

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ"**

Кафедра аэродинамики, конструкции и прочности летательных аппаратов

М.С. Кубланов

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

ПОСОБИЕ

по выполнению контрольной работы

*для студентов II курса
направления 162300
заочного обучения*

Москва - 2013

ББК 517.8

К 88

Рецензент д-р техн. наук, проф. В.Г. Ципенко

Кубланов М.С.

К 88

Гидрогазодинамика: Пособие по выполнению контрольной работы. – М.: МГТУ ГА, 2013. – 8 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины Б.2.7. "Гидрогазодинамика" по учебному плану подготовки бакалавров направления 162300 "Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей" для студентов II курса заочной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 29.08.2012 г. и методического совета 11.09.2012 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	с.
1. ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	3
2. МЕТОДИКА ВЫБОРА ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ.....	4
3. ПЛАНОВАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	4
4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	4
5. ЗАДАЧА № 1.....	4
6. ЗАДАЧА № 2.....	6
7. ЗАДАЧА № 3.....	7

1. ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

При выполнении контрольной работы следует строго придерживаться указанных правил. Работы, выполненные с нарушениями этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Контрольную работу надо выполнять в тетради чернилами или шариковой ручкой любого цвета, **кроме красного, оставляя поля** для замечаний рецензента. Допустимо оформление контрольной работы производить на компьютере, **оставляя поля** для замечаний рецензента.

2. На обложке тетради должны быть четко написаны фамилия и инициалы студента, **учебный номер зачетки (шифр)**, название контрольной работы, название дисциплины; здесь же указать дату отсылки работы в университет и адрес студента. В конце работы обязательно проставить дату ее выполнения и **расписаться**.

3. В работу включаются **все** задачи контрольного задания **строго по положенному варианту**. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также содержащие задачи не своего варианта, не рецензируются и не зачитываются.

4. Решения задач следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие, вставив числовые данные своего варианта.

6. Решения задач излагаются подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя ход решения.

7. После получения прорецензированной работы, как зачтенной, так и незачтенной, студент должен исправить все отмеченные ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации.

Если рецензент предлагает внести в решения задач те или иные исправления или дополнения и прислать их для повторной проверки, то это необходимо сделать в кратчайший срок.

В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, **вся работа** должна быть выполнена заново.

При высылаемых исправлениях должна обязательно находиться про-рецензированная работа с рецензией на нее. В связи с этим рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для всех дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензента. **Вносить исправления в сам текст работы после рецензирования запрещается!**

2. МЕТОДИКА ВЫБОРА ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ

Номер выполняемого студентом ВАРИАНТА соответствует ПОСЛЕДНЕЙ ЦИФРЕ номера зачетной книжки.

Цифры a и b определяются по цифрам зачетной книжки КРОМЕ ПОСЛЕДНЕЙ: a – первая с конца ЗНАЧАЩАЯ цифра номера зачетной книжки, b – вторая с конца ЗНАЧАЩАЯ цифра номера зачетной книжки (например, из номера зачетной книжки 081047: номер варианта – 7, $a = 4$, $b = 1$, из 081040: номер варианта – 0, $a = 4$, $b = 1$, а из 081004: номер варианта – 4, $a = 1$, $b = 8$).

3. ПЛАНОВАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Плановая трудоемкость контрольной работы составляет 4 часа без учета подготовки к собеседованию. При наличии предварительного знакомства с учебным пособием общая трудоемкость составляет не более 2 часов.

4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	А в т о р	Н а и м е н о в а н и е, и з д а т е л ь с т в о, г о д и з д а н и я
1	Кубланов М.С.	Гидрогазодинамика: учебное пособие. – М.: МГТУ ГА, 2013. Шифр библиотеки МГТУ ГА 517.8 К88

5. ЗАДАЧА № 1

Раздел 1. Кинематика сплошной среды.
Тема: Термины механики сплошной среды.

Типовая задача.

Вычислить двумя способами (непосредственно и используя теорему Стокса) циркуляцию скорости по замкнутому квадратному контуру ($x = \pm 1, y = \pm 1, z = 0$, см. рис. 1) при обходе его против часовой стрелки в плоском течении с полем вектора скорости $\bar{\mathbf{V}} = (x + y)\bar{\mathbf{i}} + (x^2 - y)\bar{\mathbf{j}}$.

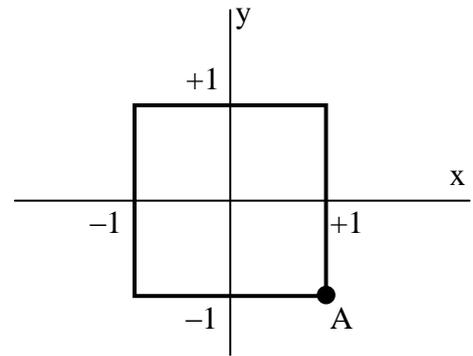


Рис. 1

Указание: проработать теоретический материал [1, § 1.4]

Решение.

1 способ. Циркуляцией скорости по замкнутому контуру L называется криволинейный интеграл $\oint_L \bar{\mathbf{V}} \cdot d\bar{\mathbf{r}} = \oint_L V_x dx + V_y dy + V_z dz$. В данном случае он распадается на сумму четырех (по числу сторон квадрата) простых определенных интегралов, в которых подынтегральные выражения принимают свои значения с учетом координат сторон:

$$\oint_L \bar{\mathbf{V}} \cdot d\bar{\mathbf{r}} = \oint_L V_x dx + V_y dy + V_z dz = \int_{-1}^1 (1 - y) dy + \int_1^{-1} (x + 1) dx + \int_1^{-1} (1 - y) dy + \int_{-1}^1 (x - 1) dx = -4.$$

Здесь интегрирование начинается в точке A и ведется против часовой стрелки.

2 способ. По теореме Стокса циркуляцию скорости можно вычислить с помощью поверхностного интеграла $\oint_L \bar{\mathbf{V}} \cdot d\bar{\mathbf{r}} = \int_S \text{rot} \bar{\mathbf{V}} \cdot d\bar{\mathbf{S}}$. Для этого определим координаты вектора $\text{rot} \bar{\mathbf{V}}$:

$$\text{rot} \bar{\mathbf{V}} = \bar{\mathbf{i}} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) + \bar{\mathbf{j}} \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + \bar{\mathbf{k}} \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) = \bar{\mathbf{k}}(2x - 1).$$

Так как единственная координата вектора $\text{rot} \bar{\mathbf{V}}$ направлена по оси z , т.е. по нормали к площадке S , то последний интеграл из формулы Стокса можно вычислить следующим образом:

$$\int_S \text{rot} \bar{\mathbf{V}} \cdot d\bar{\mathbf{S}} = \int_S \text{rot} \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{z}} dS = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (2x - 1) dx dy = -4.$$

Условие задачи контрольной работы

Вычислить двумя способами (непосредственно и используя теорему Стокса) циркуляцию скорости по замкнутому квадратному контуру ($x = \pm 1, y = \pm 1, z = 0$, см. рис. 2) при обходе его против часовой стрелки в плоском течении с полем вектора скорости $\bar{\mathbf{V}} = (x + y^2)\bar{\mathbf{i}} + (ax - y)\bar{\mathbf{j}}$.

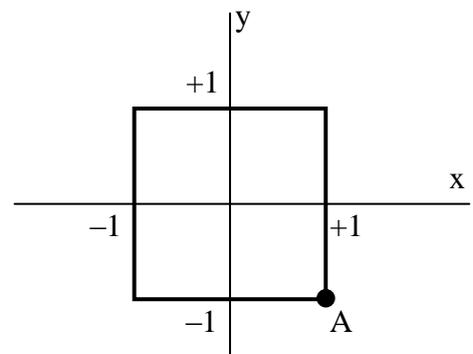


Рис. 2

6. ЗАДАЧА № 2

Раздел 2. Динамика сплошной среды.

Тема: Силы и моменты в механике сплошной среды.

Типовая задача.

Определить и изобразить на рисунке силы, действующие на частицу сплошной среды, находящейся в напряженно-деформированном состоянии, по ее элементарным единичным ($dS = 1$) площадкам $d\bar{S}$, расположенным параллельно координатным плоскостям:

- плоскости YZ с нормалью \bar{i} , параллельной оси X ;
- плоскости XZ с нормалью \bar{j} , параллельной оси Y ;
- плоскости XY с нормалью \bar{k} , параллельной оси Z .

Тензор внутренних напряжений в сплошной среде задается матрицей сво-

их компонент $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, которая характеризует изотропную среду ([1, § 2.3] –

для изотропной среды тензор внутренних напряжений симметричен).

Указание: проработать теоретический материал [1, § 2.1].

Решение.

Определим координаты вектора силы, приложенной к элементарной единичной ($dS = 1$) площадке $d\bar{S}$, параллельной координатной плоскости YZ , с вектором нормали \bar{i} . В этом случае $d\bar{S} = \bar{i}$, поэтому $\mathbf{p}_S d\bar{S} = \mathbf{p}_S \bar{n} dS = \mathbf{p}_S \bar{i}$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \text{ Таким образом, вектор}$$

искомой силы может быть представлен в виде суммы нормального напряжения (или нормального давления) $\bar{p}_{Sn} = \bar{p}_{Sx} = 4 \cdot \bar{i}$ и одной составляющей тангенциального напряжения (касательного напряжения или внутреннего трения) $\bar{p}_{St} = \bar{p}_{Sz} = 1 \cdot \bar{k}$ (рис. 3). На рисунке схематически показаны лишь направления напряжений (без масштаба), стрелка, выходящая за границы площадки, обозначает силу, направленную **перпендикулярно** ее плоскости, в отличие от стрелок, расположенных целиком внутри площадки, обозначающих касательные силы, действующие вдоль ее плоскости.

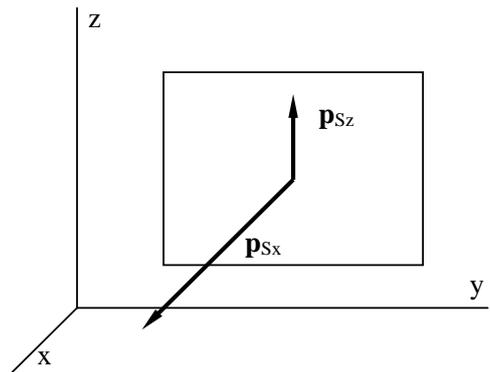


Рис. 3.

Аналогично определяются координаты вектора силы, приложенной к элементарной единичной ($dS = 1$) площадке $d\bar{S}$, параллельной координатной плоскости XZ , с вектором нормали \bar{j} . В этом случае $d\bar{S} = \bar{j}$, поэтому

$$\mathbf{p}_S d\bar{S} = \mathbf{p}_S \bar{n} dS = \mathbf{p}_S \bar{j}: \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(рис. 4).

Так же определяются координаты вектора силы, приложенной к элементарной единичной ($dS = 1$) площадке $d\bar{S}$, параллельной координатной плоскости XY , с вектором нормали \bar{k} . В этом случае $d\bar{S} = \bar{k}$, поэтому

$$\mathbf{p}_S d\bar{S} = \mathbf{p}_S \bar{n} dS = \mathbf{p}_S \bar{k}: \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(рис. 5).

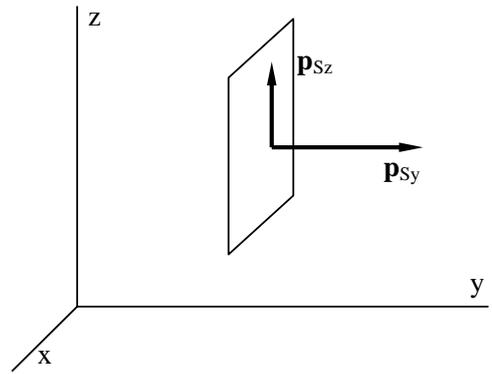


Рис. 4.

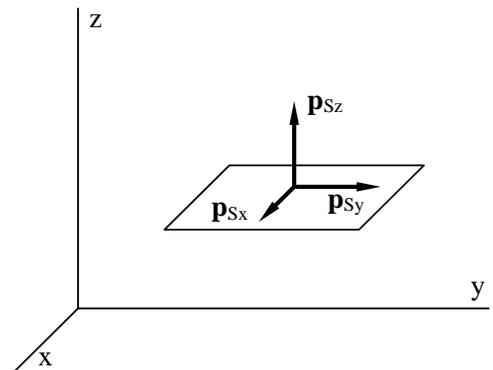


Рис. 5.

Условие задачи контрольной работы

Определить и изобразить на рисунке силы, действующие на частицу сплошной среды, находящейся в напряженно-деформированном состоянии, по ее элементарным единичным ($dS = 1$) площадкам $d\bar{S}$, расположенным параллельно координатным плоскостям:

- плоскости YZ с нормалью \bar{i} , параллельной оси X ;
- плоскости XZ с нормалью \bar{j} , параллельной оси Y ;
- плоскости XY с нормалью \bar{k} , параллельной оси Z .

Тензор внутренних напряжений в сплошной среде задается матрицей своих компонент по вариантам:

1) $\begin{pmatrix} 4 & a & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	2) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 0 & 3 \end{pmatrix}$	3) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & a & 3 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 4 & a & b \\ a & 2 & 0 \\ b & 0 & 3 \end{pmatrix}$	5) $\begin{pmatrix} 4 & a & 0 \\ a & 2 & b \\ 0 & b & 3 \end{pmatrix}$
6) $\begin{pmatrix} 4 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	7) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 3 \end{pmatrix}$	8) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & a & 3 \end{pmatrix}$	9) $\begin{pmatrix} 4 & a & b \\ a & 0 & 0 \\ b & 0 & 3 \end{pmatrix}$	0) $\begin{pmatrix} 4 & a & 0 \\ a & 0 & b \\ 0 & b & 3 \end{pmatrix}$

7. ЗАДАЧА № 3

Раздел 3. Основы теории жидкости и газа.

Тема: Понятие о методах решения задач теории жидкости и газа.

Типовая задача.

Оценить скорость отрыва и скорость циркуляционного потока (добавочную скорость циркуляции) вокруг крыла самолета Ил-96-300 на взлете при условиях: масса самолета $m = 245$ т, угол атаки $\alpha = 13,5^\circ$. Сравнить полученные результаты с условиями при той же массе и угле атаки $\alpha = 10,5^\circ$.

Указание: проработать теоретический материал [1, § 3.7]. Все алгебраические преобразования, вычисления и пересчеты размерности произвести самостоятельно.

Решение.

Для оценочного вычисления скорости отрыва самолета воспользуемся:

– формулой подъемной силы Н.Е. Жуковского [1, 3.37], которая относится к единице размаха крыла l , поэтому ее можно записать в виде: $mg = \rho V \Gamma l$, где $m = 245$ т – масса самолета; $g = 9,81$ м/с² – ускорение силы тяжести; ρ – плотность воздуха (можно использовать стандартное значение $1,225$ кг/м³); V – скорость в момент отрыва; Γ – циркуляция скорости;

– формулой циркуляции скорости вокруг профиля [1, 3.40], которую следует использовать в виде $\Gamma = \frac{2\pi b V \sin \alpha}{1,7}$, где $b = 2R = 6,636$ м – средняя аэродинамическая хорда крыла самолета; $\pi = 3,14$; $\alpha = 13,5^\circ$ – угол атаки; $1,7$ – поправочный коэффициент.

В результате решения системы из двух уравнений получается $V = 277$ км/ч, а для сравнительного случая $V = 314$ км/ч.

Для оценочного вычисления скорости циркуляционного потока вокруг крыла применим формулу $\Gamma = 2bV_{\text{ц}}$, где $2b$ – приближенная длина контура, $V_{\text{ц}}$ – добавочная скорость циркуляции по этому контуру.

Для оценочного вычисления скорости циркуляционного потока вокруг крыла применим формулу $\Gamma = 2bV_{\text{ц}}$, где $2b$ – приближенная длина контура, $V_{\text{ц}}$ – добавочная скорость циркуляции по этому контуру.

В результате вычисления получается $V_{\text{ц}} = 115$ км/ч, а для сравнительного случая $V_{\text{ц}} = 101$ км/ч.

Условие задачи контрольной работы

Оценить скорость отрыва и скорость циркуляционного потока (добавочную скорость циркуляции) вокруг крыла самолета Ил-96-300 на взлете при условиях варианта. Сравнить полученные результаты с условиями при той же массе и угле атаки $\alpha = 10,5^\circ$. Масса самолета m и угол атаки α для варианта определяются из таблиц:

номер варианта									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
150 т	160 т	170 т	180 т	190 т	200 т	210 т	220 т	230 т	240 т
а									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
8°	8,5°	9°	9,5°	10°	11°	11,5°	12°	12,5°	13°