

Тема 1. Электрические цепи.

П.1. Закон Ома для участка цепи.

П.2. Закон Джоуля-Ленца для участка цепи.

П.3. Электрическая цепь. Источники и потребители электрической энергии.

П.4. Закон Ома для полной цепи.

П.5. Законы Кирхгофа.

П.1.Закон Ома для участка цепи.

Электрической цепью называется система, состоящая из источника ЭДС, потребителей электрической энергии и соединительных проводов, включенных так, что обеспечивается протекание электрического тока по всем элементам цепи.

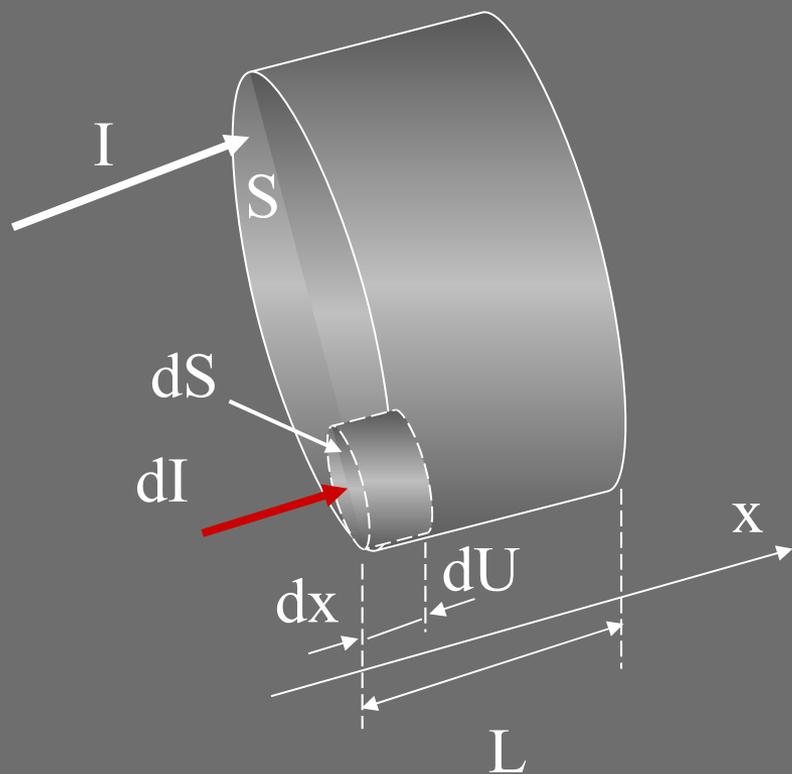
Электрическая цепь всегда замкнута, поэтому электрические заряды нигде не скапливаются.

Задача: установить уравнение, связывающее ток и напряжение на некотором участке цепи.

Используем закон Ома в локальной форме и определения физических характеристик (величины и плотности тока, напряжения, напряженности поля и т.д.).

Рассмотрим элемент цепи в форме цилиндра длиной L с площадью сечения S , выполненный из вещества с проводимостью σ .

Выделим элементарную площадку dS и обозначим элементарный ток через нее, как dI .



Закон Ома в локальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Определение плотности тока:

$$|\vec{j}| = \frac{dI}{dS}.$$

Элементарный объем $dV = dS dx$.

Падение напряжения в пространстве с однородным полем
 $dU = E dx$.

Через площадку dS течет элементарный ток $dI = \vec{j} d\vec{S}$.

Пусть $\vec{j} \parallel d\vec{S}$, тогда

$$dI = j dS = \sigma E dS \frac{dx}{dx} = \frac{\sigma dS}{dx} (E dx) = \frac{1}{dR} dU.$$

$$dR = \frac{dx}{\sigma dS} = \rho \frac{dx}{dS} \quad \text{- называется элементарным сопротивлением.}$$

$$dI = \frac{dU}{dR} \quad \text{- закон Ома для элементарного объема проводника.}$$

Задача: получить закон Ома для конечного участка L .

$I = \int_S dI$ - величина тока через поперечное сечение S .

Все элементы провода $dS \cdot dx$ соединены параллельно и напряжение U на них одинаково.

$$\int_S dI = U \left(\int_S \frac{1}{dR} \right) \quad \text{или} \quad I = \frac{U}{R}, \quad \text{где} \quad \frac{1}{R} = \int_S \frac{1}{dR} = \int_S \frac{\sigma \cdot dS}{dx} = \frac{\sigma \cdot S}{dx}.$$

R называется сопротивлением элементарного участка цепи длиной dx .

Для участка провода с постоянным удельным сопротивлением и поперечным сечением получаем известную из школы формулу

$$R = \frac{\rho L}{S}.$$

П.2.Закон Джоуля-Ленца для участка цепи.

Задача: установить закономерности тепловыделения на участке цепи при протекании по нему электрического тока.

Используем закон Джоуля-Ленца в локальной форме:

$$w = \sigma E^2 = \vec{j} \vec{E}.$$

По определению объемная плотность тепловой мощности есть тепловая энергия, выделяемая в единице объема в единицу времени, т.е.

$$w = \frac{dQ}{dV dt}.$$

Выделение тепла в элементарном объеме $dV = Sdx$ за время dt равно

$$dQ = w dV dt = j E S dx dt = (jS) (Edx) dt = I U dt.$$

Если ток и напряжение постоянны, то

$$Q = \int_0^t dQ = I \cdot U \cdot t \quad - \text{закон Джоуля-Ленца для участка цепи.}$$

Для изменяющихся тока и напряжения остается интеграл

$$Q(t) = \int_0^t U(t') I(t') dt'.$$

Используя закон Ома для участка цепи, получим полезные выражения для тепловой энергии, выделившейся на участке цепи

$$Q = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Тепловая мощность на участке цепи по определению

$$W_T = \frac{dQ}{dt}. \quad \text{Для } I = \text{const} \text{ получим } W_T = \frac{Q}{t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Замечание: для всех приборов, которые являются потребителями электрической энергии, на них указываются напряжение сети, на которую они рассчитаны, и расчетная мощность.

Указанная мощность будет только в том случае, если данный прибор подключается к сети с указанным напряжением, проводами, сопротивление которых много меньше сопротивления прибора.

Если напряжение сети меньше паспортного, а сопротивление проводов имеет значительную величину, то мощность будет меньше паспортной.

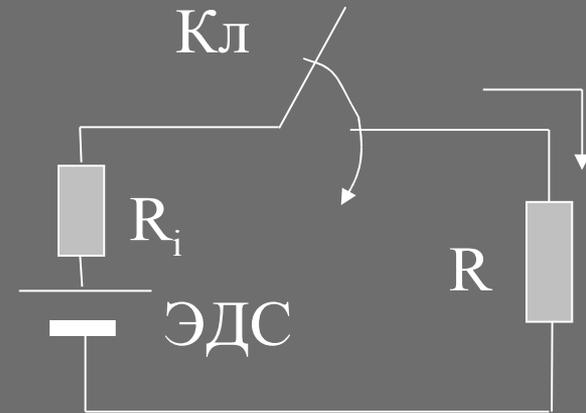
П.3.Электрическая цепь. Источники и потребители электрической энергии.

Источники электрической энергии – устройства, обеспечивающие электрический ток в присоединенных к ним потребителях (нагрузке).

Электрической цепью (полной) называется совокупность источника электрической энергии, потребителя электрической энергии, соединительных проводов и управляющих элементов (выключатели, регуляторы, предохранители и т.д.), обеспечивающая передачу электроэнергии от источника к потребителю.

Электрическая цепь должна быть замкнутой.

Источник, потребитель и провода соединены последовательно, поэтому ток один и тот же.



ЭДС численно равна работе “сторонних” сил по перемещению единичного положительного заряда по замкнутой цепи.

$$\text{ЭДС} = \oint \vec{E}_{cm} d\vec{L}, \quad \vec{E}_{cm} = \frac{\vec{F}_{cm}}{q} \text{ - напряженность поля сторонних сил.}$$

Внутреннее сопротивление R_i есть характеристика источника, которая определяет ток “короткого замыкания” $I_{кз}$ по формуле

$$R_i = \frac{\varepsilon}{I_{кз}}.$$

ТЕСТ

Сторонняя сила обычно действует внутри источника, перенося положительный заряд от отрицательного электрода к положительному, т.е. действуя против электрических сил.

Сторонние силы могут иметь тепловую природу (тогда ЭДС называют термоЭДС), электромагнитную природу (взаимодействие движущихся зарядов с магнитным полем – электрогенераторы) и т.д.

Бытовые потребители электроэнергии это главным образом осветительные и обогревательные приборы, а также различные электронные устройства – телевизоры, радиоприемники и т.д.

Для многих из них хорошей моделью является резистор ($R = const$).

ТЕСТ

П.4. Закон Ома для полной цепи.

ПРОБЛЕМА: Как связан ток в замкнутой цепи с характеристиками ее элементов?

Рассмотрим определение ЭДС: $\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{\text{СТОП}} d\vec{L}$.

Скалярное произведение $\vec{E}_{\text{СТОП}} d\vec{L}$ это есть

- элементарная работа сторонних сил для пробного заряда, и
- элементарная циркуляция напряженности стороннего поля.

Напряжение U_{12} на некотором участке цепи определяется работой (циркуляцией) суммарных сил – кулоновских и сторонних:

$$U_{12} = C_{E12} + C_{E \text{ СТОП}12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \text{ЭДС}_{12}.$$

Напряжение определяет ток в соответствии с законом Ома для участка цепи:

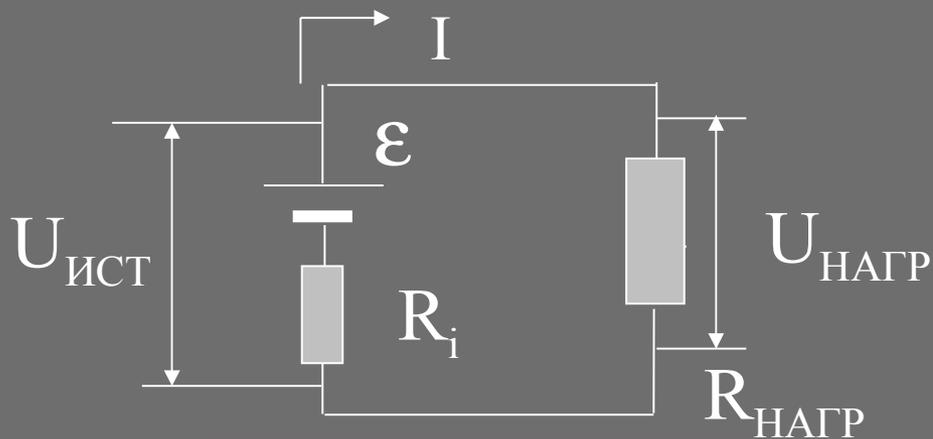
$$I = \frac{U_{12}}{R_{12}} \Rightarrow U_{12} = I \cdot R_{12}.$$

Для замкнутой цепи точки 1 и 2 совпадают, поэтому $\varphi_1 = \varphi_2$ и тогда после суммирования для всех элементов получим формулу $I \cdot R_{\text{СУМ}} = \mathcal{E}_{\text{СУМ}}$.

Отсюда закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{СУМ}}}{R_{\text{СУМ}}}.$$

Для цепи с одним источником ЭДС и идеальными проводами



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{НАГР}} + R_i}.$$

Если $R_{\text{ПРОВ}} = 0$, то

$$U_{\text{ИСТ}} = U_{\text{НАГР}}.$$

$$U_{\text{ИСТ}} = \mathcal{E} - IR_i$$

Замечание 1:

Иногда источники электрической энергии постоянного тока делят на два класса: источники напряжения и источники тока.

Источник напряжения – абстрактный источник электроэнергии, имеющий нулевое внутреннее сопротивление.

При любом токе в цепи, а значит и при любой нагрузке источник напряжения выдает на своих клеммах одно и то же напряжение ($R_i = 0$).

Источник тока имеет ЭДС $\Rightarrow \infty$, $R_i \Rightarrow \infty$, а даваемый им ток не меняется при изменении нагрузки.

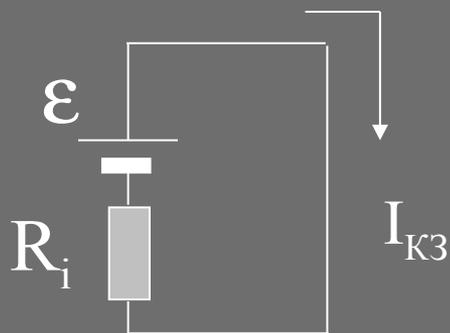
Напряжение на клеммах источника – любое.

$$I_{\text{ист}} = \frac{\text{ЭДС}}{R_i} = \text{const}$$

ТЕСТ

ТЕСТ

Замечание 2. Режим КЗ – короткое замыкание (сопротивление проводов и нагрузки равно 0).



$$I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{R_i}$$

- формула тока короткого замыкания.

Чем ближе реальный источник к модели источника напряжения, тем меньше для него R_i и тем более для него опасно короткое замыкание.

Для источников тока короткое замыкание не опасно.

СРС 1/2 стр. Доказать, что источник ЭДС выделяет во внешней цепи максимально возможную мощность, когда сопротивление внешней цепи равно внутреннему сопротивлению источника.

П.5.Законы Кирхгофа.

Проблема: Каковы уравнения связи между отдельными характеристиками в сложных (разветвленных) цепях, состоящих из нескольких источников и потребителей электроэнергии?

Узлом называется точка, к которой присоединено больше двух проводов.

Ветвь – участок цепи, на котором нет узлов.

Контур – замкнутая часть цепи.

Прямым следствием закона сохранения электрического заряда является 1-й закон Кирхгофа:

Сумма токов входящих равна сумме токов выходящих для каждого узла.

$$\sum I_{\text{ВХОД}} = \sum I_{\text{ВЫХ}},$$

где токи берутся без знаков.

$\sum I_i = 0$, если токи, входящие в узел берутся со знаком минус, а выходящие из него — со знаком плюс.

2-й закон Кирхгофа мы уже встречали в предыдущем пункте для одной полной замкнутой цепи.

Но он справедлив и для любого контура любой разветвленной цепи.

$$\sum \mathcal{E}C_i = \sum I_j R_j.$$

Сумма (алгебраическая) ЭДС равна сумме падений напряжения на всех элементах данного контура.

Правило знаков:

$\mathcal{E}C > 0$, если создаваемый этим источником ток направлен так же, как направление обхода контура (выбирается произвольно);

$\mathcal{E}C < 0$, если это не выполняется.

Аналогично выбирается знак у падения напряжения.