Введение

Задачи обеспечения качественного функционирования защищенных телекоммуникационных систем (ЗТКС) решаются на различных этапах жизненного цикла оборудования, наиболее продолжительным из которых является этап технической эксплуатации (ТЭ). Необходимо отметить, данный этап включает в себя различные фазы: функциональное использование, техническое обслуживание, хранение и др. Наряду с этим следует понимать, что организация ТЭ ЗТКС и ТЭ средств защиты информации не различаются в части принципов и методологии их организации, но требуют привлечения различных комплексов технических средств, используемых при диагностировании и контроле функционального состояния рассматриваемых систем.

Для поддержания аппаратуры в состоянии, определяемом эксплуатационно-технической документацией, содержащей в обязательном порядке нормы технических параметров (НТП) с соответствующими допусковыми значениями, должна быть создана система организационно-технических мероприятий, направленных на обеспечение максимального эффекта от использования ЗТКС при минимизации сопутствующих эксплуатационных затрат. Такой системой является процесс технического обслуживания (ТО). Оптимальная организация процесса ТО является научным обоснованием планирования профилактических мероприятий (ПМ) в реальных условиях, преследующих своей целью обеспечение гарантированного уровня эксплуатационной надежности.

Уровень ТО предопределяет построение системы оперативного управления ЗТКС и средствами обеспечения информационной безопасности, которое, в свою очередь, направлено на обеспечение достоверности, точности и защищенности информационного обмена, систематического контроля функционального состояния оборудования и быстрейшему парированию возможных неисправностей и отказов, проведение ПМ, аварийных ремонтов (АР) и восстановлению (В) отказавших функциональных элементов и узлов оборудования.

Оперативное управление позволяет также организовать сбор статических данных, позволяющих разрабатывать рекомендации по повышению безотказности функционирования ЗТКС, обоснованию структуры запасных элементов и агрегировать требования к уровню профессиональной подготовки инженерно-технического состава.

В данном учебном пособии рассматриваются вопросы особенностей организации ТЭ, характеристик потоков отказов и аспекты теории восстановления применительно к задачам, имеющим проблемно-ориентированную отраслевую направленность.

1. ОРГАНИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗТКС

1.1. Виды стратегий технического обслуживания

Обслуживание и восстановление ЗТКС осуществляется в системе технического обслуживания и ремонта СТОиР, под которой понимают совокупность взаимосвязанных средств, документации ТОиР, и исполнителей, необходимых для поддержания и восстановления качества изделий, входящих в эту систему.

Система технического обслуживания и ремонта по своему составу и структуре относится к классу больших организационно-технических систем, которые также называют эрготехническими и реже антропогенными системами (рис. 1.1).

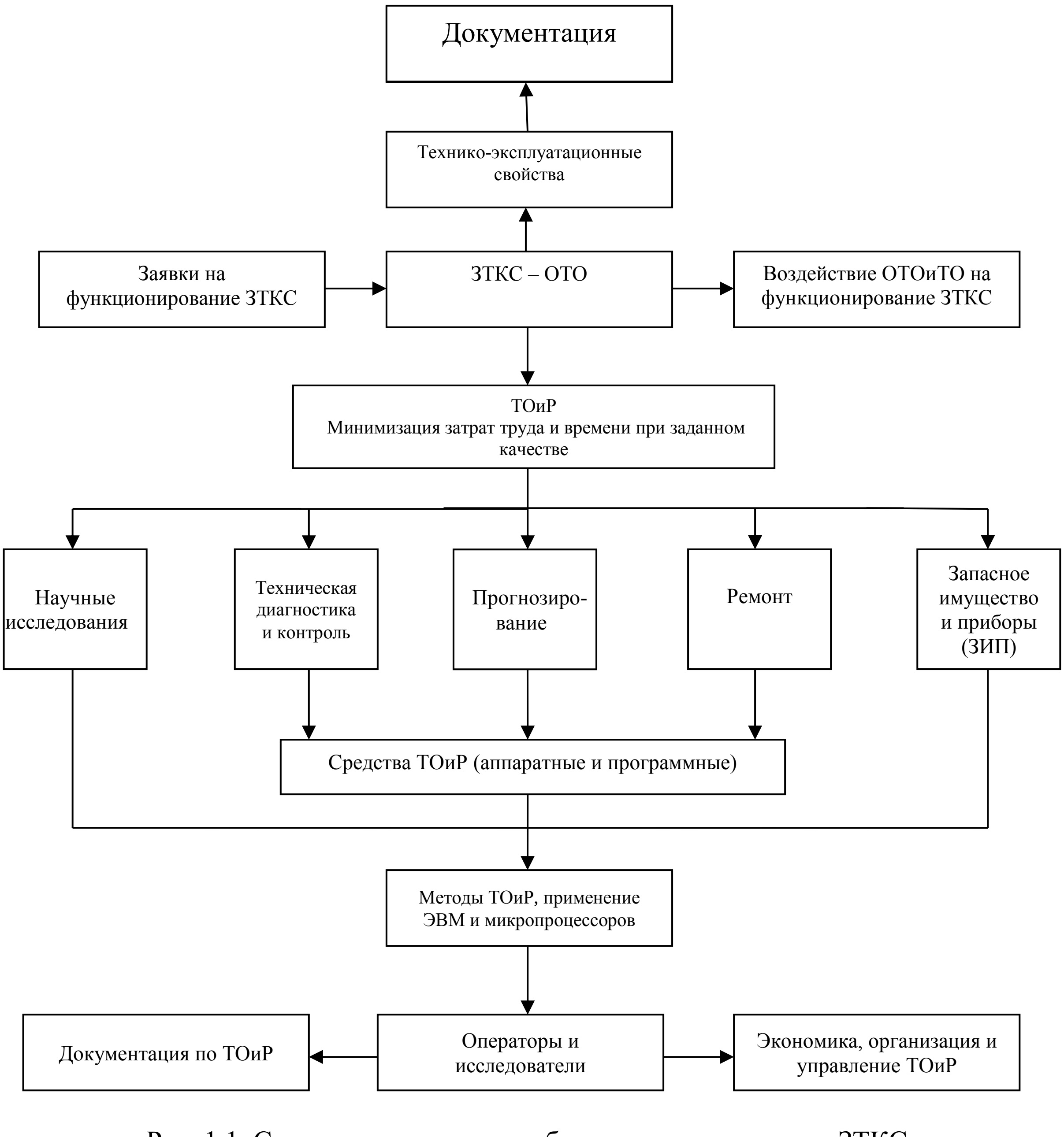

Рис. 1.1. Система технического обслуживания и ремонта ЗТКС

В состав структурной схемы технического обслуживания и ремонта (СТОиР) входят:

- объект технического обслуживания (ОТО) - изделие, обладающее потребностью в определенных операциях ТО (ремонта) и приспособленностью к выполнению этих операций;

- средства ТОиР - средства технологического оснащения сооружения, предназначенные для выполнения ТОиР, включающие в свой состав средства диагностики и контроля (СрДК), настройки и регулировки, восстановления и ремонта;

- нормативно-техническая документация, определяющая нормы и требования к параметрам функционального использования, техническим и эксплуатационным, а также правила и порядок выполнения работ по ТОиР.

В состав средств ТОиР включается комплект ЗИП запасные части, инструменты, принадлежности и материалы, необходимые для ТОиР изделий и скомплектованные в зависимости от его состава, структуры элементной базы и особенностей использовании.

Кроме того, в систему входят исполнители - квалифицированные инженерно-технические кадры, подготовленные для выполнения операций по ТОиР. В аспекте расширения внедрения автоматизированных и автоматических систем управления производством исполнители - люди могут заменяться автоматами, а НТД соответствующими программами. Но на высшей ступени иерархии управления СТОиР все-таки остается человек.

В процессе технической эксплуатации все время меняется состояние изделия РЭС. Причем чем сложнее объект ТОиР, тем более сложной является сама система ТОиР, ее составляющие и тем больше состояний, в которых пребывает объект. Системообразующим параметром СТОиР является состояние работоспособности S_P - объекта - изделия РЭС. Целевая функция процесса ТО - управление состоянием для поддержания работоспособности или исправности объекта на стадии эксплуатации $S_{PH} < S_P\ t\ < S_{PB}$, где S_{PH} и S_{PB} - нижнее и верхнее значения предельных состояний, характеризующих работоспособность.

Система правил управления техническим состоянием изделия в процессе ТО (ремонта) называется стратегией технического обслуживания (ремонта). Документом, устанавливающим стратегии, количественные характеристики видов ТОиР, порядок их корректировки на протяжении ресурса (срока службы), являются нормы технического обслуживания и ремонта.

Свойство системы ТОиР выполнять функции по поддержанию и восстановлению исправности или работоспособности изделий с фиксированными затратами времени, труда и материальных средств.

Различают два основных вида стратегии ТОиР - по наработке и по состоянию.

Стратегия ТО по наработке (ТОН) определяется как система правил управления техническим состоянием, согласно которой перечень и периодичность выполнения операций зависят от значений наработки изделия с начала эксплуатации или после ремонта. При этой стратегии для всего парка однотипных изделий предусматриваются единый перечень и периодичность операций ТО, в том числе замена элементов с определенной наработкой, независимо от фактической потребности в них каждого объекта. Эту стратегию целесообразно применять для изделий ЗТКС, имеющих тенденцию к существенному росту интенсивности отказов после определенной наработки. Схема процесса ТО по наработке представлена на рис. 1.2. Основными составляющими процесса являются:

1) вывод изделия из функционального использования (демонтаж) характеризуется временем выполнения работ $t_{\text{дмр}}$;

2) операции диагностирования и контроля по определению технического состояния;

3) операции по замене элементов и проведению других восстановительных работ характеризуются $t_{\text{з}}$ и эффективностью программы замен;

4) операции по настройке и регулировке, включая операции по стимулированию работы изделия и программного управления процессом регулировки $t_{\text{РЕГ}}$;

5) операции по контролю обслуженной аппаратуры на соответствие НТП характеризуются временем диагностики и контроля $\tau_{\text{ДК}}$;

6) операции монтажа и проверки изделия перед функциональным использованием $t_{\text{МРК}}$.

Необходимо отметить, что на ТО может попасть исправная аппаратура, аппаратура работоспособная, но имеющая повреждения, грозящие перерасти в отказ, аппаратура неработоспособная, но функционирующая. Для последнего состояния по результатам диагностирования и контроля в соответствии с программой замен и текущего ремонта назначаются дополнительные работы по замене и дополнительные работы по регулировке. В процессе диагностирования и контроля устанавливается место отказа или повреждения.

Стратегия технического обслуживания по состоянию (ТОС) характеризуется тем, что перечень и периодичность операций определяются фактическим техническим состоянием изделия в момент начала ТО.

При реализации стратегии ТОС перечень и периодичность операций по ТО, в том числе замены изделия или его элементов, назначаются по результатам контроля технического состояния каждого объекта. Контроль может быть непрерывным или периодическим, его периодичность устанавливается либо единой для парка изделий, либо назначается для каждого изделия по результатам прогнозирования его технического состояния.

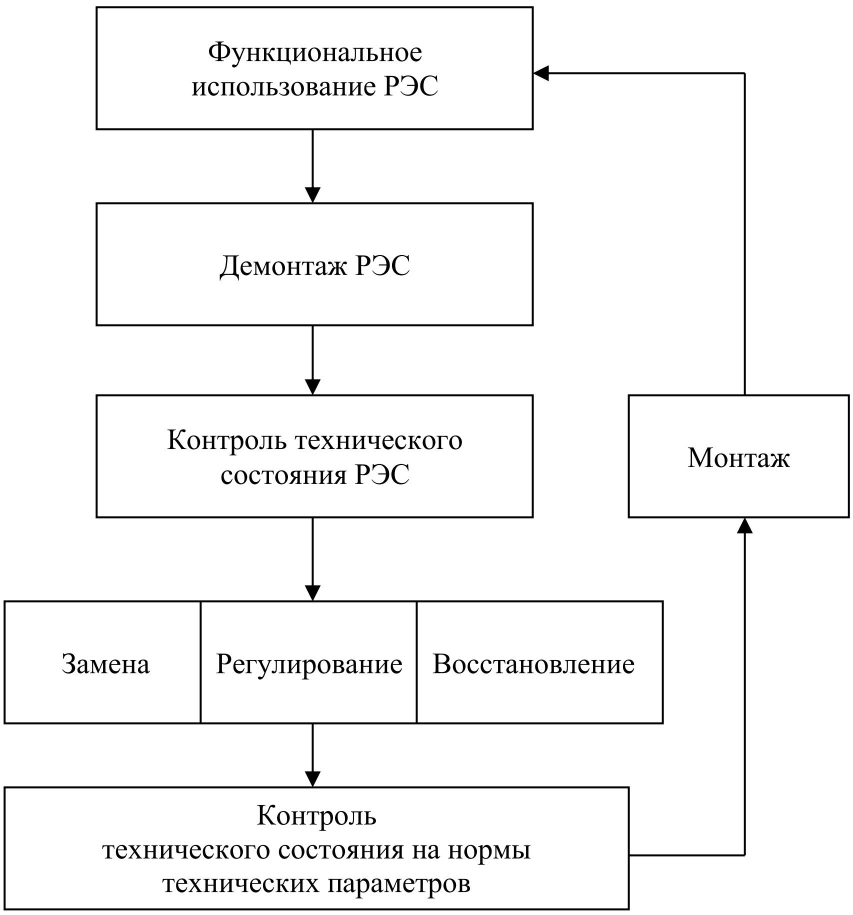

Рис. 1.2. Алгоритм процесса ТО ЗТКС по наработке

Операции замены, регулировки, текущего ремонта назначаются при обнаружении неработоспособного состояния изделия или его предотказового состояния. В НТД на изделие устанавливаются значения параметров, характеризующих предотказное состояние.

Применение этой стратегии целесообразно только при реализации высокой степени безотказности и контролепригодности изделия, значения наработок до отказов элементов которого имеют значительный разброс. Обязательным условием применения стратегии ТОС является отсутствие последствий отказа при его возникновении.

Структура процесса ТО изделий по стратегии ТОС представлена на рис. 1.3.

Основными операциями стратегии ТОС являются:

- контроль технического состояния изделий на месте функционального использования;
- определение объема работ по ТО;
- настройка и регулировка на месте функционального использования;
- перевод в режим ТО при обнаружении' отказа или предотказового состояния, которое невозможно устранить путем регулировки;
- диагностирование с целью локализации места повреждения; восстановление изделия;
- контроль состояния на соответствие НТП;

- монтаж и проверка изделии перед функциональным использованием.

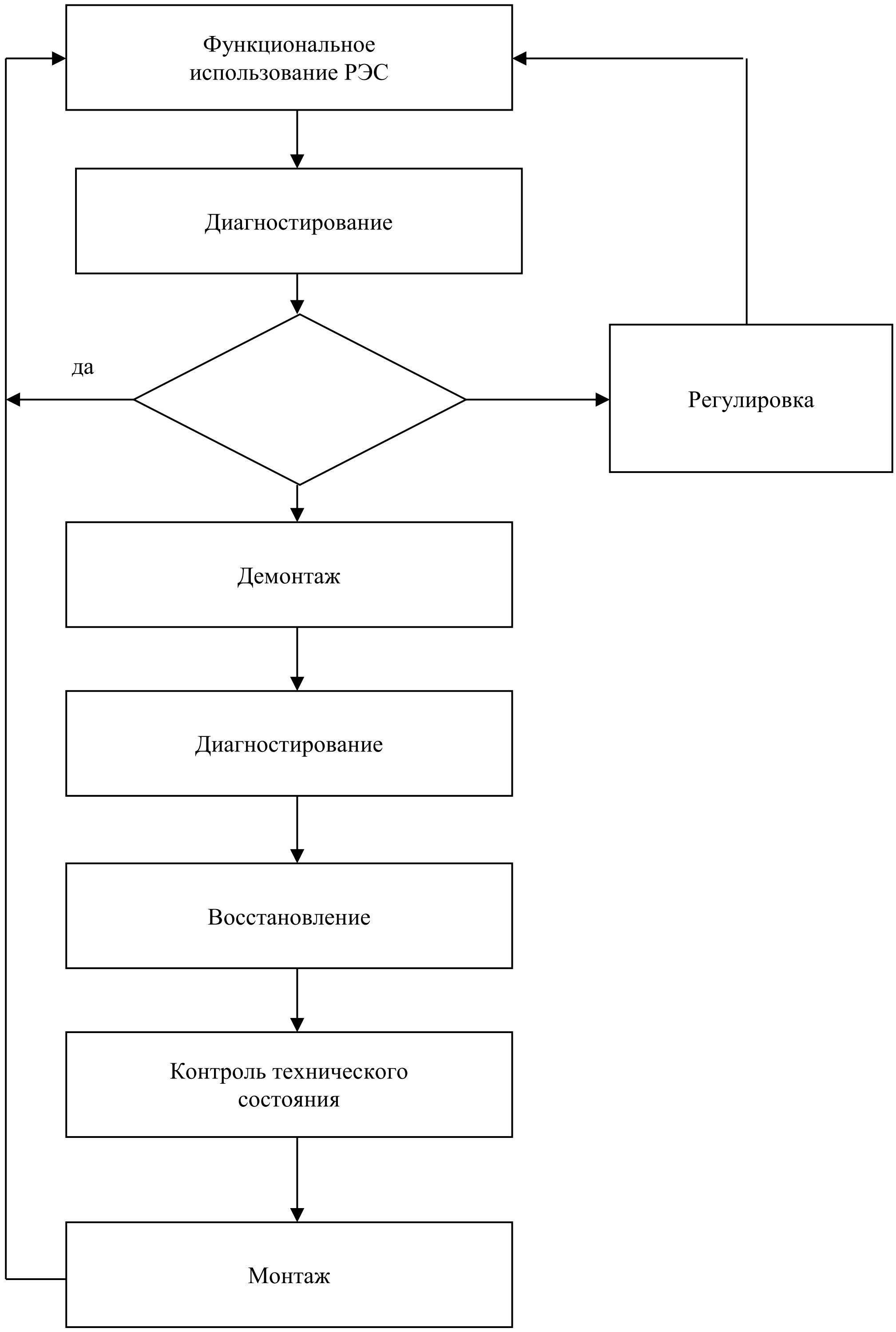

Рис.1.3. Алгоритм процесса ТО ЗТКС по состоянию

Как следует из приведенного перечня, объем выполняемых работ по ТО изделий целиком определяется результатами диагностики и контроля.

Система технического обслуживания является системой управления техническим состоянием изделия в заданных условиях эксплуатации. Управляющие воздействия в этой системе формируются в зависимости от значений принятого признака технического состояния изделия, т.е. в соответствии с принятыми стратегиями ТОиР.

Стратегия технического обслуживания - это система правил управления техническим состоянием изделия в процессе ТО. Стратегии реализуются в проведении тех или иных операций ТО.

Мероприятия по повышению надежности изделий при всех стратегиях, корректировка объемов и периодичности технических обслуживаний и ремонтов осуществляются на основе анализа информации о признаках технического состояния изделий и эффективности системы ТОиР. Однако методы анализа и использования различных видов информации зависят от стратегии ТО. Один из видов информации является основным при принятии решений о необходимом перечне операций ТО и периодичности их выполнения. Остальные данные используются для корректировки принимаемых решений с целью повышения их эффективности.

Каждая стратегия ТО определяет техническую политику и затраты на ТО или ремонт изделия и предъявляет определенные требования ко всем элементам системы ТОиР, т.е. к объектам, средствам, исполнителям ТОиР и связям между элементами, установленными в документации.

Стратегию ТО данного типа изделия авиационной техники выбирают на основе анализа надежности изделия, влияния его отказа на безопасность и регулярность полетов, зависимости безотказности от наработки, эксплуатационной технологичности, прежде всего контролепригодности изделия, технической возможности и экономической целесообразности применения той или иной стратегии.

Возможность выполнения своих функций ЗТКС и СЗН определяются их готовностью. Готовность оценивается комплексными показателями надежности, являющимися одновременно показателями надежности. К ним относятся: коэффициент готовности ($К_{г}$), коэффициент оперативной готовности ($К_{о.г.}$) и коэффициент технического использования ($К_{т.н.}$).

Эти коэффициенты зависят от функции плотности распределения вероятности времени безотказной работы, средней наработки на отказ (То) и среднего времени восстановления (Тв). Кроме этого, показатели процесса ТЭ РЭО определяются и принятой стратегией технического обслуживания (ТО), представляющей собой комплекс мероприятий по поддержанию работоспособности (и исправности) РЭО при его функциональном использовании, ожидании, хранении и транспортировании.

1.2. Стратегия ТО по наработке

Стратегия ТО по наработке - это стратегия, согласно которой перечень и периодичность выполнения операций по ТО определяются значениями наработки объекта с начала эксплуатации или после капитального ремонта. Принципы стратегии по наработке заключаются в том, что для всех однотипных ЗТКС, используемых в ГА, определяются интервалы наработки или сроки службы, по истечении которых выполняется определенный объем профилактических работ: настройка, регулировка, замена ненадежных элементов независимо от того, в каком техническом состоянии находится изделие. Если обозначить $W_{ТО}$ - планируемый объем работ, выполняемых при ТО (например, по трудоемкости), то справедливы зависимости: $W_{TO} = f\ (T_{НАР})$; $T_{НАР}$const, т.е. определенному интервалу наработки соответствует определенный объем работ.

Применение стратегии ТО по наработке следует осуществлять в тех случаях, когда в блоках ЗТКС имеются элементы, требующие периодической смазки или чистки; блоки или элементы, интенсивность отказов которых резко возрастает после определенной наработки; техническое состояние изделия или отдельных блоков не может быть определено без демонтажа, т.е. средствами встроенного контроля с достаточной полнотой или наземными средствами контроля; разброс параметров безотказности отдельных блоков невелик. Изделие ЗТКС в начале проведения планового ТО может находиться в работоспособном или неработоспособном, но функционирующем состоянии. Если в начале ТО установлено, что изделие отказало, на нем должны быть проведены помимо профилактических также и восстановительные работы. При явном отказе в период между проведением ТО изделие ЗТКС восстанавливается независимо от наработки. При этом, как правило, досрочно проводится весь комплекс работ как при предусмотренном плановом очередном этапе ТО. На рис. 1.4 показано изменение возможных состояний совокупного параметра изделия ЗТКС при ТО по наработке.

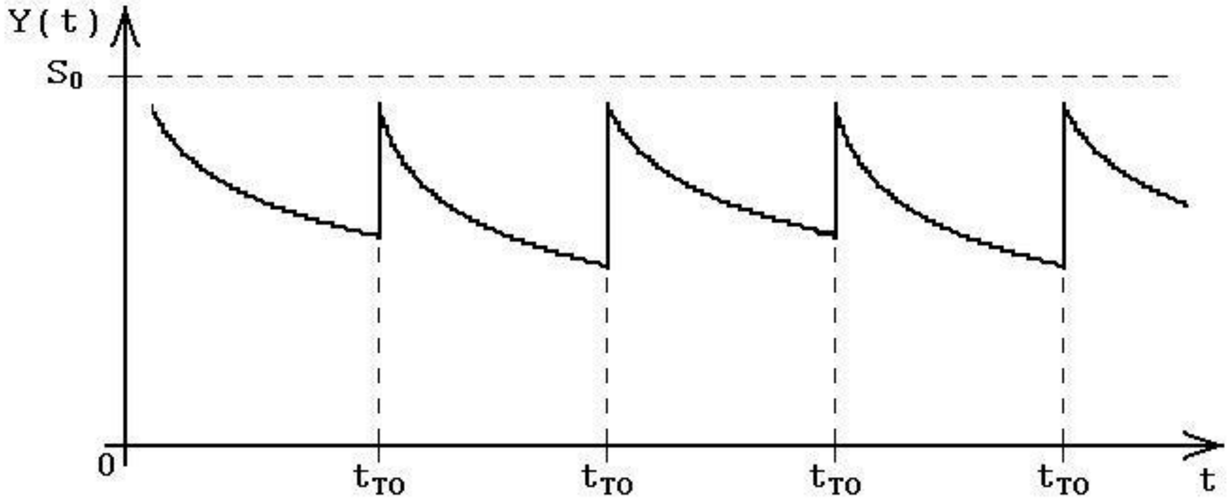

Рис. 1.4. Изменение совокупного параметра РЭО при стратегии ТО по наработке

При реализации стратегии по наработке предполагается, что предупреждению подлежат только постепенные отказы. Кроме того, выход из строя ЗТКС, обслуживаемого по наработке, должен оказывать влияние на безотказность и регулярность полетов. Условие однотипности определяет то, что значения наработок обслуживаемых изделий на отказ имеют небольшой разброс. С точки зрения безотказности проводимые замены комплектующих элементов (функциональных узлов) ЗТКС относятся к наиболее слабым элементам и узлам (например, периодические замены магнетронных генераторов в отдельных типах РЛС после наработки). Объем проведения работ по ТО при стратегии по наработке и периодичность ТО определяются "Регламентом ТО", поэтому эти работы часто называют регламентными.

Стратегия ТО по наработке определяется как стратегия, согласно которой перечень и периодичность выполнения операций определяется значением наработки изделия с начала эксплуатации или после среднего или капитального ремонта.

Из теории надежности [4] известно, что коэффициент готовности определяется соотношением:

$$k_r = \frac{T_0}{T_0 + T_B}. \qquad (1.1)$$

Обозначим через $T_{то}$ фиксированную наработку объекта, определяемую от момента последнего восстановления или ТО, если до момента $T_{то}$ не было отказа и проводится соответствующее периодическое плановое обслуживание (ПТО). При отказе, который происходит в случайный момент, восстанавливают работоспособность изделия.

Коэффициент оперативной готовности определяется соотношением

$$k_{or} = \frac{[\,{}_0^T\ t+\tau\ dt]}{[\,{}_0^T P\ t\ dt + T_{T0} - T_B\ P\ T_{TO} + T_B]}, \qquad (1.2)$$

где P(1+τ) - имеет смысл вероятности безотказной работы за определенный интервал времени.

При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы, т.е. в случае, когда

$$P(t)=\exp*(-t/T_0)$$

выражение (1.2) принимает следующий вид:

$$k_{or} = \frac{\exp\ {-\tau}\ \ {T_B}\ |[1 - \exp\ {-T_{TO}}\ \ {t_O}\ ]}{1 - \exp\ {-T_{TO}}\ \ {t_O}\ + \frac{T_{TO} - T_B}{T_B} \exp \frac{T_{TO}}{t_O} + \frac{T_B}{T_O}}\ , \qquad (1.3)$$

где t_O - средняя продолжительность временного интервала наработки объема между двумя отказами;

$T_{то}$ - периодичность ТО.

При стратегии ТОН с периодичностью $T_{то}$ осуществляют техническое обслуживание изделия в течение времени $\tau_{то}$ (периодичность $T_{то}$=T) заданной наработки изделия. В случае возникновения отказа изделие восстанавливается за время $\tau_в$. Если принять, что вероятность безотказной работы меняется по экспоненциальному закону P(t) = exp(—t/To), выражение для коэффициента технического использования принимает вид:

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{T_0\left[1-\exp\left(-T/T_0\right)\right]}{T_0+\tau_B\left[1-\exp\left(-T/T_0\right)\right]+\tau_{TO}\exp\left(-T/T_0\right)}. \qquad (1.4)$$

1.3. Стратегия ТО по состоянию

Стратегия ТО по состоянию (СТОС) является стратегией, согласно которой перечень и периодичность выполнения операций определяются фактическим состоянием ЗТКС в момент начала 10 и имеет две модификации:

1. Стратегия ТО по состоянию с контролем параметров предусматривает назначение перечня и периодичности операций ТО, в том числе замены изделия, по результатам контроля технического состояния каждого изделия. Контроль может быть непрерывным (в полете) или периодическим (при выполнении оперативных и периодических ТО). Периодичность контроля обычно устанавливается единой для парка изделий.

Применение стратегии ТО с контролем параметров в эксплуатационной документации предусматривает установление предотказового значения параметра, определяющего техническое состояние изделия. При достижении этого значения параметра изделие считается неисправным и требующим проведения операций ТО или текущего ремонта. Эту стратегию целесообразно применять для изделий авиационной техники, обладающих достаточной контролепригодностью, отказы которых не влияют на безотказность и регулярность полетов, а значения наработок до отказа имеют существенный разброс. Она позволяет обеспечить безопасность за счет раннего, до наступления отказа, обнаружения дефектов и повысить экономическую эффективность эксплуатации путем максимально возможного использования работоспособности каждого изделия.

Операции по ТО или текущему ремонту назначаются при установлении предотказового или неработоспособного состояния. Эти состояния должны быть однозначно определены в эксплуатационной документации по всем диагностическим параметрам.

Упреждающий допуск диагностического параметра (рис. 1.5) характеризует диапазон его изменения, в котором, в соответствии с эксплуатационной или ремонтной документацией, нарушается исправность изделия при сохранении его работоспособности.

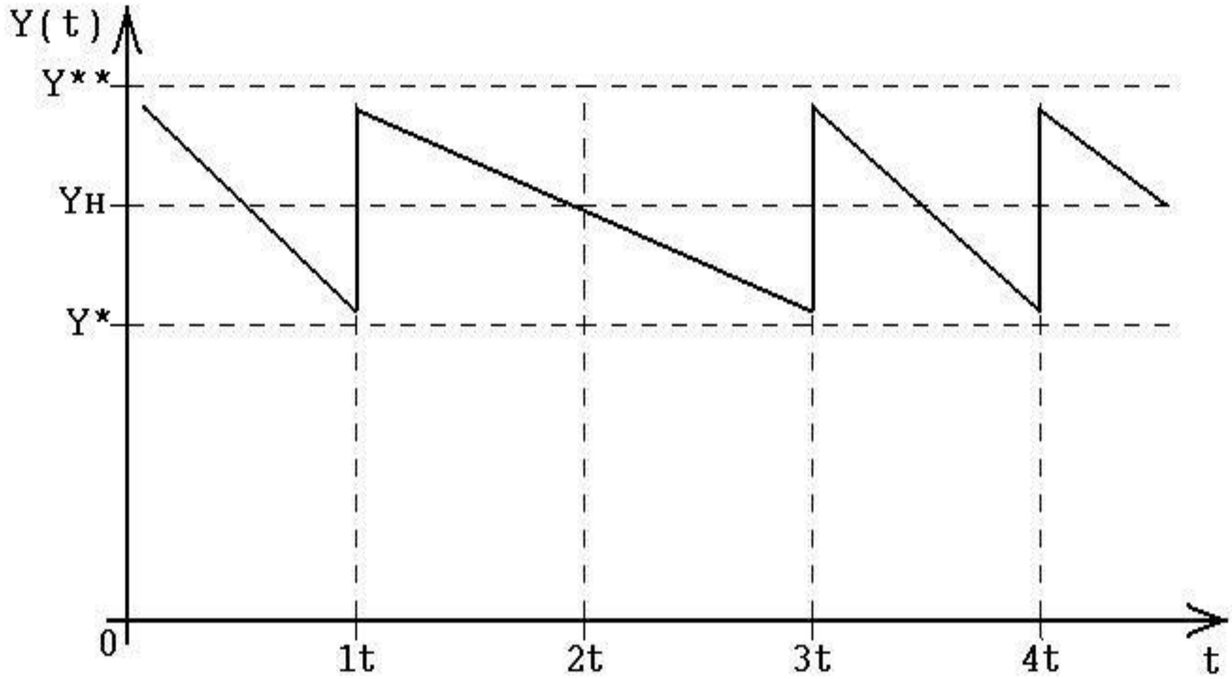

Рис. 1.5. Изменение совокупного параметра РЭО при реализации стратегии ТО по состоянию: $Y_H Y^*$и Y^{**} - номинальное, наименьшее предотказовое и предельно допустимое значение параметра, соответственно установленные в нормативно-технической документации; 1 и 1_2 - моменты контроля; * и ** - моменты перехода изделия в другое состояние

Упреждающий допуск Y=Y**-Y* и периодичность контроля t $= t_2 - t_1$ должны быть такими, чтобы значение параметра после достижения уровня Y* при наработке t = $t_2 - t_1$, до момента t_2 достигло значения Y** с вероятностью, не меньшей заданной. Упреждающий допуск параметра устанавливается для предупреждения перехода объекта в неработоспособное состояние.

Рассматриваемая стратегия более прогрессивна, чем стратегия, рассмотренная в подразделе 1.2 и заключается в том, что перечень и периодичность выполняемых работ определяются фактическим состоянием аппаратуры в момент начала ТО. При этом производится проверка работоспособности с периодичностью $T_{пр}$. При обнаружении отказа восстанавливают работоспособность РЭО. При отсутствии отказа проводят ТО со средним временем t_{TOC}, которое зависит от состояния РЭО [15].

При этом

$$k_{or} = [\ {}_0^{T_{пр}} P\ \ t+\tau\ \ dt]/\ T_{пр}+T_B\ \ P(T_{пр}). \tag{1.5}$$

В случае, если P(t) = exp(-t/T_o) из (1.5) имеем

$$k_{or} = \frac{T_O \exp\ -\tau\ \ T_0\ \ [1-\exp\ -T_{ПР}\ \ T_O\ ]}{T_{ПР}+T_B+(t_{TOC}-T_B)\ \ 1-\exp\ -T_{ПР}\ \ T_O}. \tag{1.6}$$

При стратегии ТОС с контролем параметром с периодичностью $T_{то}$ производится контроль работоспособности в течение времени $\tau_K < \tau_{TO}$. При обнаружении отказа изделие восстанавливают. Выражение $K_{ти}$ имеет следующий вид

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{T_0\left[1-\exp\left(\frac{-T_{TO}}{T_0}\right)\right]}{T_B\left(1-\exp\left(\frac{-T_{TO}}{T_0}\right)\right)+T_{TO}+\tau_K}. \quad (1.7)$$

2. Стратегия ТО РЭО по состоянию с контролем уровня надежности предусматривает использование каждого изделия по значению до отказа, после наступления которого производятся операции текущего ремонта. Операции ТО по поддержанию надежности назначаются по результатам контроля уровня надежности парка изделий, в том числе контроля с использованием статистических методов и регулирования качества продукции. Применяется эта стратегия для тех типов РЭО, отказы которых непосредственно не влияют на безопасность полетов, значения наработок на отказ имеют существенный разброс, вероятность безотказной работы подчиняется экспоненциальному закону. Стратегия экономически эффективна, так как работоспособность изделия используется полностью.

Внедрение ТО с контролем уровня надежности в обязательном порядке предусматривает решение ряда организационно-технических задач, основными из которых являются:

- организация системы постоянного оперативного сбора и обработка информации о надежности, позволявшей фиксировать фактический уровень безотказности Rф и данные об отказах (место возникновения, причины, проявления); эта информация сосредотачивается в БЭРТОС и отслеживается на протяжении периода эксплуатации изделия;
- определение верхнего допустимого уровня безотказности $R_{доп}$;
- организация оперативного сравнения фактического уровня безотказности с допустимым и анализ последствий сравнения;
- разработка мероприятий по поддержанию уровня безотказности совокупности эксплуатируемых изделий, таких как назначение дополнительных работ по ТО, изменение периодичности контроля безотказности, изменение условий эксплуатации, выполнение конструктивных доработок, временный переход на ТО по наработке.

Решение этих задач требует наличия на авиапредприятиях инженерного персонала, ведущего контроль уровня надежности и оперативный анализ этого уровня, владеющего математическим аппаратом для определения периодичности ТО, умеющего эффективно использовать в работе современные вычислительные средства. Критерий технического состояния совокупности однотипных изделий при ТО ЗТКС и СЗИ по состоянию с контролем надежности - это уровень надежности, представленный одним из ее показателей, в качестве которого используется параметр потока отказов (t). Этот показатель несет максимум информации о техническом состоянии группы объектов и чувствителен к изменениям процесса технической эксплуатации.

При применении этой стратегии каждое изделие используется по назначению до отказа, после чего производятся операции текущего ремонта (восстановления). Операции ТО по поддержанию надежности определяются результатами контроля уровня надежности парка изделий, в том числе контроля с использованием статических методов. Применяется эта стратегия для тех типов РЭО, отказы которых непосредственно не влияют на безопасность полетов.

В качестве показателя для оценки уровня безотказности изделий используется параметр потока отказа $W(t)$ при известном значении его стационарного значения W*. Если известно наблюдаемое фактическое число изделий n и наблюдаемое число изделий, уровень надежности которых контролируется N, наблюдаемое число отказов сравнивают с верхней границей регулирования (ВГР), которая основывается на распределении Пуассона и определяет с заданной вероятностью Р верхний предел отказов n_{max}. В соответствии с [9] заданная вероятность определяется соотношением

$$P = \,_{n=0}^{n=\text{ВГР}}\left(\frac{W^{*}NT_0}{n!}\right)^{n}\exp(-W^{*}NT_0). \qquad (1.7.1)$$

Эффективность стратегии ТО по состоянию с контролем надежности может быть количественно оценена путем вычисления коэффициента технического использования

$$k_{\text{ти}} = \frac{\text{Т}_0}{\text{Т}_0+\text{Т}_\text{в}+\text{Т}_\text{то}}.$$

На рис. 1.6 приведены зависимости объемов работ стратегий ТОН и ТОС от периодичности результатов диагностирования. Объем работ при ТОС является величиной $V_{TO} = var$ переменной

$$V_{TO} = f\ \ T_0, T_{TO}, \text{КП}, Z\ \ ,$$

где Т$_0$ - наработка изделия на отказ;

Т$_{\text{ТО}}$ - период технического обслуживания;

КП - контролепригодность объекта;

Z - другие параметры.

Количественный сопоставительный анализ эффективности стратегий ТОН и ТОС может быть произведен путем вычисления и сравнения значений коэффициента технического использования изделий.

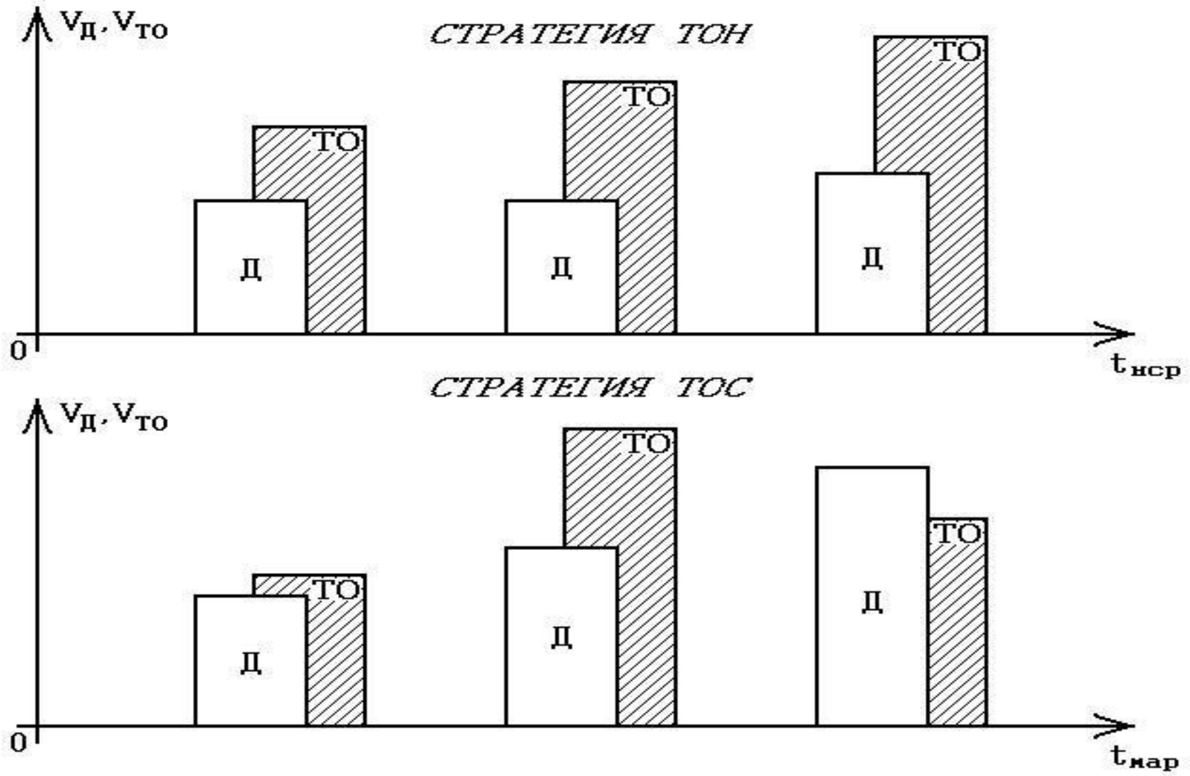

Рис. 1.6. Зависимость объемов работ по диагностированию и ТО различных стратегий

В силу перечисленных обстоятельств, стратегия ТОС является основной перспективной стратегией. Однако основным условием технического' обслуживания по состоянию является наличие информации о техническом состоянии.

Информация о техническом состоянии ЗТКС и СЗИ может быть получена при выполнении операций их технического диагностирования состояния в процессе эксплуатации или технического обслуживания.

1.4. Смешанная стратегия ТО

Техническое обслуживание по состоянию может быть реализовано еще в одной модификации: контроль работоспособности осуществляется с периодичностью $T_к$, по достижению наработки Т производится ТО в течение $\tau_{ТО}$, при возникновении отказа изделие восстанавливается. Иными словами, при проведении периодических проверок работоспособности СЗИ и ЗТКС не исключается и профилактическое ТО ($T_{пто}$). В случае, если контроль работоспособности проводится с периодичностью $T_{ПР}$, стараются выдерживать соотношение $T_{ПТО} / T_{ПР} \geq 3$.

При достижении фиксированной наработки $T_{то}$ (если до этого момента не был зафиксирован отказ) проводят ТО. Для этой ситуации

$$k_{or} = [\int_0^T P(t+\tau)\,dt]/(T_0 - T_B)P(T_{\text{ПТО}}) + T_B + (T_{\text{ПР}} + t_{\text{ПР}})\sum_{\nu=0}^{(T_{\text{ПР}},T_{\text{ПТО}})} P(\nu T_{\text{ПР}}), \quad (1.8)$$

где $t_{\text{пр}}$ - средняя продолжительность проверки работоспособности.

Для случая P(t) = exp(-t/T$_o$)

$$k_{or} = \frac{T_O \exp(-\tau/T_0)[1-\exp(-T_{\text{ПР}O}/T_O)]}{(T_{TO}-T_B)\exp(-T_{\text{ПР}O}/T_O) + T_B + (T_{\text{ПР}}+t_{\text{ПР}})[1-\exp(-T_{\text{ПР}O}/T_O)]/(1-\exp(-T_{\text{ПР}}/T_O))}, \quad (1.9)$$

а выражение для $K_{\text{ТИ}}$ принимает вид:

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{T_0[1-\exp(-T/T_0)]}{\tau_B(1-\exp(-T/T_0)) + \tau_{TO}\exp(-T/T_0) + T_K + T_K\left[\frac{1-\exp(-T/T_0)}{1-\exp(-T_K/T_0)}\right]}. \quad (1.10)$$

Такая стратегия может носить условное название — «смешанная».

Сопоставительный анализ стратегий ТОН и ТОС сложных ЗТКС показывает, что стратегия ТОС обладает рядом бесспорных преимуществ перед стратегией ТОН. ТОС - разумна с логической точки зрения, ибо при ней $V_{\text{ТО}} = K/\Delta S_p(\downarrow)$ - объем работ обратно пропорционален степени уменьшения запаса работоспособного состояния $\Delta S_p(\downarrow)$. При стратегии ТОС уменьшается уровень конкомитантных отказов - отказов, вносимых в изделие при выполнении работ по ТО, регулировках, демонтаже и монтаже. Стратегия ТОС позволяет экономить ЗИП за счет уменьшения числа необоснованных замен. При стратегии ТОС получают большее значение коэффициента технического обслуживания.

2. ОБОБЕННОСТИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ

2.1. Плановые профилактики и аварийные ремонты

При техническом обслуживании ЗТКС и СЗИ возможно проведение профилактических мероприятий (ПМ), регламентированных установленными нормами, и аварийных работ (АР), вызванных отказами оборудования или нахождением одного из параметров на границе поля допуска (предельное состояние).

Рассмотрим ситуацию, когда индикация появившегося отказа происходит мгновенно, а в системе возможно проведение плановых ПМ и внеплановых АР.

Установим следующую очередность проведения восстановительных работ по поддержанию оговоренного НТП функционального состояния системы. В момент начала работы (нулевой момент времени) планируется (бросается жребий) проведение предупредительной профилактики через случайное время η с законом распределения *G(x)*. Если система не отказала до назначенного момента, то в этот момент начинается предупредительная профилактика, средняя длительность которой равна $T_{\text{пп}}$. Если же отказ системы произошел ранее, то в момент отказа начинается внеплановый аварийно-профилактический ремонт, который длится в среднем время T_{an}. После проведения любой из возможных восстановительных работ система полностью обновляется. В момент окончания восстановительных работ последующая предупредительная профилактика перепланируется, и далее весь процесс обслуживания повторяется. Предполагается, что во время проведения профилактики и ремонта система неработоспособна.

Обозначим через *x(t)* случайный процесс, характеризующий состояние системы в произвольный момент и принимающий следующие значения:

$$x\ t\ = \begin{cases} S_0, & \text{если в момент t система работает;} \\ S_1, & \text{если в момент t проводится внеплановый аварийно} - \text{профилактиский ремонт;} \\ S_2, & \text{если в момент t проводится плановая профилактика.} \end{cases}$$

При описанной стратегии обслуживания последовательность переходов системы из состояния в состояние можно изобразить схемой, приведенной на рис. 2.1.

Заметим, что моменты перехода системы в состояние S_o (моменты окончания восстановительных работ) являются точками регенерации процесса *x(t)*. Интервалы между точками регенерации образуют последовательность неотрицательных, одинаково распределенных, независимых случайных величин, т.е. образуют процесс восстановления, функцию восстановления которого обозначим через *H(x)* [5].

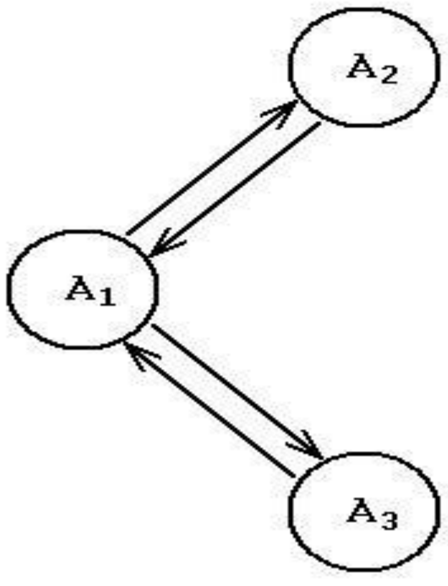

Рис. 2.1. Диаграмма переходов процесса x(t)

Теперь перейдем непосредственно к исследованию описанной стратегии обслуживания при различных критериях качества.

Для систем однократного использования качество функционирования и обслуживания характеризуется вероятностью выполнения задачи *R(t, z)* в некотором интервале *(t, t+z),* где *z*— оперативное время выполнения задачи. При этом предполагается, что, если момент очередной профилактики попадает на интервал оперативной работы, то эта профилактика отменяется. Мы будем рассматривать стационарный режим эксплуатации системы, когда $t\to\infty$, и за показатель качества функционирования системы возьмем предел

$$R\ z\ = \lim_{t\to\infty} R(t,z).$$

В этом случае задача сводится к выбору такого закона распределения *G(x),* при котором вероятность *R(z)* принимает максимальное значение. Определим выражение для функции *R(z).* Для этого выпишем вероятность *R(t, z)* и перейдем к пределу по *t*. Событие, состоящее в том, что система безотказно проработает в интервале (*t, t+z*), может осуществиться следующим образом:

а) в интервале (0, t) не планируется проведение плановых предупредительных профилактик и в интервале (0, *t*+z) не было отказов системы;

б) в некоторый момент x ($0\le x\le$t) окончилось восстановление системы (внеплановый аварийно-профилактический ремонт либо плановая предупредительная профилактика), а далее в оставшемся интервале (x, t) не планируется проведение плановой предупредительной профилактики и в интервале (*x, t+z*) не было отказов системы.

Учитывая принятые обозначения, выпишем вероятности введенных выше событий:

- вероятность события а) равна $F(t+z)G(t)$;

- вероятность события б) равна $\int_0^t G(t-x)F(T+z-x)dH(x)$.

В силу несовместности этих событий окончательно получаем

$$R(t,z)=G(t)F(t+z)+\int_0^t G(t-x)F(T+z-x)dH(x). \quad (2.1)$$

Для перехода к пределу при $t\to\infty$ воспользуемся узловой теоремой восстановления. В нашем случае

$$Q(t)=G(t)F(t+z)$$

удовлетворяет всем требованиям узловой теоремы. Следовательно,

$$R(z)=\frac{1}{MX}\int_0^\infty G(x)F(x+z)dx, \quad (2.2)$$

где MX – математическое ожидание времени между моментами обновления системы.

Среднее время между моментами обновления системы определяется по формуле полного математического ожидания. Интервал между этими моментами состоит из двух интервалов: интервала от момента окончания предыдущего обновления до момента начала восстановительных работ, который равен $\min(\xi, \eta)$, где ξ - случайное время безотказной работы системы, η - случайная величина, определяющая момент последующей предупредительной профилактики, и интервала восстановления γ (некоторая случайная величина). Очевидно,

$$MX=M[\min(\xi,\eta)]+M_\gamma=M[\min(\xi,\eta)]+T_{\text{пп}}P(\xi>\eta)+T_{\text{ап}}P(\xi\leq\eta)= \int_0^\infty G(x)\bar{F}(x)dx+T_{\text{пп}}\int_0^\infty G(x)dF(x)dx+T_{\text{ап}}\int_0^\infty G(x)F(x)dx. \quad (2.3)$$

Окончательно из (2.2) с учетом (2.3) получаем

$$R(z)=\frac{\int_0^\infty G(x)F(x+z)dx}{\int_0^\infty G(x)F(x)dx+T_{\text{пп}}\int_0^\infty G(x)F(x)dx+T_{\text{ап}}\int_0^\infty G(x)F(x)dx}.$$

Полученное выражение вероятности $R(z)$ интегрированием по частям, преобразуем к виду

$$R(z) = \frac{\int_0^\infty A(x)\,dG(x)}{\int_0^\infty B(x)\,dG(x)} = \frac{\int_0^\infty \psi(x,z)\,dG(x)}{\int_0^\infty \left[\psi(x,0) + T_{п} + (T_{ап} - T_{пп})F(x)\right] dG(x)}, \tag{2.4}$$

где

$$\psi(x,z) = \int_z^{x+z} F(u)\,du = \int_0^x F(u+z)\,du\,. \tag{2.5}$$

Выше отмечалось, что задача состоит в определении такой функции *G(x),* при которой вероятность *R(z),* определяемая формулой (2.4), максимальна. Выражение (2.4) является дробно-линейным функционалом вида, причем

$$B(x) = \psi(x,0) + T_{пп} + (T_{ап} - T_{пп})F(x) > 0.$$

Поэтому согласно теореме Кантанова множество функций распределения *G(x),* на котором определяется экстремум функционала *R(z),* может быть ограничено множеством вырожденных распределений

$$G(x) = \begin{cases} 0, & x \le \tau \\ 1, & x > \tau \end{cases}. \tag{2.6}$$

Подставляя (2.6) в (2.4), получаем функцию

$$R(z) = \frac{\int_0^\tau F(x+z)\,dx}{MX} = \frac{\int_0^\tau F(x+z)\,dx}{\int_0^\tau F(x)\,dx + T_{пп} + (T_{ап} - T_{пп})F(\tau)}\,, \tag{2.7}$$

которую исследуем на максимум по τ.

Дифференцируя (2.7) и приравнивая производную нулю, получаем необходимое условие экстремума функции *R*(*z*)

$$\frac{T_{пп}}{T_{ап} - T_{пп}} = \frac{-F(\tau+z)}{F(\tau)}F(\tau) + \lambda(\tau)\int_0^\tau F(x)\,dx * \frac{F(\tau)}{F(\tau+z)} + \\ + \frac{1}{T_{ап} - T_{пп}}\frac{F(\tau)}{F(\tau+z)}\left(\int_0^\tau F(x+z)\,dx - \int_0^\tau F(x)\,dx\right), \tag{2.8}$$

где $\lambda(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} = \frac{f(x)}{F(x)}$ - опасность отказов системы.

Обозначим через $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$корни уравнения(2.8), при которых функция *R(z)* достигает локальных максимумов. Если локальный максимум достигается при τ =∞, то к этому набору следует присоединить τ=∞. Из всех локальных максимумов выбираем абсолютный максимум функции R(z) и определяем τ_0, при котором этот максимум достигается. В этом случае численное значение абсолютного максимума определяется выражением

$$\max_{\tau} R(z) = \begin{cases} \frac{1}{T_{\text{ап}}+T_{\text{ср}}} \int_{z}^{\infty} F(x)\,dx, & \tau_0 = \infty, \\ \frac{F(\tau+z)}{F(\tau)} \frac{1}{1+(T_{\text{ап}}-T_{\text{пп}})\lambda(\tau_0)}, & \tau_0 \neq \infty \end{cases} \tag{2.9}$$

Для получения выражения (2.9) необходимо учесть, что величина τ_0 удовлетворяет уравнению (2.8).]

Заметим, что, если абсолютный максимум функции *R(z)* достигается при $\tau=\infty$, то проводить предупредительные профилактики нецелесообразно - это может только ухудшить качество функционирования (уменьшить вероятность выполнения задачи). В этом случае исследуемая стратегия вырождается в стратегию А, рассмотренную в предыдущем параграфе, и соответствующие зависимости совпадают.

Решим теперь вопрос о существовании корней уравнения (2.8) и определении набора $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$. Сделаем естественное предположение, что в среднем на предупредительную профилактику затрачивается меньше времени, чем на аварийно-профилактический ремонт, т.е. $T_{АП}>T_{ПП}$. Если при этом характеристики безотказности системы таковы, что $\lim_{x<\infty} \lambda(x) = \infty$, то уравнение (2.8) имеет хотя бы один корень. В этом можно убедиться, сравнивая значения левой и правой частей уравнения в точках $\tau=0$ и $\tau=\infty$. Если к перечисленным требованиям добавить требование монотонного возрастания опасности отказов $\lambda'(x)>0$, то в качестве оптимального значения τ_0 следует взять наименьший положительный корень уравнения (2.8), так как в этом случае функция max *R*(*z*) является монотонно убывающей функцией то (при $\tau_0 \neq \infty$).

Отметим, что решенная задача оптимизации показателя *R(z)* была исследована в [2] без доказательства оптимальности на вырожденных распределениях.

При некоторых ограничениях можно получить более простое уравнение для определения оптимального периода профилактического ремонта. Предположим, что оперативное время выполнения задачи z мало по сравнению со средним временем безотказной работы системы T_{CP}($z \ll T_{cp}$). Тогда приближенно можно считать

$$F(x+z) \approx F(x) + (F(x))' z = F(x) - f(x)z.$$

В этом случае вероятность выполнения задачи *R(z),* определяемая формулой (2.7), преобразуется к виду

$$R(z) = \frac{\int_0^{\tau} F(x)\,dx - zF(\tau)}{\int_0^{\tau} F(x)\,dx + T_{\text{пп}} + (T_{\text{ап}}-T_{\text{пп}})F(\tau)}. \tag{2.10}$$

Дифференцируя функции (2.10) по z и приравнивая производную нулю, получаем после некоторых преобразований уравнение

$$\frac{T_{\text{пп}}}{T_{\text{ап}}-T_{\text{пп}}+z} = -F(\tau) + \lambda(\tau) \int_0^{\tau} F(x)\,dx - \frac{T_{\text{пп}}}{T_{\text{ап}}-T_{\text{пп}}+z} z\lambda(\tau), \tag{2.11}$$

решение которого определяет оптимальный период предупредительной профилактики.

Практически для решения этого уравнения можно предложить графический метод. Для этого нужно построить график функции, стоящей в правой части уравнения, а по оси ординат отложить отношение $\frac{T_{пп}}{Т_{ап}-Т_{пп}+z}$. Это будет продемонстрировано ниже на примере.

Переходим к решению задачи оптимизации показателей, характеризующих системы многократного использования (коэффициента готовности [6] и стоимостных показателей).

Выражение для коэффициента готовности легко определить, если использовать соотношение

$$К_г = R(0).$$

Вероятность *R(z)* имеет вид дробно-линейного функционала. Поэтому коэффициент готовности K_m также будет иметь вид дробно-линейного функционала. Следовательно, максимум коэффициента готовности $К_г$ по всем возможным функциям распределения *G(x)* достигается на одной из вырожденных функций (2.6). Подставляя в (2.7) z=0, получаем искомое выражение

$$K_г(\tau) = R(0) = \frac{\int_0^{\tau} F(x)\,dx}{\int_0^{\tau} F(x)\,dx + T_{пп} + (T_{ап}-Т_{пп})F(\tau)}. \quad (2.12)$$

Заметим, что в числителе выражения (2.12) стоит среднее время безотказной работы системы за период $x(t)$, а в знаменателе средняя длительность этого периода.

Задача определения оптимального периода τ_0 проведения предупредительной профилактики и максимального значения коэффициента готовности $К_г\,(\tau_0)$ свелась к исследованию экстремума функции (2.12).

Дифференцируя функцию (2.12) по τ и приравнивая производную нулю, получаем уравнение

$$\frac{Т_{пп}}{Т_{ап}-Т_{пп}} = -F(\tau) + \lambda(\tau)\int_0^{\tau} F(x)\,dx. \quad (2.13)$$

для определения точек локальных максимумов функции $К_г\,(\tau_0)$.

Выбирая среди этих точек точку абсолютного максимума τ_0, определяем значение этого максимума

$$К_г(\tau_0) = \begin{cases} \dfrac{Т_{пп}}{Т_{ап}-Т_{пп}}, \tau_0 = \infty \\ \dfrac{1}{1+(Т_{ап}-Т_{пп})\lambda(\tau_0)}, \tau_0 \neq \infty \end{cases}. \qquad (2.14)$$

Если $\tau_0 = \infty$, то проводить предупредительные профилактики нецелесообразно и исследуемая стратегия будет совпадать со стратегией проведения исключительно АР.

Проведем исследование уравнения (2.13). Продифференцировав функцию

$$\psi(\tau) = \lambda(\tau)\int_0^{\tau} F(x)\,dx - F(\tau),$$

стоящую в правой части этого уравнения, получим, что у функций $\psi(\tau)$ и $\lambda(\tau)$ совпадают знаки производных, значит, сопадают интервалы монотонного изменения. Если опасность отказов имеет характерный вид (рис. 2.2) и $\lim_{x\to\infty}\lambda(\tau) = \infty$, то уравнение (2.13) имеет один конечный корень $\tau_0 > t_1$ (рис. 2.3), где t_1— момент начала старения системы (момент начала возрастания опасности отказов).

Переходим к исследованию показателей стоимости.

Определим выражение для средних удельных затрат *C**, приходящихся на единицу времени безотказной работы.

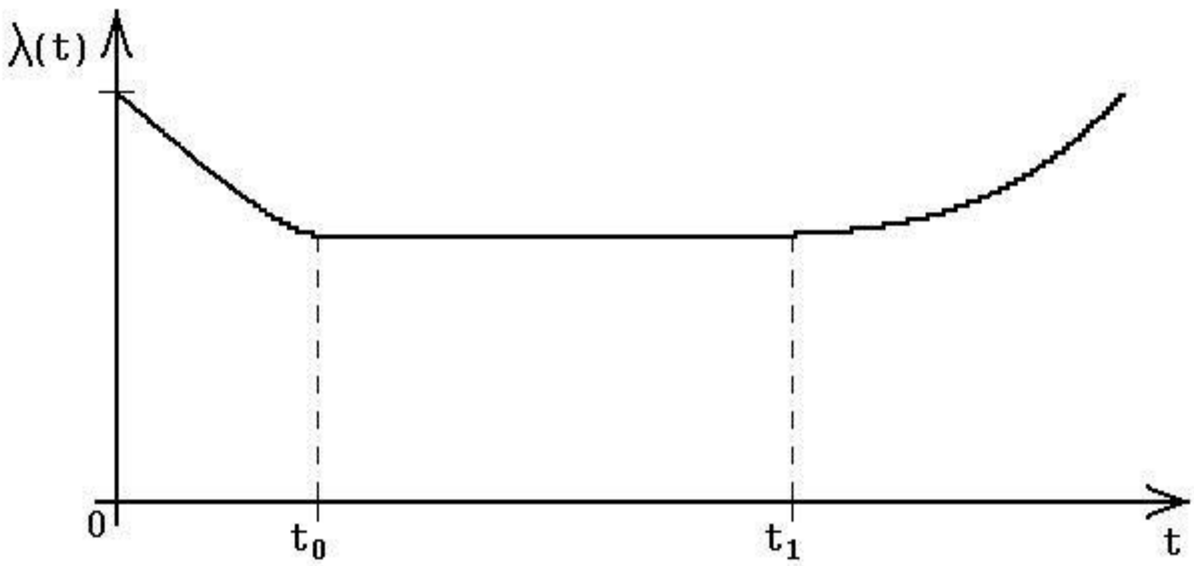

Рис. 2.2. Характерный график опасности отказов системы

Прежде всего, напомним, что при выбранной стратегии обслуживания введенный выше процесс *x(t),* который характеризует состояние системы, является регенерирующим случайным процессом. Выражение для удельных затрат можно определить как отношение средних затрат за период между точками регенерации процесса *x(t)* к среднему времени безотказной работы за этот период.

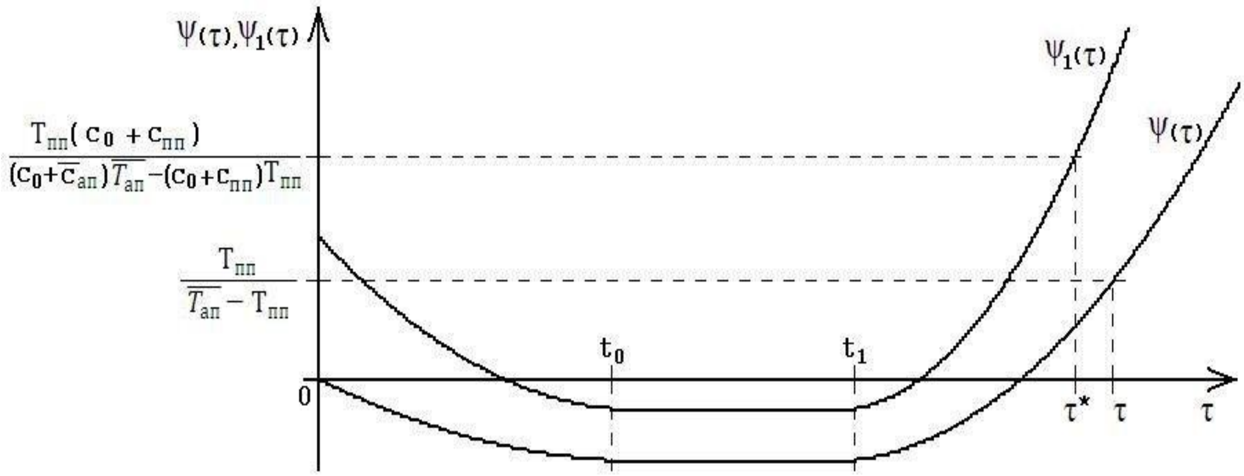

Рис. 2.3. Графическое решение уравнений (2.13), (2.17) и (2.20)

Среднее время безотказной работы системы за период определяется по формуле

$$MX^{(0)} = \int_0^\infty F(x)\,G(x)\,dx.$$

Средние затраты за этот же период определяются следующим образом. Предположим, что при проведении внепланового аварийного ремонта за единицу времени потери составляют $c_{ап}$, а при предупредительной профилактике — $c_{пп}$. Тогда средние потери определяются по формуле полного математического ожидания

$$c_{ап}T_{ап}P(\xi \geq = c_{ап}T_{ап}\int_0^\infty F(x)\,dG(x) + c_{пп}T_{пп}\int_0^\infty F(x)\,dG(x).$$

Следовательно, выражение средних удельных затрат будет иметь вид

$$C^* = \frac{c_{ап}T_{ап}\int_0^\infty F(x)\,dG(x) + c_{пп}T_{пп}\int_0^\infty F(x)\,dG(x)}{\int_0^\infty F(x)\,G(x)\,dx}. \qquad (2.15)$$

Если знаменатель проинтегрировать по частям, то можно убедиться, что выражение (2.15) является дробно-линейным функционалом вида (2.4) и поэтому его минимум достигается на одной из вырожденных функций распределения (2.6). Подставим (2.6) в (2.15), получим функцию

$$C^* = \frac{(c_{ап}T_{ап} - c_{пп}\mathrm{T}_{пп})F(\tau) + c_{пп}\mathrm{T}_{пп}}{\int_0^\tau F(x)\,dx.}, \qquad (2.16)$$

которую необходимо исследовать на минимум по τ. Точка τ_0, при которой достигается абсолютный минимум функции С*(τ), определяет оптимальный период проведения предупредительных профилактик.

Дифференцируя функцию (2.16) по τ и приравнивая производную нулю, получаем уравнение для определения локальных экстремумов:

$$\frac{c_{пп}Т_{пп}}{c_{ап}T_{ап}-c_{пп}Т_{пп}} = -F(\tau) + \lambda(\tau)\int_0^{\tau} F(x)\,dx. \qquad (2.17)$$

Если τ_0 - точка, в которой достигается абсолютный минимум функции (2.16), то, учитывая, что уравнение (2.17) справедливо, получим

$$\min_{\tau} C^*(\tau) = C^*(\tau_0) = \begin{cases} \frac{c_{ап}T_{ап}}{T_{ср}}, & \tau_0 = \infty, \\ (c_{ап}T_{ап} - c_{пп}Т_{пп})\,\lambda(\tau_0), & \tau_0 \neq \infty \end{cases},$$

где $T_{ср} = \int_0^{\tau} F(x)\,dx$ – среднее время безотказной работы системы.

По структуре уравнение (2.17) совпадает с уравнением (2.13), поэтому сохраняются достаточные условия существования одного конечного корня, которые в этом случае имеют вид

$$c_{пп}T_{пп} < c_{ап}T_{ап} \ ,$$

$$\lim_{x\to\infty} \lambda(\tau) = \infty, \ \lambda'(x) > 0.$$

Последнее условие монотонного возрастания опасности отказов (λ'(x)>0) можно заменить более слабым условием: опасность отказов имеет один минимум (например, как это изображено на рис. 2.2).

Теперь решим задачу оптимизации средней удельной прибыли V(τ) за единицу календарного времени. Воспользуемся соотношением [11], связывающим искомую прибыль с коэффициентом готовности $К_Г$ и средними удельными затратами С*(τ), и получим

$$\mathrm{V}(\tau) = \mathrm{К_г}\left(\mathrm{c_0} - \mathrm{C}^*(\tau)\right) = \frac{\mathrm{c_0}\int_0^{\tau}\mathrm{F}(x)\,dx - [\mathrm{c_{пп}T_{пп}} + (\mathrm{c_{ап}T_{ап}} - \mathrm{c_{пп}T_{пп}})\mathrm{F}(\tau)]}{\int_0^{\pi}\mathrm{F}(x)\,dx + \mathrm{T_{пп}} + (\mathrm{T_{ап}} - \mathrm{T_{пп}})\mathrm{F}(\tau)}. \qquad (2.19)$$

2.2. Профилактические работы при локализации отказавшего функционального элемента (блока) системы

Часто в реальных эксплуатационных условиях по результатам диагностирования и контроля функционального состояния ЗТКС или СЗИ возникает необходимость замены отказавшего функционального элемента (ФЭ) или блока.

Рассмотрим систему, состоящую из произвольного числа N последовательно соединенных блоков (элементов). При отказе одного из блоков наступает отказ всей системы. Будем предполагать, что появившийся отказ проявляется не мгновенно, а через некоторое случайное время независимо от номера отказавшего блока. При обнаружении отказа в i-м блоке проводится его замена (внеплановый аварийно-профилактический ремонт), средняя длительность которой равна T_i(i=1, …, N). Процесс функционирования и восстановления системы, т.е. стратегию обслуживания можно описать следующим образом.

Система, новая в нулевой момент времени, работает до отказа, далее от момента появления отказа до момента его проявления система простаивает в неработоспособном состоянии. В случайный момент проявления отказа начинается внеплановый аварийно-профилактический ремонт (замена) отказавшего блока. После восстановления работоспособности система вновь функционирует до отказа, и весь процесс обслуживания повторяется. Предполагается, что при простое системы и замене отказавшего блока работоспособные блоки не ухудшают своих характеристик безотказности. Отметим одну особенность рассматриваемой стратегии обслуживания: в системе не предусматривается проведение восстановительных работ, полностью ее обновляющих.

Определим выражения показателей, характеризующих качество функционирования системы. В [11] определен коэффициент готовности системы $К_г$ как доля времени, которую система проводит в работоспособном состоянии или как вероятность застать систему работоспособной в произвольный, наугад взятый момент. Отсюда следует, что

$$К_г = \lim_{t\to\infty} \frac{t}{t+MY(t)} = \frac{1}{1+\lim_{t\to\infty}\frac{MY(t)}{t}}, \qquad (2.20)$$

где t - время безотказной работы системы за некоторый период;

$MY(t)$ - среднее время простоя и ремонта системы за тот же период.

Определим величину $MY(t)$. Для этой цели исключим интервалы, в которые система простаивает в неработоспособном состоянии или ремонтируется, и рассмотрим поток отказов на новой оси времени. Тогда поток отказов системы $\nu(t)$ является суммой потоков отказов каждого элемента. При отказе каждый блок заменяется на новый, поэтому поток отказов одного блока образует процесс восстановления. Следовательно, поток отказов системы $\nu(t)$ является суперпозицией потоков восстановления. Каждый поток восстановления характеризуется функцией восстановления $H_i(t)$, которая равна среднему числу восстановлений, происшедших до момента t. Отсюда получаем, что среднее число отказов системы за интервал (0, t) определится как сумма функций восстановления

$$\Lambda_{\Sigma}\ t\ = M\nu\ t\ =\ {}_{t=1}^{N} H_i(t),$$

где N – число блоков системы.

Каждый отказ влечет за собой простой системы до момента проявления отказа. Среднее время простоя обозначим через $T_п$. Следовательно, среднее суммарное время простоя системы определится по формуле

$$T_п \Lambda_\Sigma\ t\ = T_п \ {}_{t=1}^{N} H_i(t). \tag{2.21}$$

Кроме того, после каждого отказа заменяется отказавший блок. Так как функция восстановления $H_i(t)$ определяет среднее число отказов 1-го блока, то по формуле условного математического ожидания определяем выражение для средней длительности восстановления за рассматриваемый период функционирования $(0, t)$

$$T_п = \ {}_{t=1}^{N} T_\iota H_i(t), \tag{2.22}$$

где T_ι - средняя длительность восстановления i-го блока.

Суммируя функции (2.21) и (2.22), получаем выражение для средней длительности простоя и ремонта системы за период $(0, t)$

$$MY\ t\ = T_в + T_п \Lambda_\Sigma\ t\ = \ {}_{t=1}^{N} (T_\iota + T_п) H_i(t). \tag{2.23}$$

На основании элементарной теоремы восстановления [4] легко определяется значение предела

$$\lim_{t \to \infty} \frac{MY(t)}{t} = \ {}_{i=1}^{N} \frac{T_\iota + T_п}{T_{ср\,i}}, \tag{2.24}$$

где $T_{срi}$ - средняя длительность безотказной работы i-го блока.

Подставляя (2.24) в (2.21), имеем

$$К_г = \frac{1}{1 + \ {}_{i=1}^{N} \frac{T_\iota + T_п}{T_{ср\,i}}}. \tag{2.25}$$

Аналогичным образом определяется коэффициент $К_1$ показывающий, какую долю времени система простаивает в неработоспособном состоянии (когда неизвестно, что система отказала)

$$К_1 = \frac{{}_{i=1}^{N} \frac{T_п}{T_{ср\,i}}}{1 + \ {}_{i=1}^{N} \frac{T_\iota + T_п}{T_{ср\,i}}} \tag{2.26}$$

и коэффициент $К_2$, показывающий, какую долю времени система проводит в ремонте

$$К_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{T_i}{T_{\text{ср}\, i}}}{1 + \sum_{i=1}^{N} \frac{T_i + T_{\text{п}}}{T_{\text{ср}\, i}}}. \tag{2.27}$$

Подставляя (2.25), (2.26) и (2.27) в (2.25), получаем выражение для средних удельных затрат, приходящихся на единицу времени работы системы

$$С^* = \sum_{i=1}^{N} \frac{T_i c_i + T_{\text{п}} c_{\text{п}}}{T_{\text{ср}\, i}}, \tag{2.28}$$

где c_i - средние потери за единицу времени при проведении внепланового аварийно-профилактического ремонта (замены) 1-го блока;

$c_{\text{п}}$ - средние потери за единицу времени простоя системы в неработоспособном состоянии.

Подставляя (2.28) и (2.25) в (2.26), получаем выражение для средней прибыли

$$V = \frac{c_0 - \sum_{i=1}^{N} \frac{T_i c_i + T_{\text{п}} c_{\text{п}}}{T_{\text{ср}\, i}}}{1 + \sum_{i=1}^{N} \frac{T_i + T_{\text{п}}}{T_{\text{ср}\, i}}}. \tag{2.29}$$

Для рассмотренной стратегии обслуживания не предусматривается проведение каких-либо предупредительных восстановительных работ, поэтому исследование этой стратегии ограничивается выводом аналитических выражений для показателей качества функционирования.

Также заметим, что подобный подход часто реализуем по отношению к ПЛИС, оборудованию, смонтированному по принципу «библиотеки» печатных плат без навесных элементов и ряду других функциональных элементов, используемых в подавляющем большинстве аппаратных СЗИ и современных отраслевых ТКС.

2.3. Профилактические мероприятия на основе информации о ФРВ времени безотказной работы

В этом подразделе будем рассматривать режимы ПМ одного отдельно рассматриваемого объекта, именуемого далее элементом. В его роли может быть любая часть сложной ЗТКС, например, канал связи, передающее устройство, СЗИ и сама система. У анализируемого элемента различаются два состояния – исправности и неисправности (отказ) - и считается известной ФРВ $F(t)$ времени до появления отказа.

Профилактический режим существенно зависит не только от свойств ФРВ времени безотказной работы элемента, но и от особенностей системы индикации отказа и поиска места отказа. При этом типичны две ситуации:

- индикация отказа происходит мгновенно;
- отказ остается скрытым и обнаруживается только при диагностике.

Первая характерна для автоматизированных приводных аэродромных радиостанций, специальных программно-аппаратных средств оценки уровня защищенности различных объектов. Вторая - чаще имеет место для систем хранения, обработки информации. Например, таких как автоматизированные рабочие места диспетчерского состава службы движения (ПЭВМ), программные средства защиты информации и др.

Отказ возникает в какой-то случайный момент τ. Далее проходит некоторое случайное время τ_0 (инкубационный период), в течение которого отказ никак себя не проявляет. В момент $t = \tau + \tau_0$ с вероятностью a в отказе поступает сигнал.

Величина a характеризует надежность системы сигнализации. Так, a = 1 для модели A и a = 0 для модели B. В этом разделе будет рассматриваться модель, в которой a имеет произвольное значение, а инкубационный период τ_0 равен нулю.

Следует отметить, что иногда устройство сигнализации может подать сигнал «ложной тревоги». Такая возможность не исключена, например, у устройств сигнализации об отказе, работающих на основе анализа выходных параметров мультисервисных сетей. Случайный выход одного из параметров за пределы допуска устройство воспринимает как признак разладки (отказа), хотя на самом деле разладки может и не быть, зафиксированное нарушение является следствием случайных погрешностей изготовления или измерения.

В формальном плане возможность подачи «ложной тревоги» можно учесть, и это приводит к некоторому усложнению модели профилактики.

При решении задачи будем предполагать, что случаи «ложной тревоги» исключены, т.е., что сигнал не подается при отсутствии отказа.

В случае, когда отказ носит скрытый характер (a<1), ее показатели эксплуатационной надежности элемента существенно влияют на быстродействие и эффективность системы поиска неисправностей.

Может иметь местоположение, когда в системе вообще не предусмотрено никакой сигнализации об отказе, но зато в течение кратковременной проверки однозначно ставится диагноз о наличии или отсутствии неисправности и сама неисправность быстро устраняется. Такая система будет функционировать весьма успешно. Может встретиться и обратная картина: в большинстве случаев сигнал об отказе поступает, но в тех случаях, когда отказ остается скрытым, выявить его при проверке удается с большим трудом. Примером могут служить малонадежные ПЭВМ (I…III поколений). В сложных системах с очень большим числом элементов это, к сожалению, частое явление. Существует даже поговорка о том, что «машина привыкает к тестам».

Недостаточно надежная проверка в формальном плане может быть описана введением вероятности β того, что очередная проверка обнаруживает скрытый отказ. В общем случае $0<\beta\leq 1$.

Ниже будут рассматриваться две задачи. Первая касается нахождения оптимального режима профилактики элемента для конечного интервала времени. Здесь вследствие формальных осложнений ограничимся рассмотрением случая произвольного a и $\beta = 1$ (ненадежная система сигнализации, надежная система поиска неисправности). Вторая задача касается оптимального режима профилактики для бесконечно большого интервала времени функционирования. Если ограничиться стационарными марковскими стратегиями назначения проверок, то удается сравнительно легко получить все нужные соотношения, избавившись от ограничения $\beta = 1$.

ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Дан элемент с известной ФРВ безотказной работы $F(t)$. Элемент предполагается использовать в течение интервала времени $(0, \theta)$. В случае отказа элемента с вероятностью a об этом немедленно поступает сигнал, причем в общем случае $0 \leq a \leq 1$; с вероятностью $1 - a$ сигнал об отказе вообще не поступает. Если поступил сигнал об отказе, сразу начинается АР, который длится время t_a и полностью восстанавливает элемент: после окончания АР элемент снова включается в работу.

В случае, если в течение некоторого времени T с момента последнего включения элемента в работу сигнала об отказе не поступило, назначается проверка состояния элемента, которая длится время t_s и однозначно выявляет состояние элемента - есть отказ или нет отказа. В случае обнаружения отказа еще в течение времени t_a происходит АР элемента, после чего опять производится включение в работу. Если за время t_s отказ не обнаружен, в течение времени t_n производится ПМ, который полностью обновляет элемент. После окончания АР или ПМ элемент снова включается в работу и описанная процедура повторяется.

Обслуживающий персонал располагает возможностью произвольно выбирать время проведения проверок. Фактически это единственное «управление» в данной ситуации. Требуется найти такое правило назначения проверок (стратегию), которое обеспечило бы наибольшее среднее время исправной работы элемента в течение интервала $(0, \theta)$.

Сформулируем более точно, что понимается в данном случае под словами «правило назначения проверок».

Пусть в некоторый момент времени t_1, $0<t_1<\theta$ производится очередное включение элемента в работу. Запланируем ближайшую проверку на момент времени t_2, равный

$$t_2 = t_1 + \Psi(u),$$

где $\Psi(u)$ - некоторая неотрицательная функция, определенная для значений аргумента $0<u<\theta$. Задание такой функции при условии $t_2<\theta$ фактически определяет правило проведения проверок.

Если после момента t_1 на всем интервале (t_1, θ) проверки не планируются, то будем условно полагать, что в момент $t_2 = \theta$ производится последняя проверка и $\Psi\ t_1\ = \theta - t_1$.

Выбор величины периода проверки играет роль выбора управляющего воздействия (УВ) на систему. Функция $\Psi(u)$фактически есть стратегия ТО, определяемая функцией $\Psi(u)$, которая и представляет собой некоторое УВ.

Действительно, при включении элемента в момент t_1 выбор УВ зависит, возможно, от величины t_1, но не зависит от предыстории элемента до момента t_1, т.е. от того, сколько было отказов до момента t_1, когда они происходили и т.п.

Будем искать среди всех возможных функций $\Psi(u)$ такую, которая бы обеспечила максимум среднего времени безотказной работы элемента на интервале $(0, \theta)$.

В целях упрощения задачи будем считать, что проверки могут назначаться в моменты времени, кратные некоторой величине Δ, а также, что все фигурирующие в задаче константы кратны Δ: $\theta = N\Delta$; $t_a = m_a\Delta$; $t_п = m_п\Delta$; $t_s = m_s\Delta$; $N, m_a, m_п, m_s$ – целые числа.

Перейдем к формальному построению модели, отвечающей поставленной задаче. Определим следующие состояния элемента: S_1 - элемент работает (находится во включенном состоянии); S_2 - элемент проверяется, отказа не имеется; S_3 - элемент проверяется, имеется (в начале проверки) скрытый отказ; S_4 - элемент проходит АР.

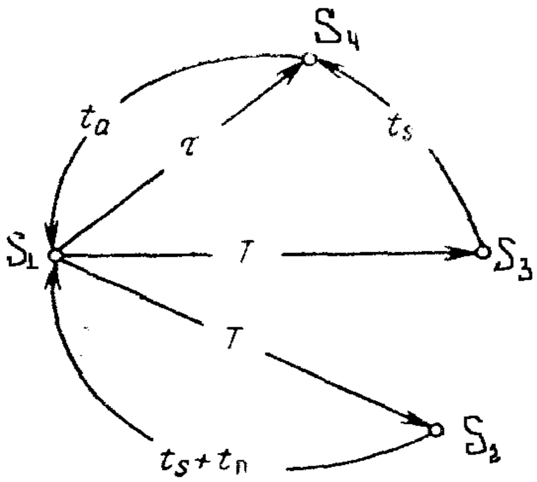

Рис. 2.4. Схема смены состояний при 0<a<1 и β=1

На рис. 2.4. приведена схема смены состояний. Стрелки указывают на направление переходов. В разрывах дуг поставлены времена переходов из одного состояния в другое.

Выясним, каковы вероятности перехода из S_i в S_j. Пусть в некоторый момент времени t элемент перешел в состояние S_1 . Тогда, если ближайшая проверка запланирована на время t+T, переход $S_1 \to S_2$ произойдет в случае, если на интервале (t, t+T) будет отказ, т.е. с вероятностью 1—*F(T).* Переход $S_1 \to S_3$ произойдет, если отказ имел место в момент t+τ, τ<T, но сигнал об отказе не поступил. Очевидно, что

$$\mathrm{P}\{S_1 \to S_3\ \} = p_{13}\ T\ \ = F\ T\ (1-a).$$

Ясно, что

$$\mathrm{P}\{S_1 \to S_4\ \} = aF\ T\ \ = p_{14}(T)$$

и $$\mathrm{P}\{S_2 \to S_1\ \} = P\{S_3 \to S_4\} = P\ S_4 \to S_1\ \ = 1.$$

Отметим важное обстоятельство. После очередного перехода в новое состояние будущее процесса не зависит от того, какие переходы и в какие моменты времени имели место в прошлом. Это обеспечивается тем, что АР и ПМ полностью восстанавливают рабочие свойства элемента. Длительности переходов из S_i в S_j целиком зависят только от S_i и S_j и УВ для $S_i = S_1$. Таким образом, случайный процесс ξ_i, который принимает значения S_1, S_2, S_3, S_4, является управляемым полумарковским процессом.

Если очередная проверка планируется через время Т после включения элемента, то легко убедиться в том, что ФР$_{\text{В}}$$F_{ij}$ для одного шага процесса имеют следующий вид:

$$F_{14}\ t\ \ = \begin{matrix} \frac{F(t)}{F(T)},\ t < T \\ 1\ ,\ t \geq T \end{matrix}. \tag{2.31}$$

Все другие ФРВ вырожденные:

$$\left.\begin{array}{c} F_{13}\ t\ \ = F_{12}\ t\ \ = \delta\ T \\ F_{34}\ t\ \ = \delta\ t_S\ , \qquad F_{41}\ t\ \ = \delta(t_a) \\ F_{21}\ t\ \ = \delta\ t_S + t_u\ , \end{array}\right\}$$

где $$\delta\ y\ \ = \begin{matrix} 0,\ t < y \\ 1,\ t \geq y \end{matrix}.$$

Определим штрафные функции.

В данном конкретном случае уместно говорить о доходах. Определим их так, чтобы суммарный средний доход за время (0, θ) был равен МО времени, в течение которого элемент исправен. Из описания процесса ясно, что элемент исправен в течение всего времени перехода из S_1 в S_2 и из S_1 в S_4 и часть времени перехода из S_1 в S_3.

Поэтому средний доход за переход $S_1 \to S_j$ определим как среднее значение наработки в исправном состоянии на этом переходе. Отсюда ясно, что средний непосредственно ожидаемый доход для состояния S_1 $\to \omega_1$(T) равен средней наработке в исправном состоянии за период длиной *T*. С вероятностью F(u+Δu) - F*(u)*, *u*<*T* наработка τ лежит в пределах от *u* до u+Δu , с вероятностью 1 - *F(T)* она равна *T*. Отсюда

$$\omega_1(T) = {}_0^T udF\ u\ + T\ 1 - F\ T\ . \qquad (2.33)$$

По определению следует считать, что состояниям S_2, S_3 и S_4 соответствует непосредственно ожидаемый доход, равный нулю.

Теперь перейдем к составлению рекуррентных соотношений в случае процесса, заданного на конечном интервале времени.

Для упрощения записи рекуррентных соотношений будем полагать, что ФР*F(t)* — ступенчатая и что отказы могут происходить лишь в моменты kΔ, k≥1. Величину Δ впредь примем за единицу времени.

Обозначим

$$\begin{aligned} &P\ \tau \le l\Delta\ = F\ l\Delta\ \equiv F\ l\ ,\ F\ 0\ = 0; \qquad l = 0,1,\dots \\ &f_l = P\ \tau = l\Delta\ = F\ l\ - F\ l-1\ , \qquad l \ge 1. \\ &f_0 = 0 \end{aligned} \qquad (2.34)$$

Условимся, что если в момент $t = N_1\Delta = N_1$ произошел отказ и поступил сигнал об отказе, производится АР, даже если на момент t_1 было запланировано начало проверки.

Условимся также, что период профилактики *T* есть величина, кратная Δ: $T = k\Delta = k$.

Поэтому с учетом (2.34) формулы для $\omega_1\ T\ = \omega_1\ k\ , k = 1,2,\dots$ и переходные вероятности $p_{ij}(T) \equiv p_{ij}(k)$принимают вид

$$\begin{aligned} &\omega_1\ k\ =\ {}_{s=1}^{k} Sf_s +\ 1 - F\ k\ \ k \\ &p_{ij}\ k\ = 1 - F\ k \\ &p_{ij}\ k\ =\ 1 - a\ F\ k \\ &p_{ij} = aF\ k\ . \end{aligned} \qquad (2.35)$$

При сделанных предположениях правило проведения проверок, о котором говорилось выше, описывается некоторой ступенчатой функции $\Psi(r)$, где r - текущее время, $\Psi\ r$ - период проверки. Для конечного интервала времени число различных функций $\Psi(r)$ конечно. Отсюда следует, что существует оптимальная стратегия проверки,

Обозначим через $v_1\ \Theta - m, \Psi$ средний суммарный доход, который будет накоплен на интервале $\Theta - m, \Theta$, если в момент $t_1 = \Theta - m\Delta = N - m$ в работу был включен исправный элемент и если стратегия проверок задана функцией $\Psi\ s$.

Обозначим через $v_1\ m$ максимальный средний доход на интервале $\Theta - m, \Theta$

$$\max_{\Psi} \upsilon_1 \ \Theta - m, \Psi \ = \upsilon_1 \ \Theta - \mathrm{m}, \Psi^* \ = \upsilon_1(\mathrm{m}).$$

Допустим, что нам известны значения $\upsilon_1(\mathrm{j})$ для j=1,2, ..., m. Выразим $\upsilon_1 \ \mathrm{m}+1$ через эти значения. Пусть в момент $\tau_0 = \Theta - (m+1)$ произошел переход в S_1 и следующая проверка назначена на момент $\tau_1 = \Theta - \ m+1 \ + k$. С вероятностью $p_{ij}(k)$ на смену состоянию S_1 придет состояние S_i i=2,3. При этом, если произойдет переход $S_1 \to S_2$, то через время $m_u + m_s$, т.е. в момент $\tau_1 = \Theta - \ m+1 \ + k + m_\pi + m_s$ процесс опять окажется в S_1, тогда за оставшееся время $\Theta - \tau_2$ при оптимальной стратегии будет начислен средний доход $\upsilon_1(m+1-k-m_\pi-m_s)$. Аналогично убеждаемся, что «будущий» доход в случае перехода в состояние S_3 равен при оптимальной стратегии $\upsilon_1(m+1-k-m_\pi-m_s)$.

С вероятностью

$$p_{ij} \ k \ \frac{F_{14} \ j \ - F_{14} \ j-1}{F_{14} \ k} = af_j, \qquad j = 1, 2, \dots, k$$

после состояния S_1через j единиц времени появится состояние S_4. С этой вероятностью на оставшемся интервале времени $(\Theta - \ m+1 \ + j, \Theta)$ будет накоплен при оптимальной стратегии доход $\upsilon_1(m+1+j+m_a)$ поскольку в момент $\tau = \Theta - \ m+1 \ + j + m_a$ будет окончен АР и элемент перейдет в состояние S_1. Кроме того, непосредственно ожидаемый доход для состояния S_1 равен $\omega_1(k)$. Итак, если после проверки, ремонта и последующего включения в работу на оставшемся интервале времени придерживаться оптимальной стратегии, получим, что средний доход на интервале $(\Theta - \ m+1 \ , \Theta)$ равен

$$\omega_1 \ k \ + p_{12} \ k \ \upsilon_1 \ m+1-k-m_s-m_\pi \ + p_{13} \ k \ \upsilon_1 \ m+1-k-m_s-$$
$$- m_a \ + a \ {}_{j=1}^{k} \upsilon_1(m+1-j-m_a) f_j.$$

Выберем теперь число и таким образом, чтобы максимизировать эту сумму. Пользуясь принципом оптимальности, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$\upsilon_1 \ m+1 \ = \max_{1 \le k \le m+1} \omega_1 \ k \ + p_{12} \ k \ \upsilon_1 \ m+1-k-m_s-m_\pi \ +$$
$$+ p_{13} \ k \ \upsilon_1 \ m+1-k-m_s-m_a \ + a \ {}_{j=1}^{k} \upsilon_1(m+1-j-m_a) f_j. \qquad (2.36)$$

Заметим, что следует считать $\upsilon_1 = 0$ для l≤0. Пусть максимум правой части 2.36 достигается при k=k_0. Это означает, что оптимальное УВ в момент $\tau = \Theta - \ m+1$ есть $\Psi \ \tau \ = k_0$. Соотношение (2.36) можно использовать для нахождения оптимальной стратегии и максимальных доходов.

2.4. Модели неполных профилактических работ

Опыт эксплуатации ТКС РА и СЗИ позволяет выдвинуть предположение, что в случае отказов, требующих замены какого-либо функционального элемента, например, блока питания в связных радиостанциях, дешифратора в ВРЛ и т.п., система вполне пригодна к функциональному использованию и не требуется проведения ПМ в полном объеме.

Для анализа таких ПМ предложим следующие три модели несовершенных ПМ с минимальным ремонтом (восстановлением) Р(В) в случае отказа:

а) система после ПМ имеет ту же интенсивность отказов, что и до или становится «как новая» с некоторой вероятностью;

б) суммарная наработка системы («возраст») уменьшается после каждого ПМ на х единиц времени;

с) суммарная наработка и интенсивность отказов системы достигают изначального уровня пропорционально стоимости ПМ.

Рассмотрим ситуацию, когда ПМ, относящиеся к какому-либо из функциональных элементов (ФЭ) системы, что, в свою очередь, характерно для таких средств РТОП и ЭС, как системы посадки типа ILS или УКВ радиостанции, производится по наработке на достаточно большом интервале времени. Предположим, что в данном случае выполняются следующие условия:

- ФЭ начинает функционировать с момента времени $t_0 = 0$ и имеет ФРВ времени отказа *F(t),* интенсивность отказов $\lambda(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$, где *f(t)* - ПРВ времени отказа, причем $\lambda(t)$ является ВФИ;

- ПМ производится в моменты *kT*, (*k*= 1 ,2, . . .), где Т > 0;

- в случае отказов между ПМ ФЭ подвергается минимально возможному Р(В), причем $\lambda(t)$ не зависит от процесса Р(В);

- время, затраченное на Р(В), пренебрежительно мало;

-стоимость ПМ равна C_1, а АР- C_2 .

Для указанных исходных условий произведем анализ следующих моделей ПМ.

<u>Модель А:</u> Положим, что после ПМ устройство имеет ту же интенсивность отказов, что и до ПМ с вероятностью p(0≤p≤1) или же является почти новым с вероятностью $p = 1 - p$. Тогда общие затраты от *t*=0 до момента времени, когда устройство станет почти новым с помощью совершенных ПМ, равны

$$C_\Sigma = \sum_{j=1}^{\infty} p p^{j-1}\left(jc_1 + c_2 \int_0^{jT} \lambda(t)\, dt\right). \qquad (2.37)$$

А средняя продолжительность этого временного интервала равна

$$\tau = \sum_{j=1}^{\infty} pp^{j-1}\ jT\ .$$

Таким образом, разделив (2.37) на (2.38) и произведя перестановку, получим формулу, выражающую удельную оценку стоимости

$$C_1\ T;p\ = \frac{c_1+c_2\ p\ ^2\ \sum_{j=1}^{\infty} p^{j-1}\ \int_0^{jT} \lambda\ t\ dt}{T}.$$

Необходимо найти оптимальное время ПМ Т*, минимизирующее стоимость $C_1\ T;p$. Дифференцируя $C_1\ T;p$ по Т и приравнивая результат к 0, получим

$$\sum_{j=1}^{\infty} p^{j-1}\ \int_0^{jT} td\lambda\ t\ = \frac{c_1}{c_2\ p\ ^2}. \tag{2.40}$$

Из предположения, что $\lambda\ t$ есть ВФИ, следует, что левая часть (2.40) монотонно возрастает. Поэтому, если $\int_0^{jT} td\lambda\ t\ > c_1/[c_2\ p\ ^2]$, то существует конечное и единственное Т*, удовлетворяющее (2.40), и результирующая стоимость вычисляется следующим образом

$$C_1\ T^*;p\ = c_2\ p\ ^2\ \sum_{j=1}^{\infty} p^{j-1} j\lambda\ jT\ . \tag{2.41}$$

<u>Модель В:</u> Предположим, что возраст устройства с каждой ПМ уменьшается на x единиц времени, где x (о<*x*<T) - некая заранее известная величина. Если x = T, то устройство после совершенной ПМ стало почти новым, если же x = 0, то его возраст остался тем же. Далее, положим, что по истечении интервала времени NT, где N - целое положительное число, устройство заменяется, причем стоимость планируемой замены устройства в момент времени NT равна $c_3 > c_1$. Тогда стоимость на единицу времени составит

$$C_2\ T,N;x\ = \frac{N-1\ c_1+c_2\ \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j\ T-x}^{T+j\ T-x} \lambda\ t\ dt+c_3}{NT}. \tag{2.42}$$

Так как $\lambda\ t$ - ВФИ, то очевидно, что C_2 возрастает по x. Можем записать

$$C_2\ T,N;0\ \geq C_2\ T,N;x\ \geq C_2\ T,N;T\ . \tag{2.43}$$

Для начала предположим, что N – постоянно, а T меняется от 0 до ∞. Для того, чтобы некоторое конечное T^* минимизировало $C_2\ T,N;x$, оно должно удовлетворять условию

$$\sum_{j=0}^{N-1}\int_{j(T-x)}^{T+j(T-x)} t\,dr(t) = \frac{(N-1)(c_1+c_3)}{c_2}. \qquad (2.44)$$

Теперь положим, что T – постоянно и, для простоты анализа, что $C(T,0;x)=\infty$. Тогда для существования конечного и единственного N^*, минимизирующего $C_2(T,N;x)$, необходимо выполнение условий

$$\begin{gathered} C_2(T,N+1;x) \geq C_2(T,N;x) \\ C_2(T,N;x) < C_2(T,N-1;x) \quad (N=1,2,\dots) \end{gathered}. \qquad (2.45)$$

Из неравенств (2.45) имеем, соответственно,

$$L(N) \geq (c_3-c_1)/c_2 \ \text{ и } \ L(N-1) < (c_3-c_1)/c_2, \text{(N=1,2,…)}, \qquad (2.46)$$

где

$$L(N) = \begin{cases} N\int_{N(T-x)}^{T+N(T-x)} \lambda(t)\,dt - \sum_{j=0}^{N-1}\int_{j(T-x)}^{T+j(T-x)} \lambda(t)\,dt \\ (N=1,2,\dots),\ 0\ (N=0). \end{cases} \qquad (2.47)$$

Далее имеем

$$L(N+1)-L(N) = (N+1)\left[\int_{(N+1)(T-x)}^{T+(N+1)(T-x)} \lambda(t)\,dt - \int_{N(T-x)}^{T+N(T-x)} \lambda(t)\,dt\right] \geq 0. \quad (2.48)$$

Итак, мы определили оптимальное минимальное количество циклов ПМ N^*, удовлетворяющему условию $L(N) \geq (c_3-c_1)/c_2$ только в случае $L(\infty) \geq (c_3-c_1)/c_2$.

В противном случае замена не производится.

<u>Модель С:</u> Для нее предположим, что возраст и интенсивность отказов ФЭ функционально зависимы от стоимости ПМ c_1.

Сначала положим, что если возраст устройства непосредственно перед ПМ равен y+T, то ПМС его уменьшит до $(1-(c_1/c_0))(y+T)$, где c_0 $(c_0 \geq c_1)$ - начальная стоимость ФЭ. При функционировании устройства в установившемся режиме верно уравнение

$$(1-(c_1/c_0))(y+T) = y, \text{ т.е. } y = \left(\frac{c_0}{c_1}-1\right)T.$$

Для удельной стоимости имеем

$$\frac{C_3(T)\ \ c_1+c_2\int_0^T \lambda(t+y)\,dt}{T} = \frac{c_1+c_2\int_{\left(\frac{c_1}{c_2}-1\right)T}^{\frac{c_1}{c_2}T} \lambda(t)\,dt}{T}. \qquad (2.50)$$

Дифференцируя $C_3(T)$ по T и приравнивая результат к нулю, получим

$$\int_{\left(\frac{c_1}{c_2}-1\right)T}^{\frac{c_1}{c_2}T} t d\lambda = \frac{c_1}{c_2}. \qquad (2.51)$$

Теперь предположим, что если интенсивность отказов устройства перед ПМ была равна $\lambda(\mathrm{y}+\mathrm{T})$, то после ПМ она снизится до $[1\text{-}(c_1/c_0))\lambda(\mathrm{y}+\mathrm{T})]$. В установившемся режиме имеем

$$[1\text{-}(c_1/c_0))\lambda(\mathrm{y}+\mathrm{T})]=\lambda(\mathrm{y}). \qquad (2.52)$$

Общая стоимость на единицу времени равна

$$\frac{C_3(T)\left(c_1+c_2\int_0^T \lambda(\mathrm{T}+y)dt\right)}{\mathrm{T}}. \qquad (2.53)$$

Итак, возраст устройства после ПМ λ вычисляется с помощью (2.52), а оптимальное время ПМ T* получается путем подстановки λ в (2.53) и поиска T, минимизирующего (2.53).

Заметим, что все три модели ПМ, позволяющие оценить удельные стоимостные затраты, станут идентичными и могут быть представлены в виде одной и той же модели, если положить, что $p = 0$ в модели А, $N = 1$ и $x=T$ в модели В и $c_0 = c_1$ в модели С. Последняя совпадает с известной моделью несовершенных ПМ, приведенной в [4].

Из вышеизложенного вытекает необходимость доработки руководств по эксплуатации ЗТКС и СЗИ в части рекомендаций по объему профилактических работ и восстановлению отдельных функциональных элементов рассматриваемого оборудования с учетом априорных или статистических данных по наработке оборудования, времени восстановления (ремонта), затратах на проведение ПМ или АР.

3. АСПЕКТЫ ТЕОРИИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

3.1. Аварийное восстановление при отказе одной из подсистем

Рассмотрим гипотетическую ЗТКС, состоящую из m последовательно соединенных функциональных узлов (блок питания, приемопередатчик, встроенная СЗИ, устройство управления, каналы связи и т.д.), отказ любой из подсистем приводит к отказу всей ЗТКС.

Будем предполагать, что появившийся отказ проявляется не мгновенно, а в среднем через время $t_п$ независимо от вида отказавшей подсистемы. При обнаружении отказа i-го функционального элемента производится внеплановый аварийный ремонт (замена этого элемента на новый), средняя продолжительность которого $t_i(i = 1, m\ )$. Анализируемый процесс функционирования ЗТКС можно представить следующим образом.

Система (новая в момент времени 1=0) работает до отказа, далее от момента возникновения отказа до момента его выявления она находится в неработоспособном состоянии. В случае выявления места отказа, идентификации отказавшего блока (узла, элемента, платы) начинается аварийный ремонт (замена отказавшего элемента). После восстановления система функционирует до отказа, и весь процесс обслуживания повторяется. Предполагается, что отказы работоспособных элементов при простое оборудования не наблюдаются.

В табл. 3.1. представлены расчетные соотношения.

Таблица 3.1

Показатели качества функционирования при АР

Показатель	Расчетное соотношение
$К_г$	$[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{T}\ t_i + t_c\ ]^{-1}$
С*	$\sum_{i=1}^{m} \frac{c_i t_i + c_c t_c}{T_i}$
c	$c_0 - C^*\ K_г = \frac{c_0 - \sum_{i=1}^{m} \frac{c_i t_i + c_c t_c}{T_i}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{T}\ t_i + t_c}$

По аналогии с подразделом 2.1 под функциональным узлом будем понимать некоторую самостоятельную часть ЗТКС, которая при АР (впрочем, как и проведении ПМ) заменяется на единое целое.

Предположим, что в системе возможно проведение плановых ПМ, полностью обновляющих систему и внеплановых АР элементов.

Устанавливается следующий порядок проведения восстановительных работ. В начальный момент времени назначается проведение профилактики по достижению определённой заданной заранее наработки (налёта). В реальных условиях эксплуатации ТКС ГА хотя и известна величина наработки, при которой должна проводиться профилактика, заранее неизвестен календарный момент, когда наработка достигнет заданной величины. Если до момента проведения планового ПМ происходит отказ системы, то проводится аварийный ремонт отказавшего элемента системы. Предположим, что во время проведения аварийного ремонта система выводится из эксплуатации, т.е. характеристики надёжности элементов не ухудшаются и наработка системы не возрастает. Так поступают до тех пор, пока наработка не достигнет заданной величины. В этот момент начинает проводиться плановое профилактическое обслуживание независимо от прочих факторов, включая число аварийных восстановлений (замен элементов) за заданный период. В результате ПМ система полностью обновляется. В момент окончания профилактики вновь устанавливается величина наработки системы на следующем периоде, по достижении которой необходимо провести очередную плановую профилактику с таким же или отличным объёмом планируемых работ, и весь цикл обслуживания повторяется. Функция восстановления $H_i\ t$ для каждого i-го уравнения определяется из уравнения

$$H_i\ t\ = F_i\ t\ + \ _0^t H_i\ t - x\ dF_i(x). \tag{3.1}$$

Интегральное уравнение (3.1) решается с помощью преобразования Лапласа

$$H_i^*(z) = \frac{F_i^*(z)}{1 - F_i^*(z)},$$

где $H_i^*(z)$ – преобразование Лапласа для функции $H_i\ t$; $F_i^*(z)$ - преобразование Лапласа для функции $F_i\ t$.

Рассчитанные соотношения для определения показателей качества функционирования приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Показатели качества для случая в ПМ и АР ЗТКС (СЗИ)

Показатель	Управление, корень которого τ_0 является оптимальным периодом ПМ	Формула при единственном τ_0	Формула при отсутствии корней	Примечание
$К_г$	$ф \,{}_{i=1}^{m} t_i H_i' \; ф - {}_{i=1}^{m} t_i H_i \; ф \; = T_п$	$[1 + {}_{i=1}^{m} t_i H_i' \; \tau_0 \;]^{-1}$	$[1 + {}_{i=1}^{m} \frac{t_i}{T_i} \;]^{-1}$	В случае нескольких корней $\tau_0 \ldots \tau_{01}$ оптимальное значение находится прямой подстановкой каждого их них в формулу для единственного корня с последующим выбором наилучшего их них с учетом значения для $\tau_0 \to \infty$.
$К_{ог}$	$\frac{{}_0^{ф} \; {}_{i=0}^{m}[P_i \; x + t_0 \; + {}_0^{ф} \; x + t_0 - y \; dH_i \; y \;]dx}{ф + T_0 + {}_{i=1}^{m} t_i H'_i \; ф} = \frac{{}_{i=0}^{m}[P_i \; x + t_0 \; + {}_0^{ф} \; x + t_0 - y \; dH_i \; y \;]}{1 + {}_{i=1}^{m} t_i H'_i \; ф}$	$\frac{{}_{i=1}^{m} P(ф_0 + t_0)}{1 + {}_{i=1}^{m} t_i H'_i \; ф_0} + \frac{{}_0^{ф_0} P \; ф_0 + t_0 + y \; dH_i(y)}{1 + {}_{i=1}^{m} t_i H'_i \; ф_0}$	$\frac{{}_{i=1}^{m} \frac{{}_0^{\infty} P_i \; x + t_0 \; dx}{T_i}}{1 + {}_{i=1}^{m}(\frac{t_i}{T_i})}$	
*	$\tau \,{}_{i=1}^{m} c_i t_i H_i' \; \tau - {}_{i=1}^{m} c_i t_i H_i \; ф \; - c_п Т_п$	${}_{i=1}^{m} c_i t_i H_i' \; ф_0$	${}_{i=1}^{m} \frac{c_п t_i}{T_i}$	
	${}_{i=1}^{m} {}_{j=1}^{m} t_i t_0 H_i \; ф \; H_i' \; ф_0 \; c_j - c_i$ $+ T_{пп} \,{}_{i=1}^{m} t_i H_i' \; ф \; c_i - c_п$ $+ ф \,{}_{i=1}^{m} t_i H_i' \; ф \; c_п + c_i$ $= T_п \; c_п + c_0$	$\frac{c_п - {}_{i=1}^{m} T_i c_i H_i'(ф_0)}{1 + {}_{i=1}^{m} t_i H'_i \; ф_0}$	$\frac{c_0 - {}_{i=1}^{m} c_п \frac{t_i}{T_i}}{1 + {}_{i=1}^{m}(\frac{t_i}{T_i})}$	

3.2. Существование оптимальных политик восстановления

Отраслевые регламентирующие документы устанавливают предельные значения времени отсутствия информации от различных средств РТОП и электросвязи, безусловно относящиеся к ТКС, и, следовательно, прямо и косвенно (в случае резервирования определяют предельные значения $\tau_{0в}$. При этом $\tau_в > \tau_{0в}$, где $\tau_в$ - время восстановления системы, то неисправный элемент (узел, блок, система) снимается с эксплуатации и немедленно поставляется аналогичное устройство из состава ЗИП или заказывается и устанавливается спустя некоторое время $L_i, (i = 1, n)$.

Тогда в соответствии с [12] ожидаемая общая дисконтированная стоимость для одного цикла равна

$$\theta_a\ \tau_{\text{ов}} = \sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ \ \frac{k_0}{\alpha}\ 1 - \int_0^{\tau_{\text{ов}}} \exp\ -\alpha\tau\ \ dG\ \tau\ \ - \exp\ \ \alpha L_i\ G\ \tau_{\text{о}}\ \ +$$

$$+\frac{k_0}{\alpha} G\ \tau_{\text{о}}\ - \int_0^{\tau_{\text{ов}}} \exp[\ -a\alpha\ \ dG\ \tau\ ] + c_i \exp\ \ -aL_i\ G\ \tau_{\text{о}}\ \ , \tag{3.2}$$

где $\Psi\ \alpha\ = \int_0^{\infty} \exp\ -\alpha t\ \ d\Psi\ t$, а $\Psi\ \ldots\ = 1 - \Psi\ \ldots$.

С помощью следующего соотношения [5]:

$$q_o\ \tau_{\text{ов}}\ = \sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ a\ \ \delta_a\ \tau_{\text{ов}}\ \ \frac{k_0}{\alpha} \exp\ -\alpha L_i\ - \exp\ -\alpha\tau_{\text{ов}}\ + \frac{k_0}{\alpha}\ 1 - \exp\ -\alpha\tau_{\text{ов}}\ \ -$$

$$-c_i \exp\ \ -\alpha L_i\ \ \ - \theta_a\ \tau_{\text{ов}}\ (\exp\ -\alpha L_i\ - \exp(-\alpha\tau_{\text{ов}})) \tag{3.3}$$

Сформулируем утверждение 3.1

Утверждение 3.1.

1. Если $q_a\ 0\ < 0$ и $q_a\ \infty\ > 0$, то существует конечное предельное время восстановления $\tau_{0\text{в}}$ (0<$\tau_{0\text{в}}$<0), минимизирующее ожидаемую стоимость $\text{С}_{\text{а}}(\tau_{0\text{в}})$ и удовлетворяющее соотношению $q_a\ \tau_{0\text{в}}\ = 0$, и соответствующая стоимость описывается как

а) при $\sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ \ (\exp\ -\alpha L_i\ \ - \exp\ -\alpha\tau *_{0\text{в}}\ ) \neq 0$ (3.4)

эта стоимость имеет вид

$$\text{С}_{\text{а}}(\tau *_{0\text{в}}) = \frac{\frac{k_0}{\alpha} + \sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ [(\frac{k_i}{\alpha})(1-\exp(-\alpha\tau_{0\text{в}})) - c_i \exp\ -\alpha L_i\ ]}{\sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ [\exp\ -\alpha L_i\ - \exp\ -\alpha\tau *_{0\text{в}}\ ]} \tag{3.5}$$

b) при $\sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ \ (\exp\ -\alpha L_i\ \ - \exp\ -a\tau *_{0\text{в}}\ ) = 0$ (3.6)

эта стоимость будет иметь вид

$$\text{С}_{\text{а}}(\tau *_{0\text{в}}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ (k_0 + k_i) \int_0^{\tau_{0\text{в}}} \exp\ -ax\ G\ \tau\ d\tau}{\sum_{i=1}^{n} a_i [1 - F_i(a)(\exp\ -a\tau *_{0\text{в}}\ + a \int_0^{\tau_{0\text{в}}} \exp\ -ax\ G\ \tau\ d\tau)]}, \tag{3.7}$$

где

$$\tau *_{0\text{в}} = \log\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ \exp\ -\alpha L_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{3.8}$$

2. Если $q_a\ \infty\ \leq 0$, то оптимальное предельное время ремонта равно $\tau_{0\text{в}} * \to \infty$, т.е. неисправное изделие всегда ремонтируется.

3. Если $q_a\ \infty\ \geq 0$, то оптимальное предельное время ремонта равно $\tau_{0\text{в}} *= 0$ и запасной элемент всегда заказывается сразу же после отказа соответствующего функционального элемента.

Доказательство:

Дифференцируя $\text{С}_{\text{а}}(\tau *_{0\text{в}})$ по $\tau_{0\text{в}}$ и приравнивая производную нулю, получаем $q_a\ \tau_{0\text{в}}\ = 0$. Кроме того,

$$\text{С}_{\text{а}}(\tau *_{0\text{в}}) = \sum_{i=1}^{n} a_i F_i\ \alpha\ \text{учз}(-a\varsigma_{0\text{в}})[\ k_0 + k_i\ \delta_a\ \tau_0\ - a\theta_a\ \tau_0\ ] \tag{3.9}$$

и $q'_a\ \ \tau_{0в}\ \ = 0$, т.е. $q_a\ \ \tau_{0в}$ - строго функция.

Если $q_a\ \ 0\ \ < 0$ и $q_\infty\ \ \infty\ \ > 0$, то существует конечное и единственное значение $\tau *_{0в}$ ($0<\tau *_{0в}<0$), минимизирующее ожидаемые затраты $C_a(\tau_{0в})$ как конечное и единственное решение уравнения $q_\infty\ \ \tau_{0в}\ \ = 0$, так как $q_\infty\ \ \tau_{0в}$ - строго возрастающая и непрерывная функция. Подставляя $q_\infty\ \ \tau *_{0в}\ \ = 0$ в$C_a(\tau_{0в})$ в формулу (3.2), получаем выражения (3.7) и (3.9).

Если $q_\infty\ \ \infty\ \ \leq 0$, то для любых неотрицательных $\tau_{0в}$ имеем $C'_a(\tau_{0в}) \leq 0$ и, таким образом, $C_a(\tau_{0в})$ - строго убывающая функция. Таким образом, оптимальное предельное время восстановления равно $\tau *_{0в}= 0$.

Если $q_a\ \ \infty\ \ \geq 0$, то при любых неотрицательных $\tau_{0в}$ имеем $C'_a(\tau_{0в}) \geq 0$ и, тогда, $C_a(\tau_{0в})$ - строго возрастающая функция. Итак, оптимальная предельная продолжительность восстановления равна $\tau *_{0в}= 0$.

3.3. Планирование технического обслуживания и восстановления ЗТКС с учетом внешних воздействий

Для большинства ТКС ГА характерно применение резервирования в качестве основного метода обеспечения эксплуатационной надежности.

Рассмотрим ЗТКС, функционирующую в пространстве состояний $Q_s = \{1,2\}$, которые могут иметь различные физические толкования, например, пространство, индексируемое номером 2 является ситуацией воздействия злоумышленника на ЗТКС, т.е. техническая надежность системы обеспечивается, а надежность информационной защиты дестабилизирована. Динамику изменения состояния системы изобразим на рис. 3.1

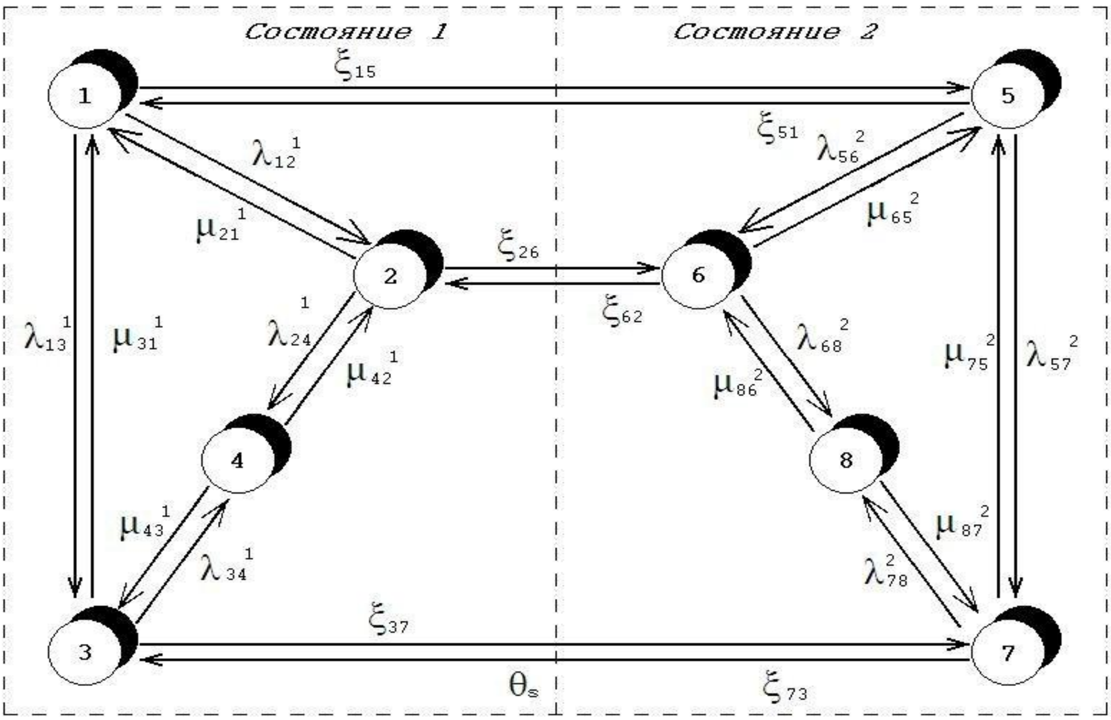

Рис. 3.1. Диаграмма переходов полукомплектов ЗТКС, функционирующей в среде с двумя состояниями

Очевидно, что для состояния среды $Q_s = \{1,5\}$; отказ 1-го полукомплекта $Q_1 = \{2,6\}$; 2-го – $Q_2 = \{3,7\}$; отказ всей системы – $Q_8 = \{4,8\}$.

В данном случае справедливо выполнение следующей системы равенств:

$$\left.\begin{array}{ll}
\lambda_{12}^1 = \lambda_{34}^1 = \lambda_1^1; & \lambda_{13}^1 = \lambda_{24}^1 = \lambda_2^1; \\
\mu_{21}^1 = \mu_{43}^1 = \mu_1^1; & \mu_{31}^1 = \mu_{42}^1 = \mu_2^1; \\
\lambda_{56}^2 = \lambda_{78}^2 = \lambda_1^2 & \lambda_{57}^2 = \lambda_{68}^2 = \lambda_2^2 \\
\mu_{65}^2 = \mu_{87}^2 = \mu_1^2 & \mu_{75}^2 = \mu_{86}^2 = \mu_2^2 \\
\xi_{15} = \xi_{26} = \xi_{37} = \xi_{48} = \xi_{12} & \\
\xi_{51} = \xi_{62} = \xi_{73} = \xi_{84} = \xi_{21} &
\end{array}\right\} \qquad (3.10)$$

При этом имеем

$$S_{11} - S_{21} = \begin{pmatrix}
-(\lambda_1^1 + \lambda_2^1) & \mu_1^1 & \mu_2^1 & 0 \\
\lambda_1^1 & -(\mu_1^1 + \lambda_2^1) & 0 & \mu_1^1 \\
\lambda_2^1 & 0 & -(\mu_2^1 + \lambda_1^1) & \mu_1^1 \\
0 & \lambda_2^1 & \lambda_2^1 & -(\mu_2^1 + \mu_1^1)
\end{pmatrix} \qquad (3.11)$$

$$S_{21} = \mathrm{diag}\,(\xi_{12},\ \xi_{12},\ \xi_{12},\ \xi_{12}). \qquad (3.12)$$

$$S_{22} - S_{12} = \begin{pmatrix}
-(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) & \mu_1^2 & \mu_2^2 & 0 \\
\lambda_1^2 & -(\mu_1^2 + \lambda_2^2) & 0 & \mu_1^2 \\
\lambda_2^2 & 0 & -(\mu_2^2 + \lambda_1^2) & \mu_1^2 \\
0 & \lambda_2^2 & \lambda_2^2 & -(\mu_1^2 + \mu_2^2)
\end{pmatrix} \qquad (3.13)$$

$$S_{12} = diag(\xi_{21}\xi_{21}\xi_{21}\xi_{21}) \qquad (3.14)$$

В выражениях (3.10, …, 3.14) значения ξ_j^t представляют собой частоту перехода из состояния j в состояние t, а λ_i^t и μ_i^t - интенсивности отказов и восстановления первого и второго полукомплектов системы.

Предположим, что в пространстве $\theta_s = \{1,2\}$ состояние 1 означает стандартные внешние условия, а состояние 2 – любые неблагоприятные в каком-либо смысле внешние условия. В работе [13] показано, что во втором состоянии надежность функционирования РТС подчиняется распределению Вейбулла с возрастающей интенсивностью отказов [5]. Если параметр масштаба обозначить через α, а параметр состояния β, то в соответствии с [16] интенсивность отказов выразится формулой:

$$Z_s\ t\ = \alpha^s \beta_s t^{\lambda s-1},\ \lambda_i > 1. \quad (3.15)$$

Соответственно, для марковского процесса $Ws\ t$ вθ_s, при переходе во второе (неблагоприятное) состояние внешней среды имеем

$$Z_s\ t\ = Cs(t)\alpha_s \beta^{\lambda s} t^{\lambda s-1}, \quad (3.16)$$

где коэффициент Cs определяется соотношением:

$$Cs = \begin{matrix} C_{1s} = 1 \ \ \forall \quad Ws(t) \in \theta_{s1} \\ C_{2s} > 1 \ \ \forall \quad Ws(t) \in \theta_{s2} \end{matrix}.$$

Надежность любого из полукомплектов ЗТКС при отсутствии обслуживания определяется формулой:

$$R_s\ t\ = P\ x_s\ \tau\ = 1,\ 0 \le \tau \le t\ = \exp[-\ {}_0^t \alpha_s \beta_s^{\lambda s} \tau^{\lambda s-1} C_s\ \tau\ d\tau]. \quad (3.17)$$

Надежность системы при выполнении функциональной задачи запишем как

$$H = M < P\,\{1 -\ {}_{i=1}^{k}\ 1 - p_i\ t\quad >, 0 \le t \le T. \quad (3.18)$$

Определим надежность при выполнении задачи любым из полукомплектов. Обозначим $V_i\ t$:

$$V_i\ t\ = M < \{1 - \exp[-\ {}_t^T c\ \tau\ \psi\ \tau\ d(\tau)]\} >, \quad (3.19)$$

где

$$\psi\ \tau\ = \begin{matrix} \alpha\beta^\alpha \tau^{\alpha-1}, & 0 \le \tau \le t_1 \\ \alpha\beta^\alpha (\tau - t_1)^{\alpha-1}, & t_1 \le \tau \le t_2 \\ \alpha\beta^\alpha (\tau - t_n)^{\alpha-1}, & t_n \le \tau \le T \end{matrix}. \quad (3.20)$$

Опуская промежуточные выкладки, окончательно получим

$$H = 1 -\ {}_{s\in n}\{\ {}_{i\ m} P_{is} \exp[-\ {}_{k\in n_s+1} (t_{ki} - t_{ks} - 1)^{2s}]\}. \quad (3.21)$$

В выражении (3.17) коэффициент C_s имеет смысл дисконтированной стоимости замены любого полукомплекта системы, определяемой интервалом времени $\Delta t = t_{ki} - t_{ks}$, и, следовательно, позволяет определить изменение уровня эксплуатационных расходов для $\theta_s = \{1,2\}$.

Модель позволяет оценить величину отличия эксплуатационных расходов для различных условий функционирования ЗТКС, на основании которой, в свою очередь, возможна разработка рекомендаций по оптимизации мероприятий по ТО ТКС, мультисервисных систем и сетей.

Заметим, что значения ζ^t при известном уровне (допустимых значениях) параметров полезного сигнала Y могут быть найдены с помощью оценок среднего числа выбросов N(Y, T) за время T. Если известна совместная ФРВ для случайной функции и ее производной F[Y(t), Y(t)], то

$$N\ Y,T\ =\ {}_0^T dt\ {}_0^\infty yF\ Y,j\ dj\ . \qquad (3.22)$$

Вероятность выполнения условия $y \leq y_п$, где у измеряемый параметр, а - $y_п$ - заданный пороговый уровень, определим, воспользовавшись разложением негаусовского закона распределения вероятностей СВ по полиномам H_m Эрмита [21], вычисляемым через производные гаусовского закона распределения:

$$P\ Y < y\ = F\ y\ = \Phi\ \ y - \frac{m}{\delta}\ + \varphi\ \ y - \frac{m}{\delta}\ \ {}_{n=3}^{\infty}\frac{-1\ nCn}{n!}H_{n-1}\ \ y - \frac{m}{\delta}\ , \qquad (3.23)$$

где Ф(y) - интеграл Лапласа; φ(y) - ПРВ нормально распределённой СВy с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; C_n - коэффициент разложения; m, δ - математическое ожидание и СКО СВy соответственно.

На практике обычно используются статистические моменты до четвёртого порядка. Тогда, подставляя в (3.13) известные выражения [20] для коэффициентов разложения C_n и полиномов Эрмита H_n, а также ограничиваясь первыми тремя членами (3.13), получим:

$$P\ \ y < y_n\ \ \approx \Phi\ \ x_п\ -\ \frac{\beta_3}{3!\ x_n^2 - 1} + \frac{\beta_4}{4!\ x_n^3 - 3x_n}\ \ \varphi\ \ x_п\ , \qquad (3.24)$$

где P- оценка СВ Р; β_3 и β_4- коэффициенты асимметрии и эксцесса соответственно.

По известным m, δ, β_3, β_4 с помощью (3.24) можно получить оценку вероятности не превышения уровнем у заданного порогового значения y_n. Для оценки относительной погрешности ΔP значений S, получаемых по формуле (3.24), можно получить оценку вероятности для негаусовских законов распределения, используемых для описания технических параметров РЭС: логарифмически нормального $F_1(y, \mu, \delta)$, гамма-распределения F_2(y, a) и распределения Вейбулла F_3(y, B), где μ, δ_1, a, b - параметры распределения.

Указанные законы распределения охватывают широкий класс известных законов распределения [17]. Так, частным случаем Г-распределения являются экспоненциальное распределение, χ - квадрат, распределение Вейбулла и распределение Релея.

Соответствующие значение оценок P_1, P_2, P_3 и относительных погрешностей определяются с помощью (3.24) и имеют вид

$$\Delta P_i = \frac{F_i\ y_п\ - P_i\ y_п}{F_i\ y_п},\ i = 1{,}3.$$

Но для оценки надёжности РТС, определяемой, например, по отношению (3.18), необходимо учитывать время превышения порогового уровня.

Для нормальной работы ЗТКС и СЗИ необходимы определённые условия среды функционирования, совокупность которых может соответствовать нормальным или ненормальным условиям, например, можно допустить, что имеет место нестабильная электромагнитная обстановка при параллельном, постепенном ухудшении показателей безотказности.

Тогда возникает задача оценки временных интервалов ухудшения характеристик системы и их восстановления при условии, что известны характеристики внешних воздействий или возмущений.

Будем считать, что система будет находиться в различных условиях: нормальные (Y_0), подвержена воздействию помех различного уровня, (Y_1 и Y_2 соответственно).

Для большинства ТКС ГА характерным является монотонное изменение помеховых воздействий, а распределение времени восстановления описывается в соответствии с [11] распределениями Эрланга.

В любой момент система может находиться в одном из следующих состояний:

S_0:(N_0);	S_0:(N_1);	S_0:(N_2);
S_3:(n_{01});	S_3:(n_{02});	S_5:(n_{03});
S_6:(n_{11});	S_7:(n_{12});	S_8:(n_{13});
S_9:(n_{21});	S_{10}:(n_{22});	S_{11}:(n_{23}).

Символы определяют состояние системы: N_i – функционирование в Y_i, $(i = 1,3)$; n_{ij} - система в стадии j восстановления после ухудшения параметров $j = 1,3$ из Y_i.

Поведение системы на наблюдаемом интервале времени описывается марковским процессом с областью состояния У={0, 1, 2,..., П}, график которой представлен на рис. 3.2.

Не останавливаясь на громоздком описании скоростей переходов данной модели, произведём оценку времени ухудшения характеристик системы, записав систему уравнений Колмогорова-Чепмена, составленную для моделей в матричном виде, получив предварительно транспонированную матрицу следующего вида:

$$\text{К} = \begin{matrix} 1 & 0 \\ R & G \end{matrix}, \tag{3.25}$$

где 1- единичная матрица порядка 9 х 9; 0 - матрица, составленная из нулей, порядка 9 х 3, а

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} K_{03}\,0\,0\,0\,0\,0\,0\;0\,0 \\ 0\,0\,0\;K_{16}\,0\,0\,0\,0\;0 \\ 0\,0\,0\,0\,0\,0\;\;K_{03}\,0\,0 \end{bmatrix}; \tag{3.26}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & K_{01} & K_{02} \\ K_{10} & 0 & K_{12} \\ K_{20} & K_{21} & 0 \end{bmatrix}. \tag{3.27}$$

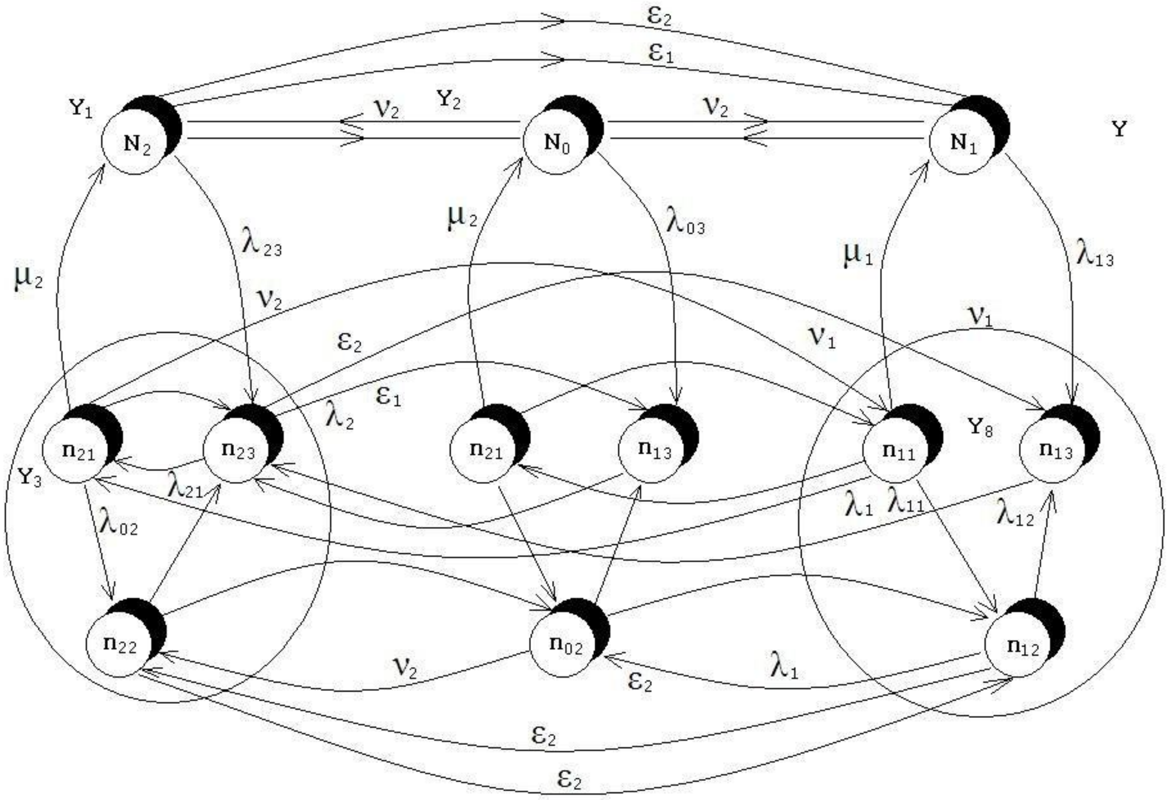

Рис. 3.2. Модель ЗТКС, подверженной воздействию различных помеховых потоков

Далее находим

$$\mathbf{R}\,(1-\mathbf{G})^{-1} = \frac{1}{D}\begin{bmatrix} 1\text{-}K_{21}K_{21} & K_{01}+K_{02}K_{21} & K_{02}+K_{01}K_{12} \\ K_{10}+K_{12}K_{20} & 1-K_{02}K_{20} & K_{12}+K_{10}K_{02} \\ K_{20}+K_{21}K_{10} & K_{21}+K_{20}K_{01} & 1-K_{01}K_{10} \end{bmatrix}, \tag{3.28}$$

где, в свою очередь, $D = 1\text{-}K_{01}K_{10} - K_{02}K_{20} - K_{12}K_{21} - K_{01}K_{12}K_{20} - K_{02}K_{21}K_{10}$

В [6] показано, что $\mathbf{Y}^{(1)} = (1-\mathbf{G})^{-1}\,\theta^{(1)}$, $\mathbf{T}^{(1)} = \mathbf{Y}^{(1)}\zeta$.

Матрица $Y^{(1)}$ определяет продолжительность времени нахождения систем в различных переходных состояниях перед ухудшением характеристик, а вектор $T^{(1)}$ даёт среднее время "потери параметров" системой при условии, что помехи воздействуют на переходное состояние.

Далее имеем

$$\mathbf{T}^{(-1)} = \frac{1}{\mathbf{D}}\begin{bmatrix} (1\text{-}K_{21}K_{21})t_o + (K_{01}+K_{02}K_{21})t_1 + (K_{02}+K_{01}K_{12})t_2 \\ (K_{10}+K_{12}K_{20})t_o + (1-K_{02}K_{20})t_1 + (K_{12}+K_{10}K_{02})t_2 \\ (K_{20}+K_{21}K_{10})t_o + (K_{21}+K_{20}K_{01})t_1 + (1-K_{01}K_{10})t_2 \end{bmatrix}, \tag{3.29}$$

где $t_0 = (\upsilon_1+\upsilon_2+M_o)^{-1}$; $t_1 = (\lambda_1+\varepsilon_2+\mu_2)^{-1}$; $t_2 = (\lambda_2+\varepsilon_2+\mu_2)^{-1}$;

Вероятности того, что система, будучи в состоянии S_i, придет к состоянию S_0 (ухудшение характеристик), определяется следующим образом:

$$\psi\,(1-G)^{-1} = \frac{1}{D}\begin{bmatrix}(1-K_{12}K_{21})K_{03};\ 0,0,(K_{01}+K_{02}K_{21})K_{16},0,0,(K_{02}+K_{01}K_{02})K_{29},0,0\\ (K_{10}+K_{12}K_{20})K_{03};\ 0,0,(1-K_{02}K_{20})K_{16},0,0,(K_{12}+K_{10}K_{02})K_{29},0,0\\ (K_{20}-K_{21}K_{10})K_{03};\ 0,0,(K_{24}+K_{20}K_{21})K_{16},0,0,(1-K_{01}K_{10})K_{29},0,0\end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Решение для оценки вероятностей нахождения ЗТКС или СЗИ в узловых точках определяется следующим образом

$$К_у = К_у 0, у_1, \dots, у_{11} = V \quad {}_{i=0}^{11} K_i y_i, \quad (3.31)$$

где V – нормирующий множитель, при котором выполняется условие

$${}_{i=0}^{n} yi{=}1\, Kn = 1 \rightarrow V = [\ {}_{i=0}^{11} ni]^{-1}. \quad (3.32)$$

Введем вспомогательную переменную ρ_i, определяемую условием (3.32). Считая $\rho_0 = 1$ и используя промежуточные переменные φ_w, получим:

$$\left.\begin{aligned}
&\rho_1 = (\varphi_{20}\,\varphi_{24} - \varphi_{21}\,\varphi_{13}) / (\,\varphi_{18}\,\varphi_{29} - \varphi_{20}\,\varphi_{22});\\
&\rho_2 = (\varphi_{21}\,\varphi_{22} - \varphi_{19}\,\varphi_{24}) / (\,\varphi_{19}\,\varphi_{23} - \varphi_{20}\,\varphi_{28});\\
&\rho_3 = \varphi_{12} - \varphi_{10}\,\rho_1 - \varphi_{11}\,\rho_2;\\
&\rho_4 = \varphi_3 - \varphi_1\,\rho_1 - \varphi_2\,\rho_2;\\
&\rho_5 = \lambda_{08}^{-1}\ [\nu_1 + \nu_2 + \mu_0) - \lambda_1\,\rho_1 - \lambda_2\,\rho_2];\\
&\rho_6 = \varphi_{13}\,\rho_1 - \varphi_{14}\,\rho_2 - \varphi_{15};\\
&\rho_7 = \varphi_4\,\rho_1 - \varphi_5\,\rho_2 - \varphi_{16};\\
&\rho_8 = \lambda_{13}^{-1}\ [\lambda_1 + \varepsilon_1 + \mu_1)\,\rho_1 - \varepsilon_2\,\rho_2 - \nu_1];\\
&\rho_9 = \varphi_{16}\,\rho_1 + \varphi_{17}\,\rho_2 - \varphi_8;\\
&\rho_{10} = \varphi_1\,\rho_1 + \varphi_9\,\rho_2 - \varphi_3;\\
&\rho_{11} = \lambda_{23}^{-1}\ [(\lambda_2 + \varepsilon_2 + \mu_2)\,\rho_2 - \varepsilon_1\,\rho_1 - \nu_2].
\end{aligned}\right\}. \quad (3.33)$$

Система (3.33) позволяет найти устойчивые вероятности $\pi_i \;\; i\epsilon y$

$$\pi_i = K_y = \frac{\rho_i}{{}_{i=0}^{l} n}\ ,\ \forall_i = 0, 11. \quad (3.34)$$

Следовательно, условие устойчивости, вытекающие из (3.34), запишется в виде

$$\theta = \ {}_{i=0}^{1}\rho_i \,/\ \ {}_{i=0}^{11}\rho_i. \quad (3.35)$$

Для определения среднего времени восстановления считаем, что рассматриваемая система является системой массового обслуживания типа

M/G/1. При этом $\tau_в$- среднее время востановления, а τ_3 - среднее время занятости, тождественное времени, определяемому выражением (3.29).

Если за интервал времени Ω мы имеем ω рабочих циклов, имеющую среднюю протяженность $\tau_в$- τ_3, то

$$\begin{aligned} \omega\tau_3 &= \Omega\theta \\ \omega\ \tau_3 + \tau_в\ &= \Omega^{\cdot} \end{aligned} \qquad (3.36)$$

Разделив в (3.36) первое уравнение на второе, получим

$$\tau_3\ \tau_3 + \tau_в\ = \theta \rightarrow \tau_в = \frac{\tau_3\ 1-\theta}{\theta}. \qquad (3.37)$$

Очевидно, что в (3.36) τ_3 является средним величин v_0^1, v_1^1, v_2^1 с весами, пропорциональными ρ_0, ρ_1 и ρ_2 соответственно. Следовательно,

$$\tau_3 = \ {}_{i=0}^{2} \rho_i v_i i \ / \ {}_{i=0}^{2} \rho_i.$$

Зная τ_3, нетрудно определить и $\tau_в$.

Модель может быть использована для анализа функционирования ЗТКС и СЗИ в условиях случайных внешних воздействий различного характера в эксплуатационных подразделениях при наличии достаточного статистического материала по оценке реальных временных интервалов времени восстановления как самих систем, так и составляющих их функциональных узлов (блоков, элементов).

3.4. Оптимальные дисциплины технического обслуживания однотипных восстанавливаемых ЗТКС и СЗИ

Будем считать, что ФРВ времени наработки до отказа некоторой СЗИ или ТКС известна - *F(y)* и несет ПРВ *f(y),* определенную на временном интервале [Q]. Эксплуатант может выбирать степень ремонта (восстановления) в диапазоне между минимальным и полным ремонтом. При этом если t_1, t_2, t_3 ...моменты отказов аппаратуры и *Y(t)* – виртуальный возраст системы в календарный момент времени t, можно предположить, что шаговое увеличение *Y(t)* приводит к неоднородности (резкие изменения) в точках ремонта. Мы принимаем правую непрерывность, т.е. Y(t)={t_+}. Далее $Y\ t_n\ = Y\ t_{n+1}\ + t_n - t_{n-1}$и $Y\ t_{n+}\ = Y\ t_{n-1}\ + t_n - t_{n-1} - d$, где $d\epsilon[0, Y\ t_{n-}\ ]$ - ремонтные (восстановительные) мероприятия, применяемые во время t_n.

В рамках принятых предпосылок будем иметь следующее:

а) совершенный ремонт $d = Y(t_n)$;

б) минимальный ремонт d = 0 (для эксплуатируемых ЗТКС и ЗСИ с виртуальным сроком службы, равным этому сроку, только до отказа).

Предположим, что Y(t)=y, а R(y) - оставшийся срок службы (наработка) до следующего отказа.

Тогда ФРВ R(y) можно выразить следующим образом:

$$P\ R\ y\ \leq r\ =\ F\ Y+r\ -F\ Y\ \ /\{1-F\ Y\ \}. \qquad (3.38)$$

В выражении (3.38) функция F(…) представляет собой чаще всего распределение с увеличивающейся интенсивностью отказов (ВФН), но дальнейшие рассуждения, позволяющие сформулировать оптимизационную задачу, в равной степени могут быть использованы для общего распределения срока службы оборудования.

Отметим необходимость знания экономических характеристик для решения задачи. Если $Y\ t_{n-}\ =y$ и управляющее воздействие (ремонт) d, 0≤d≤y, то соответствующие затраты обозначим через $\epsilon\ y,d$. Для элемента $y\in Q$ управляющее воздействие q(y) определяет степень ремонта y,d (α – коэффициент дисконтирования или дисконт-фактор) для отказавшей системы с виртуальным возрастом y. Изменения состояния системы, определяемые марковским случайным процессом, или решения, принимаемые при любом из возможных отказов, определяются только виртуальным возрастом. Суммарная ожидаемая стоимость, определяемая при этом величиной q, может быть оценена с помощью следующего соотношения

$$c\ q\ =M[\ {}_{n+1}^{\infty}\exp\ -\alpha t_n\ \ C\{Y\ t_{n-}\ ,q\ Y\ t_{n-}\ \ \}]. \qquad (3.39)$$

Рассмотрим аналитическую модель решения оптимизационной задачи, определяемой соотношением (3.39). Для данной возрастной дисциплины ТО введем функцию $V_q\ y$, как указано выше, представляющую ожидаемые потери. Функции C(y, d) и $V_q(y)$ имеют ограничения, что легко объясняется тем фактом, что при современном ремонте (восстановлении), достигаемом заменой отказавшей системы на новую, можно оценить фиксированный уровень издержек (эксплуатационных расходов).

Используя методы прямых решений уравнений динамического программирования [19], определим, что V_q удовлетворяет интегральному уравнению вида

$$V_q\ y\ =\ {}_0^{\infty}exp\ -\alpha t\ \{V_q\ y+t-q\ y+t\ \ \ +C\ y+t,q\ x+t\ \ \}\frac{f(y+t)}{1-F(y)}dt. \qquad (3.40)$$

Уравнение (3.40) может использоваться для вычисления различных стратегий q, например, *q(y)=y*, т.е. в случаях полного ремонта (восстановления). Для этого случая

$$V_{q1}\ y\ =\ {}_0^{\infty}exp\ -\alpha t\ \{V_{q1}(0)+C\ y+t,y+t\ \}\frac{f(y,t)}{1-F(y)}dt. \qquad (3.41)$$

Используя соотношение, приведенное в [19],

$V_{q1}\ 0\ =\ {}_0^{\infty}exp\ -\alpha t\ \ V_{q1}\ y\ +C\ t,t\ \ f\ t\ dt$, получаем

$$V_{q1}\ 0\ =\ {}_0^{\infty}exp\ -\alpha t\ C\ t,t\ f\ t\ dt\,/\ {}_0^{\infty}exp\ -\alpha t\ f\ t\ dt. \qquad (3.42)$$

Для оптимальной политики Р(В) $q_0(y) = 0$ уравнение (3.42) может быть преобразовано в соответствии с [20] в Вольтерровское интегральное уравнение второго порядка:

$$V_{q0}(y) = -\int_y^{\infty} V_{q0}(u) \exp[-\alpha(u-y)] \frac{f(u)}{1-F(y)} du = \int_0^{\infty} C(u,0) \exp[-\alpha(u-y)] \frac{f(u)}{1-F(y)} du, \quad (3.43)$$

которое может вычислить с помощью стандартных методов [7]. Численные методы для иных политик Р(В) ЗТКС и СЗИ, т.е. вычисление $V_q(y)$ излагается ниже. Предварительно рассмотрим следующее утверждение.

Утверждение 3.2. Для любой допустимой политики технического обслуживания q и непрерывной функции издержек V_q существует оптимальная дисциплина ремонта (восстановления) d*=q(y), y ϵQ, минимизирующая на интервале [0, y] сумму потерь и стоимости ремонта (восстановления), т.е.

$$d \Longrightarrow V(y,d) + c(y,d) \rightarrow min.$$

Из утверждения следуют важные выводы:

a) Для любой точки ^ непрерывной допустимой стратегии q,соответствующей функцииV_q, можно построить дифференциально-разностное уравнение

$$V_q(y) = \frac{\lambda(y)}{\lambda(y)+\alpha} \left[V_q(y-q(y)) + C(y,q(y))\right] + \frac{V'(y)}{\lambda(y)+\alpha}, \quad (3.45)$$

где $\lambda(y)=f(y)/[1-F(y)]$ – интенсивность отказов.

b) Если ФРВ F(t) имеет ВФИ с соответствующей стоимостью Р(В) C(y,d), которой удовлетворяет следующее неравенство

$$\exp(-\alpha y) C(y,d_1+d_2) \leq \exp(-\alpha y_1) C(y,d_1) + \exp(-\alpha y_2) C(y_2-d_1,d_2) \quad (3.46)$$

$\forall y_1 < y_2 < y, d_1+d_2 \leq y_2$, то функция V(y) является монотонной и неубывающей.

Данное предположение может быть пояснено следующим образом. Предположим, что первый отказ встречается при сроке службы *y*, а Р(В) с длительностью d_1+d_2 проведены. Эту ситуацию можно интерпретировать в виде наличия двух отказов, прошедших в течение того же самого интервала времени. Разделяя их по величине d_1+d_2, можно предположить, что первый отказ встречается при сроке службы (эксплуатации) y_1, а второй отказ наступает позже, чем возможный срок использования системы как средства Cy_2-d_1. Тогда потери из-за простоя оборудования С exp[-αy_1]C(y_2-d_1, d_2) должны быть больше, чем потери во втором случае

$$\exp(-\alpha y_1) C(y_1,d_1) + \exp(-\alpha y_2) C(y_2-d_1,d_2).$$

При этом из (3.46) следует более общее условие:

$$\exp(-\alpha y)C(y, d_1 + \ldots + d_n) \le \exp(-\alpha y_1)C_1(y_1, d_1) + \sum_{i=2}^{n} \exp(-\alpha y_i)C(y_i - d_i - \ldots - d_{i-1}, d_i)$$

$$\forall\ n \ge 2,\ y_1 < y_2 < \ldots < y_n < y_0 d_1 \le y_1,\ d_1 + d_2 \le y_2, \ldots, d_1 + \ldots + d_n \le y_n. \qquad (3.47)$$

Соотношения (3.43) и (3.47) подчеркивают особенность, что ряд «малых» Р(В) менее дорог, чем один «большой», например, капитальный Р(В), что в свою очередь, подтверждается многими практическими ситуациями, возникшими при эксплуатации ТКС (средств РТОП и ЭС) и СЗИ.

Из (3.47) следует также, что

$$C\ \ y, d_1 + d_2\ \ \le C\ \ y_1, d_1\ \ + C\ \ y_2 - d_1, d_2\ \ \forall\, y_1 < y_2 < y;\ d_1 \le y_1;\ d_1 + d_2 \le y_2, \qquad (3.48)$$

что предусматривает необходимость учета уровней затрат на предыдущих этапах эксплуатации аппаратуры.

Перейдем к доказательству утверждения 3.2.

Предположим, что система начинает функционировать в некоторое время $y - \varepsilon, \varepsilon\ > 0$. При условии, что время наработки до следующего отказа $R(y - \varepsilon) > \varepsilon$, потери составляют $V_q\ \ y\ \ \exp(-\alpha\varepsilon)$, в случае $R(y - \varepsilon) \le \varepsilon$ величина ожидаемых потерь равна

$$M = \{\exp[-\alpha R\ \ y - \varepsilon\ \ ][V_q\ \ R\ \ y - \varepsilon\ \ \ + y - \varepsilon - q\ \ R\ \ y - \varepsilon\ \ + y - \varepsilon$$
$$+ C[\ \ R\ \ y - \varepsilon\ \ + y - \varepsilon, q\ \ R\ \ y - \varepsilon\ \ + y - \varepsilon\ \ \ ]|R(y - \varepsilon) \le \varepsilon\}$$

Далее Р$R\ \ y - \varepsilon\ \ \le \varepsilon = r\ \ y - \varepsilon\ \ \varepsilon + o\ \ \varepsilon\ \ , \varepsilon \to 0$. Из чего следует, что

$$V_q\ \ y - \varepsilon\ \ =\ \ 1 - r\ \ y - \varepsilon\ \ \varepsilon\ V_q\ \ y\ \ \exp\ -\alpha\varepsilon\ \ + o(\varepsilon) \qquad (3.49)$$

при уменьшающемся значении $\varepsilon, \varepsilon \to 0$.

Аналогичные соображения можно изложить по отношению к взаимосвязи между $V_q\ \ y$ и $V_q\ \ y + \varepsilon$. Т.о. V_q является непрерывной функцией.

Тогда при условии, что отказ происходит во время y, а после решения $d \in [0, x]$ ожидаемые затраты составляют $V(y+d)+C(y,d)$, оптимальное решение $d^*=q^*(y)$ должно минимизировать соотношение (3.44), что и требуется.

Использование подобных параметров, указанных в исходных предпосылках доказательства, позволяет сформировать следующее соотношение для V_q:

$$V_q\ \ y\ \ =\ \ 1 - \lambda\ \ y\ \ \varepsilon\ V_q\ \ y, \varepsilon\ \ \exp\ -\alpha\varepsilon\ \ + \lambda\ \ x\ \ M\ \ V_q\ \ y\ \ + R\ \ y\ \ -$$
$$q\ \ y + R\ \ y\ \ , q\ \ y + R\ \ y\ \ \ \ \ \exp\ -\alpha R\ \ y\ \ \ |R\ \ y\ \ \le \varepsilon + 0\ \ \varepsilon\ \ ,\ \varepsilon \to 0\ . \qquad (3.50)$$

Предполагая, что $V_q\ \ y$ и C (y,d) являются непрерывными функциями, а $\varepsilon \to 0$, можно отметить, что уравнение (3.50) приводится к (3.47) в каждой точке непрерывности q, что и требуется.

Монотонность функции V_q может быть установлена при анализе временных распределений следующим образом. Пусть $0<y_1<y_2$. Рассмотрим две

независимых системы А и Б, поведение которых описывается случайным процессом с ФРВ срока службы Р и стоимостной функцией *C(y,d)*.

Система А имеет возраст y_1 во время 0 и характеризуется использованием минимального Р(В) при отказе, а $Y_1(t)$ - ее наработка во время t .

Система Б имеет возраст y_2 во время v и при отказе используется оптимальная дисциплина обслуживания, а $Y_2(t)$ наработка во время t.

Анализируя, в общем случае, случайное изменение функционального состояния систем, введем два фиксированных момента времени T_1 и T_2, причем

$$T_1 = \inf\{t \geq 0 | Y_1\ t\ \ \geq Y_2\ t\ \} \tag{3.51}$$

а T_2 является первым моментом отказа системы А после T_1. Тогда t_1 можно рассматривать как время отказа и ремонта системы Б. Техническое обслуживание системы А видоизменяет ее функциональное состояние (обозначим его через А*) при условии использования политики q, определяемой следующим образом:

- на интервале времени $[0, T_1]$ используется минимальный ремонт;
- во время T_2 используется ремонт d= $X_А(T_2\text{-})\text{-}X_Б(T_2)$ $X_А(T_2\ \text{-})\text{-}X_Б(T_2) \geq 0$;
- для t> T_2 используется оптимальная стратегия.

Пусть $Y_q(t)$ будет виртуальный возраст изменения А* системы А, вызванный использованием стратегии q.

На рис. 3.3 приведена типичная реализация из трех виртуальных включаемых процессов возраста: $I_1, I_2, I_3, \ldots$ и $J_1, J_2, J_3, \ldots$- времена отказов систем А и Б, соответственно. Между временами I_1 и I_2 использованы минимальный ремонт для системы А. Кроме того $Y_q(t)= Y_A(t)$ для $t<T_2$.

До T_1, $Y_q(t)$ всегда меньше, чем $Y_B(t)$, и следовательно, учитывая монотонность функции стоимости и ВФИ, ожидаемые издержки А* в $[0,T_1]$ не превышают таковые для системы Б. Ввиду (3.49) издержки А* на интервале времени $[T_1,T_2]$ ограничены сверху в ожидании Б. На $[T_2, \infty)$ системы А* и Б стохастически идентичны. Мы имеем для ожидаемых издержек V_{A*}, и $V_Б$ от А* и Б соотношение $V_{A*} \leq V_Б$. Но $V_Б=V(y_2)$, и $V_{A*}>V(y_1)$, и следовательно, $V(y_1) \leq V(y_2)$, как было показано. В построении А* использовалась стратегия q, которая зависит от случайного извлечения корня процесса $Y_Б=\{Y_Б(t)\}>0$ в течение временного интервала $[0,T_2]$. Т.к. $Y_Б$ стохастически не зависят от системы А, ожидаемые издержки А* ограничены минимальными ожидаемыми издержками для системы, определяемыми, в свою очередь, величинами y_1, $V(y_1)$.

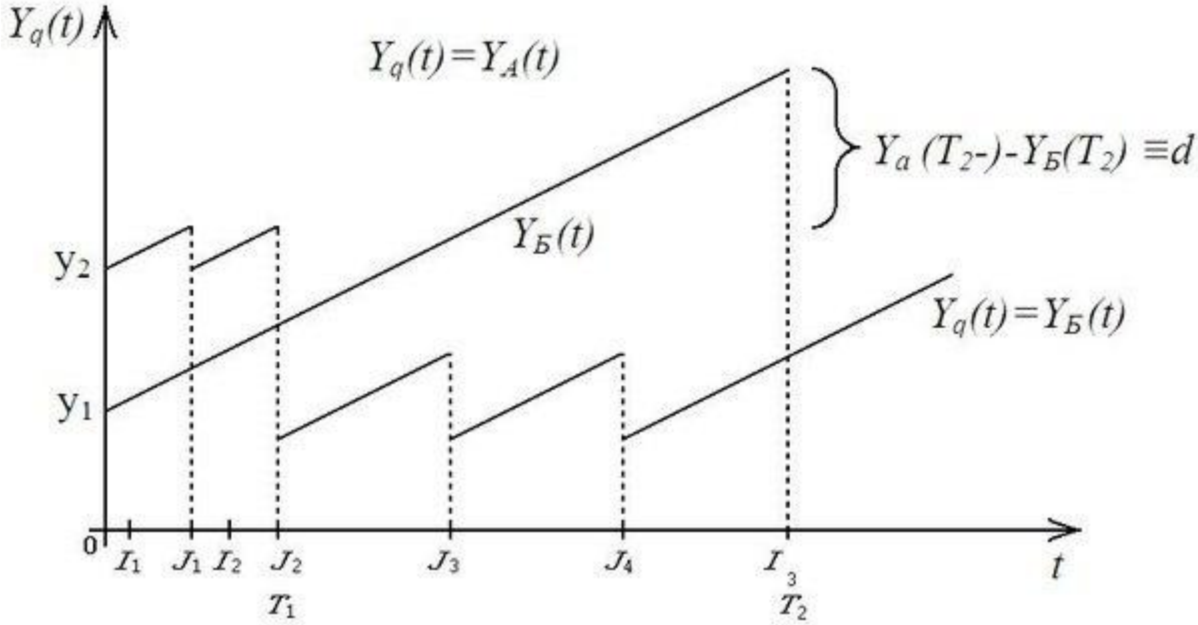

Рис. 3.3. Возможное изменение срока службы $Y_q(t)$

Остановимся на принципах алгоритмизации численного метода вычислений соответствующих переменных.

Считая, что значение функции $Y_q(y)$ связаны с любой дисциплиной обслуживания q, определим оптимальное значение функции Y_q.

Приняв, что C(y, d) ограничено и непрерывно, мы можем воспользоваться теоремой Банаха [14] о фиксированной точке функции для нахождения приблизительных решений $V_q(y)$ и V(y), считая что ФРВ F(...) (3.38) удовлетворяет условию регулярности. Пусть $C^B[0, \infty]$ является Банаховым пространством некоторой действительной и ограниченной сверху величиной ||·|| функции на интервале [0,∞]. Для вычисления Y_q, в соответствиис [16], определим оператор преобразования $T_q\colon C^B\ 0,\infty\ \to \varphi\epsilon C^B\ 0,\infty$ Будем иметь

$$(T_q\varphi)\ y\ =\ {}_0^\infty \exp\ -\alpha t\ \ [\varphi\ y+t-q\ y+t\ \ +C\ y+t, Q\ y+t\ \ ]\frac{f(y+t)}{1-F(y)}dt. \quad (3.52)$$

С другой стороны, для вычисления V(y) введем функцию W(y), определяемую как минимальные ожидаемые издержки. Получим

$$W\ y\ =\min_{0\le d\le y}\{C\ y,d\ +\ {}_{y-d}^{\infty}W\ y'\ \exp\ -\alpha\ y'-y+d\ \ \frac{f\ y'}{1-F\ y-d}dy'. \quad (3.53)$$

Обратим внимание, что функции V(y) и W(y) связаны следующими уравнениями:

$$W\ y\ =\min_{0\le d\le y}\{V\ y-d\ +C(y,d);$$

$$V\ y\ =\ {}_0^\infty \exp\ -\alpha\ y'-x\ \ W(y')\frac{f(y')}{1-F(y)}dy$$

Затем определим оператор T для $\varphi\epsilon C^b\ 0,\infty$ в виде

$$(T_q\varphi)\ y\ =$$

$$\min_{0\le d\le y}\{C\ \ y,d\ \ +\ \int_{y-d}^{\infty} f\ \ y'\ \exp(-\alpha\ \ y'-y+d\ \ )\frac{f\ \ y'}{1-F\ \ y-d}dy'\}\,. \tag{3.54}$$

Легко заметить что если (y, d)→C(y, d) является непрерывной и ограниченной, то $T_q\varphi$ и T_q содержатся в $C^b\ \ 0,\infty\ \ \forall\ \varphi\epsilon C^b\ \ 0,\infty$.

Для исследования поведения возможной наработки Y(t) рассмотрим следующее утверждение:

Утверждение 3.3. Если функция затрат C(y, d) непрерывна и ограничена и верно утверждение, что

$$\beta = sup_{y\ge 0}M\ \exp\ -\alpha\ \ Y-y\quad Y>y\ \ <1, \tag{3.55}$$

где Y – СВ с ФРВ F(…), то справедливо следующее:

-V_q однозначно определена уравнением (3.42), и для каждой $\varphi\epsilon C^b\ \ 0,\infty$, при k→∞;

-W однозначно определена уравнением (3.55), и для каждой $\varphi\epsilon C^b\ \ 0,\infty$ последовательность $T_q^K\varphi$ сходится к W равномерно на $0,\infty$, при k→∞.

Первое положение доказывается аналогично рассуждениями, подтверждающим результаты утверждения 3.2. Второе положение проанализируем следующим образом. Функция W является фиксированной точкой T и представляет собой сжатие на Банаховом пространстве $C^b\ \ 0,\infty$, имеющего введенную верхнюю границу.

Обозначим $\varphi, y\epsilon C^b\ \ 0,\infty\ \ \ge 0$ и y≥0, $ad_0=d_0$(y, γ) – точечная оценка, соответствующая минимуму функции

$$d\rightarrow C(y,d)+\int_{y-d}^{\infty} y'\ \exp(-\alpha\ \ y'-y+d\ \ )\frac{\varphi\ \ y'}{1-F\ \ y-d}dy'$$

на интервале [0, y]. Остающееся положение следует из соотношений

$$T\varphi\ \ y\ -\ T\gamma\ \ y\ =\min_{0\le y\le 1}\ c\ \ y,d\ \ +\int_{y-d}^{\infty}\exp\ -\alpha\ \ y'-y+d\ \ \ \varphi\ y'\ \ \frac{f\ \ y'}{1-F\ \ y-d}dy'\ -$$

$$-\ c\ \ y,d_o\ \ +\int_{y-d_o}^{\infty}\exp\ -\alpha\ \ y'-y+d_o\ \ \ y\ y'\ \ \frac{F\ \ y'}{1-F\ \ y-d_o}dy'\ \le$$

$$\le\ \varphi-\gamma\ \ \int_{y-d_o}^{\infty}\exp\ -\alpha\ \ y'-y+d_o\ \ \ y\ y'\ \ \frac{\varphi\ \ y'}{1-F\ \ y-d_o}dy'\le\beta\ \ \varphi-\gamma \tag{3.56}$$

С учетом (3.56) и производя замену φ и γ по правилу, оговоренному (3.51), получаем

$$T\varphi-T\gamma\ \ \le\beta\ \ \varphi-\gamma\ \ ,\gamma<1, \tag{3.57}$$

что и требовалось доказать.

Отметим, что условие (3.55) будет верно для ФРВ, удовлетворяющих соотношению

$$\lim_{y\to\infty} infM\ \ Y-y\ Y>y\ \ >0. \tag{3.58}$$

Непосредственным вычислением β можно установить, что условию (3.55) удовлетворяют Г – распределение с ПРВ $f\ t\ = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{k-1}}{k-1\ !} \exp(-\lambda_0 t)$ и распределения полиномиального типа $k(a+y)^{-b}$, где $a>0$, $b>1$, k – соответствующая постоянная.

Используя известную зависимость [4]

$$M\ X - x\ X > x\ = \int_0^\infty \exp\{-\int_x^{x+y} \lambda\ t\ dt\} dy, \tag{3.59}$$

можно заметить, что с учетом (3.58) неравенство (3.55) является справедливым в случае, если интенсивность отказов ограничена сверху. В противном случае, если $\lim_t \to \infty \lambda(t)$ не уменьшается, мы имеем

$$M\ Y - y\ Y - y\ \leq \int_0^\infty \exp\ -\lambda\ y\ y\ dy = \lambda\ y\ ^{-1}. \tag{3.60}$$

Так, например, логнормальное распределение с ПРВ $f\ t\ = \frac{1}{\overline{2\pi} v t} \exp[-\frac{Cnt-\mu\ ^2}{2v^2}]$ характеризуется, наряду с односторонним нормальным распределением с плотностью $f\ t\ = \lambda\delta t^{\delta-1} \exp(-\alpha t^\delta)$ имеет интенсивность отказов $\lambda\ t\ = \lambda\delta t^{\delta-1}$ и, следовательно, удовлетворяет (3.58).

Коэффициенты сходимости [5] $T_q^K\varphi$ и $T^K \forall\varphi\epsilon C^B[0,\infty)$ и W соответственно могут быть оценены неравенствами:

$$T_q^K\varphi - V_q\ \ \leq \beta^K\ T_q^K\varphi - \varphi\ \ (1-\beta)^{-1}; \tag{3.61}$$

$$T_q^K\varphi - W\ \ \leq \beta^K\ T_q^K\varphi - \varphi\ \ \ 1-\beta\ ^{-1}. \tag{3.62}$$

Если анализируемый СП имеет ФРВ с ВФИ и выполняется условие (3.46), то монотонность функции W определяется монотонностью функции V, что предопределяется временным рядом функционирования ЗТКС или СЗИ. Пусть $y_1 < y_2$ и выбор $d_2 \leq y_2$ является оптимальным для проведения Р(В) при сроке эксплуатации y_2. В свою очередь, $W(y_2)=V(y_2-d_2)+C(y_2,d_2)$. Рассмотрим эксплуатацию системы, которая продолжается после срока использования y_1. Проанализируем две следующие ситуации.

Ситуация 1: если $y_2 - d_2 \leq y_1$, то используется Р(В) во время $d_1 = y_1 -(y_2 -d_2)$.

Ситуация 2: если y_2 - $d_2 \leq y$, то используется минимальный Р(В) во время от 0до d_1.

С учетом (3.58) для 1-ой ситуации мы имеем

$$W\ y_1\ \ \leq V\ y_2 - d_2\ \ + C\ y_1, y_1 -\ \ y_2 - d_2\ \ \ \leq V\ y_2 - d_2\ \ + C\ y_2, d_2\ \ = W(y_2)$$

и соответственно для второй ситуации

$$W\ y_1\ \ \leq V\ y_1\ \ + C\ y_1\ \ \leq V\ y_2 - d_2\ \ + C\ y_2, d_2\ \ = W\ y_2\ .$$

В силу монотонности рассматриваемых функций естественен вывод о том, что $W(y_1) \leq W(y_2)$.

Определение функции W(y) позволяет использовать стандартные численные методы интегрирования для нахождения $T^{к}\varphi$. Затем необходимо произвести повторное интегрирование (3.53) для вычисления V(y).

Оптимальная политика сопровождения может быть определена в соответствии с утверждением 3.2 или с помощью дискретного представления ФРВ с применением описанной методики.

Во многих практических случаях, например при продлении ресурса, могут использоваться минимальный и совершенный Р(В). В этом случае оптимальная политика является одной из стратегий оптимального управления системами с монотонной структурой [6; 19].

Утверждение 3.4 Если V-неубывающая функция и $y \rightarrow$C(y,y)-C(y,0)-монотонно не увеличивающаяся в S, то оптимальная стратегия обслуживания в подклассе стратегий q, удовлетворяющая q(y)ϵ {0,y} для всех *y,* является стратегией предельного управления следующей формы:

$$q*(x) = \begin{cases} 0, \text{если } y < \psi \\ q, \text{если } y \geq \psi' \end{cases} \quad (3.63)$$

где
$$\psi = \inf\{y \epsilon S; V(y) - V(0) \geq C(y,y) - C(y,0)\}. \quad (3.64)$$

Доказательство. Предположим, что во время t_n, $V(t_n-)=y$. Тогда имеется два возможных действия:

Действие 1: минимальный ремонт.

Действие 2: полный ремонт.

Действие 2 предпочтительно только в том случае, если:

V(0)+C(y, y)≤V(y)+C(y,0) или V(y)-V(0)≥C(y,y)-C(y,0).

Затем V увеличивается в y, это может быть легко замечено, т.к. при условии монотонности на C(y,y)-C(y,0) полный ремонт является предпочтительным для любого состояния y ≥ψ . С другой стороны, для y < ψ минимальный ремонт предпочтительнее, что и завершает доказательство.

Отметим только, что условие монотонности, учитываемое разницей {C(y,y)-C(y,0)},отражает реальные условия, возникающие в процессе реальной эксплуатации ТКС и СЗИ. Действительно, стоимостные расходы, связанные с увеличением объема минимального Р(В) оборудования при параллельном росте его срока службы иногда превышает цену новой системы.

Для большинства ТКС ГА, включая ЗТКС, каналы связи и СЗИ характерно дискретное время функционирования наряду с контролем работоспособности, проводимого с некоторым шагом. Можно считать, что при этом определение ФПРВ F(...) производится по некоторым значениям j= 1,2,3,...,. Пусть P_n является вероятностью того, что срок службы системы равен n, а$\xi_n = \frac{P_{n+1}}{(1-\sum_{i=1}^{n} P_i)}$ - условной вероятностью отказа аппаратуры во время n+1 при условии, что она работоспособна во время n. Издержки восстановления отказавшей системы, имеющей срок службы n, в момент n-d обозначим C(n,d). При этом

$$\sup_{n\leq 1}\xi_n C\ n,0\ \leq 0, \tag{3.65}$$

что поясняется ограниченностью издержек в случае минимального Р(В). Пусть V(w) обозначает минимальные неожиданные потери (коэффициент $\varepsilon \in (0,1)$) при старте и сроке службы n. При продвижении на один шаг каждый раз получаем соотношение

$$V\ n\ = \varepsilon\, \xi_n \min_{d=0,..,n+1} \varphi\ n+1-d\ + C\ n+1, d\ \ + \varepsilon(1-\ \xi_n)V_{n+1}\,. \tag{3.66}$$

Для Банахового пространства Б действительных функций на {0,1,2,…}, имеющих ограничение по верхней границе ||•||, определяем оператор T: Б→Б:

$$T\varphi\ \ n\ = \varepsilon\{\ \xi_n \min_{d=0,..,n+1} \varphi\ n+1-d\ + C\ n+1, d\ \ + \varepsilon(1- \\ -\xi_n)\varphi(n+1)\}, n\in N, \varphi \in Б. \tag{3.67}$$

Очевидно, что $T\varphi$ограничен для любого $\varphi \in$ Вв силу (3.65). По аналогии с утверждением 5.3 предположим, что $\varphi, \gamma \in$ В и $n \in N$. Выберем $d_0 = d_0(n,\gamma)$ по следующему правилу:

$$\gamma\ n+1-d_0\ + C\ n+1, d_0\ = \min_{d=0,\ldots,n+1}[\gamma\ n+1-d\ + C\ n+1, d\ . \tag{3.68}$$

Далее

$$T\varphi\ \ n\ -\ T\gamma\ \ n\ = v\{\lambda_n \min_{d=0,..,n+1} \varphi\ n+1-d\ + C\ n+1, d\ \ - \\ -\lambda_n\ \gamma\ n+1-d_0\ + C\ n+1-d_0\ \ + (1-\lambda_n)[\varphi\ n+1\ \ -\gamma\ n+1\ ]\} \leq \\ v\{\lambda_n\ n+1-d_0\ -\gamma\ n+1-d_0\ +\ 1-\lambda_n\ \ \varphi\ n+1\ \ -\gamma\ n+1\ \ \} \leq v||\varphi - \\ -\gamma||. \tag{3.69}$$

Заменив в (3.69) φ и γ, как это сделали при получении соотношения (3.67), будем иметь

$$|\ T\varphi - T\gamma\ | \leq v\ \ \varphi-\gamma\ \ . \tag{3.70}$$

Из (3.70) следует, что T имеет точно одну фиксированную точку, которая определяется соотношением (3.66) и равно V. Кроме того, для произвольного значения $\varphi \in$ В ФПРВ F(…) однозначно определяется (3.66), а последовательно $(T\varphi)k \geq 1$сходится равномерно к указанному значению V.

Иными словами, можно записать, что

$$sup_{n\geq 1}|\ T^k\varphi\ \ n\ | \leq v_k \frac{|T\varphi-\varphi|}{1-v}, \tag{3.71}$$

что позволяет вычислить V(n) для каждого n>1 с достаточной степенью точности.

Оптимальная политика назначения времени проведения и содержания ПМ по минимальному или полного В(Р) $q^*(n)$ определяется аналогично.

Тривиально, что $\mathrm{d}^* = q^*(n)$должна обеспечить снижение суммарной стоимости функции, т.е.

$$d \to V\ n, d\ \ + C\ n, d\ \ , d = 0, n. \tag{3.72}$$

Для любого фиксированного n с помощью (3.71) можно вычислить n+1 значения и оценить степень достоверности оценок, гарантирующие выбор $\mathrm{d}^* = q^*(n)$, а затем одним из приемлемых методов математического программирования решить задачу минимизации (3.72).

Заключение

Рассмотренные в настоящем учебном пособии материалы наряду с материалами первой части учебного пособия являются необходимыми знаниями каждого специалиста в области обеспечения информационной безопасности телекоммуникационных систем, перед которым возникает необходимость решения задач оптимизации процессов технической эксплуатации и технического обслуживания ТКС и СЗН, а также проблем проектирования, организационно-управленческой деятельности и практической реализации в сфере практической, инженерной деятельности.

Изучение материалов должно в обязательном порядке сопровождаться обращением студентов к специальной литературе, значительно более широко и подробно рассматривающей излагаемые методы, а также к современным информационным ресурсам.

Материалы учебного пособия также предназначены для курсового и дипломного проектирования.

Можно также предположить, что владение обучаемых навыками и умениями, формируемые при изучении излагаемых материалов, позволит им чувствовать себя более уверенными в современных условиях ведения хозяйственной деятельности.

Литература

1. Андронов А.М., Арустамов М.А., Барзилович Е.Ю. и др. Эксплуатация и ремонт // Надежность и эффективность в технике: справочник: в 10 т. / под ред. В.И. Кузнецова и Е.Ю. Барзиловича. - М.: Машиностроение, 1990. - Т. 8.
2. Барзилович Е.Ю., Каштанов В.А. Некоторые математические вопросы обслуживания сложных систем. - М.: Сов. радио, 1971.
3. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. - М.: Высшая школа, 1982.
4. Барлоу Р.Е., Прошан Ф. Математическая теория надежности. - М.: Сов. Радио, 1969.
5. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. - М.: Радио и связь, 1988.
6. Брайсон А.Э., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. - М.: Мир, 1972.
7. Вентцель А.Д., Овчаров Л.А. Курс теории случайных процессов и ее инженерных приложения. - М.: Наука, 1991.
8. Герцбах И.Б. Модели профилактики. - М.: Сов. радио, 1989.
9. Давыдов П.С. Техническая диагностика радиоэлектронных устройств. - М.: Радио и связь, 1988.
10. Дедков В.К.,Северцев Н.А. Основные вопросы эксплуатации сложных систем. - М: Высшая школа, 1986.
11. Емельянов В.Е. Техническая эксплуатация авиационного РЭО // Математические методы в теории эксплуатации // Анализ процессов технической эксплуатации РЭО. - М.: МГТУ ГА, 2002. - Ч. I, II.
12. Емельянов В.Е. Испытания и эксплуатация авиационной и ракетно-космической техники. Транспортное радиооборудование // Основы теории. – М.: МГТУ ГА, 2008. - Ч. I.
13. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем.
14. Купер Дш. Макгиллен С. Вероятностные методы анализа систем. – М.: Радио и связь, 1990.
15. Левин Б.Р. Теория надежности радиотехнических систем. – М.: Радио и связь, 1990.
16. Левин Б.Р. Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. - М.: Радио и связь, 1985.
17. Пугачев В.С. Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. - М.: Сов.радио, 1979.
18. Тихонов В.И., Миронов Н.А. Марковские процессы. - М.: Сов. радио, 1977.
19. Ховард Р. Динамическое программирование и марковские процессы. - М.: Сов. радио, 1964.

20. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Наука, 1969.

21. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. - М.: Наука, 1968.

22. ГОСТ 24.212 – 80. Система технического обслуживания и ремонта авиационной техники. Термины и определения. - М.: Изд-во стандартов, 1980.

23. ГОСТ 27.002 – 83. Надежность в технике. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1983.

Содержание