

## Лабораторная работа №4

### «Комплексирование СРНС и других навигационных систем»

Цель работы: ознакомление и изучение принципов построения систем комплексирования СРНС и других навигационных систем, их основных характеристик.

Домашнее задание:

1. Изучение теоретического материала.
2. Принципы организации каналов передачи навигационной информации и виды применяемых сигналов.
3. Изучение алгоритма проведения математического расчета.

#### Основные теоретические сведения

Спутниковые навигационные системы GPS и ГЛОНАСС имеют широкое применение в определении навигационных параметров летательных аппаратов. Комплексирование сигналов GPS, ГЛОНАСС с сигналами различных навигационных систем позволяет существенно повысить точность навигационной информации (рис. 4.1.).

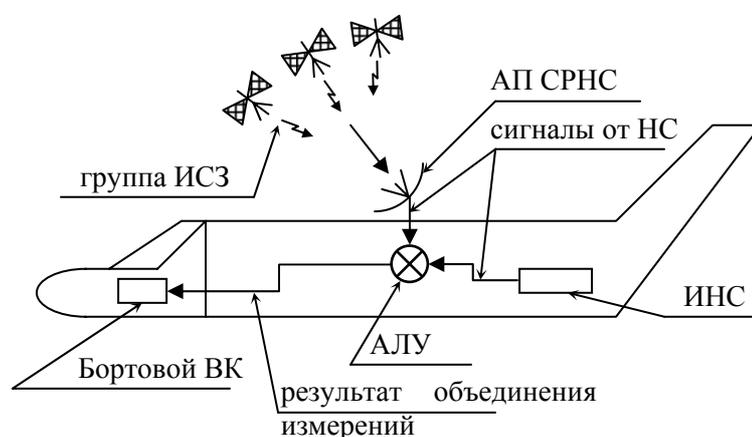


Рис. 4.1. Структура работы системы комплексирования

Комплексирование нескольких навигационных систем позволяет выделить их ошибки. Используя метод самоорганизации для построения моделей ошибок навигационных систем, возможно, осуществить коррекцию информации о навигационных параметрах ЛА. Самоорганизующиеся модели используются в алгоритмах оценивания, являющихся прямыми модификациями фильтра Калмана (рис. 4.2.).

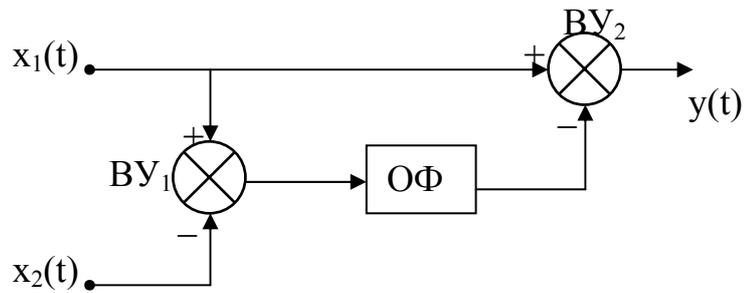


Рис. 4.2. Схема комплексирования с ОФ

Рассмотрим систему, в которой передаточная характеристика оптимального фильтра равна 1.

В основу решения всех задач по объединению измерений положен критерий максимума апостериорной информации. Суть его состоит в следующем. На основании  $n$  измерений параметров движения  $x_1 x_2 \dots x_n$ , содержащих погрешности измерения, необходимо оценить траекторные параметры  $a_1 a_2 \dots a_k$  наилучшим способом. Предполагается, что вид закона распределения вероятностей  $p(x_1 x_2 \dots x_n, a_1 a_2 \dots a_k)$  известен, но неизвестны параметры  $a_1 a_2 \dots a_k$ . Их выбирают таким образом, чтобы при измеренных значениях  $x_1 x_2 \dots x_n$  и подстановке  $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_k$  плотность распределения вероятностей  $p(x_1 x_2 \dots x_n, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_k)$  была максимальной.

Рассмотрим систему объединения результатов двух измерений постоянной величины с некоррелированными погрешностями. Возьмем за основу следующую модель. Самолет движется по прямолинейной трассе с неизвестной скоростью  $a$ . В один и тот же момент времени  $t$  от двух независимых систем поступает сигнал, в котором содержится информация о скорости и получены ее значения  $x_1$  и  $x_2$  с дисперсиями  $\sigma_{v1}^2$  и  $\sigma_{v2}^2$  соответственно. Погрешности измерений произведенных разными системами независимы и распределены по нормальному закону (рис. 4.3.).

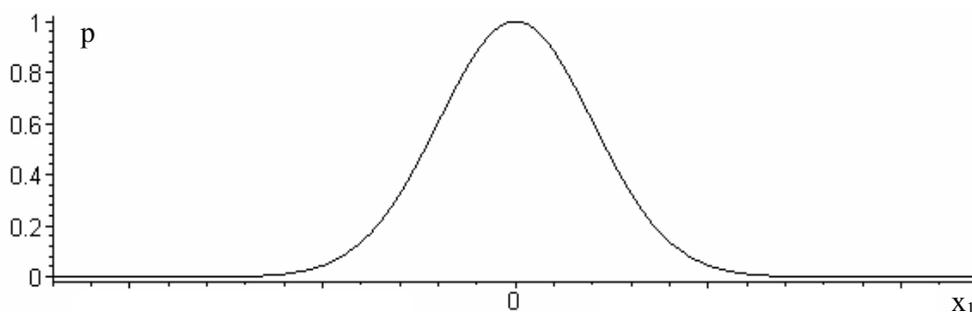


Рис. 4.3. Граф ПРВ датчиков. Распределение по нормальному закону

Плотности распределения вероятностей  $x_1$  и  $x_2$  будут иметь вид

$$p(\dot{x}_1, a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{V_1}} \exp\left[-\frac{(x_1 - a)^2}{2\sigma_{V_1}^2}\right]; \quad (4.1)$$

$$p(\dot{x}_2, a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{V_2}} \exp\left[-\frac{(x_2 - a)^2}{2\sigma_{V_2}^2}\right]. \quad (4.2)$$

Необходимо выбрать такое значение  $\hat{a}$  таким образом, чтобы оно было оптимальной оценкой истинной скорости  $a$ .

Совместная плотность распределения вероятностей (рис. 4.4.)

$$p(\dot{x}_1, \dot{x}_2, a) = p(\dot{x}_1, a)p(\dot{x}_2, a)$$

$$p(\dot{x}_1, \dot{x}_2, a) = \frac{1}{2\pi\sigma_{V_1}\sigma_{V_2}} \exp\left[-\frac{(x_1 - a)^2}{2\sigma_{V_1}^2} - \frac{(x_2 - a)^2}{2\sigma_{V_2}^2}\right]. \quad (4.3)$$

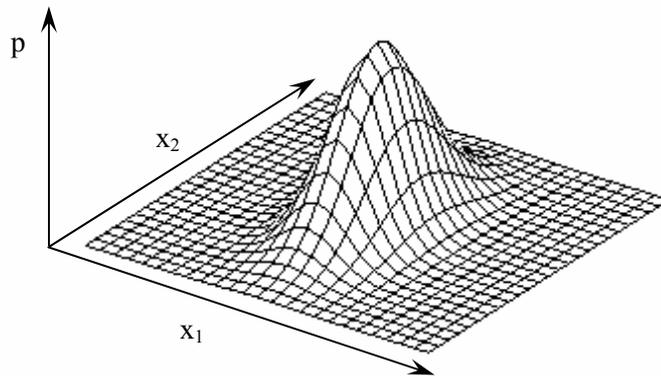


Рис. 4.4. Граф совместной ПРВ датчиков

Функция  $p(\dot{x}_1, \dot{x}_2, a)$  максимальна при минимальном значении показателя экспоненты. Если продифференцировать показатель экспоненты по  $a$ , приравнять производную к нулю и решить полученное уравнение относительно  $a$ , то в результате этого получим

$$\hat{a} = \left(\frac{\dot{x}_1}{\sigma_{V_1}^2} + \frac{\dot{x}_2}{\sigma_{V_2}^2}\right) / \left(\frac{1}{\sigma_{V_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{V_2}^2}\right). \quad (4.4)$$

Таким образом, оптимальной является оценка  $\hat{a}$ , полученная в результате взвешенного суммирования результатов измерений с весовыми коэффициентами, обратно пропорциональными дисперсиям. Погрешность оценки  $(a - \hat{a})$  распределена по нормальному закону с нулевым средним значением. Из теории вероятности известно, что дисперсия

$$D[b_1x_1 + b_2x_2] = b_1^2D[x_1] + b_2^2D[x_2], \quad (4.5)$$

где  $D[\cdot]$  – дисперсия величины.

Подставляя в формулу (2.27) значения дисперсий  $D[\dot{x}_1] = \sigma_{v1}^2$  и  $D[\dot{x}_2] = \sigma_{v2}^2$ , а также значения коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , найденных из формулы (2.19.), получим.

$$D[\hat{a}] = \left( \frac{1}{\sigma_{v1}^2} + \frac{1}{\sigma_{v2}^2} \right)^{-1}. \quad (4.6)$$

По данной формуле можно оценить вклад в уменьшение погрешности более грубого измерения. При  $\sigma_{v1} = \sigma_{v2} = \sigma_v$  оценка значения  $\hat{a}$  и ее дисперсия соответственно равны  $\hat{a} = (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)/2$  и  $D[\hat{a}] = \sigma_v^2/2$ .

### Задание к экспериментальной части работы

После выполнения домашнего задания и проработки теоретического материала можно приступить к работе с программным продуктом лабораторной работы №4. Следуя подсказкам на экране, получить допуск к работе и вариант для выполнения математического исследования. В ходе математического исследования предлагается произвести расчет навигационной системы, построенной по принципу комплексирования различных систем навигации. Показать, каким образом происходит увеличение точности при использовании нескольких НС.

### Контрольные вопросы

1. Какова объединенная оценка двух независимых измерений дальности:  $x_1=124$  км и  $x_2=129$  км со средними квадратическими погрешностями  $\sigma_1=2$  км и  $\sigma_2=4$  км?
2. Какова средняя квадратическая погрешность объединенного измерения?
3. Какая измеренная величина будет точнее: определенная с использованием данных одновременно от пяти датчиков или пяти измерений от одного датчика?

Примерный вариант отчёта по лабораторной работе №4

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

Кафедра технической эксплуатации радиотехнического  
оборудования и связи

Отчет по лабораторной работе №4  
Комплексирование СРНС и других навигационных систем

Выполнила: студентка группы РС5-2  
Клинаева М.А

Москва - 2006

**Цель работы:** ознакомление и изучение принципов построения систем комплексирования СРНС и других навигационных систем, их основных характеристик.

**Основные теоретические сведения:**

Спутниковые навигационные системы ГЛОНАСС и GPS имеют широкое применение в определении навигационных параметров ЛА. Комплексирование сигналов ГЛОНАСС и GPS с сигналами различных навигационных систем позволяет существенно повысить точность навигационной информации.

Комплексирование нескольких навигационных систем позволяет выделить их ошибки. Используя метод самоорганизации для построения моделей ошибок навигационных систем, возможно осуществить коррекцию информации о навигационных параметрах ЛА. Самоорганизующиеся модели используются в алгоритмах оценивания, являющихся прямыми модификациями фильтра Калмана.

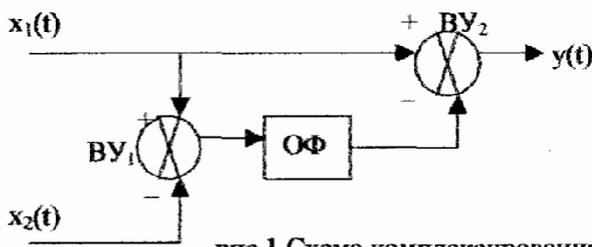


рис. 1 Схема комплексирования с ОФ

Рассмотрим систему объединения результатов двух измерений постоянной величины с некоррелированными погрешностями. Возьмем за основу следующую модель. Самолет движется по трассе с неизвестной скоростью  $a$ . В один и тот же момент времени  $t$  от двух независимых систем поступает сигнал, в котором содержится информация о скорости и получены ее значения  $x_1$  и  $x_2$  с дисперсиями  $\sigma_{v1}^2$  и  $\sigma_{v2}^2$  соответственно. Погрешности измерений произведенных разными системами независимы и распределены по нормальному закону.

Оптимальная оценка скорости  $ВС$  получается в результате суммирования результатов измерений с весовыми коэффициентами, и обратно пропорциональна дисперсиям.

$$\hat{a} = (x_1 / \sigma_{v1}^2 + x_2 / \sigma_{v2}^2) / (1 / \sigma_{v1}^2 + 1 / \sigma_{v2}^2),$$

а дисперсия будет равна:

$$D[\hat{a}] = (1 / \sigma_{v1}^2 + 1 / \sigma_{v2}^2),$$

При  $\sigma_{v1} = \sigma_{v2} = \sigma_v$  оценка и дисперсия соответственно равны:

$$\hat{a} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad D(\hat{a}) = \frac{\sigma_v^2}{2}.$$

Экспериментальная часть:

$$\sigma v1 := 2 \text{ км}$$

$$\sigma v2 := 5 \text{ км}$$

$$x1 := 124 \text{ км}$$

$$x2 := 129 \text{ км}$$

Определим оценку  $a$ , полученную в результате взвешенного суммирования результатов измерений с весовыми коэффициентами, обратно пропорциональными дисперсиям.

$$a := \frac{\frac{x1}{\sigma v1^2} + \frac{x2}{\sigma v2^2}}{\frac{1}{\sigma v1^2} + \frac{1}{\sigma v2^2}} \quad a = 124.69 \text{ м}$$

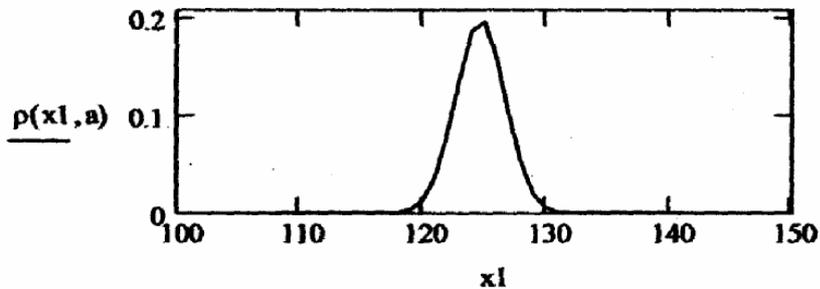
Также определим значение дисперсии величины:

$$D(a) := \left( \frac{1}{\sigma v1^2} + \frac{1}{\sigma v2^2} \right)^{-1} \quad D(a) = 3.448$$

Плотности распределения вероятностей  $x1$  и  $x2$  будут иметь вид:

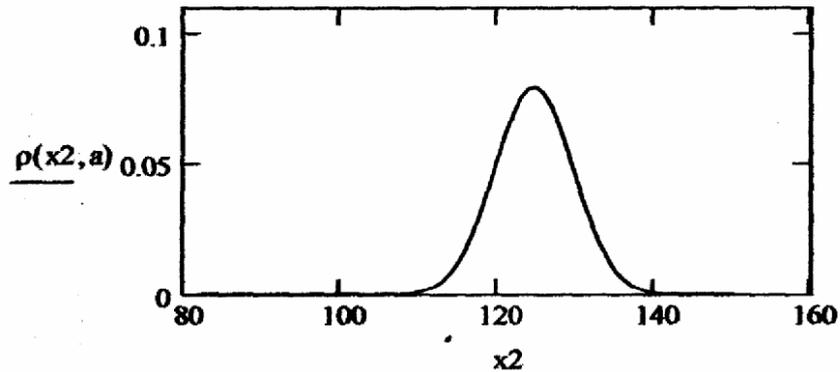
$$x1 := 100..150$$

$$\rho(x1, a) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma v1}} \cdot \exp \left[ -\frac{(x1 - a)^2}{2 \cdot \sigma v1^2} \right]$$



$x_2 := 80..150$

$$\rho(x_2, a) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma v_2} \cdot \exp \left[ -\frac{(x_2 - a)^2}{2 \cdot \sigma v_2^2} \right]$$



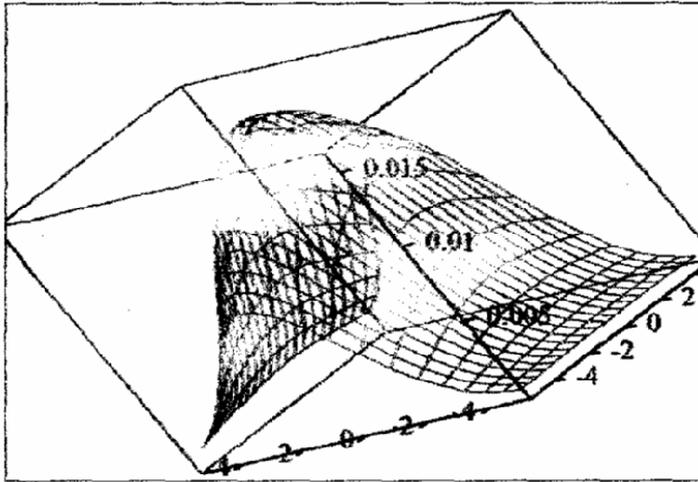
Необходимо выбрать такое значение  $a$ , чтобы оно было оптимальной оценкой истинной скорости.

Совместная плотность распределения вероятностей:

$$\rho(x_1, x_2, a) = \rho(x_1, a) \cdot \rho(x_2, a)$$

$a := 0.8$

$$\rho(x_1, x_2) := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma v_1 \cdot \sigma v_2} \cdot \exp \left[ -\frac{(x_1 - a)^2}{2 \cdot \sigma v_1^2} - \frac{(x_2 - a)^2}{2 \cdot \sigma v_2^2} \right]$$



р

Какая измеренная величина будет точнее: определенная с использованием одновременно от пяти датчиков или пяти измерений от одного датчика

$$X1 := 100 \quad \sigma1 := 5$$

$$X2 := 110 \quad \sigma2 := 3$$

$$X3 := 105 \quad \sigma3 := 2$$

$$X4 := 103 \quad \sigma4 := 1$$

$$X5 := 107 \quad \sigma5 := 7$$

$$V1 := \frac{(X1 + X2 + X3 + X4 + X5)}{5}$$

$$V1 = 105$$

$$V2 := \frac{\left( \frac{X1}{\sigma1^2} + \frac{X2}{\sigma2^2} + \frac{X3}{\sigma3^2} + \frac{X4}{\sigma4^2} + \frac{X5}{\sigma5^2} \right)}{\left( \frac{1}{\sigma1^2} + \frac{1}{\sigma2^2} + \frac{1}{\sigma3^2} + \frac{1}{\sigma4^2} + \frac{1}{\sigma5^2} \right)}$$

$$V2 = 103.872$$

Таким образом, точнее будет величина, определённая с использованием данных одновременно от пяти датчиков.



