Тема 1. Диэлектрики и электрическое поле.

П.1.Полярные и неполярные диэлектрики.

П.2. Вектор поляризации. Диэлектрическая проницаемость.

П.3.Электрическое поле внутри полости в диэлектрике.

П.4.Электрическое смещение.

П.5.Условия на границе диэлектрика.

П.1.Полярные и неполярные диэлектрики.

ПРОБЛЕМА: Как ведет себя вещество при наличии электрического поля?

РЕШЕНИЕ: Известно, что электрическое поле воздействует на <u>заряженные</u> частицы.

В любом веществе имеется огромное количество заряженных частиц. По результатам воздействия на них электрического поля их можно разделить на свободные и связанные.

<u>Свободные</u> заряженные частицы могут <u>перемещаться</u> по всему куску вещества. Они существуют только <u>в проводниках</u>.

<u>Связанными</u> называют заряженные частицы, способные двигаться только <u>в пределах своего атома</u>.

В диэлектриках существуют только связанные заряды, поэтому они не проводят электрический ток.

Существует два типа диэлектриков: полярные и неполярные.

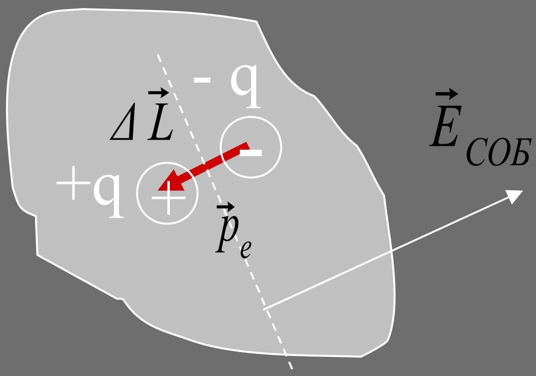
У каждой молекулы полярного диэлектрика электроны и ядра атомов расположены несимметрично т.е. так, что моделью такой молекулы является диполь.

Диполь (жесткий) – это абстрактная модель, которая включает в себя два одинаковых по величине, но разных по знаку точечных заряда, соединенных жестким и невесомым стержнем.

Длину стержня обозначим ΔL, тогда дипольный момент

$$\vec{p}_e = q\Delta\vec{L}.$$

ТЕСТ



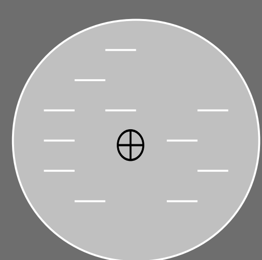
На линии, перпендикулярной оси диполя $\vec{E}_{СОБ} \uparrow\downarrow \vec{p}_e$.

Тепловое движение приводит к тому, что векторы $\vec{p}_{ei}$ и $\vec{E}_{СОБi}$ направлены хаотически или

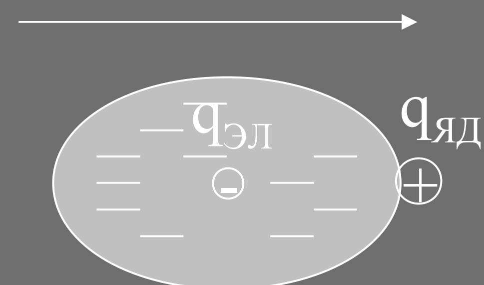
$$\boxed{E_{СОБ}(\Delta V) = 0.}$$

<u>*Неполярный диэлектрик*</u> *– у него каждая молекула имеет симметричное строение.*

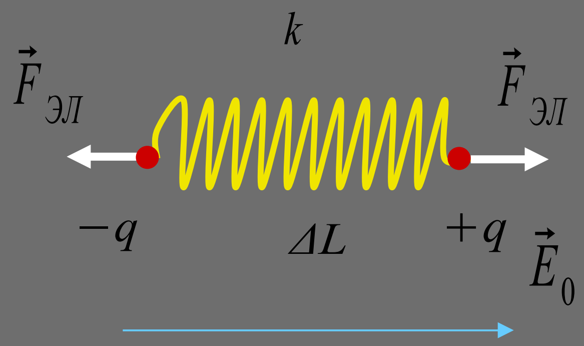
Нет поля



Есть поле $\vec{E}_0$



Модель неполярного диэлектрика – два точечных заряда на идеальной пружине (упругий диполь):



Возникает смещение ΔL, если на каждый заряд действует $\vec{F}_{эл}$.

<u>Задача:</u> Связать дипольный момент и напряженность внешнего электрического поля.

<u>Известно:</u> Связь электрической силы и напряженности электрического поля: $\vec{F}_{эл}=q\vec{E}_0$.

Закон Гука для идеальной пружины $F_{УПРX} = - k\cdot\Delta x$.

По закону статики $\sum \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{F}_{УПР} + \vec{F}_{ЭЛ} = 0.$

После подстановки $qE_0 = k\Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{q}{k} E_0.$

Появляется дипольный момент $\vec{p}_e = q\Delta \vec{L} = \frac{q^2}{k} \vec{E}_0 = \beta_e \varepsilon_0 \vec{E}_0.$

$\beta_e = \frac{q^2}{k\varepsilon_0}$ - электрическая поляризуемость молекулы.

Вывод: *дипольный момент молекулы неполярного диэлектрика пропорционален напряженности электрического поля.*

Электрическая поляризуемость молекулы неполярного диэлектрика есть константа, зависящая только от строения данной молекулы.

Она не зависит от температуры.

П.2. Вектор поляризации. Диэлектрическая проницаемость.

<u>Проблема</u>: Как описать результат воздействия электрического поля на диэлектрик?

Вектором <u>поляризации</u> вещества называется дипольный момент единицы объема вещества или отношение суммарного дипольного момента объема ΔV к величине этого объема.

$$\vec{P} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{p}_{ei}}{\Delta V} = n < \vec{p}_e > ,$$

где n – концентрация молекул.

$¿\, \vec{p}_e > = \beta_e \varepsilon_0 \vec{E}_0$ для любого диэлектрика.

$$\beta_e = \frac{p_e^2}{3kT\varepsilon_o} \sim \frac{1}{T}$$ у полярного диэлектрика.

$$\beta_e = \frac{q^2}{k\varepsilon_0} = const$$ у неполярного диэлектрика.

Для вектора поляризации $\vec{P} = n\beta_e\varepsilon_0\vec{E}_0 = \chi_e\varepsilon_0\vec{E}_0,$ где

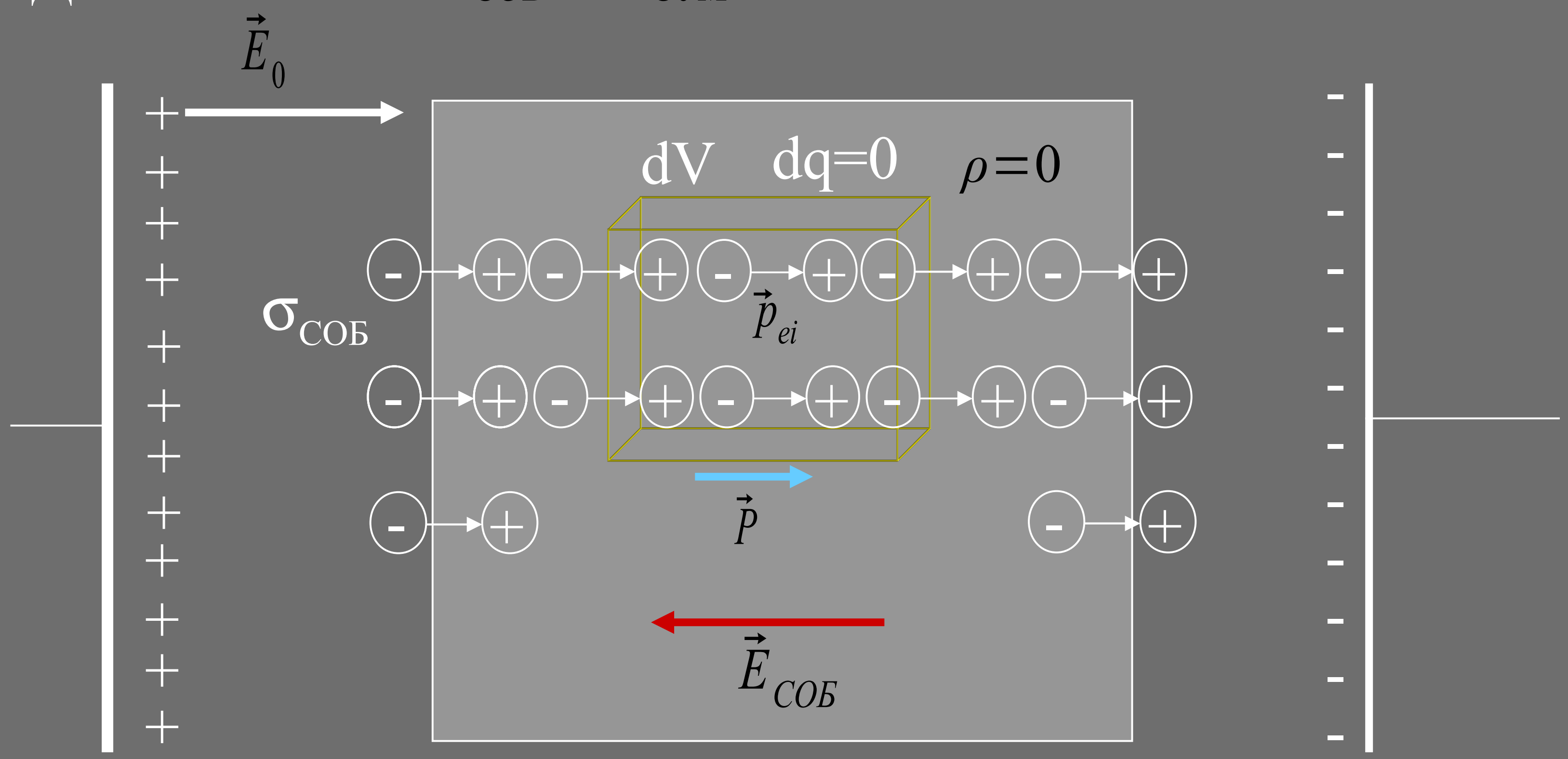
$\chi_e = n\beta_e$ - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, т.е.

поляризуемость единицы объема .

Замечание: В диэлектрике эта формула должна быть уточнена, поскольку в веществе диполи (молекулы) создают дополнительное собственное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}_{СОБ}.$

Каждая молекула оказывается под действием суммарного поля с напряженностью $\vec{E}_{СУМ} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{СОБ}$ и тогда $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}_{СУМ}$

ЗАДАЧА: Найти $\vec{E}_{СОБ}$ *и* $\vec{E}_{СУМ}$.



$$|\vec{P}| = \sigma_{СОБ}$$ (вывод см. в учебнике)

Напряженность поля, создаваемого собственными зарядами, находим, используя закон Гаусса:

$$|\vec{E}_{СОБ}| = \sigma_{СОБ}\frac{1}{\varepsilon_0}.$$

Отсюда $\vec{E}_{СОБ} = -\dfrac{\vec{P}}{\varepsilon_0}.$

Известно, что $\vec{P} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E}_{СУМ}$, где $\vec{E}_{СУМ} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{СОБ}.$

Тогда $\vec{E}_{СУМ} = \vec{E}_0 - \dfrac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = \vec{E}_0 - \chi_e\vec{E}_{СУМ}, \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_{СУМ} = \dfrac{\vec{E}_0}{1+\chi_e} = \dfrac{\vec{E}_0}{\varepsilon},$

где $\varepsilon = 1 + \chi_e$ - новая характеристика среды, называемая ***диэлектрической проницаемостью***.

Диэлектрическая проницаемость показывает, *во сколько раз суммарное поле в диэлектрике меньше, чем поле без диэлектрика*.

ТЕСТ

П.3.Электрическое поле внутри полости в диэлектрике.

Вопрос: Как измерять поле внутри диэлектрика?

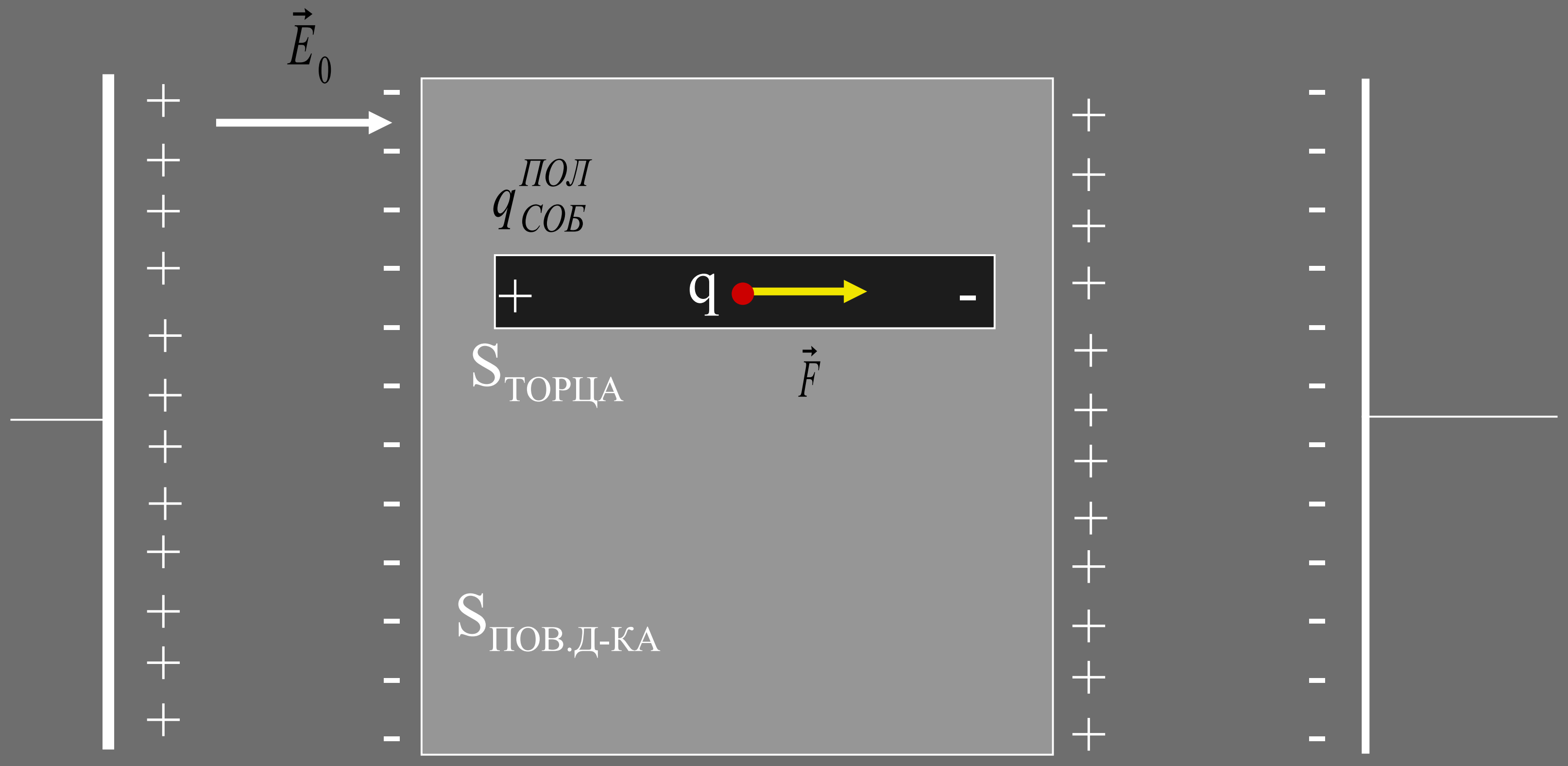
Измерения проводятся с помощью специального заряженного тела, помещаемого в вещество.

Для газообразного и жидкого вещества проблемы нет: тело вытеснит часть вещества.

В твердом веществе поместить заряженное тело и измерить силу можно только в полости, вырезанной внутри вещества.

Возможны различные варианты формы полости.

а) Продольная полость в диэлектрике:



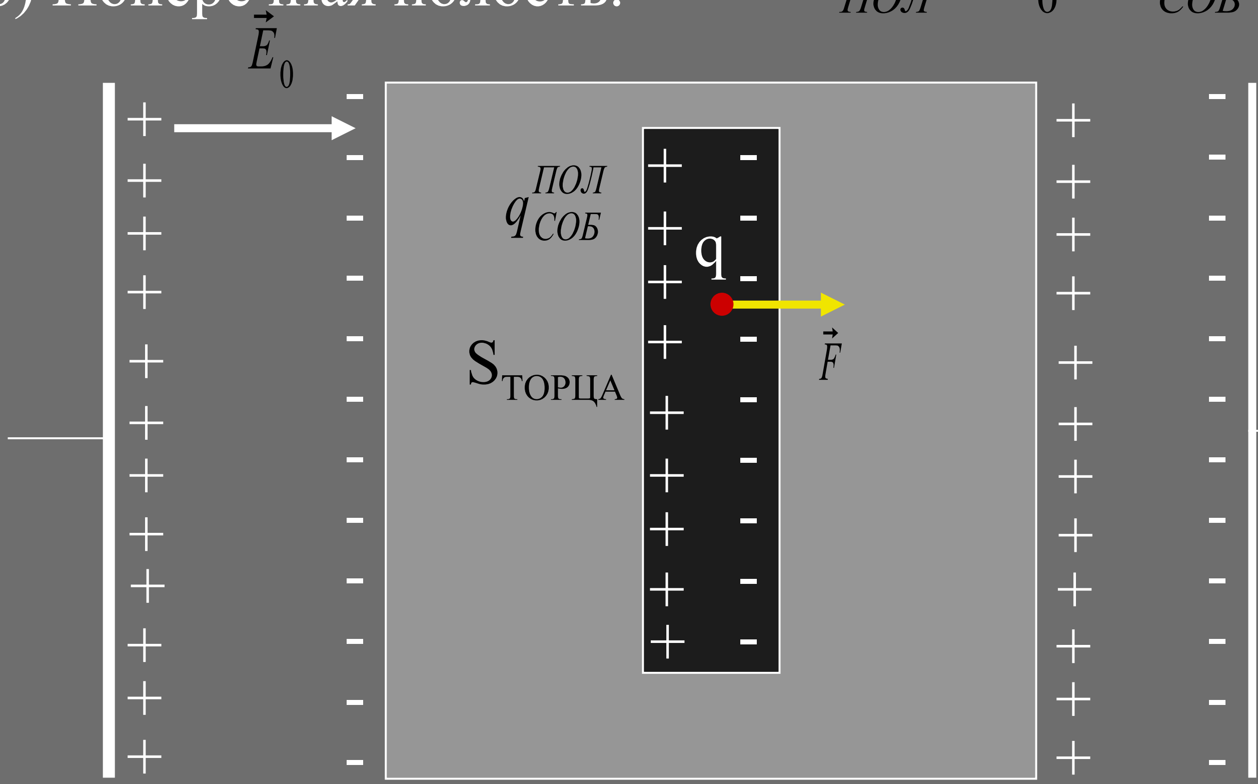
Все поверхности плоские и на них близкие σ.

$S_{ТОРЦА} << S_{ПОВ.Д-КА}$, поэтому $q_{СОБ}^{ПОЛ} << q_{СОБ}$ и полем этих зарядов можно пренебречь. $\vec{E}_{ПОЛ} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{СОБ} = \vec{E}_{СУМ}$.

Окончательно $$E_{ПОЛ} = E_{СУМ} = \frac{E_0}{1+\chi_e} = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

ВЫВОД: в продольной полости поле уменьшается в ε раз.

б) Поперечная полость. $$\vec{E}_{ПОЛ} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{СОБ} + \vec{E}^{ПОЛ}_{СОБ}$$



$$S_{ТОРЦА} \approx S_{ПОВ.Д-КА}$$

$$\vec{E}^{ПОЛ}_{СОБ} = -\vec{E}_{СОБ}$$

$$\vec{E}_{ПОЛ} = \vec{E}_0$$

ТЕСТ

П.4.Электрическое смещение.

Проблема: Найти новую характеристику поля, которая не зависела бы от связанных зарядов, но определялась бы только свободными зарядами.

Электрическое смещение (индукция электрического поля) это векторная характеристика электрического поля, для которой поток через замкнутую поверхность Φ_{D0} равен суммарному свободному заряду, содержащемуся в объеме $V(S_0)$, который ограничен замкнутой поверхностью интегрирования S_0 .

$$\Phi_{D0} = \sum_{V(S_0)} q_{i\,СВОБ}\,,$$ где

$$\Phi_{D0} = \oint_{S_0} \vec{D}\,d\vec{S}$$

- поток вектора электрического смещения $\vec{D}$ (индукции электрического поля) через замкнутую поверхность S_0.

ТЕСТ

От интегрального уравнения связи можно перейти к локальному:

$$\vec{\nabla}\vec{D}=\rho_{СВОБ} \quad \text{или} \quad div\ \vec{D}=\rho_{СВОБ}.$$

ЗАДАЧА: Найти уравнение связи напряженности и индукции электрического поля.

Известно: $\vec{\nabla}\vec{E}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\rho_{СУМ}$, $\vec{\nabla}\vec{D}=\rho_{СВОБ}$, $\vec{\nabla}\vec{P}=-\rho_{СВЯ}$.

Используем $\rho_{СУМ}=\rho_{СВОБ}+\rho_{СВЯ}$, отсюда $\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E}=\vec{\nabla}\vec{D}-\vec{\nabla}\vec{P}$.

Если равны производные, то равны и сами функции (с точностью до константы). Отсюда

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_{СУМ}+\vec{P}=\varepsilon_0\vec{E}_{СУМ}+\varepsilon_0\chi_e\vec{E}_{СУМ}=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}_{СУМ}=\varepsilon_0\varepsilon\cdot\vec{E}_{СУМ}.$$

Ответ: $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon\vec{E}_{СУМ}$.

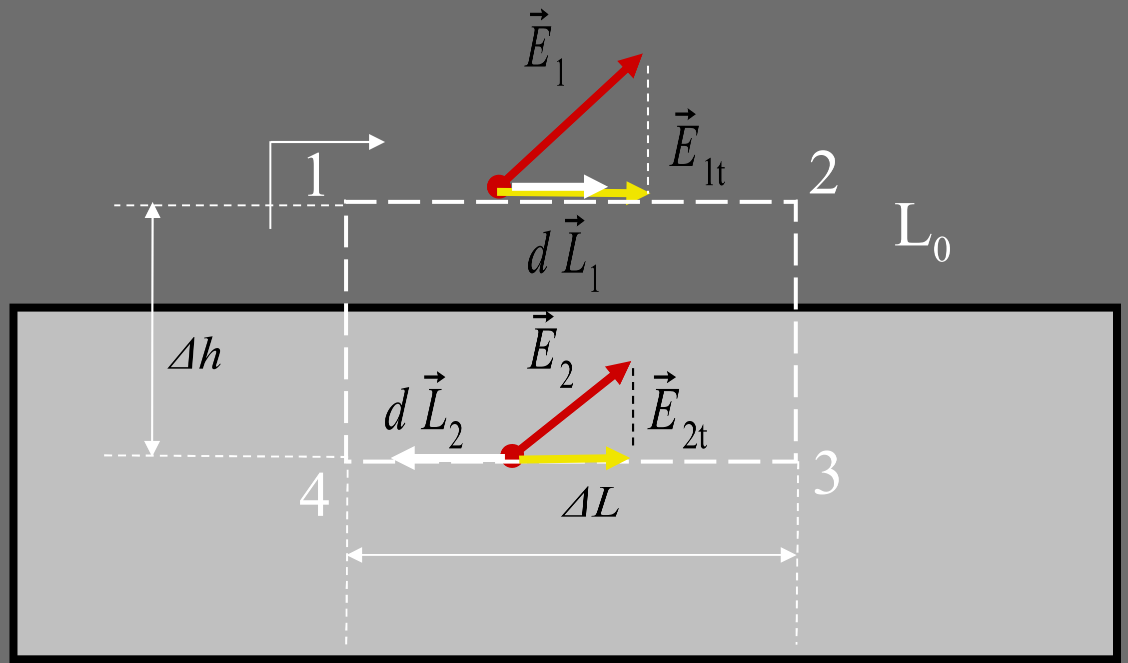
П.5.Условия на границе диэлектрика.

Проблема: Что происходит с величиной и направлением поля при переходе через границу диэлектрика?

Используем условие потенциальности электростатического поля, следствием которого является равенство нулю циркуляции напряженности этого поля по замкнутому контуру:

$$\boxed{C_{E0} = 0} \quad \text{или} \quad \oint_{L_0} \vec{E}_0 d\vec{L} = 0 .$$

Выберем физически малый прямоугольный замкнутый контур L_0 так, чтобы он захватывал часть границы диэлектрика.



$\Delta h \to 0$

$C_{E23} = 0$

$C_{E41} = 0$

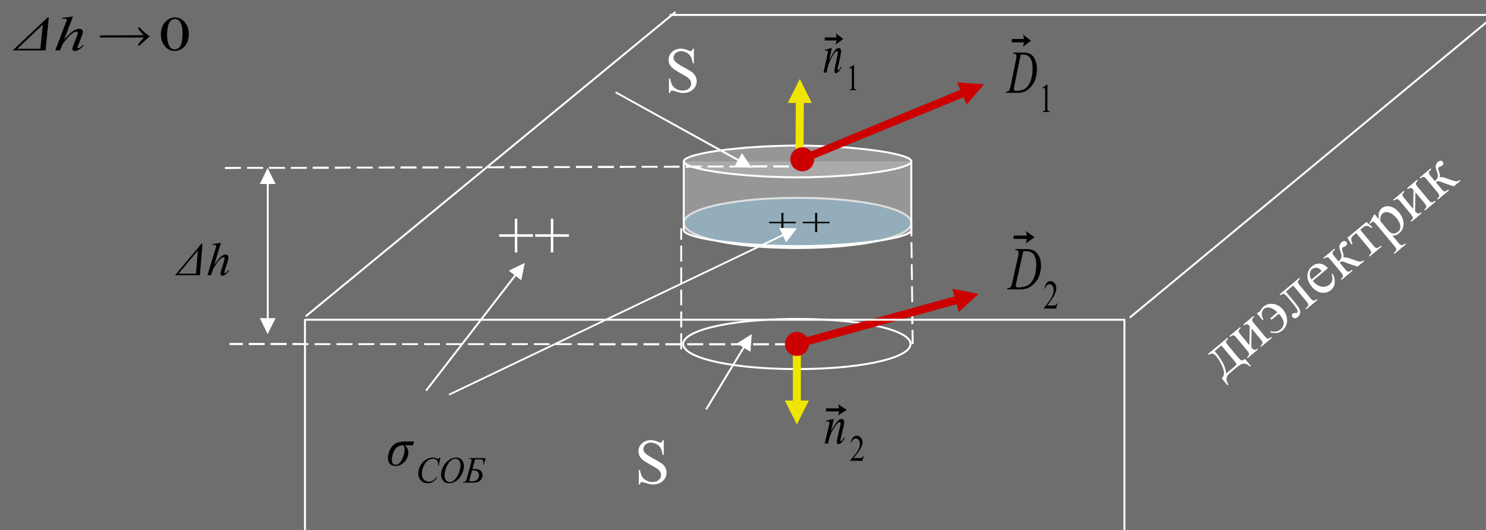
$C_{E12} = E_{1t}\Delta L$

$C_{E34} = -E_{2t}\Delta L$

Тогда $C_{E0} = E_{t1}\Delta L - E_{t2}\Delta L = 0,$ отсюда $\boxed{E_{t1} = E_{t2}}$.

<u>Вывод</u>: при переходе через границу диэлектрика не меняется (сохраняется) тангенциальная компонента вектора напряженности электрического поля.

ВОПРОС: Что следует из закона Гаусса для вектора индукции электрического поля?



Закон Гаусса: $\Phi_{0D} = 0$, т.к. внутри S_0 только связанные заряды.

Через боковую поверхность поток равен 0, т.к. $\Delta h \to 0$.

Через торцы цилиндра площадью S суммарный поток равен нулю

$$\vec{D}_1 \vec{n}_1 S + \vec{D}_2 \vec{n}_2 S = 0, \quad \textit{отсюда}$$

$$\boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$

– уравнение связи для нормальных компонент вектора индукции.

Вопрос: Что происходит с нормальной составляющей напряженности электрического поля на границе диэлектрика?

Используем уравнения связи электрической индукции и напряженности, и получим $\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_{2n} \Rightarrow$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \Rightarrow \qquad E_{2n} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{1n}.$$

Вывод: вектор напряженности электрического поля испытывает излом на границе диэлектрика, т.к. нормальная составляющая у него меняется, а тангенциальная не меняется.

ТЕСТ