

## 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Система уравнений электродинамики (уравнений Максвелла) описывает наиболее общие законы электромагнитного поля. Эти законы связывают между собой электрические и магнитные поля, а также поля с зарядами и токами. Система уравнений электродинамики полностью исчерпывает свойства электромагнитного поля в пределах классической макроскопической теории, рассматривающей процессы и поля в объемах, размеры которых несоизмеримо больше размеров атомов и молекул.

На границе раздела областей кусочно-однородной среды уравнения электродинамики приобретают особую форму, называемую граничными условиями. Основные расчетные соотношения и формулы приведены в [1,3].

### Типовые задачи

1.1. Показать, что уравнение непрерывности полного тока вытекает из первого уравнения Максвелла.

1.2. В вакууме существует электромагнитное поле, гармонически изменяющееся во времени. В некоторой точке пространства вектор

$$\vec{E} = 130 \cos 2\pi \cdot 10^{10} t \cdot \vec{n}_x.$$

Определить плотность тока смещения в данной точке.

1.3. Показать, что из первых двух уравнений электродинамики следуют

известные волновые уравнения  $\nabla^2 \dot{H} + k^2 \dot{H} = 0$ ,  $\nabla^2 \dot{E} + k^2 \dot{E} = 0$ .

1.4. Имеется плоская граница раздела двух сред, обладающих относительными диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  (рис. 1.1). Силовые линии электрического поля в первой среде образуют угол  $\theta_1$  с направлением нормали.

Найти ориентацию силовых линий поля во второй среде, когда на границе раздела отсутствуют свободные заряды.

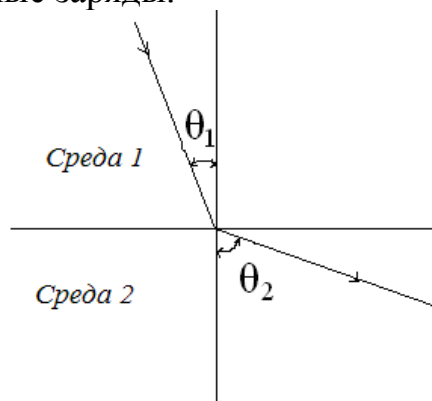


Рис. 1.1

1.5. Доказать, что третье уравнение электродинамики  $\operatorname{div} \bar{B} = 0$  можно рассматривать как следствие второго уравнения  $\operatorname{rot} \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial t$  при некотором дополнительном условии. Каково это условие?

1.6. Имеется плоская граница раздела двух сред, обладающих относительными магнитными проницаемостями  $\mu_1$  и  $\mu_2$  (рис. 1.1). Силовые линии магнитного поля в первой среде образуют угол  $\theta_1$  с направлением нормали.

Найти ориентацию силовых линий поля во второй среде, когда на границе раздела отсутствуют поверхностные токи.

1.7. Имеется плоская граница двух сред, обладающих проводимостями  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  (рис. 1.1). Силовые линии постоянного тока проводимости в первой среде образуют угол  $\theta_1$  с направлением нормали.

Найти ориентацию силовых линий постоянного тока проводимости во второй среде.

1.8. Доказать, что четвертое уравнение электродинамики  $\operatorname{div} \bar{D} = \rho$  можно рассматривать как следствие первого уравнения  $\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{j} + \partial \bar{D} / \partial t$  при некотором дополнительном условии. Каково это условие?

1.9. В фиксированной точке пространства известны мгновенные значения векторов поля

$$\bar{E} = \bar{E}_m \cos(\omega t + \varphi_1), \quad \bar{H} = \bar{H}_m \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где  $\bar{E}_m$  и  $\bar{H}_m$  - постоянные векторы.

Показать, что мгновенное значение вектора Пойнтинга складывается из неизменного во времени среднего значения

$$\bar{p}_{cp} = \frac{1}{2} \bar{E}_m \bar{H}_m \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ и колеблющейся части}$$

$$\bar{p}_r = \frac{1}{2} \bar{E}_m \bar{H}_m \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2), \text{ изменяющейся во времени с удвоенной}$$

частотой.

1.10. Получить из дифференциальной формы закона полного тока его интегральную форму.

1.11. Получить из интегральной формы закона электромагнитной индукции его дифференциальную форму.

1.12. Получить из интегральной формы закона непрерывности магнитного поля его дифференциальную форму.

## 2. ПЛОСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Плоские электромагнитные волны существуют в однородных безграничных средах. Они являются предельным случаем сферических волн

при стремлении радиуса сферы к бесконечности. Основные расчетные соотношения и формулы приведены в [2,3].

#### Типовые задачи

2.1. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна с частотой 30 МГц. Определить расстояние, на котором фаза волны изменится на  $270^\circ$  и  $2520^\circ$ .

2.2. Определить длину и фазовую скорость электромагнитной волны, распространяющейся в среде без потерь с относительными проницаемостями  $\varepsilon = \mu = 10$ , если частота волны 10 МГц.

2.3. Вычислить фазовую скорость, коэффициент затухания и глубину проникновения поля для плоской электромагнитной волны с частотой 10 МГц, распространяющейся в металле с параметрами  $\gamma = 5 \cdot 10^7 \text{ См/м}$ ,  $\mu = 1$ .

2.4. Волновое сопротивление среды равно 1508 Ом, относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = 1$ .

Определить относительную магнитную проницаемость среды.

2.5. Плоская электромагнитная волна распространяется в немагнитной среде без потерь с неизвестным значением диэлектрической проницаемости. Измерения показали, что на пути, равном 10 см, колебание с частотой 1 ГГц приобретает дополнительный по сравнению с вакуумом сдвиг по фазе в  $40^\circ$ .

Определить относительную диэлектрическую проницаемость и коэффициент преломления среды.

2.6. Плоская электромагнитная волна с частотой  $10^9$  Гц распространяется в среде с параметрами  $\varepsilon = 2,25$ ,  $\text{tg}\varphi_e = 0,01$ ,  $\mu = 1$ . Амплитуда электрического поля в плоскости  $z = 0$  равна 100 В/м. Определить среднюю плотность потока мощности в плоскости  $z = 1$  м.

2.7. Некоторый диэлектрик на частоте 10 ГГц обладает параметрами:  $\varepsilon = 3,8$ ;  $\text{tg}\varphi_e = 10^{-4}$ ;  $\mu = 1$ . Определить длину волны, коэффициент затухания и волновое сопротивление такой среды.

2.8. Керамика титаната бария на частоте 10 ГГц имеет параметры:  $\varepsilon = 144$ ;  $\text{tg}\varphi_e = 0,6$ ;  $\mu = 1$ . Определить длину волны, коэффициент затухания и волновое сопротивление такой среды.

2.9. Во сколько раз уменьшится амплитуда плоской электромагнитной волны с частотой 2 МГц при распространении в среде с параметрами  $\gamma = 10^{-3} \text{ См/м}$ ,  $\varepsilon = 2$ ,  $\mu = 1$  на пути в 1 м?

2.10. Определить толщину медного экрана, который обеспечивает затухание амплитуды электромагнитного поля в  $10^4$  раза на частотах 50 Гц и 50 МГц.

2.11. В среде с параметрами  $\varepsilon = 2,25$ ,  $\mu = 1$ ,  $\gamma = 0$  распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрического поля 100 В/м.

Определить плотность потока мощности, переносимой волной в направлении распространения.

2.12. Во многих устройствах СВЧ для уменьшения омических потерь токоведущие поверхности покрывают тонким слоем серебра. Определить толщину серебряного слоя, при которой плотность тока на его внутренней поверхности сокращается в 200 раз по сравнению с плотностью тока на границе раздела металл - воздух. Частота поля 30 ГГц.

2.13. Вычислить активное поверхностное сопротивление  $R_s$  меди на частотах 100 кГц и 3 ГГц.

2.14. Во сколько раз активное сопротивление медного проводника диаметром 1,5 мм на частоте 1 МГц превышает сопротивление этого проводника, измеренное на постоянном токе?

2.15. Плоская электромагнитная волна, вектор напряженности электрического поля которой лежит в плоскости падения, падает из диэлектрика с параметрами  $\mu_2 = 1$ ,  $\varepsilon_1 = 9$ ,  $\gamma_1 = 0$  на поверхность диэлектрика с параметрами  $\mu_2 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0$ .

При каких углах падения: а) вся энергия падающей волны переходит во вторую среду; б) вся энергия падающей волны отражается от границы раздела?

2.16. Плоская электромагнитная волна падает на границу раздела сред с различными значениями относительной магнитной проницаемости.

Будет ли существовать угол, при котором отсутствует отраженная волна? Если да, то как величина этого угла связана с параметрами сред?

### 3. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

В радиоэлектронной аппаратуре направленная передача волн осуществляется по линиям передачи.

Линии передачи могут быть закрытыми (экранированными) или открытыми (не экранированными). Открытыми линиями передачи являются двухпроводная и полосковая. К закрытым линиям передачи относятся волноводы и коаксиальные линии. Основные расчетные соотношения и формулы приведены в [2,3].

#### Типовые задачи

3.1. В прямоугольном волноводе сечением  $4 \times 3$  см распространяется волна типа  $H_{11}$ . Волновод заполнен пенополистиролом с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 1,15$ . Частота колебаний 8 ГГц. Определить фазовую скорость и длину волны в волноводе.

3.2. Какие типы волн могут распространяться в заполненном воздухом прямоугольном волноводе сечением  $10 \times 4$  см при частоте 5 ГГц?

3.3. Какие типы волн могут распространяться в квадратном волноводе со стороной 1 см при частоте 10 ГГц? Волновод заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon = 2,6$ .

3.4. Прямоугольный волновод сечением  $23 \times 10$  мм заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon = 2,25$ . Частота колебаний 8,4 ГГц. Определить величину  $\nu_0$  и  $\lambda_a$ .

3.5. Определить критическую длину волны, критическую частоту и длину волны в прямоугольном волноводе для волны типа  $E_{11}$ . Размеры поперечного сечения  $4 \times 3$  см. Частота колебаний 10 ГГц.

3.6. Определить размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, при которых может распространяться лишь основной тип волны. Длина волны генератора 10 см.

3.7. Длина волны в волноводе при работе на основном типе волны составляет 4,5 см. Размеры поперечного сечения волновода  $2,6 \times 1,3$  см. Найти частоту передаваемых колебаний.

3.8. Фазовая скорость волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе равна  $5 \cdot c$ , где  $c$  – скорость света. Определить размеры волновода, если длина волны в свободном пространстве равна 10 см.

3.9. В волноводе, заполненном диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon = 2,25$ , распространяется волна с фазовой скоростью  $3 \cdot 10^8$  м/с. Определить групповую скорость.

3.10. Определить характеристическое (волновое) сопротивление волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе сечением  $72 \times 34$  мм при частоте колебаний 3 ГГц.

3.11. Определить затухание волны типа  $H_{10}$  в отрезке прямоугольного волновода сечением  $23 \times 10$  мм, длиной 10 см на частоте 6 ГГц.

3.12. Какая максимальная мощность может быть передана по прямоугольному волноводу сечением  $23 \times 10$  мм, работающему на частоте 10 ГГц? Волновод заполнен воздухом, предельно допустимое значение напряженности электрического поля 30 кВ/см.

3.13. Волноводная линия служит для передачи СВЧ импульсов, причем вследствие дисперсии происходят искажения формы импульсов. Искажения формы импульсов принято считать недопустимо большим, если разность времени запаздывания для крайних составляющих спектра сигнала превышает длительность импульса. Определить максимальную длину волноводной линии

передачи сечением  $28,5 \times 12,6$  мм, по которой могут быть переданы высокочастотные импульсы длительностью 0,02 мкс с несущей частотой 9380 МГц, при условии, что искажения формы импульсов не будут выходить за допустимые пределы.

3.14. Определить погонное затухание волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе сечением  $72 \times 34$  мм при частоте поля 3 ГГц. Материал стенок волновода – медь ( $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$  См/м).

3.15. При какой частоте поля затухание волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе сечением  $23 \times 10$  мм минимально? Определить величину этого затухания, если стенки волновода посеребрены ( $\gamma = 6,1 \cdot 10^7$  См/м).

3.16. Прямоугольный волновод сечением  $28 \times 12$  мм служит для передачи колебаний мощностью 10 кВт. Длина волны генератора 3,2 см. Определить мощность, которая будет выделяться на участке волновода длиной 1 м, прилегающем к генератору, если волновод изготовлен из латуни ( $\gamma = 1,4 \cdot 10^7$  См/м).

3.17. Рассчитать характеристическое сопротивление и коэффициент ослабления симметричной двухпроводной линии передачи. Диаметр проводов линии  $d = 3$  мм, расстояние между проводами  $D = 200$  мм. Проводники линии выполнены из меди ( $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$  См/м), диэлектрик – воздух. Рабочая частота  $10^8$  Гц.

3.18. Найти отношение между внешним и внутренним диаметрами коаксиальной линии передачи с волной типа Т, при котором будет минимальное затухание, считая, что потери в диэлектрике отсутствуют. Внутренний и внешний цилиндры выполнены из одного материала.

3.19. Рассчитать погонные параметры и волновое сопротивление коаксиального кабеля марки РК – 75-9-12. Параметры кабеля: диаметр внутреннего провода 1,35 мм; диаметр внешнего проводника 9,0 мм; относительная проницаемость диэлектрика  $\varepsilon = 2,2$ .

3.20. Для изготовления двухпроводной симметричной воздушной линии передачи имеется провод диаметром 3 мм. Найти расстояние между проводами, обеспечивающее волновое сопротивление 600 Ом, а также погонные параметры линии.

3.21. По симметричной двухпроводной линии передачи с размерами поперечного сечения  $d = 2$  мм,  $D = 40$  мм передается мощность 2 кВт.

Определить амплитуду напряжения между проводами и амплитуду тока в линии.

3.22. Линия, питаемая генератором синусоидального напряжения с частотой 25 МГц, имеет погонные параметры  $C = 16$  пФ/м и  $L = 1$  мкГн/м. Найти фазовую скорость и длину волны в линии.

3.23 В коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения  $d = 9$  мм,  $D = 21$  мм распространяется волна типа Т. Определить предельную передаваемую мощность, если пробой происходит при напряженности электрического поля 30 кВ/см. Диэлектрик – воздух.

3.24. Определить предельную мощность, которая может быть передана по двухпроводной симметричной линии с диаметром проводов  $d = 10$  мм, если пробой происходит при напряженности электрического поля 30 кВ/см. Погонная емкость линии 8 пФ/м.

#### 4. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Объемным резонатором называется часть пространства, ограниченная металлическими стенками. В таком объеме могут происходить электромагнитные колебания, поэтому на СВЧ он имеет свойства колебательного контура с высокой добротностью.

Основными видами резонаторов являются: полые металлические резонаторы, реализованные на базе отрезков полых металлических волноводов или коаксиальной линии, путем закорачивания их на концах металлическими стенками. Основные расчетные соотношения и формулы приведены в [2,3].

##### Типовые задачи

4.1. Прямоугольный объемный резонатор имеет следующие размеры:  $a = 20$  мм;  $b = 25$  мм,  $d = 30$  мм. Определить резонансную длину волны двух низших типов колебаний. Как они обозначаются?

4.2. Цилиндрический резонатор диаметром 6 см и длиной 5 см заполнен диэлектриком с параметрами:  $\varepsilon = 2,5$ ;  $\operatorname{tg}\varphi_e = 2 \cdot 10^{-4}$ . Материал стенок – медь ( $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$  См/м). Какой тип колебаний в резонаторе является основным? Найти резонансную частоту, добротность и полосу пропускания резонатора на этом типе колебаний.

4.3. Для измерения параметров диэлектриков используется цилиндрический резонатор. Внутренняя часть резонатора заполняется исследуемым диэлектриком. Тип колебаний  $H_{011}$ . Вывести формулу для расчета

диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь, исследуемого диэлектрика, предполагая известными резонансные частоты резонатора без диэлектрика  $\omega_{\delta a_0}$  и с диэлектриком  $\omega_{\delta a_0}$ , а также добротность резонатора без диэлектрика  $Q_0$  и с диэлектриком  $Q$ .

4.4. Определить резонансную длину волны основного типа колебания в кубическом резонаторе со сторонами 2 см.

4.5. Какой тип колебаний является основным в прямоугольном резонаторе с размерами  $a = 2$  см,  $b = 4$  см,  $d = 3$  см? Какой тип колебаний является ближайшим высшим? Найти его резонансную частоту.

4.6. Определить размеры кубического резонатора, низшая резонансная частота которого равна 5 ГГц.

4.7. Перестраиваемый резонатор образован отрезком прямоугольного волновода сечением  $23 \times 10$  мм, внутри которого перемещается поршень (рис. 4.1). Определить пределы перемещения поршня для перестройки резонатора в пределах 8 – 12 ГГц. Тип колебания  $H_{101}$ .



Рис. 4.1

4.8. Стороны прямоугольного объемного резонатора относятся как 3:2:1. Резонансная частота колебаний типа  $E_{111}$  равна 8 ГГц. Определить размеры резонатора.

4.9. Прямоугольный объемный резонатор с резонансной длиной волны 3 см на колебании типа  $H_{102}$  образован отрезком стандартного прямоугольного волновода сечением  $23 \times 10$  мм. Определить длину резонатора.

4.10. Незаполненный резонатор имеет резонансную частоту 6 ГГц. Какова будет резонансная частота, если резонатор заполнить диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon = 2,7$ ?

4.11. Прямоугольный объемный резонатор с размерами  $a = 5$  см,  $b = 3$  см,  $d = 6$  см работает на основном типе колебаний. Стенки резонатора посеребрены, резонатор заполнен диэлектриком с параметрами:  $\varepsilon = 2,3$ ;  $\text{tg}\varphi_e = 4 \cdot 10^{-4}$ . Определить резонансную частоту и добротность резонатора. Какова будет добротность резонатора при отсутствии потерь в диэлектрике?

4.12. Максимальная амплитуда напряженности электрического поля в прямоугольном объемном резонаторе с размерами  $a = 20$  см,  $b = 10$  см,  $d = 30$



см равна  $10^5$  В/м. Материал стенок – медь ( $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$  См/м). Тип колебания  $H_{101}$ . Определить запасенную энергию и мощность потерь в стенках.

## ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

К разделу 1

1.1. Указание. Решение приведено в [1].

1.2. Решение. По определению ток смещения

$$\bar{\delta}_c = \partial \bar{D} / \partial t = \varepsilon_0 (\partial \bar{E} / \partial t) = -0,556 \sin 2\pi \cdot 10^{10} t \cdot n_x.$$

1.3. Указание. Решение приведено в [1].

1.4. Указание. Решение приведено в [1].

1.5. Указание. Для гармонических полей третье уравнение является следствием из второго.

1.6. Ответ:  $tg\theta_2 / tg\theta_1 = \mu_2 / \mu_1$ .

1.7. Ответ:  $tg\theta_2 / tg\theta_1 = \gamma_2 / \gamma_1$ .

1.8. Указание. Для гармонических полей четвертое уравнение является следствием из первого.

К разделу 2

2.1. Решение. Исходя из того, что под длиной волны  $\lambda$  понимается расстояние между двумя точками поля бегущей волны, разность фаз которых равна  $2\pi$ , а так же с учетом полученного для  $\lambda$  результата ( $\lambda = c/f = 10$  м) составим пропорцию:

10 м -  $360^\circ$  ;

$l$  -  $270^\circ$  (или  $2520^\circ$ ).

Получаем, что  $l = 7,5$  м или  $l = 70$  м.

2.2. Решение. Скорость света в данной среде  $v_0 = c / \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} = 3 \cdot 10^7$  м/с.

Длина волны в этом случае  $\lambda = v_0/f = 3$  м.

Найдем фазовую скорость

$$v_\phi = \omega / \beta = 2\pi f / \beta; \beta = \lambda / 2\pi; v_\phi = f\lambda = 3 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

2.3. Решение. Коэффициент фазы и коэффициент затухания в рассматриваемой среде численно равны друг другу

$$\beta \approx \alpha = \sqrt{\omega \mu_0 \mu / 2} = 44,43 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}.$$

По известной величине  $\beta$  можно вычислить фазовую скорость

$$v_{\hat{a}} = \omega / \beta = 2\pi f / \beta = 1,414 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Под глубиной проникновения поля в металл  $\Delta^\circ$  понимают расстояние, на котором его амплитуда уменьшается в «е» раз. Очевидно, что

$$\Delta^\circ = 1/\alpha = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 22,5 \text{ мкм.}$$

2.4. Решение. Волновое сопротивление среды

$$Z_{\hat{a}} = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a} = \sqrt{\mu_0 \mu / \varepsilon_0 \varepsilon} = \sqrt{\mu_0 / \mu_0} \sqrt{\mu / \varepsilon}.$$

Для воздуха или вакуума волновое сопротивление

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 120\pi \approx 377 \text{ Ом.}$$

Следовательно,

$$Z_{\hat{a}} = Z_0 \sqrt{\mu / \varepsilon} = 377 \sqrt{\mu}.$$

Теперь можно вычислить относительную магнитную проницаемость среды  $\mu = (1508/377)^2 = 16$ .

2.5. Ответ:  $\varepsilon = 1,78$ ;  $n = 1,33$ .

2.6. Решение. Плотность потока мощности плоской электромагнитной волны определяется выражением

$$\bar{\rho}_{\text{cp}}(z) = (|\dot{E}|^2 / 2) \operatorname{Re}(1 / Z_B) \exp(-2\alpha z) \dot{E}.$$

Для диэлектриков с малыми потерями коэффициент затухания приближенно равен:  $\alpha \approx 0,5 \cdot \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \cdot \operatorname{tg} \varphi_e$ ;

$$\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\mu \varepsilon} = \sqrt{(120\pi / c)(1 / 120\pi c)} \cdot \sqrt{\mu \varepsilon} = (1 / c) \sqrt{\mu \varepsilon};$$

$$\alpha \approx 0,5 \cdot \omega (1 / c) \sqrt{\mu \varepsilon} \cdot \operatorname{tg} \varphi_e = 0,162 \text{ м}^{-1}.$$

При определении волнового сопротивления для  $\operatorname{tg} \varphi_e \ll 1$  можно воспользоваться следующей формулой

$$Z_{\hat{A}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} \cdot \frac{1}{1 - 0,5 j \operatorname{tg} \varphi_{\hat{a}}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{1 - 0,5 j \operatorname{tg} \varphi_{\hat{a}}}.$$

Следовательно,

$$\bar{\rho}_{\text{cp}}(z) = (|\dot{E}|^2 / 2) (\sqrt{\varepsilon} / 120\pi) \exp(-2\alpha z),$$

$$\bar{\rho}_{\text{cp}}(z = 1) = 14,38 \text{ Вт/м}^2.$$

2.7. Ответ: 1,54 см;  $2,04 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ ;  $193 \exp(j 0,5 \cdot 10^{-4}) \text{ Ом}$ .

2.8. Ответ: 0,24 см;  $758 \text{ м}^{-1}$ ;  $29 \exp(j 0,28) \text{ Ом}$ .

2.9. Ответ: в 1,083 раза.

2.10. Ответ: 9,271 см; 29,374 мкм.

2.11. Ответ:  $19,894 \text{ Вт/м}^2$ .

2.12. Ответ: 2 мкм.

2.13. Ответ:  $8,322 \cdot 10^{-5}$  и  $1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}$  соответственно.

2.14. Ответ: в 5,63 раза.

2.15. Ответ: а)  $18^\circ 25'$ ; б)  $> 19^\circ 30'$ .

2.16. Ответ: отраженная волна будет отсутствовать при падении под углом Брюстера  $\theta_{Br}$ , причем

$$\theta_{A\delta} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1 \mu_1}} - \text{ для вектора } E, \text{ лежащего в плоскости падения;}$$

$$\theta_{A\delta} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{\varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2}} - \text{ для вектора } H, \text{ лежащего в плоскости падения.}$$

К разделу 3

3.1. Решение. Найдем критическую длину волны для колебания типа  $H_{11}$  в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{c\delta} = \frac{2}{\sqrt{(1/a)^2 + (1/b)^2}} = 4,8 \text{ см.}$$

Длина волны генератора  $\lambda = c/f = 3,75 \text{ см}$ .

Фазовая скорость волны в волноводе

$$v_\phi = \frac{c/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - (\lambda\sqrt{\varepsilon}/\lambda_{cp})^2}} = 4,084 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Длина волны в волноводе

$$\lambda_B = \frac{\lambda/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - (\lambda\sqrt{\varepsilon}/\lambda_{cp})^2}} = 5,105 \text{ см.}$$

3.2. Ответ:  $H_{10}$ ;  $H_{20}$ ;  $H_{30}$ ;  $H_{01}$ ;  $H_{11}$ ;  $H_{21}$ ;  $E_{11}$ ;  $E_{21}$ .

3.3. Ответ:  $H_{10}$ ;  $H_{20}$ ;  $H_{01}$ ;  $H_{02}$ ;  $H_{11}$ ;  $E_{11}$ .

3.4. Ответ:  $2,34 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ; 2,78 см.

3.5. Ответ: 4,8 см; 6,25 ГГц; 3,84 см.

3.6. Ответ:  $5 \text{ см} < a < 10 \text{ см}$ ;  $b < 5 \text{ см}$ .

3.7. Ответ: 8,82 ГГц.

3.8. Ответ:  $a = 5,1$  см; условия задачи не позволяют найти размер  $v$ .

3.9. Ответ:  $1,333 \cdot 10^8$  м/с.

3.10. Ответ: 523,9 Ом.

3.11. Ответ: 46,4 дБ.

3.12. Ответ: 1,04 МВт.

3.13. Указание: крайними частотами спектра прямоугольного импульса считать границы его главного лепестка.

Ответ: 1014 м.

3.14. Ответ: 0,02 дБ/м.

3.15. Ответ: 15,2 ГГц; 0,093 дБ/м.

3.16. Ответ: 350 Вт.

3.17. Решение. В соответствии с формулой, приведенной [2,3], характеристическое сопротивление

$$Z_c = 120\sqrt{\mu/\varepsilon} \ln\left(\frac{2D-d}{d}\right) = 120 \ln\left(\frac{2 \cdot 200 - 3}{3}\right) = 586 \text{ Ом.}$$

Коэффициент ослабления в двухпроводной линии передачи определяется только сопротивлением проводников, так как потери в диэлектрике отсутствуют ( $\alpha_{\bar{A}} = 0$ )

$$\alpha_{i \hat{a} \hat{u}} = \alpha_i = \frac{R_s}{\pi d Z_c \sqrt{1 - (d/D)^2}}.$$

Вычисляя  $d/D = 3/200 = 0,015$  и  $\sqrt{1 - (d/D)^2} = \sqrt{1 - 0,015^2} \approx 1$ ,

находим коэффициент ослабления

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu \hat{a} \omega}{2\gamma}} \cdot \frac{1}{\pi d Z_c} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2\pi \cdot 10^8}{2 \cdot 5,7 \cdot 10^7}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 586} = 0,048 \cdot 10^{-2} \text{ дБ}^{-1}.$$

3.18. Решение.  $\alpha_{i \hat{a} \hat{u}} = \alpha_i$ ,  $\alpha_{\bar{A}} = 0$ . Коэффициент ослабления  $\alpha_i$  в коаксиальной линии передачи определяем согласно формуле [2,3]

$$\alpha = \sqrt{\varepsilon/\mu} \cdot \frac{R_s}{120\pi} \cdot \frac{1/d + 1/D}{\ln(D/d)}.$$

Преобразуем последнее выражение так, чтобы в него входило в явном виде отношение  $D/d$

$$\alpha = \sqrt{\varepsilon / \mu} \cdot \frac{R_s}{120\pi D} \cdot \frac{(D/d + 1)}{\ln(D/d)}.$$

Обозначив  $A = \sqrt{\varepsilon/\mu}(R_s/120\pi D)$ ,  $\tilde{d} = D/d$ , запишем  $\alpha = A(1+x)/\ln x$ .

Для нахождения экстремума следует решить уравнение

$$\frac{d\alpha}{dx} = A \frac{\ln x - (1+x)/x}{\ln^2 x} = 0 \text{ или } \ln x = \frac{1+x}{x}.$$

Полученное уравнение является трансцендентным. Решая его (можно используя графические построения), имеем корень  $x = 3,6$ , откуда  $D/d = 3,6$ . Таким образом, минимальное затухание получается при отношении  $D/d = 3,6$ .

3.19. Ответ:  $L_1 = 0,379$  мкГн/м;  $C_1 = 64,4$  пФ/м;  $Z_c = 76,7$  Ом.

3.20. Ответ: 22,4 см;  $L_1 = 2$  мкГн/м;  $C_1 = 5,55$  пФ/м.

3.21. Ответ: 1,326 кВ; 3,016 А.

3.22. Ответ:  $2,5 \cdot 10^8$  м/с; 10 м.

3.23. Ответ:  $1,287 \cdot 10^6$  Вт.

3.24. Ответ:  $12,28 \cdot 10^6$  Вт.

К разделу 4

4.1. Решение. В прямоугольном резонаторе низшими могут быть колебания типов  $H_{101}$ ,  $H_{011}$  и  $E_{110}$ , у которых один из индексов равен нулю, а два других – единице. Определим резонансную длину волны этих типов колебаний. Запишем формулу для резонансной длины волны

$$\lambda_{\tilde{d}\tilde{a}\tilde{c}} = \tilde{n}/f_{\tilde{d}\tilde{a}\tilde{c}} = \tilde{n}2\pi/\omega_{\tilde{d}\tilde{a}\tilde{c}},$$

где

$$\omega_{\tilde{d}\tilde{a}\tilde{c}} = \frac{\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2 + (p\pi/d)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}.$$

Учитывая, что  $\varepsilon_a = \varepsilon_0$ ,  $\mu_a = \mu_0$  (диэлектрик – воздух) и  $\tilde{n} = 1\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ ,

получим

$$\lambda_{\tilde{d}\tilde{a}\tilde{c}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2 + (p/d)^2}}.$$

Подставляя численные данные, найдем резонансные длины волн для указанных типов колебаний:  $H_{101} - \lambda_{\text{рез}} = 3,328$  см;  $H_{011} - \lambda_{\text{рез}} = 3,841$  см;  $E_{110} - \lambda_{\text{рез}} = 3,123$  см.

4.2. Решение. Основным колебанием типа Е в цилиндрическом резонаторе является  $E_{010}$  с резонансной частотой ( $\beta_{mn} = \beta_{01} = 2,405$ )

$$\omega_{\delta\dot{a}\zeta} = \frac{\sqrt{(2,405/R)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}.$$

Основным колебанием типа Н –  $H_{111}$  с резонансной частотой ( $\mu_{mn} = \mu_{11} = 1,841$ )

$$\omega_{\delta\dot{a}\zeta} = \frac{\sqrt{(1,841/R)^2 + (\pi/d)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}$$

Несложно убедиться, что  $(2,405/R)^2 < (1,841/R)^2 + (\pi/d)^2$ .

Поэтому основным является колебание типа  $E_{010}$ , для которого

$$\omega_{\delta\dot{a}\zeta} = 1,52 \cdot 10^{10} \text{ рад/с}, \quad f_{\delta\dot{a}\zeta} = \omega_{\delta\dot{a}\zeta} / 2\pi = 2,42 \text{ ГГц}.$$

Рассчитав добротность по формулам

$$Q_1 = \frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta} \mu_a}{2R_s} \cdot \frac{R \cdot d}{R+d} \text{ и } Q = \frac{1}{1/Q_1 + \operatorname{tg} \varphi_e}, \text{ получим } Q = 3680.$$

Полоса пропускания резонатора  $2\Delta\omega = \omega_{\delta\dot{a}\zeta} / Q = 4,13 \cdot 10^6$  рад/с или  $2\Delta f = 658$  кГц.

4.3. Решение. Запишем выражение для резонансной частоты типа  $H_{011}$

$$\omega_{\delta\dot{a}\zeta} = \frac{\sqrt{(\mu_{01}/R)^2 + (\pi/d)^2}}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon}}.$$

Из этого выражения легко получить формулу для определения относительной проницаемости диэлектрика ( $\mu_{mn} = \mu_{01} = 3,832$ )

$$\varepsilon = \frac{(3,832/R)^2 + (\pi/d)^2}{\varepsilon_0 \mu_0 \omega_{\delta\dot{a}\zeta}^2}.$$

Добротность резонатора, заполненного диэлектриком, определяется выражением, приведенным в [2,3].

Выведем формулу, связывающую величины  $Q_M$  и  $Q_0$ . В соответствии с выражением для определения добротности резонатора при колебании типа  $H_{011}$ :

$$Q_0 = \frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta_0} \mu_0}{2\sqrt{\frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta_0} \mu_0}{2\gamma}}} \cdot \frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta_0}^2 \varepsilon_0 \mu_0 d \cdot R^2}{\left( \mu_{01}^2 \frac{d}{R} + \pi^2 \frac{R^2}{d^2} \right)};$$

$$Q_M = \frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta} \mu_0}{2\sqrt{\frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta} \mu_0}{2\gamma}}} \cdot \frac{\omega_{\delta\dot{a}\zeta}^2 \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 d \cdot R^2}{\left( \mu_{01}^2 \frac{d}{R} + \pi^2 \frac{R^2}{d^2} \right)},$$

где  $\omega_{\delta\dot{a}\zeta_0}$  и  $\omega_{\delta\dot{a}\zeta}$  – значения резонансных частот резонатора без диэлектрика и с диэлектриком. Отношение этих двух выражений

$$Q_M / Q_0 = (\omega_{\delta\dot{a}\zeta} / \omega_{\delta\dot{a}\zeta_0})^{5/2} \varepsilon = \varepsilon^{-1/4}, \text{ откуда } Q_M = Q_0 / \sqrt{\varepsilon}.$$

Подставляя полученные результаты в формулу для определения добротности резонатора, заполненного диэлектриком, после несложных преобразований получим формулу для определения  $\text{tg}\varphi_e$

$$\text{tg}\varphi_e = 1/Q - \sqrt[4]{\varepsilon} / Q_0.$$

4.4. Ответ: 1,414 см.

4.5. Ответ: H<sub>011</sub>, 6,25 ГГц; E<sub>110</sub>, 8,38 ГГц.

4.6. Ответ: 4,243 см.

4.7. Ответ:  $14,89 \text{ и } 32,37 \text{ и}$ .

4.8. Ответ: (65,62×43,75×21,88) мм.

4.9. Ответ: 3,957 см.

4.10. Ответ: 3,65 ГГц.

4.11. Ответ: 2,575 ГГц; 2042; 11160.

4.12. Ответ:  $0,66 \cdot 10^{-4}$  Дж; 43,3 Вт.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Яманов Д.Н. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 1. Основы электродинамики: тексты лекций. - М.: МГТУ ГА, 2009.
2. Яманов Д.Н. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 2. Основы электродинамики: тексты лекций. - М.: МГТУ ГА, 2011.
3. Яманов Д.Н., Нечаев Е.Е. Электродинамика и распространение радиоволн: сборник задач. - М.: МГТУ ГА, 1998.



## СОДЕРЖАНИЕ

1. Основные законы теории электромагнитного поля.....	3
2. Плоские электромагнитные волны.....	4
3. Линии передачи.....	6
4. Объемные резонаторы.....	9
Ответы и решения.....	11
Литература.....	18