Часть I. Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Теоретические положения.

Современные вычислительные машины оперируют с информацией, представленной в цифровой форме. Числовые данные преобразуются в двоичную систему счисления, а в качестве промежуточных систем счисления используются восьмеричная и шестнадцатеричная.

Система счисления (СС) – совокупность символов и правил для записи чисел. СС разделяются на позиционные и непозиционные.

Позиционной системой счисления называется такая, в которой количественное значение каждой цифры зависит от её позиции (места) в числе (арабская система счисления).

Примером позиционной системы счисления является десятичная система счисления, которая располагает только десятью цифрами – 0,1,2,…,9 – но это не мешает представить с их помощью любое число.

Непозиционной системой называется такая, в которой количественное значение каждой цифры не зависит от занимаемой ей позиции в изображении числа, например, римская система счисления.

Одно и то же число можно представить в различных системах счисления. Запись числа при этом различна, а значение остается неизменным.

Несмотря на то, что десятичная СС имеет широкое распространение, цифровые ЭВМ строятся на двоичных элементах, т.к. реализовать на аппаратном уровне элементы с 10 четко различимыми состояниями сложно. По этой причине ЭВМ строятся на базе двоичных цифровых устройств: триггеров, регистров, счетчиков, логических элементов и т.д.

Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления относятся к так называемой «машинной группе». Каждая система счисления из этой группы применяется в различных случаях, а именно:

- **двоичная** – используется для организации преобразования информации, кодирования дискретного сигнала, потребителем которого является вычислительная техника, поскольку двоичный сигнал проще реализовать на аппаратном уровне;

- **восьмеричная и шестнадцатеричная** – используются при составлении программ на языке машинных кодов для более короткой и удобной записи двоичных кодов – команд, данных, адресов и операндов.

Десятичная система применяется в ЭВМ для ввода данных и вывода на устройства печати и на экран дисплея.

Правила записи и выполнения различных операций во всех позиционных СС одинаковы, эти системы счисления отличаются друг от друга только *основанием*. Основание системы счисления – это количество цифр (символов), используемых для записи любого числа, так:

- в десятичной системе счисления используется десять цифр – $0 \div 9$;
- в двоичной системе счисления используются две цифры – $0 \div 1$;
- в восьмеричной системе – восемь цифр – $0 \div 7$;
- в шестнадцатеричной системе счисления задействовано шестнадцать символов – цифры $0 \div 9$ и буквы латинского алфавита A, B, C, D, E, F для записи чисел 10, 11, 12, 13, 14, 15 соответственно.

Следует заметить, что **основание** системы счисления в **своей системе счисления** записывается как единица старшего разряда – «10».

Тема 1. Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием "b"

Для перевода чисел из одной системы счисления в другую существуют определенные правила. Они различаются в зависимости от формата числа – целое или правильная дробь. Для вещественных чисел используется комбинация правил перевода для целого числа и правильной дроби.

Иначе говоря, в систему счисления с основанием "b" целая и дробная части десятичного числа переводятся отдельно, по разным правилам.

Алгоритм перевода *целого числа (целой части)* десятичного числа в систему счисления с основанием "b" реализуется посредством выполнения следующих шагов:

1. Разделить **нацело** исходное десятичное число на основание "b", т.е. получить **частное** и **остаток**. Остаток от деления зафиксировать.

2. Полученное частное вновь делить на основание "b" остаток зафиксировать. Процедуру продолжать до тех пор, пока частное не станет равным нулю.

3. Записать полученные остатки снизу вверх в порядке, обратном их получению.

Результатом перевода должно быть *целое число*.

ПРИМЕР 1.1. Перевести десятичное число 75 в двоичную систему счисления (b = 2). Последовательные деления дают следующие результаты:

75 : 2 = 37 (остаток 1);
37 : 2 = 18 (остаток 1);
18 : 2 = 9 (остаток 0);
9 : 2 = 4 (остаток 1);
4 : 2 = 2 (остаток 0);
2 : 2 = 1 (остаток 0);
1 : 2 = 0 (остаток 1).

Таким образом, записывая остатки от деления, начиная с последнего, получаем число 75 в двоичной системе: 1001011.

ПРИМЕР 1.2. Перевести десятичное число 75 в восьмеричную (b=8) и шестнадцатеричную систему счисления (b = 16). Производя аналогичные вычисления, получаем:

b=8	b=16
75 : 8 = 9 (остаток 3) 9 : 8 = 1 (остаток 1) 1 : 8 = 0 (остаток 1) десятичное число 75 в 8-ричной СС будет записано – 113	75 : 16 = 4 (остаток 11, или в 16-ричной СС – B) 4 : 16 = 0 (остаток 4) десятичное число 75 в 16-ричной СС будет записано – 4B

Заметим, чем больше основание системы счисления, тем меньшее количество разрядов (то есть записываемых ***цифр***) требуется при записи числа в позиционных системах счисления.

Алгоритм перевода *правильной дроби (дробной части)* десятичного числа в систему счисления с основанием "b" заключается в следующем:

1. Умножить исходное десятичное число на основание "b". Зафиксировать целую часть полученного произведения.

2. Дробную часть полученного числа вновь умножить на основание "b", целую часть полученного произведения зафиксировать и т.д. Последовательно повторять умножение. (Перед каждым умножением целую часть предыдущего результата следует обнулить).

3. Завершить процесс последовательных умножений либо при получении нулевой дробной части в очередном произведении, либо при достижении требуемой точности (число умножений определяет число знаков дробной части числа в СС с основанием "b").

4. Справа от запятой записать зафиксированные целые части в той последовательности, в которой они получены.

ПРИМЕР 1.3. Перевести десятичное число 0,7 в двоичную систему счисления с восемью знаками после запятой. Последовательные умножения дают следующие результаты:

$0{,}7 \cdot 2 = 1{,}4$ (целая часть 1);

$0{,}4 \cdot 2 = 0{,}8$ (целая часть 0);

$0{,}8 \cdot 2 = 1{,}6$ (целая часть 1);

$0{,}6 \cdot 2 = 1{,}2$ (целая часть 1);

$0{,}2 \cdot 2 = 0{,}4$ (целая часть 0);

$0{,}4 \cdot 2 = 0{,}8$ (целая часть 0);

$0{,}8 \cdot 2 = 1{,}6$ (целая часть 1);

$0{,}6 \cdot 2 = 1{,}2$ (целая часть 1).

Таким образом, результат с точностью до восьмого знака: 0,10110011.

При записи чисел для различия систем счисления будем использовать подстрочный индекс справа от числа:
- для двоичных чисел – в виде цифры 2;
- для восьмеричных чисел – в виде цифры 8;
- для шестнадцатеричных чисел – в виде числа 16.

ПРИМЕР 1.4. Перевести десятичное число 0,7 в восьмеричную (b=8) и шестнадцатеричную СС (b = 16) с двумя знаками после запятой.

b=8	b=16
$0{,}7 \cdot 8 = 5{,}6$ (целая часть 5) $0{,}6 \cdot 8 = 4{,}8$ (целая часть 4) Получим: $0{,}7_{10} = 0{,}54_8$	$0{,}7 \cdot 16 = 11{,}2$ (целая часть B) $0{,}2 \cdot 16 = 3{,}2$ (целая часть 3) Получим: $0{,}7_{10} = 0{,}B3_{16}$

В том случае, когда исходное число содержит как дробную, так и целую части, их следует перевести по отдельности из десятичной СС в СС с основанием "b" и записать в результирующем числе соответственно слева и справа от запятой.

Следовательно, результат перевода десятичного числа 75,7 в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления будет:

$75{,}7_{\mathbf{10}} = 1001011{,}10110011_{\mathbf{2}} = 113{,}54_{\mathbf{8}} = 4B{,}B3_{\mathbf{16}}$.

Тема 2. Перевод чисел из системы счисления с основанием "b" в десятичную систему счисления

В общем виде число в позиционной СС может быть разложено по степеням *своего* основания "b" и представлено в виде полинома:

$$Y = a_{n-1} \cdot b^{n-1} + a_{n-2} \cdot b^{n-2} + \ldots + a_1 \cdot b^1 + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + \ldots + a_{-k} \cdot b^{-k}, \qquad (1)$$

где b – основание исходной системы счисления;

a_i (i = -k ...n-1) – значение цифры в i-ом разряде исходного числа;

n – количество разрядов целой части в исходном числе;

k – количество разрядов дробной части в исходном числе.

Так, в десятичном числе 459,71: цифра 9 представляет единицы, цифра 5 – десятки, цифра 4 – сотни, 7 – десятые, а 1 – сотые доли единицы. Это число можно представить в соответствии с формулой (1) таким образом:

основание

$$459{,}71 = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}.$$

Пользуясь формулой разложения (1) можно переводить числа из системы счисления с основанием "b" в десятичную систему счисления.

Двоичное число может быть представлено:

основание

$$1101{,}11_2 = \underbrace{1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}}_{\text{десятичная запись}}$$

двоичная запись

Обратите внимание – правая часть формулы записывается в десятичном виде.

Алгоритм перевода чисел из СС с основанием "b" в десятичную систему счисления заключается в выполнении следующих действий:

1. Записать исходное число с основанием "b" в виде полинома в соответствии с формулой (1).

2. Подставить вместо буквенных обозначений соответствующие числовые значения, записанные в десятичной системе счисления.

3. Произвести вычисления.

ПРИМЕР 2.1. Перевести в десятичную систему счисления двоичное число 101,01.

$$101{,}01_2 = 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 + 0\cdot 2^{-1} + 1\cdot 2^{-2} =$$
$$1\cdot 4 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 + 0\cdot 0{,}5 + 1\cdot 0{,}25 = 5{,}25_{10}.$$

ПРИМЕР 2.2. Перевести в десятичную систему 8-ричное число 547,36.

$$546{,}36_8 = 5\cdot 8^2 + 4\cdot 8^1 + 6\cdot 8^0 + 3\cdot 8^{-1} + 6\cdot 8^{-2} =$$
$$5\cdot 64 + 4\cdot 8 + 6 + 3\cdot 0{,}125 + 6\cdot 0{,}0156 =$$
$$320 + 32 + 6 + 0{,}1406 = 358{,}1406_8.$$

ПРИМЕР 2.3. Перевести в десятичную систему 16-ричное число E3,C.

$$E3,C_{16} = 14\cdot 16^1 + 3\cdot 16^0 + 12\cdot 16^{-1} = 14\cdot 16 + 3 + 12\cdot 0{,}0625 =$$
$$224 + 3 + 0{,}75 = 227{,}75_{10}.$$

Тема 3. Перевод чисел из СС с основанием 2^n в СС с основанием 2^m и обратно

Если необходимо перевести число из двоичной системы счисления в систему счисления, основанием которой является 2^n, достаточно объединить цифры двоичного числа в группы по столько цифр, каков показатель степени n и использовать приведенный ниже алгоритм.

Поскольку 8 = 2^3, то каждый 8-ричный разряд однозначно соответствует трем двоичным разрядам, аналогично 16 = 2^4 и каждый 16-ричный разряд соответствует четырем двоичным разрядам (см. Приложение А). Поэтому перевод чисел из двоичной СС в 16-ричную (8-ричную) значительно проще перевода в другие системы счисления. Заметим, что группу из трех двоичных цифр называется "двоичной триадой", группы по 4 цифры – "двоичные тетрады".

Алгоритм перевода чисел из двоичной СС в СС с основанием 2^n:

1. Сгруппировать разряды исходного двоичного числа по n разрядов влево и вправо от запятой, разделяющей целую и дробную части.

2. Неполные группы двоичных цифр по краям исходного числа дополнить незначащими нулями. (Незначащими являются нули, стоящие перед целой частью и после дробной части числа).

3. Каждую из полученных групп двоичных цифр заменить соответствующей ей цифрой системы счисления с основанием 2^n.

ПРИМЕР 3.1. Перевести двоичное число 10110011011,1110101100011 в 16-ричную систему счисления. Процесс перевода в соответствии с описанным алгоритмом:

0 1 0 1	1 0 0 1	1 0 1 1	,	1 1 1 0	1 0 1 1	0 0 0 1	1 0 0 0	.
5	9	B	,	E	B	1	8	

Таким образом, результатом перевода будет 16-ричное число 59B,EB18.

ПРИМЕР 3.2. Перевести этоже двоичное число в восьмеричную СС.

0 1 0	1 1 0	0 1 1	0 1 1	,	1 1 1	0 1 0	1 1 0	0 0 1	1 0 0	.
2	6	3	3	,	7	2	6	1	4	

Результатом перевода является 8-ричное число $2633{,}72614_8$.

Правила перевода чисел из 16-ричной (8-ричной) СС в двоичную:

1. Каждую цифру 16-ричного (8-ричного) числа заменить соответствующим 4-разрядным (3-разрядным) двоичным числом.

2. Полученные двоичные коды расположить на местах соответствующих 16-ричных (8-ричных) цифр, сохранив расположение запятой.

3. Опустить незначащие нули в старших разрядах целой части и младших разрядах дробной части.

ПРИМЕР 3.3. Перевести 8-ричное число $1527{,}364_8$ в двоичную систему.

Следуя приведенному алгоритму, получаем:

1	5	2	7	,	3	6	4	.
001	101	010	111	,	011	110	100	

Окончательный результат: $1101010111{,}0111101_2$.

ПРИМЕР 3.4. Перевести 16-ричное число $A59{,}3E4_{16}$ в двоичную систему:

$$\underline{\ A\ }\quad \underline{\ 5\ }\quad \underline{\ 9\ }\ ,\ \underline{\ 3\ }\quad \underline{\ E\ }\quad \underline{\ 4\ }\ .$$

$$1010\quad 0101\ 1001\ ,0011\quad 1110\quad 0100$$

Окончательный результат: $101001011001{,}0011111001_2$.

Перевод чисел из 16-ричной системы счисления в 8-ричную (или обратно) целесообразно осуществлять в два этапа:

1. Перевести число из исходной системы счисления в двоичную (аналогично примерам 3.1 и 3.2).

2. Перевести полученное в п.1 двоичное число в требуемую СС.

ПРИМЕР 3.5. Перевести число $7C3{,}D9_{16}$ из 16-ричной СС в 8-ричную.

1. $\underline{\ 7\ }\quad \underline{\ C\ }\quad \underline{\ 3\ }\ ,\ \underline{\ D\ }\quad \underline{\ 9\ }\ .$

$$0111\quad 1100\ 0011\ ,\ 1101\quad 1001$$

2. $\underline{011}\ \ \underline{111}\ \ \underline{000}\ \ \underline{011}\ ,\ \underline{110}\ \ \underline{110}\ \ \underline{010}\ .$

$$3\quad 7\quad 0\quad 3\ ,\quad 6\quad 6\quad 2$$

Окончательный результат: $7C3{,}D9_{16} = 3703{,}662_8$.

Часть II. Арифметические операции в ЭВМ

Тема 4. Сложение целых двоичных чисел в обратном или дополнительном коде

Теоретические положения.

С целью упрощения арифметических операций в ЭВМ применяют специальные коды для представления чисел. Мы рассмотрим прямой, обратный и дополнительный коды чисел.

Прямой код двоичного числа – это само двоичное число, а знак числа записывается двоичной цифрой: знак «-» – цифрой **1**, знак «+» – цифрой **0.** Например, отрицательное двоичное число -1011_2 в прямом коде запишется: 1.1011.

Представление чисел в компьютере по сравнению с формами, известными всем со школы, имеет два важных отличия:

- во-первых, числа записываются в двоичной системе счисления;
- во-вторых, для записи и обработки чисел отводится конечное количество разрядов (в "некомпьютерной" арифметике такое ограничение отсутствует).

Двоичная арифметика предельно проста:

Сложение производится согласно таблице сложения: $0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1$ $1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 10$	Умножение производится согласно таблице умножения: $0 \cdot 0 = 0$ $0 \cdot 1 = 0$ $1 \cdot 0 = 0$ $1 \cdot 1 = 1$

В компьютерах арифметические устройства выполняют действия не с самими двоичными числами по правилам двоичной арифметики, а с их двоичными кодами (представлениями) по правилам арифметики двоичных кодов.

Отличия правил арифметики двоичных кодов от правил обычной арифметики заключаются в **ограниченности разрядной сетки.** Иначе говоря, для записи числа в устройствах компьютера выделяется фиксированное количество двоичных разрядов. Память компьютера имеет байтовую структуру, однако, размер одной адресуемой ячейки обычно составляет несколько байт: 2, 4, 8 байт.

Вся информация в ЭВМ представляется в двоичных кодах. Из всего множества кодов мы рассмотрим ***прямой, обратный*** и ***дополнительные коды***.

Для записи целого двоичного числа в ***прямом*** коде двоичные числа дополняются знаковым разрядом, который принимается равным "0" для положительных чисел и "1" – для отрицательных. При ручной записи чисел со знаком, знаковый разряд, для удобства, отделяется от значащих разрядов точкой.

Например, десятичное число (+12) в прямом двоичном коде запишется так: (0.1100), а десятичное число (-12) − (1.1100).

Прямой код используется при хранении чисел в памяти ЭВМ, а также при выполнении операций умножения и деления.

Другими формами представления чисел со знаком являются ***обратный*** и ***дополнительный*** коды. Эти коды позволяют заменить вычитание целых чисел их сложением, исходя из принципа: a - b = a + (-b).

***Положительные** числа, записанные в прямом, обратном и дополнительном кодах **одинаковы**.*

Так, положительное десятичное число 12 в прямом, обратном и дополнительном двоичном кодах запишется: (0.1100).

Для перевода отрицательного числа из прямого кода в обратный следует в знаковом разряде сохранить единицу, а цифры значащих разрядов инвертировать, т.е. "1" заменить на "0", а "0" на "1".

Дополнительный код отрицательного числа получается из обратного кода числа прибавлением "1" к младшему разряду этого числа.

ПРИМЕР 4.1. Записать десятичное число (-12) в прямом, обратном и дополнительном двоичном кодах в шестиразрядной ячейке:

1.01100 – прямой код	1.10011 – обратный код	1.10100 – дополнительный код

В данном примере один разряд отведен под знак числа, пять разрядов под само число, под точку в разрядной сетке место не выделяется. Само число сдвинуто к правому краю, а в избыточный разряд (в прямом коде) записан «0». Затем прямой код инвертируется для перевода в обратный.

Перевод чисел из обратного (дополнительного) кода в прямой код производится по тем же правилами, что и в обратный (дополнительный) код из прямого.

Правила сложения в дополнительном коде:

1. Сложение производится по правилам сложения двоичных чисел, включая знаковый разряд.
2. Если в результате сложения возникает перенос (переполнение) из знакового разряда, этот перенос **игнорируется** (отбрасывается).
3. Если знак суммы не совпадает со знаками слагаемых (эта ситуация может возникнуть только когда знаки одинаковы), имеет место переполнение разрядной сетки ЭВМ и результат должен быть признан неверным.

Сложение в ***обратном*** двоичном коде отличается от сложения в ***дополнительном*** коде лишь одним правилом: если в результате сложения возник перенос из знакового разряда, т.е. произошло переполнение, **необходимо к младшему разряду суммы прибавить "1"**.

ПРИМЕР 4.2. Реализовать операцию: 15 - 7 в прямом обратном и дополнительном коде:

	10-е число	Прямой код	Обр. код	Доп. код
данные	15 - 7	0.1111 1.0111	0.1111 +1.1000	0.1111 +1.1001
промежуточный рез-т	8		10.0111 + 1	~~1~~0.1000
окончательный рез-т	8		0.1000	0.1000

ПРИМЕР 4.3. Реализовать операцию: 7 - 15 в прямом обратном и дополнительном коде:

	10-е число	Прямой код	Обр. код	Доп. код
данные	-15 + 7	1.1111 0.0111	1.0000 +0.0111	1.0001 +0.0111
промежуточный рез-т	- 8		1.0111	1.1000
окончательный рез-т (в прямом коде)	- 8		1.1000	1.0111 + 1 1.1000

Выполняя сложение, следует выбирать разрядность ячейки по большему слагаемому, как это сделано в приведенных примерах (4.2, 4.3).

Тема 5. Умножение целых двоичных чисел

Операция умножения выполняется в прямом коде. При этом на первом этапе определяется знак произведения, если сомножители имеют одинаковые знаки, то результат положительный (0 в знаковом разряде), если – разные, то результат отрицательный (1 в знаковом разряде). Затем производится перемножение модулей сомножителей согласно двоичной таблице умножения. Результату присваивается полученный знак.

Умножение двоичных чисел столбиком производится по тем же правилам, что и десятичных, только по двоичной таблице. Умножается первое число на каждый разряд второго и результаты записываются один под другим со сдвигом. Затем полученные промежуточные результаты складываются с учетом сдвига. Но так как любой разряд двоичного числа – это 0 или 1 процесс значительно облегчается:

- число, умноженное на 1, равно самому себе;
- число, умноженное на 0, равно нулю.

Поэтому операция умножения двоичных чисел сводится к двум более простым операциям: сдвигу и сложению.

Это очень важно для построения ЭВМ, т.к. для технической реализации операции умножения нужны те же устройства, что и для сложения.

ПРИМЕР 5.1. Найти произведение двух чисел 21 и 9 в двоичной СС.

В результате перевода сомножителей в двоичную систему счисления получаем:

$21_{10} = 10101_2$, $9_{10} = 1001_2$.

Перемножаем двоичные числа:

$$\begin{array}{c|cccccccc}
\times & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 & & & & & 1 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
+ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & & & \\
\hline
\end{array}$$

Получаем результат: $1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1$

Проверяем: $10111101_2 = 189_{10}$; $21 \cdot 9 = 189$.

Тема 6. Сложение чисел с плавающей запятой

Теоретические положения.

При представлении чисел с плавающей запятой (в показательной форме) числа имеют вид правильной дроби:

$$N = a \cdot b^p ,$$

где a – мантисса (она является правильной дробью со знаком);

b – основание системы счисления (в ЭВМ лишь подразумевается);

p – порядок (целое число со знаком).

ПРИМЕР 6.1. Записать десятичное число 23,73 в форме с плавающей запятой.

Варианты записи: 1) $23{,}73 \cdot 10^0$, 2) $2{,}373 \cdot 10^1$, 3) $0{,}2373 \cdot 10^2$,

4) $0{,}02373 \cdot 10^3$, 5) $23730 \cdot 10^{-3}$ и т.д.

Чтобы исключить неоднозначность записи используют так называемую *нормализованную* форму записи чисел с плавающей запятой: в этой форме мантисса числа имеет нулевую целую часть, а в старшем разряде дробной части – цифру, отличную от нуля (для двоичной системы – всегда "1"). Так, среди вариантов записи числа из примера 6.1 нормализованным будет число варианта 3).

Аналогично представляются числа с плавающей запятой и в двоичной системе.

ПРИМЕР 6.2. Двоичное число 101,011 в нормализованной показательной форме имеет вид: $0{,}101011 \cdot 10^{11}$.

Здесь основание "10" – запись десятичного числа "2" в двоичной системе счисления, а показатель "11" – двоичный аналог десятичного числа "3", компенсирующий сдвиг мантиссы на три разряда вправо при получении нормализованной формы.

Сложение чисел с плавающей запятой осуществляется в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Уравнять порядки слагаемых. Для этого меньший порядок увеличивается до большего; при этом соответственно сдвигается мантисса корректируемого числа. Так как число разрядов мантиссы (как и порядка) постоянно и задано разрядной сеткой ЭВМ, младшие разряды преобразуемого числа, выходящие за пределы разрядной сетки, теряются.

2. Суммировать мантиссы по правилам алгебраического сложения двоичных чисел.

3. В случае переполнения произвести нормализацию результата (сдвинуть мантиссу до получения нормализованной формы с соответствующим изменением значения порядка).

ПРИМЕР 6.3. Пусть необходимо сложить двоичные числа в пределах данной разрядной сетки, в которой мантисса слагаемых имеет разрядность 5, а порядок – 2.

$$0{,}11111 \cdot 10^{10} \quad \text{и} \quad 0{,}10101 \cdot 10^{01}.$$

Реализуем вышеописанный алгоритм по пунктам:

1. Уравниваем порядки:

1-е число		2-е число	
мантисса	порядок	мантисса	порядок
0,11111	10	0,01010	10

2. Складываем мантиссы чисел, результатом является число:

мантисса	порядок
1,01001	10

3. Нормализуем мантиссу и соответственно увеличиваем порядок, получаем окончательный результат:

мантисса	порядок
0,10100	11

Часть III. Методические указания по выполнению домашних заданий

Студентам по данному курсу предстоит выполнить домашнее задание по пройденному материалу.

При выполнении каждого задания следует придерживаться изложенных ниже требований:

a) получить варианты заданий у преподавателя (см. Приложение Б);

b) при решении задач сначала следует записать полный текст задачи с исходными данными в соответствии со своим вариантом;

c) при выполнении заданий следует пользоваться правилами, изложенными выше аналогично приведенным примерам. Процедура решения задачи должна быть приведена подробно, с записью процесса решения и промежуточных результатов;

d) работа должна быть выполнена на листах белой бумаги формата А4 (210x297мм), текст распечатан на принтере или написан чернилами или шариковой ручкой. Для работ, набранных с помощью текстового редактора Microsoft Word, следует использовать шрифт Times New Roman размером 12пт или 14 пт. Страницы должны быть пронумерованы;

e) титульный лист должен быть оформлен согласно Приложению В, его включают в общую нумерацию, но номер на нем не ставится.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблицы соответствия систем счисления

Двоично-восьмеричная зависимость		
10-е число	8-е число	2-я триада
0	0	000
1	1	001
2	2	010
3	3	011
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

Двоично-шестнадцатеричная зависимость		
10-е число	16-е число	2-я тетрада
0	0	0000
1	1	0001
2	3	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Варианты домашнего задания

Варианты задания № 1.

Перевести десятичное число в систему счисления с основанием " b".

№	Число	b	№	Число	b	№	Число	b
1	37,46	2	**11**	1234,44	8	**21**	8213,73	16
2	79,18	2	**12**	2112,77	8	**22**	7231,52	16
3	66,38	2	**13**	1873,52	8	**23**	6972,73	16
4	59,85	2	**14**	2531,28	8	**24**	6331,68	16
5	77,72	2	**15**	1757,53	8	**25**	8649,39	16
6	66,74	2	**16**	2231,32	8	**26**	7453,27	16
7	84,56	2	**17**	2169,73	8	**27**	7979,74	16
8	67,36	2	**18**	1327,12	8	**28**	6397,78	16
9	87,44	2	**19**	1498,62	8	**29**	5685,62	16
10	66,4	2	**20**	2333,62	8	**30**	6377,34	16

Варианты задания № 2.

Перевести число с основанием "b" в десятичную СС.

№	b	Число	№	b	Число	№	b	Число
1	2	101111,111	**11**	8	2551,72	**21**	16	4C9,A3
2	2	101011,110	**12**	8	6422,64	**22**	16	A3F,1C
3	2	110111,001	**13**	8	5262,35	**23**	16	98D,7E
4	2	101001,101	**14**	8	4341,63	**24**	16	B65,C6
5	2	101100,010	**15**	8	4364,32	**25**	16	459,E9
6	2	100111,110	**16**	8	4166,64	**26**	16	A86,AA
7	2	110010,111	**17**	8	2761,17	**27**	16	D49,A6
8	2	111010,011	**18**	8	6651,45	**28**	16	6EA,B5
9	2	101100,100	**19**	8	6523,22	**29**	16	C68,95
10	2	110111,111	**20**	8	4526,55	**30**	16	BCA,16

Варианты задания № 3.

Перевести 8-е (16-ричное) число в 16-ричную (8-ричную) СС.

№	8 → 16	№	8 → 16	№	16 → 8	№	16 → 8
1	764,453	9	625,716	16	87C, 6A9	24	DF2, 7EC
2	431,532	10	231,673	17	938, DA1	25	89C, 94D
3	175,367	11	471, 573	18	95D, 4F8	26	874, CDF
4	126,761	12	726, 414	19	793, 6EC	27	D51, 963
5	375,641	13	346, 573	20	68F, 79C	28	1CD, 77A
6	672,517	14	736, 241	21	BC4, E58	29	AC4, 6F5
7	264,375	15	616, 472	22	147, 984	30	651, 83D
8	517,264	—	———	23	16C, 67A	—	———

Варианты задания № 4.

Осуществить сложение двоичных чисел в обратном (дополнительном) коде.

Процесс решения предполагает перевод десятичных данных в требуемый двоичный код и выполнение операции сложения аналогично примерам 4.2 и 4.3 с подробными пояснениями. Выполняя задание, следует выбирать разрядность ячейки по большему слагаемому. Результат представить в прямом коде.

№	a	b	код	№	A	b	код	№	a	b	код
1	16	-29	Обр.	**11**	19	-24	обр.	**21**	26	-29	обр.
2	-24	17	Доп.	**12**	-16	29	доп.	**22**	23	-18	доп.
3	29	-15	Обр.	**13**	25	-27	обр.	**23**	29	-24	обр.
4	-21	24	Доп.	**14**	-14	21	доп.	**24**	26	-26	доп.
5	25	-28	Доп.	**15**	28	-25	доп.	**25**	25	-18	доп.
6	-28	23	Обр.	**16**	-23	19	обр.	**26**	28	-26	обр.
7	26	-21	Доп.	**17**	21	-26	доп.	**27**	28	-14	доп.
8	-24	19	Обр.	**18**	-29	24	обр.	**28**	21	-26	обр.
9	24	-25	Обр.	**19**	25	-27	обр.	**29**	24	-26	обр.
10	-26	19	Доп.	**20**	29	-24	доп.	**30**	16	-23	доп.

Варианты задания № 5.

Перемножить два числа в двоичной форме.

Исходные данные приведены в десятичной системе счисления. Процесс решения предполагает перевод десятичных чисел в двоичный код и выполнение операции умножения аналогично примеру 5.1.

№	a	b	№	a	b	№	a	b
1	27	69	**11**	19	44	**21**	26	29
2	24	77	**12**	37	19	**22**	23	38
3	19	45	**13**	15	47	**23**	19	44
4	61	14	**14**	74	21	**24**	17	56
5	25	48	**15**	28	45	**25**	25	58
6	48	23	**16**	33	19	**26**	28	46
7	16	41	**17**	21	46	**27**	18	51
8	52	19	**18**	49	22	**28**	21	47
9	24	45	**19**	25	47	**29**	22	56
10	37	19	**20**	19	44	**30**	16	33

Варианты задания № 6*.

Сложить два двоичных числа в форме с плавающей запятой в пределах разрядной сетки. В ответе должны быть приведены все промежуточные результаты реализации алгоритма сложения по пунктам, аналогичным примеру 6.3.

№	1-е число		2-е число		№	1-е число		2-е число	
	мант	пор	мант	пор		мант	пор	мант	пор
1	0,10111	101	0,10100	010	16	0,11001	100	0,11101	010
2	0,11111	101	0,10101	011	17	0,11101	101	0,11011	011
3	0,10111	101	0,10111	011	18	0,11101	100	0,10110	101
4	0,11101	011	0,10101	100	19	0,10101	011	0,11001	100
5	0,10001	101	0,11101	011	20	0,10111	100	0,10111	011
6	0,11101	011	0,11010	100	21	0,11111	010	0,11101	100
7	0,11010	100	0,10110	101	22	0,10011	101	0,11110	011
8	0,11110	011	0,11011	110	23	0,10110	011	0,10010	101
9	0,10111	110	0,11111	100	24	0,11110	010	0,11011	100
10	0,11101	100	0,10010	101	25	0,10111	101	0,11100	100
11	0,11011	011	0,10111	100	26	0,11011	011	0,11011	100
12	0,11011	011	0,10001	101	27	0,10010	011	0,11011	110
13	0,11001	010	0,11100	011	28	0,11011	011	0,11001	100
14	0,10101	110	0,10111	100	29	0,11110	101	0,10111	100
15	0,11100	011	0,11011	100	30	0,11001	011	0,11110	101

* В приведенной таблице для каждого числа даны мантисса (графа "мант") и порядок (графа "пор"). Оба слагаемых имеют положительные мантиссу и порядок.

ПРИЛОЖЕНИЕ В
Титульный лист

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Кафедра прикладной математики

Домашнее задание защищено:
________________ (дата)
________________ (оценка)

Преподаватель: _____________
ФИО
Дата: _____________
Подпись:_____________

Домашнее задание

Тема: Системы счисления

Работу выполнил:
Студент группы _____
____
ФИО
Дата: _____________
Подпись:_____________

Москва - 201_

Содержание