## ***Раздел 10. Электромагнитные волны.***

*Тема 1. Волновое движение. Электромагнитная волна.*

*Тема 2.  Интерференция. Дифракция.*

*Тема 3. Электромагнитные волны в веществе.*

Для работы с тестами скорректируйте Word:
Сервис→Макрос→Безопасность→Низкая

## *Тема 1. Волновое движение. Электромагнитная волна.*

**П.1. Волна. Дифференциальное волновое уравнение.**

**П.2. Гармоническая волна**

**П.3. Уравнения Максвелла. Электромагнитная волна.**

## П.1. Волна. Дифференциальное волновое уравнение.

*Волной называется возмущение физической характеристики, имеющее произвольную форму и распространяющееся в пространстве при сохранении формы этого возмущения (или при изменении формы по определенному закону).*

Применяется для описания реальных волн, изменением формы которых можно пренебречь в течение всего времени наблюдения их распространения в пространстве.

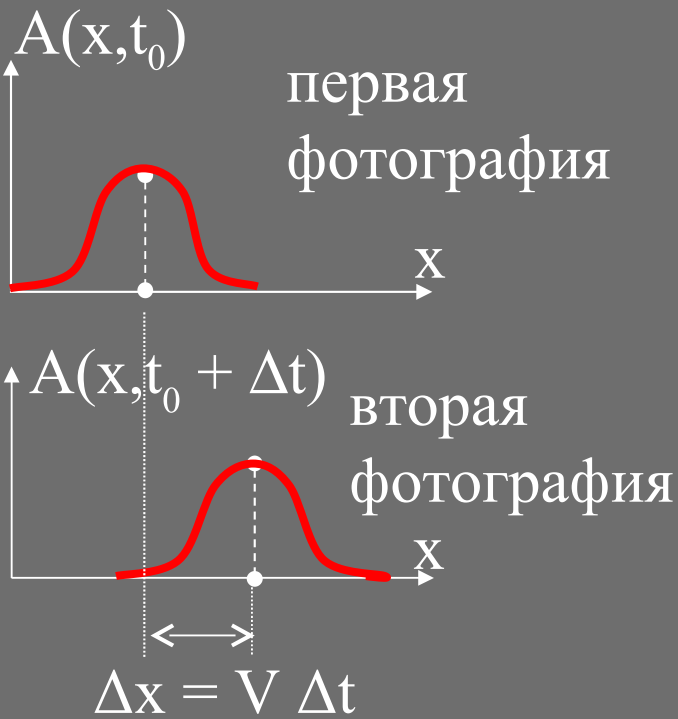
Или, у которых форма при распространении меняется близко к определенному закону (например, экспоненциально затухающие).

ТЕСТ

Волны <u>векторного</u> параметра делятся на продольные и поперечные.

*<u>Продольными называются волны,</u> у которых скорость распространения волны <u>параллельна</u> векторному параметру, <u>поперечными</u> – у которых <u>перпендикулярна.</u>*

***<u>Одномерная</u> волна – функция одной пространственной координаты, вдоль которой она и распространяется.***




Если на второй фотографии сделать замену $x_{НОВ} = x - \Delta x = x - V\cdot\Delta t$, то обе фотографии будут идентичны!

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- ***<u>скорость</u> распространения волны, показывает быстроту перемещения возмущения в пространстве***.

$$\boxed{A(x,t) = f(x - Vt).}$$

ВЫВОД: В функцию, описывающую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси X, координата x и время t могут входить только в комбинации (x - Vt).

Если волна распространяется вдоль оси OX в обратном направлении, то A(x,t) = f(x+Vt).

В математике уравнение, решением которого будет функция A(x,t) = f(x ± Vt), есть одномерное дифференциальное волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \mathrm{const}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}.$$

Трехмерное:

$$\nabla^2 A = \mathrm{const}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}.$$

$$\nabla^2 \equiv \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- оператор Лапласа двойного дифференцирования по координатам.

$$\vec{\nabla} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right\}$$

- оператор НАБЛА однократного дифференцирования по координатам.

<u>Математика говорит также:</u>

1) Модуль скорости волны определяется из соотношения

$$\left|\vec{V}\right| = \frac{1}{\sqrt{const}}$$

т.е. const в дифференциальном волновом уравнении определяет <u>величину скорости</u>.

ТЕСТ

2) Вид функции f, т. е. форма волны, определяется источником волны, он же (источник) определяет и направление распространения волны, и ее интенсивность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Если некоторая физическая характеристика подчиняется дифференциальному волновому уравнению, то в пространстве может распространяться волна, скорость которой определяет константа дифференциального волнового уравнения, а форму, направление распространения и интенсивность определяет источник волны.

Нет источника – нет волны.

## П.2. Гармоническая волна

*Гармоническая волна - это волна, описываемая гармонической функцией координат и времени.*

$$A_{\text{гарм}}(x,t) = A_0\cos(-\frac{2\pi}{\lambda}(x - Vt) + \phi_0) = A_0\cos(\omega t - kx + \phi_0),$$

***одномерная гармоническая волна, распространяющаяся в положительном направлении оси Х.***

где $A_0$ – ***амплитуда или максимальное значение параметра А (максимальное отклонение параметра А от нулевого значения***),

$\lambda$ - *длина волны (пространственный период, минимальное расстояние, через которое возмущение полностью повторяется при t = const*),

$\omega$ - ***циклическая частота*** $\omega = \dfrac{2\pi V}{\lambda} = 2\pi\nu$, $\nu = \dfrac{V}{\lambda} = \dfrac{1}{T}$ ***частота,***

T – ***период*** (минимальное время, через которое возмущение в фиксированной точке повторяется),

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ - ***волновое число,*** $\vec{k} = k \cdot \vec{e}_V$ ***- волновой вектор,***

$\lambda = VT$ – ***длина волны*** есть расстояние, проходимое волной за период,

$\varphi_0$ – ***начальная фаза***.

Замечание: Все характеристики волны, кроме величины скорости, определяются источником волны.

ТЕСТ

Проблема: связь гармонической волны с гармоническим колебанием.

Решение: при фиксированном x (в данной точке пространства) характеристика A имеет вид гармонических колебаний (меняется по закону гармонических колебаний):

$$A(x_{фикс}, t) = A_0\cos(\omega t+\varphi_{0x}),\text{ где}$$

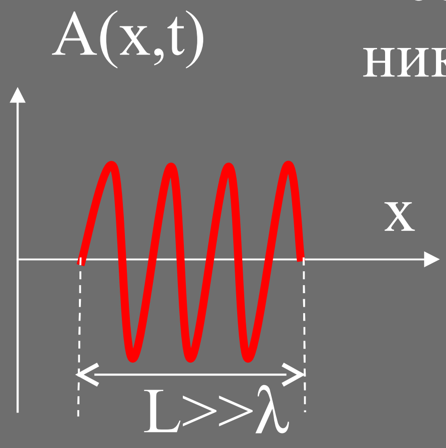
$\varphi_{0x}$ – начальная фаза колебаний (в разных точках $x_{фикс}$ она будет разная):

$$\varphi_{0x} = -k\, x_{фикс} + \varphi_0\ .$$

Вывод: В фиксированных точках гармонической волны параметр A меняется по закону гармонических колебаний.

Замечание: Гармоническая волна – модель (абстракция) т. к. она никогда и нигде не начинается и не заканчивается. Она бесконечна в пространстве и времени.

Применяется к реальным волнам, в которых зависимость параметра A от x и t близка к гармонической с достаточной степенью точности.




Все реальные волны имеют начало и конец, т.е. никогда не являются точно гармоническими.

Метод Фурье (спектральный анализ). Любая периодическая функция может быть разложена в ряд по гармоническим функциям (гармоникам), который называют ***рядом Фурье***.

*Любая непериодическая функция может быть представлена в виде интеграла Фурье от гармонических функций.*

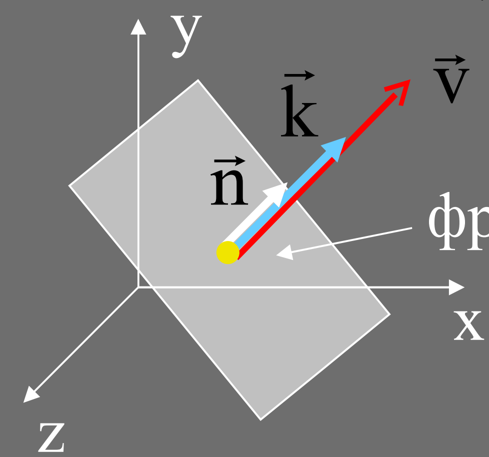
## Дополнительные пространственные характеристики волны:

*Фронт волны* – это геометрическое место точек, до которых дошла волна к данному моменту времени.

*Волновая поверхность* – это геометрическое место точек, имеющих одинаковую фазу колебаний.

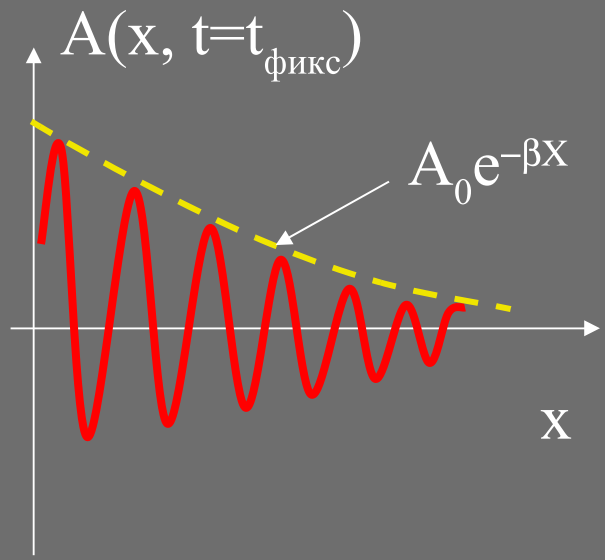
$\vec{v} \parallel \vec{n}$

*Плоской* волной называется волна, имеющая фронт и волновые поверхности в виде параллельных плоскостей.




*Сферическая* волна имеет фронт и волновые поверхности в виде концентрических сфер.

Реальные волны отличаются от гармонических еще и потому, что они обычно ***<u>затухают</u>, т.е. их амплитуда уменьшается как со временем, так и в пространстве***.




*Эта волна называется плоской экспоненциально затухающей волной, распространяющейся вдоль оси x.*

Уравнение этой волны:

$$A(x,t) = A_0e^{-\beta X}\cos(\omega t\text{-}kx+\varphi_0)\ .$$

## П.3. Уравнения Максвелла. Электромагнитная волна.

Проблема: возможно ли распространение волны в электромагнитном поле?

Алгоритм решения проблемы возможности распространения электромагнитных волн:

1) Необходимо прежде всего выписать основные законы, которым подчиняются электрическое и магнитное поля.

2) Затем, используя тождественные преобразования, попытаться получить дифференциальное волновое уравнение для одной из физических характеристик указанных полей.

РЕАЛИЗАЦИЯ. Сначала запишем законы (уравнения, теоремы) Гаусса для электрического, а затем, для магнитного полей:

$$\Phi_{OE} = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{СУМ}, \qquad \Phi_{0B} = 0.$$

Законы электромагнитной и магнитоэлектрической индукции в отсутствие вещества:

ЭМИН: $C_{OE} = -\frac{d}{dt}\Phi_B$, МЭИН: $C_{OB} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\Phi_E$.

*Система уравнений Максвелла – это совокупность уравнений полностью описывающих электрическое и магнитное поля. В нее входят законы Гаусса и законы индукции.*

$$\nabla^2 \vec{E} = \mathrm{const}\,\frac{d^2E}{dt^2}$$ - наша цель!

Наши действия: Трансформируем физические законы, чтобы получить это уравнение.

Преобразуем уравнения Максвелла (используя математические теоремы) из интегральной формы в дифференциальную, т.е. локальную (подробно смотри теорему Стокса в учебнике ВМ).

Правила замены: Слева потоки $\Phi_{0..}$ через замкнутые поверхности заменяются на $(\vec{\nabla}\cdot ...)$, т.е. дивергенции;

циркуляции по замкнутому контуру $C_0$...– на $[\vec{\nabla},...]$ или роторы.

Справа интегральные характеристики заменяются на соответствующие локальные (вместо q пишем ρ, вместо $\Phi_B$ пишем $\vec{B}$, вместо $\Phi_E$ пишем $\vec{E}$):

$$
\left.
\begin{aligned}
&\Phi_{OE} \Rightarrow (\vec{\nabla}\cdot\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho = 0,\\
&\Phi_{OB} \Rightarrow (\vec{\nabla}\cdot\vec{B}) = 0,\\
&C_{OE} \Rightarrow [\vec{\nabla},\vec{E}] = -\frac{d}{dt}\vec{B},\\
&C_{OB} \Rightarrow [\vec{\nabla},\vec{B}] = \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\vec{E}.
\end{aligned}
\right\}
$$

Уравнение $\left[\vec{\nabla}, \vec{E}\right] = -\frac{d}{dt}\vec{B}$ умножим векторно на $\vec{\nabla}$ слева и справа. Получим: $\left[\vec{\nabla}, \left[\vec{\nabla}, \vec{E}\right]\right] = \left[\vec{\nabla}\left(-\frac{d\vec{B}}{dt}\right)\right].$

Используем правило B(AC) – C(AB) раскрытия <u>двойного</u> векторного произведения (а справа меняем порядок действий):

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla}\vec{\nabla}) = -\frac{d}{dt}\left[\vec{\nabla}, \vec{B}\right].$$

Первое слагаемое $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) = 0,$ поскольку $(\vec{\nabla}\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho = 0.$

Слева меняем местами сомножители $\vec{E}$ и $\nabla^2$. Используя четвертое уравнение из системы Максвелла, получаем

$$\nabla^2\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\frac{d^2}{dt^2}\vec{E}$$

**-** ***<u>дифференциальное волновое уравнение</u> для параметра*** $\vec{E}$ **.**

ВЫВОДЫ:

1) В вакууме <u>возможно</u> распространение электромагнитных волн (ЭМВ).

2) <u>Скорость</u> распространения ЭМВ в вакууме определяется из

$$\mathrm{const} = \mu_0 \varepsilon_0 \quad \Rightarrow \quad V_{\text{ЭМВ}} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{const}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \equiv c.$$

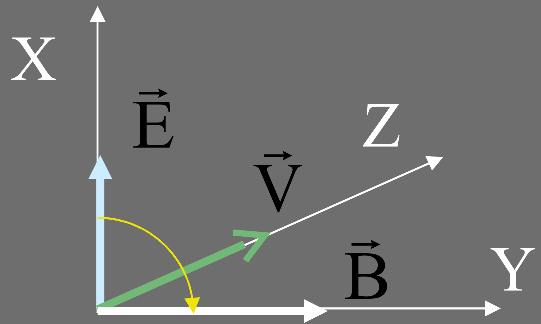
Мы обнаружили <u>первый</u> объект, который распространяется со скоростью <u>точно равной предельной</u> (с). Этот объект - электромагнитная волна (ЭМВ) в вакууме.

Причем, <u>любая</u> электромагнитная волна и любой формы.

3) <u>Амплитуда и форма</u> электромагнитной волны, а также направление распространения определяются <u>источником</u> волны.

Из решения уравнений Максвелла следует (см. подробности в учебнике), что $\vec{E} \perp \vec{V}$ , $\vec{B} \perp \vec{E}$ и $\vec{B} \perp \vec{V}$ .

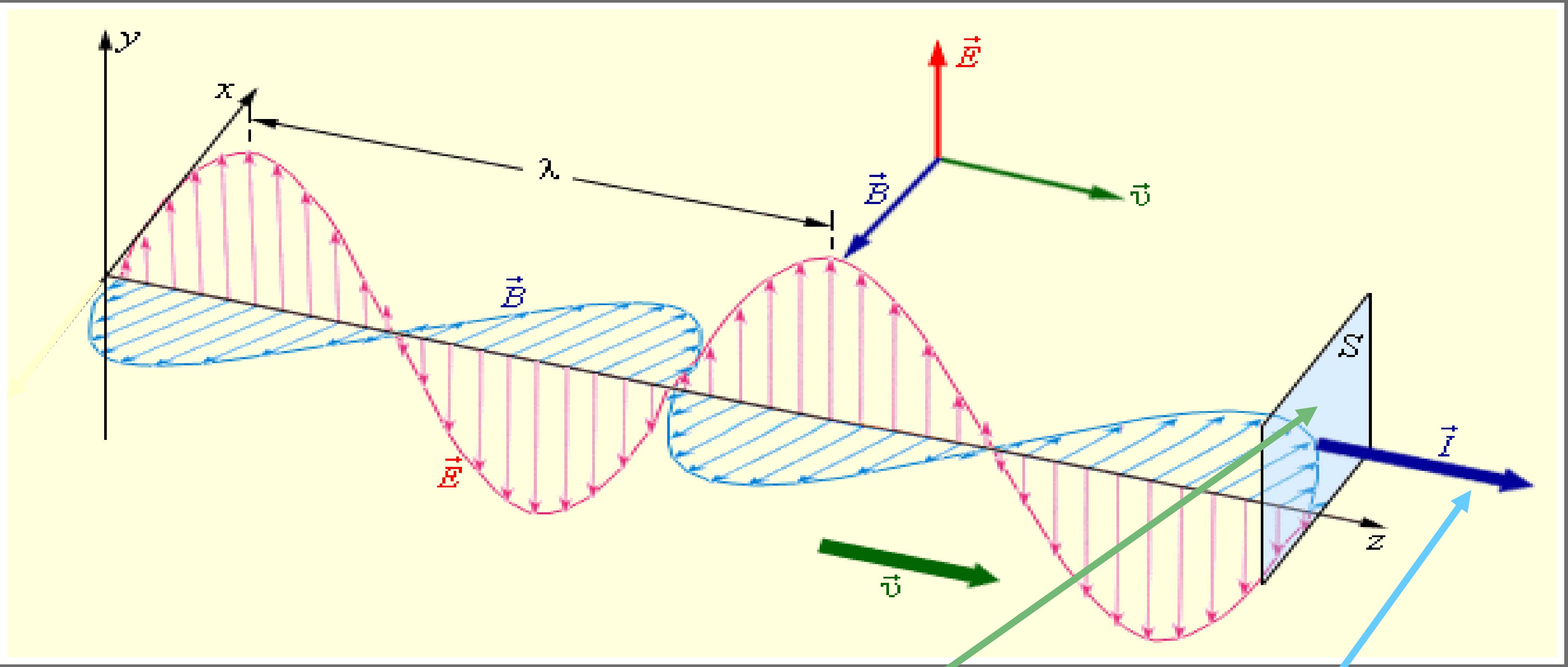
Электромагнитные волны поперечные: $\vec{E}$ , $\vec{B}$ и $\vec{V}$ образуют правую тройку векторов.




Если правый винт вращать от $\vec{E}$ к $\vec{B}$ , движение стержня винта покажет направление вектора скорости волны $\vec{V}$ .

ТЕСТ

Фотография пространственной картины при другом расположении векторов:




Фронт волны

Вектор Умова-Пойнтинга

Задача: Найти объемную плотность энергии ЭМВ.

Используем известные формулы. Для магнитного поля в соленоиде

энергия $E_{МАГ} = \frac{LI^2}{2}$, индуктивность $L = \mu\mu_0 n^2 V$,

индукция МП $B = \mu\mu_0 nI.$ Объемная плотность энергии МП

$$w_{МАГ} = \frac{E_{МАГ}}{V} = \frac{\mu\mu_0 n^2 VI^2}{2V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{HB}{2}.$$

Для электрического поля в конденсаторе $E_{ЭЛ} = \frac{CU^2}{2}$,

емкость $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, напряжение $U = Ed.$ Объемная плотность энергии ЭП

$$w_{ЭЛ} = \frac{E_{ЭЛ}}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE^2 d^2}{2dV} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w_{ЭМП} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} + \frac{\vec{H}\vec{B}}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}(\vec{E}\vec{H}) = \frac{(\vec{E}\vec{H})}{v_{ЭМВ}}.$$

Скорость движения ЭМВ $v_{ЭМВ} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$

За время $\Delta t$ она займет объем $\Delta V = v_{ЭМВ}\Delta t \cdot S,$ в котором

будет находиться энергия $\Delta E_{ЭМВ} = w_{ЭМВ}\Delta V = \frac{EH}{v_{ЭМВ}} v_{ЭМВ}\Delta t \cdot S.$

Эта энергия прошла через S за время $\Delta t$.

Плотность потока энергии $S_P = \frac{\Delta E_{ЭМВ}}{\Delta t \cdot S} = E \cdot H.$

Вектор Умова-Пойнтинга $\vec{S}_P = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right].$

$\boxed{\text{СРС (1/4 стр.) Вектор Умова-Пойнтинга и его свойства.}}$