	2361	3410	3794	4318	3408
8	4841	4933	4679	3821	2961	2487	2168	1965	2413	3216	3718	3764	3414
7	4890	4826	5272	4521	2959	3611	3212	3061	3174	2968	3761	4216	3873
6	4731	5111	5209	4888	3338	3691	3211	3026	3266	3628	3318	4663	4006
5	4834	4926	5038	4891	4371	3721	3289	3174	3316	3594	3764	4563	4123
4	4856	4912	5171	4912	4265	3768	3326	3019	3198	3418	3697	4472	4424
3	4726	4988	5175	4968	4321	3816	3344	3117	3294	3367	3658	4429	4102
2	4839	5026	5211	5035	4428	3851	3285	3172	3319	3467	3794	4613	4171
1	4865	4924	5191	5011	4516	3927	3368	3296	3328	3397	3616	4466	4160

Таблица 2.4.3

Коэффициент использования самолетов Ки

Поряд. № года	Январь	Фев-раль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сен-тябрь	Ок-тябрь	Ноябрь	Де-кабрь	Год
11	0.142	0.145	0.134	0.173	0.204	0.305	0.317	0.346	0.316	0.218	0.195	0.141	0.220
10	0.126	0.132	0.129	0.159	0.184	0.267	0.286	0.272	0.257	0.193	0.179	0.151	0.195
9	0.120	0.118	0.121	0.145	0.183	0.257	0.278	0.304	0.265	0.193	0.174	0.139	0.191
8	0.130	0.150	0.130	0.150	0.190	0.250	0.300	0.350	0.290	0.200	0.200	0.140	0.207
7	0.140	0.150	0.190	0.220	0.250	0.280	0.320	0.360	0.340	0.310	0.250	0.170	0.248
6	0.130	0.140	0.160	0.170	0.200	0.270	0.300	0.350	0.320	0.300	0.260	0.200	0.233
5	0.130	0.140	0.150	0.160	0.180	0.250	0.270	0.290	0.260	0.170	0.140	0.140	0.195
4	0.120	0.130	0.130	0.150	0.190	0.260	0.280	0.300	0.270	0.220	0.180	0.150	0.198
3	0.130	0.140	0.130	0.160	0.200	0.240	0.290	0.320	0.300	0.230	0.170	0.140	0.204
2	0.120	0.120	0.140	0.170	0.190	0.270	0.300	0.330	0.280	0.210	0.180	0.130	0.203
1	0.140	0.130	0.130	0.150	0.180	0.250	0.280	0.310	0.300	0.220	0.190	0.150	0.202

Таблица 2.4.4

Коэффициент возможного использования самолетов Кви

Поряд. № года	Январь	Фев-раль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сен-тябрь	Ок-тябрь	Ноябрь	Де-кабрь	Год
11	0.213	0.242	0.214	0.268	0.335	0.480	0.543	0.594	0.540	0.353	0.303	0.208	0.357
10	0.193	0.220	0.216	0.265	0.314	0.456	0.495	0.478	0.438	0.329	0.301	0.251	0.330
9	0.185	0.191	0.199	0.234	0.301	0.436	0.489	0.546	0.461	0.329	0.297	0.236	0.323
8	0.174	0.228	0.200	0.239	0.296	0.373	0.474	0.528	0.441	0.308	0.332	0.210	0.319
7	0.216	0.224	0.189	0.328	0.378	0.448	0.509	0.565	0.530	0.484	0.380	0.255	0.382
6	0.202	0.220	0.258	0.270	0.326	0.462	0.468	0.543	0.534	0.477	0.416	0.316	0.373
5	0.209	0.230	0.245	0.258	0.297	0.425	0.462	0.505	0.442	0.287	0.234	0.227	0.324
4	0.196	0.215	0.211	0.240	0.312	0.439	0.482	0.525	0.456	0.370	0.299	0.248	0.330
3	0.213	0.227	0.217	0.266	0.332	0.408	0.502	0.560	0.510	0.389	0.284	0.232	0.343
2	0.198	0.194	0.234	0.281	0.319	0.462	0.516	0.574	0.476	0.351	0.293	0.180	0.340
1	0.211	0.213	0.215	0.251	0.306	0.430	0.490	0.546	0.507	0.370	0.308	0.242	0.339

Таблица 2.4.5

Варианты заданий

Показатели эффек-тивности ПТЭ	№ варианта по месяцам года							
	I...VI	II…VII	III...VIII	IV...IX	V…X	VI…XI	VII...XII	Табл. №
$\tau_{уд}$ чел.-ч/ч налета	1	2	3	4	5	6	7	Табл. 2.4.1
$С_{уд}$, руб/ч налета	8	9	10	11	12	13	14	Табл. 2.4.2
$К_и$	15	16	17	18	19	20	21	Табл. 2.4.3
$К_{ви}$	22	23	24	25	26	27	28	Табл. 2.4.4

2) Порядок решения задач

При формировании корреляционной матрицы определяем характеристики случайных величин $X_{i(j)}$ (показатели эффективности за i-й месяц i-го года): математическое ожидание

$$M_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_{i(i),} i = \overline{1,k},\ j = 1, N, \qquad (2.4.1)$$

дисперсия

$$D_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} (X_i(j) - Mi)^2, \qquad (2.4.2)$$

нормированная случайная величина

$$R_{i_1 j_2} = \frac{1}{N}\sum X_{i_1}(j)\overset{*}{X}_{i_2}(j)., \qquad (2.4.3)$$

коэффициент корреляции

$$\overset{*}{X}_{i(j)} = \frac{1}{\sqrt{D_i}}(X_{i(j)} - M_i),, \qquad (2.4.4)$$

Расчет коэффициентов по формулам 2.4.1-2.4.4 выполняется в таблицах вида Табл . 2.4.6

Таблица 2.4.6

Определение коэффициента корреляции $\boldsymbol{R}_{i_1,i_2}$

i	$x_1(j)$	$x_1(j)-M_1$	$(x_1(j)-M_1)^2$	$\dot{x}_1(j)=\frac{1}{D_1}(x_1(j)-M_1)$	$\dot{x}_2(j)$	$\dot{x}_1(j)\dot{x}_2(j)$
1 2 … 11						
	$\sum_{j=1}^{11} x_1(j)$		$\sum_{j=1}^{11}(x_1(j)-M_1)^2$			$\sum_{j=1}^{N}\dot{x}_1(j)\dot{x}_2(j)$

Для 6 случайных величин требуется оценить коэффициенты корреляции для 15 пар случайных величин:

$$
\begin{array}{ccccc}
x_1x_2 & x_1x_3 & x_1x_4 & x_1x_5 & x_1x_6 \\
 & x_2x_3 & x_2x_4 & x_2x_5 & x_2x_6 \\
 & & x_3x_4 & x_3x_5 & x_3x_6 \\
 & & & x_4x_5 & x_4x_6 \\
 & & & & x_5x_6 .
\end{array}
$$

По результатам расчета коэффициентов корреляции сформируем корреляционную матрицу R_1 (табл. 2.4.7)

Таблица 2.4.7

Корреляционная матрица R_1 (редуцированная R)

$\dot{x}_i(j)$	$\dot{x}_1(j)$	$\dot{x}_2(j)$	$\dot{x}_3(j)$	$\dot{x}_4(j)$	$\dot{x}_5(j)$	$\dot{x}_6(j)$
$\dot{x}_1(j)$	$1(h_1^2)$	$\boldsymbol{R}_{i_1i_2}$	$\boldsymbol{R}_{i_1i_3}$	$\boldsymbol{R}_{i_1i_4}$	$\boldsymbol{R}_{i_1i_5}$	$\boldsymbol{R}_{i_1i_6}$
$\dot{x}_2(j)$	$\boldsymbol{R}_{i_2i_1}$	$1(h_2^2)$	$\boldsymbol{R}_{i_2i_3}$	$\boldsymbol{R}_{i_2i_4}$	$\boldsymbol{R}_{i_2i_5}$	$\boldsymbol{R}_{i_2i_6}$
$\dot{x}_3(j)$	$\boldsymbol{R}_{i_3i_1}$	$\boldsymbol{R}_{i_3i_2}$	$1(h_3^2)$	$\boldsymbol{R}_{i_3i_4}$	$\boldsymbol{R}_{i_3i_5}$	$\boldsymbol{R}_{i_3i_6}$
$\dot{x}_4(j)$	$\boldsymbol{R}_{i_4i_1}$	$\boldsymbol{R}_{i_4i_2}$	$\boldsymbol{R}_{i_4i_3}$	$1(h_4^2)$	$\boldsymbol{R}_{i_4i_5}$	$\boldsymbol{R}_{i_4i_6}$
$\dot{x}_5(j)$	$\boldsymbol{R}_{i_5i_1}$	$\boldsymbol{R}_{i_5i_2}$	$\boldsymbol{R}_{i_5i_3}$	$\boldsymbol{R}_{i_5i_4}$	$1(h_5^2)$	$\boldsymbol{R}_{i_5i_6}$
$\dot{x}_6(j)$	$\boldsymbol{R}_{i_6i_1}$	$\boldsymbol{R}_{i_6i_2}$	$\boldsymbol{R}_{i_6i_3}$	$\boldsymbol{R}_{i_6i_4}$	$\boldsymbol{R}_{i_6i_5}$	$1(h_6^2)$

Дальнейшее решение задач рассмотрим на примере случайных величин $x_1........, x_6$, являющихся значениями $\tau_{уд}$ за 6 месяцев ($i = \overline{1,6}$) за 11 лет ($j = \overline{1,11}$) . Корреляционная матрица в данном примере имеет вид (табл. 2.4.8)

Таблица 2.4.8

Корреляционная матрица R_1

$\dot{x}_i(j)$	$\dot{x}_1(j)$	$\dot{x}_2(j)$	$\dot{x}_3(j)$	$\dot{x}_4(j)$	$\dot{x}_5(j)$	$\dot{x}_6(j)$
$\dot{x}_1(j)$	1	0,359	0,620	0,597	0,466	0,514
$\dot{x}_2(j)$	0,359	1	0,430	0,800	0,868	0,585
$\dot{x}_3(j)$	0,620	0,430	1	0,543	0,374	0,438
$\dot{x}_4(j)$	0,597	0,800	0,543	1	0,934	0,479
$\dot{x}_5(j)$	0,466	0,868	0,374	0,934	1	0,529
$\dot{x}_6(j)$	0,514	0,438	0,585	0,479	0,529	1

На главной диагонали записываем наибольший коэффициент корреляции в данном столбце h^2 (положительный независимо от знака) и получаем редуцированную матрицу (табл. 2.4.9)

Таблица 2.4.9

Редуцированная корреляционная матрица R

$\dot{x}_i(j)$	$\dot{x}_1(j)$	$\dot{x}_2(j)$	$\dot{x}_3(j)$	$\dot{x}_4(j)$	$\dot{x}_5(j)$	$\dot{x}_6(j)$	$\sum r$
$\dot{x}_1(j)$	**0,620**	0,359	0,620	0,597	0,466	0,514	3,176
$\dot{x}_2(j)$	0,359	**0,868**	0,430	0,800	0,868	0,585	3,763
$\dot{x}_3(j)$	0,620	0,430	**0,620**	0,543	0,374	0,438	3,172
$\dot{x}_4(j)$	0,597	0,800	0,543	**0,934**	0,934	0,479	4,287
$\dot{x}_5(j)$	0,466	0,868	0,374	0,934	**0,934**	0,529	4,105
$\dot{x}_6(j)$	0,514	0,438	0,585	0,479	0,529	**0,585**	3130
$\sum r$	3,176	3,763	3,172	4,287	4,105	3,130	$T = 21{,}633$
C_{1a}	0,683	0,809	0,682	0,922	0,882	0,673	

$\sqrt{T} = 4{,}651$, 1/ $\sqrt{T}$ =0.215 , T/ $\sqrt{T}$ =4.651

2.4.4. Практическое занятие № 5

Тема: **Расчет нагрузок первого общего фактора**

2.4.4.1. Последовательность выполнения работы

Получение исходных данных

В качестве исходных данных используется редуцированная корреляционная матрица, сформированная на практическом занятии № 4 (табл.2.4.9)

Порядок решения задачи

Расчет нагрузок первого общего фактора производится следующим образом (табл. 2.4.9):

1) суммируем элементы каждого столбца, включая элементы главной диаганоли, с учетом алгебраических знаков. Суммы записываем под столбцами в строке $\sum r$, для контроля суммы строк записываем в последний столбец таблицы;

2) складываем все суммы столбцов и получаем Т, вычисляем $\sqrt{T}$;

3) суммы столбцов делим на $\sqrt{T}$, в результате определяем нагрузки первого фактора для 6 случайных величин или их корреляций с этим фактором.

Нагрузка C_1 для переменной а

$$C_{1a} = \frac{\sum r_a}{\sqrt{T}};$$

4) значения C_{1a} записываем в последней строке табл. 2.4.9;

5) определяем критерий $T\frac{1}{\sqrt{T}} = \sqrt{T}$ правильности расчета.

Другой критерий – сумма всех факторных нагрузок должна быть равна $\sqrt{T}$

$$\sum C_{1a} = \sqrt{T}.$$

Расчет новых коэффициентов корреляции, выражающих ту часть остающейся общей дисперсии («остатков»), которая может быть отнесена на счет других факторов. Расчет этих “остатков” опирается на теорему о том, что корреляция двух случайных величин, вызванная каким либо общим фактором, равна произведению нагрузок этого фактора для обеих случайных величин, т.е. произведению корреляций с этими факторами.

Поэтому корреляция r между x_1 и x_2, обусловленная первым фактором, равна произведению его нагрузки по этим переменным

$$r_{x_{i1}x_{i2}} = r_{x_{i1}c_1} r_{x_{i2}c_1}. \qquad (2.4.5)$$

Для определения остатка нужно от первоначальной величины r_{x1x2} вычесть произведение $r_{x_{i_1}c_1} r_{x_{i_2}c_1}$.

$$r_{x_{i1}x_{i2}}^{ост} = r_{x1x2} - r_{x_{i_1}c_1} r_{x_{i_2}c_1}. \qquad (2.4.6)$$

Вычисление остатков корреляции первого фактора производится в табл.2.4.10 по формулам (2.4.5), (2.4.6) . Пример расчета остатков корреляции произведен в табл. 2.4.11.

2.4.5. Практическое занятие №6

Тема: **Процедура обращения алгебраических знаков и определение нагрузок второго фактора**

Последовательность выполнения работы.

I. Процедура обращения алгебраических знаков.

1. Алгебраическую сумму элементов по столбцам, включая элемент главной диагонали, записываем в строке $\sum_0$. Результаты расчета алгебраических сумм элементов по столбцам, опуская элементы главной диагонали, записываем в следующей строке $\sum r_0$. Складываем суммы столбцов и результат $\sum\sum r_0$ записываем в последней клетке указанной строки (пример в табл. 2.4.12).

2. Берем столбец с наибольшей отрицательной суммой (в рассматриваемом примере – столбец x_2) и переписываем в следующей строке с положительным знаком. Эту строку обозначаем номером столбца, элемент которого меняет знак на противоположенный. Одновременно отмечаем звездочкой номер столбца и строки, элементы которых меняют знаки на противоположный.

3. Все элементы новой строки, за исключением того, который уже определен как наибольшая отрицательная сумма по столбцу с обратным знаком (x_2), описываем следующим образом: к сумме соответствующего столбца добавляется с противоположенным знаком удвоенное значение элемента того же столбца, стоящего на пересечении с обращенной строкой. Окончательный результат записываем в строке “столбец 2” . Например, значение 1-го элемента в строке “столбец 2” получаем, удваивая величину, стоящую на пересечении строки 2 и столбца 1 (0.193), изменяя ее знак и складывая с числом столбца 1 $(-0.154 + 2 \cdot 0.193 = 0.232)$.

4. Рассчитав все элементы новой строки (столбец 2) , определяем их сумму, которая должна быть равна сумме предшествующей строки плюс 4-кратная сумма столбца, элементам которого изменили знак на противоположенный. Для строки “столбец 2 “ получим

$$-0.888 + 4 \cdot 0.212 = -0.04 .$$

Таблица 2.4.10

Расчет остатков корреляции первого фактора

	C_{ij}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
		C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}
X_1	C_{11}	r_{11} $\frac{-C_{11} \cdot C_{11}}{r_{11}^{ост}}$	r_{12} $\frac{-C_{11} \cdot C_{12}}{r_{12}^{ост}}$	r_{13} $\frac{-C_{11} \cdot C_{13}}{r_{13}^{ост}}$	r_{14} $\frac{-C_{11} \cdot C_{14}}{r_{14}^{ост}}$	r_{15} $\frac{-C_{11} \cdot C_{15}}{r_{15}^{ост}}$	r_{16} $\frac{-C_{11} \cdot C_{16}}{r_{16}^{ост}}$
X_2	C_{12}	r_{21} $\frac{-C_{12} \cdot C_{11}}{r_{21}^{ост}}$	r_{22} $\frac{-C_{12} \cdot C_{12}}{r_{22}^{ост}}$	r_{23} $\frac{-C_{13} \cdot C_{13}}{r_{23}^{ост}}$	r_{24} $\frac{-C_{12} \cdot C_{14}}{r_{24}^{ост}}$	r_{25} $\frac{-C_{12} \cdot C_{15}}{r_{25}^{ост}}$	r_{26} $\frac{-C_{12} \cdot C_{16}}{r_{26}^{ост}}$
X_3	C_{13}	•	•	•	•	•	•
X_4	C_{14}	•	•	•	•	•	•
X_5	C_{15}	•	•	•	•	•	•
X_6	C_{16}	r_{61} $\frac{-C_{16} \cdot C_{11}}{r_{61}^{ост}}$	R_{62} $\frac{-C_{16} \cdot C_{12}}{r_{62}^{ост}}$	r_{63} $\frac{-C_{16} \cdot C_{13}}{r_{63}^{ост}}$	r_{64} $\frac{-C_{16} \cdot C_{14}}{r_{64}^{ост}}$	r_{65} $\frac{-C_{16} \cdot C_{15}}{r_{65}^{ост}}$	r_{66} $\frac{-C_{16} \cdot C_{16}}{r_{66}^{ост}}$

Таблица 2.4.11

Пример расчета остатков корреляции первого фактора

	C_{ij}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
		0.683	0.809	0.682	0.922	0.882	0.673
X_1	0.683	0.620 $-0.683 \cdot 0.683$ 0.154	0.359 $-0.683 \cdot 0.809$ -0.193	0.620 $-0.683 \cdot 0.682$ -0.154	0.597 $-0.683 \cdot 0.922$ -0.033	0.466 $-0.683 \cdot 0.882$ -0.136	0.514 $-0.683 \cdot 0.673$ -0.054
X_2	0.809		0.868 $-0.809 \cdot 0.809$ 0.214	0.430 $-0.809 \cdot 0.682$ -0.122	0.800 $-0.809 \cdot 0.922$ 0.054	0.868 $-0.809 \cdot 0.882$ 0.155	0.438 $-0.809 \cdot 0.673$ -0.106
X_3	0.682			0.620 $-0.682 \cdot 0.686$ -0.086	0.543 $-0.682 \cdot 0.922$ 0.601	0.374 $-0.682 \cdot 0.882$ 0.126	0.585 $-0.682 \cdot 0.673$ 0.850
X_4	0.922				0.934 $-0.922 \cdot 0.922$ 0.813	0.934 $-0.922 \cdot 0.882$ -0.141	0.479 $-0.922 \cdot 0.673$ 0.778
X_5	0.882					0.934 $-0.882 \cdot 0.882$ -0.064	0.529 $-0.882 \cdot 0.673$ -0.064
X_6	0.673						0.685 $-0.673 \cdot 0.673$ 0.132

Таблица 2.4.12

Изменение знаков в матрице первых основных корреляции 6 переменных и выделение нагрузок 2-го фактора

	x_1	x_2^*	x_3	x_4^{***}	x_5^{**}	x_6	$\sum_0$
x_1	**0.193** (0.154)	+ (-)0.193	0.154	+ (-)0.033	+ (-)0.136	0.054	
x_2^*	+ (-)0.193	**0.193** (0.214)	+ (-)0.122	0.054	0.155	+ (-)0.106	
x_3	0.154	+ (-)0.122	**0.227** (0.155)	+ (-)0.086	+ (-)0.227	0.126	
x_4^{***}	+ (-)0.033	0.054	+ (-)0.086	**0.141** (0.084)	0.121	+ (-)0.141	
x_5^{**}	+ (-)0.136	0.155	+ (-)0.227	0.121	**0.227** (0.156)	+ (-)0.064	
x_6	0.054	+ (-)0.106	0.126	+ (-)0.141	+ (-)0.064	**0.141** (0.132)	
$\sum_0$	0	0.002	0	0.005	0.005	0.001	$\sum\sum r_0$
$\sum r_0$	-0.154 (0.193)*2	<u>-0.212</u>	-0.155 (0.122)*2	-0.085 (-0.054)*2	-0.151 (-0.155)*2	-0.131 (0.106)*2	-0.888 0.212*4
Столб. 2	0.232 (0.136)*2	0.212 (0.155)*2	0.089 (0.227)*2	-0.193 (-0.121)*2	<u>-0.461</u>	0.081 (0.064)*2	-0.04 0.461*4
Столб. 5	0.504 (0.033)*2	0.522 (0.054)*2	0.543 (0.086)*2	<u>-0.435</u>	0.461 (0.121)*2	0.209 (0.141)*2	1.804 0.435*4
Столб. 4	0.5	0.63	0.715	0.435	0.703	0.491	3.544
$\sum r_a$	0.763	0.823	0.942	0.576	0.930	0.632	T=4.666
C_2	0.353	-0.381	0.436	-0.267	-0.430	0.292	$\sqrt{T}$ = 2.160009

5. Теперь определяем следующий столбец с наибольшей отрицательной суммой. В нашем примере столбец 5. Повторим процедуру, описанную в пп.1…4, используя изменившиеся итоги столбцов, записанные в предшествующей строке. В столбцах, элементы которых уже поменяли знаки (отмечены звездочкой), перед добавлением удвоенной величины они не меняются (пункт 3).

Если процедура обращения знаков требует изменения знаков элементов какого-либо столбца и соответствующей строки более чем один раз, то в этом случае при первом и всех дальнейших нечетных изменениях знаков знак удвоенного значения должен меняться (пункт 3). При втором и всех четных изменениях знаков знак удвоенного значения не изменяется. Чтобы легче ориентироваться в номерах столбцов, элементы которых меняют знаки, нужно подчеркивать последовательные суммы столбцов, элементы которых меняют знаки на противоположенные.

6. Процесс изменения знаков повторяется до тех пор, пока все суммы не будут положительными (или нулевыми). В нашем примере для получения сумм потребовалось изменить знаки элементов столбцов 2,5,4. Критериями правильности вычислений (см. пункт 4) являются для последующих строк равенство суммы соответствующей строки вычисленным величинам:

строка “5 столбец” $-0.04+0.461\cdot 4=1.804$,

строка “4 столбец” $1.804+0.435\cdot 4=3.544$.

7. Меняем алгебраические знаки в матрице остатков:

а) меняются на противоположенные знаки всех коэффициентов в обращенных строках за исключением тех элементов, которые лежат на пересечении с обращенными столбцами;

б) изменяются знаки всех коэффициентов в обращенных столбцах за исключением тех элементов, которые находятся на пересечении с обращенными строками.

Новые знаки указываем над первоначальными, заключенными в скобки.

II. Определение нагрузок второго фактора.

1. Общности на главной диагонали матрицы остатков корреляции, вычисленные как и все другие остаточные корреляции, заключить в скобки. Их нужно заменить на коэффициенты с максимальной для данного столбца абсолютной величиной, переписывая их с положительными знаками. Новые значения записываем чернилами другого цвета над величинами в скобках.

2. Чтобы приступить к определению нагрузок второго центроидного фактора, необходимо учесть общности, записанные на главной диагонали матрицы остатков (табл. 2.4.12). Эти величины, заключенные в скобках были рассчитаны так же, как и все другие остаточные корреляции. Теперь их нужно заменить коэффициентами с максимальной для данного столбца абсолютной величиной, присваивая ей положительный знак. Новые значения записываем над величиной в скобках.

3. После этого новые значения общностей добавляем к итогам столбцов, полученным по окончании процесса изменения знаков и записанным в строке, обозначенной номером последнего обращенного столбца (столбец 4 в табл. 2.4.12). Результаты сложения записываем в строке $\sum r_0$.

4. Следующие действия аналогичны описанным при расчете первого фактора.

Складываем суммы столбцов. Результат, обозначенный буквой Т, записываем справа. Затем определяем $\sqrt{T}$.

Итоги столбцов делим на $\sqrt{T}$ для определения нагрузок второго фактора

$$C_{2a}=\sum r_a(\frac{1}{\sqrt{T}}),$$

где C_{2a}- нагрузка второго фактора у переменной а ,

$\sum r_a$- итог столбца переменной а ,

Т – общая сумма всех коэффициентов матриц (сумма итогов по столбцам).

Рассчитанные нагрузки второго фактора записываем в строку C_2 (табл. 2.4.12). Для проверки вычисляется критерий $T\frac{1}{\sqrt{T}}$, который должен быть равен $\sqrt{T}$. Вторым критерием является сумма факторных нагрузок, равная $\sqrt{T}$. Критерии записываются справа под таблицей.

5. Определение алгебраических знаков нагрузок второго фактора зависит от описанной процедуры и производится по следующим правилам:

а) переменная, которая обращалась нечетное количество раз, будет в данной матрице остатков корреляции иметь знак, противоположный ее знаку при предыдущем факторе;

б) знак переменной, которая не обращалась или обращается четное число раз, будет таким же, что и знак при предыдущем факторе.

В случае 4-центроидных факторов переменная, знак которой менялся один раз в первой и один раз во второй матрице остатков, будет иметь такую систему знаков

	Фактор			
Переменные	1	2	3	4
Знаки	+	-	+	+

В нашем примере знаки нагрузок фактора C_2 в столбцах 2, 4, 5 будут положительны, так как знаки этих переменных не менялись, а знаки нагрузок в столбцах 1, 3 , 6 будут отрицательными, так как их знаки изменялись.

2.4.6. Практическое занятие №7

Тема: **Определение нагрузок остальных факторов.**

Последовательность выполнения работы.

Вычисление корреляций, остающихся после выделения второго фактора (табл.2.4.13, 2.4.14).

Аналогичная процедура, но нужно обращать внимание на знаки.

Элементы матрицы остаточных корреляций сохраняют те знаки, которые они получили по окончании процедуры изменения знаков. При вычислении произведений факторных нагрузок знаки всех факторных нагрузок принимаются положительными, что дает положительные произведения (табл.2.4.13). Эти положительные произведения вычитаются из остатков корреляции, получившихся после выделения первого фактора. Вычисленные величины записываются в новую матрицу вторых остатков корреляции, после чего можно приступить к расчету нагрузок третьего фактора (табл.2.4.14).

Остаточные корреляции после расчета нагрузок третьего фактора приведены в табл. 2.4.15.

Остатки в строке этой таблицы снова близки к нулю (табл.2.4.16). Это свидетельствует о правильности расчетов (не превышает 0,01).

Когда следует прекратить выделение очередных факторов, т.е. можно быть уверенным, что число их достаточно? Если все элементы корреляционной матрицы очень малы , практически равны нулю, то видно, что все знаки корреляции подчеркнуты.

Таблица 2.4.13

Матрица произведений факторных нагрузок вторых остатков корреляции 6 переменных

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
		0.353	0.381	0.436	0.267	0.430	0.292
x_1	0.353	0.193 0.125	0.193 0.134	0.154 0.154	0.039 0.094	0.136 0.152	0.054 0.104
		0.068	0.059	0	-0.061	-0.016	-0.049
x_2	0.381	0.193 0.134	0.193 0.145	0.122 0.166	0.054 0.102	0.155 0.164	0.106 0.111
		0.059	0.048	-0.044	-0.048	-0.009	-0.005
x_3	0.436	0.154 0.154	0.122 0.166	0.227 0.190	0.086 0.116	0.227 0.187	0.126 0.127
		0	-0.044	0.037	-0.03	0.04	-0.001
x_4	0.267	0.033 0.094	0.054 0.102	0.086 0.116	0.141 0.071	0.121 0.115	0.141 0.078
		-0.061	-0.048	-0.03	0.070	0.006	0.063
x_5	0.430	0.136 0.152	0.155 0.164	0.227 0.187	0.121 0.115	0.227 0.185	0.064 0.125
		-0.016	-0.009	0.04	0.006	0.042	-0.06
x_6	0.292	0.054 0.103	0.106 0.111	0.126 0.127	0.141 0.078	0.064 0.125	0.141 0.085
		-0.49	-0.005	-0.001	0.063	-0.06	0.056

Это можно проверить по методу Стоундерса:

1) Возводим в квадрат и складываем остатки, полученные после выделения к-го фактора, опуская элементы главной диагонали. Полученную величину умножаем на $\frac{2n}{n-1}$ для приведения в соответствие с полной матрицей (n – число переменных) . Вычисленную величину обозначим А.

2) Делим разницу между числом переменных и числом уже выделенных факторов на число переменных, и результат возводим в квадрат. Обозначаем эту величину В.

3) Возводим в квадрат все факторные нагрузки, включая нагрузки к-го фактора, и суммируем их (число факторных нагрузок равно К*n). Результат вы-

читаем из n и полученную величину возводим в квадрат. Результат делим на число единиц наблюдений N в исходной совокупности. Результат обозначаем С.

4) Если А меньше $B \times C$, выделение факторов прекращаем. Если А> $B \times C$, выделяем следующий фактор, после чего процедура повторяется.

Определение максимального числа переменных n, необходимого для однозначного определения m факторов, выполняется по формуле Терстоуна:

$$n = \frac{2m + 1 + \sqrt{8m + 1}}{2}.$$

Соотношение n и m может быть определено из таблицы

M	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	3	5	6	8	9	10	12	13	14	15

Таблица 2.4.14

Изменение знаков в матрице вторых остатков и вычисление нагрузок третьего фактора

	x_1^*	x_2^{**}	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_1^*	0.061 (0.068)	0.059	0	+ (-)0.061	+ (-)0.016	+ (-)0.049	
x_2^{**}	0.059	0.059 (0.048)	+ (-)0.044	+ (-)0.048	+ (-)0.009	+ (-)0.005	
x_3	0	+ (-)0.044	0.044 (0.037)	-0.03	0.04	-0.001	
x_4	+ (-)0.061	+ (-)0.048	-0.03	0.061 (0.07)	0.006	0.063	
x_5	+ (-)0.016	+ (-)0.009	0.04	0.006	0.016 (0.042)	-0.06	
x_6	+ (-)0.049	+ (-)0.005	-0.001	0.063	-0.06	0.063 (0.056)	
$\sum 0$	0.001	0.001	0.002	0	0.003	0.004	$\sum\sum r$
$\sum r_0$	-0.067	-0.047 (-0.059)2	-0.035 0	-0.07 (0.061)*2	-0.039 (0.016)*2	-0.052 (0.049)*2	-0.31 0.067*4
Столб.1	0.067 0.059*2	-0.165	-0.035 0.044*2	0.052 0.048*2	-0.007 0.009*2	0.046 0.005*2	-0.042 0.165*4
Столб. 2	0.185	0.165	0.053	0.148	0.011	0.056	0.618
$\sum r_0$	0.246	0.224	0.097	0.209	0.027	0.122	T=0.925
C_3	-0.256	0.233	0.101	-0.217	-0.028	0.127	$\sqrt{T}$ = 0.96177

Таблица 2.4.15

Матрица произведений факторных нагрузок третьих остатков

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
		0,256	0,233	0,101	0,317	0,028	0,127
x_1	0,256	0,061 -0,065	0,059 -0,060	0 -0,026	0,061 -0,055	0,016 -0,007	0,049 -0,032
		-0,004	-0,001	-0,026	0,006	0,009	0,017
x_2	0,233	0,059 -0,060	0,059 -0,054	0,044 -0,023	0,048 -0,050	0,009 -0,006	0,005 -0,029
		-0,001	0,005	0,021	0,002	0,003	-0,024
x_3	0,101	0 -0,026	0,044 -0,023	0,044 -0,010	-0,023 -0,022	0,040 -0,003	-0,001 -0,013
		-0,026	0,021	0,034	-0,052	0,037	-0,014
x_4	0,217	0,061 -0,055	0,048 -0,050	-0,023 -0,022	0,061 -0,047	0,006 -0,006	0,063 -0,027
		0,006	0,002	-0,052	0,014	0	0,036
x_5	0,028	0,016 -0,007	0,009 -0,006	0,040 -0,003	0,006 -0,006	0,016 -0,001	-0,060 -0,004
		0,009	0,003	0,037	0	0,015	0,064
x_6	0,127	0,049 -0,032	0,005 -0,029	-0,001 -0,013	0,063 -0,027	-0,060 -0,004	0,063 -0,016
		0,017	-0,024	-0,014	0,036	0,064	0,047
	$\sum_0$	0,001	0,002	0	0,002	0	-0,002
	$\sum r_0$	0,005	-0,003	-0,034	-0,012	-0,015	-0,045

Преобразуя приведенную формулу для получения числа факторов m, определяем максимальное число факторов, которые могут быть однозначно рассчитаны при n переменных.

$$m = \frac{2n+1-\sqrt{8n+1}}{2}.$$

На практике необходимо оперирование числом переменных, превышающих линейное необходимое для определения данного числа факторов.

Таблица 2.4.16

Матрица третьих остатков

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	(-0.004)	-0.001 0.000001	-0.026 0.00068	0.006 0.00004	0.009 0.00008	0.017 0.00029
x_2	-0.001 0.000001	(0.005)	0.021 0.00044	-0.002 0.000004	0.003 0.000009	-0.024 0.0058
x_3	-0.026 0.00068	0.021 0.00044	(0.034)	-0.052	0.037 0.00137	0.014 0.00020
x_4	0.006 0.00004	-0.002 0.000004	-0.052 0.00270	(0.014)	0.006 0.00004	0.036 0.00130
x_5	0.009 0.00008	0.003 0.000009	0.037 0.00137	0.006 0.00004	(0.015)	-0.064 0.00410
x_6	0.017 0.00029	-0.024 0.0058	0.014 0.00020	0.036 0.00130	-0.064 0.00410	(0.047)
$\sum_0$	0.001	0.002	0	0.002	0	-0.002
$\sum r_0$	0001	0.006	0.005	0.001	0.006	0.012

Таблица 2.4.17

Матрица центральных факторов

Переменные	Факторы		
	y_1	y_2	y_3
x_1	0.683	0.353	-0.256
x_2	0.809	-0.381	0.233
x_3	0.682	0.436	0.101
x_4	0.922	-0.267	-0.217
x_5	0.882	-0.430	-0.028
x_6	0.673	0.292	0.127

Таблица 2.4.18

Расчет квадратов нагрузок факторов

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
y_1	0.683 0.466	0.809 0.654	0.682 0.465	0.922 0.850	0.882 0.778	0.673 0.453	3.882
y_2	0.353 0.125	-0.381 0.145	0.436 0.190	-0.267 0.071	-0.430 0.185	0.292 0.685	1.401
y_3	-0.256 0.065	0.233 0.054	0.101 0.010	-0.217 0.047	-0.028 0.001	0.127 0.016	0.193
							5,47

Пример проверки по критерию Саундерса (табл.2.4.17).

1) $A = 0.031 \cdot \dfrac{2.6}{6-1} = 0.074$,

2) $C = (6-5.477)^2 / 11 = 0.025$,

3) $B = (\dfrac{6-3}{6})^2 = 0.25$,

при A>B*C - прекращаются.

0.074>0.25*0.025=0.006.

Результаты расчетов нагрузок центроидных факторов в рассматриваемом примере приведены в табл. 2.4.18.

В выводах необходимо дать содержательную интерпретацию результатов факторного анализа.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Значения коэффициента Стьюдента t_β

$f = k$	β						
	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.995	0.999
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	31.60
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	12.92
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.595	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.500	4.029	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355	3.833	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.781
10	1.372	1.813	2.228	2.764	3.169	3.581	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.373	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.625	2.977	3.326	4.141
15	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947	3.286	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.584	2.921	3.252	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.540	2.861	3.174	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.850
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.792
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.745
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.707
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.674
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.705	2.971	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.936	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.460
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.416
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.391
150	1.287	1.655	1.976	2.352	2.609	2.849	3.357
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	2.839	3.340
300	1.284	1.650	1.968	2.339	2.592	2.828	3.323
500	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	2.82	3.310
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.291

Приложение 2

Значения $F_0(X)$

X		0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319
0,1	0	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714
0,2	0	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103
0,3	0	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480
0,4	0	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844
0,5	0	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190
0,6	0	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517
0,7	0	7580	7611	7642	7673	7704	7344	7764	7794	7823
0,8	0	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106
0,9	0	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365
1	0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599
1,1	0	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810
1,2	0	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997
1,3	0,9	0320	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621
1,4	0,9	1924	2073	2220	2364	2507	2647	2785	2922	3056
1,5	0,9	3319	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4295
1,6	0,9	4520	4630	4738	4845	4950	5053	5154	5254	5352
1,7	0,9	5543	5637	5728	5818	5907	5994	6080	6164	6246
1,8	0,9	6407	6485	6562	6637	6712	6784	6856	6926	6995
1,9	0,9	7128	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7558	7615
2	0,9	7725	7778	7831	7882	7932	7982	8030	8077	8124
2,1	0,9	8214	8257	8300	8341	8382	8422	8461	8500	8537
2,2	0,9	8610	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870
2,3	0,9	8928	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9134
2,4	0,99	1802	2024	2240	2451	2656	2857	3053	3244	3431
2,5	0,99	3790	3963	4132	4297	4457	4614	4766	4915	5060
2,6	0,99	5339	5473	5603	5731	5855	5975	6093	6207	6319
2,7	0,99	6533	6636	6736	6833	6928	7020	7110	7197	7282
2,8	0,99	7445	7523	7599	7673	7744	7814	7882	7948	8012
2,9	0,99	8134	8193	8250	8305	8359	8411	8462	8511	8559
3	0,99	8650	8694	8736	8777	8817	8856	8893	8930	8965

Значения $F_0(X)$ (продолжение)

X		0	1	2	3	4	5	6	7	8
3.0	0.99	8650	8694	8736	8777	8817	8856	8893	8965	8999
3.1	0.93	0324	0646	0957	1260	1553	1836	2112	2636	2886
3.2	0.93	3129	3363	3590	3810	4024	4230	4429	4810	4991
3.3	0.93	5166	5335	5499	5658	5811	5959	6103	6376	6505
3.4	0.93	6631	6752	6869	6982	7091	7197	7299	7493	7585
3.5	0.93	7674	7760	7842	7922	7999	8074	8146	8282	8347
3.6	0.93	8409	8469	8527	8583	8637	8689	8739	8834	8879
3.7	0.93	8922	8964	9004	9043	9080	9116	9150	9216	9247
3.8	0.94	2765	3052	3327	3593	3848	4094	4331	4777	4988
3.9	0.94	5190	5385	5573	5753	5926	6092	6252	6554	6696
4.0	0.94	6833	6964	7090	7211	7327	7439	7546	7748	7843
4.1	0.94	7934	8022	8106	8186	8264	8338	8409	8542	8605
4.2	0.94	8665	8723	8778	8832	8882	8931	8978	9066	9107
4.3	0.95	1460	1837	2198	2544	2876	3193	3497	4066	4332
4.4	0.95	4588	4832	5065	5288	5502	5706	5902	6268	6439
4.5	0.95	6602	6759	6908	7051	7187	7318	7442	7675	7784
4.6	0.95	7888	7987	8081	8172	8258	8340	8419	8566	8634
4.7	0.95	8699	8761	8821	8877	8931	8983	9032	9124	9166
4.8	0.96	2067	2554	2822	3173	3508	3827	4131	4696	4958
4.9	0.96	5208	5446	5673	5888	6094	6289	6475	6821	6981
5.0	0.96	7134	7278	7416	7548	7672	7791	7904	8113	8210
5.1	0.96	8302	8389	8472	8551	8626	8698	8765	8891	8949
5.2	0.97	004	056	105	152	197	240	280	354	388
5.3	0.97	421	452	481	509	539	560	584	628	648
5.4	0.97	667	685	702	718	734	748	762	787	799
5.5	0.97	810	821	831	840	849	857	865	880	886
5.6	0.97	893	899	905	910	915	920	924	933	936
5.7	0.98	40	44	47	50	53	55	58	63	65
5.8	0.98	67	69	71	72	74	75	77	79	81
5.9	0.98	82	83	84	85	86	87	87	89	90
6.0	0.98	90	-	-	-	-	-	-	-	-

Приложение 3

Коэффициенты для распределения Вейбулла

b	Kb	Cb	ν
0,2	120	1900	15.83
0,3	8,86	46.9	5.29
0,4	3,32	10.4	3.14
0,5	2	4.47	2.24
0,6	1,50	2.61	1.74
0,7	1.27	1.86	1.46
0,8	1.13	1.43	1.26
0,9	1.05	1.17	1.11
1	1.00	1.00	1.00
1,1	0.965	0.878	0.910
1,2	0.941	0.787	0.837
1,3	0.924	0.716	0.775
1,4	0.911	0.659	0.723
1,5	0.903	0.612	0.678
1,6	0897	0.574	0.640
1,7	0.892	0.540	0.605
1,8	0.889	0.512	0.575
1,9	0.887	0.485	0.547
2	0.886	0.463	0.523
2,1	0.886	0.441	0.489
2,2	0.886	0.425	0.480
2,3	0.886	0.409	0.461
2,4	0.887	0.394	0.444
2,5	0.887	0.380	0.428
3	0.893	0.326	0.365
3,5	0.900	0.285	0.316
4	0.906	0.255	0.281

$$t=a\cdot K_b \quad \sigma(t)=aC_b$$

Литература

1. Ицкович А.А., Файнбург И.А. Управление процессами технической эксплуатации авиационной техники. Ч. 1 Системный анализ процессов технической эксплуатации летательных аппаратов: учебное пособие. - М.: МГТУ ГА, 2012.
2. Ицкович А.А. Пособие по проведению практических занятий по дисциплине “Управление процессами технической эксплуатации летательных аппаратов”. - М.: МГТУ ГА , 2001.
3. Окунь Я. Факторный анализ. – М.: Статистика, 1974.

СОДЕРЖАНИЕ