Министерство транспорта России
Департамент воздушного транспорта
Московский государственный технический университет гражданской авиации

В.И. Котиков

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам
по дисциплине
“МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ”
для студентов 4 курса
по специальности «Прикладная математика»

Москва 2008

Данные методические указания к лабораторным работам по дисциплине “Математическое обеспечение систем обработки данных” издаются в соответствии с учебной программой специальности «Прикладная математика» для студентов всех форм обучения.

Корректор

Подписано в печать 00.00.97. Офсетная печать 3,0 уч.- изд. л. Тираж 000 экз.
Заказ _________ Бесплатно

Московский государственный технический университет гражданской авиации. Участок оперативной полиграфии
125493, Москва, ул. Пулковская, д.6а

Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

1. Цель работы

Ознакомление студентов с обобщенной структурной схемой системы передачи информации и проведение анализа и расчета непрерывных каналов передачи.

2. Общие сведения

Структурная схема непрерывных каналов передачи информации представлена на рис.1.

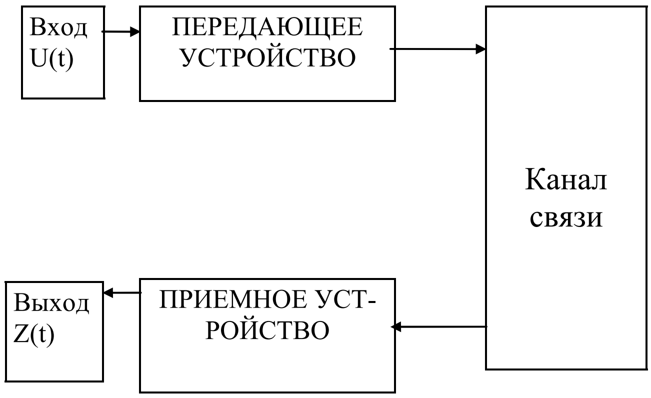

Рис.1

Под каналом передачи информации в широком смысле понимают совокупность средств предназначенных для передачи сообщений и соответствующих им сигналов от источника к потребителю.

Непрерывный канал математически описан, если заданы плотности вероятности входных сигналов ω (U) и условные плотности вероятности перехода ω (Z | U).

Для описания информационных свойств непрерывного источника широко используется понятие дифференциальной энтропии h(U):

$$\mathbf{h(U)= -\int_{-\infty}^{\infty} \omega (u) \log \omega (u)\, du}$$

Эта та часть энтропии непрерывного источника, которая зависит от функции плотности вероятности сигнала U(t), выдаваемого источником.

Наибольшее значение дифференциальной энтропии при независимых отсчетах и заданной дисперсии σ^2 имеет случайный процесс U(t) с гауссовским распределением мгновенных значений:

$$\mathbf{h\ max\ (U) = \log \sqrt{2\pi e\sigma^2}\ .}$$

По аналогии с формулами для дискретного источника количество информации, содержащееся в одном непрерывном отсчете процесса Z(t) относительно отсчета процесса U(t) можно представить следующим образом:

$$\mathbf{I\ (U, Z) = h(U) - h(U \mid Z) = h(Z) - h\ (Z \mid U),}$$

где h(U), h(Z) - соответственно дифференциальная энтропия на отсчет процесса U (t) и Z (t);

$$\mathbf{h(U \mid Z) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \omega (u, z) \log \omega (u \mid z)\, du\, dz -}$$

- условная дифференциальная энтропия отсчета U(t) при известном отсчете Z (t)

$$\mathbf{h(Z \mid U) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \omega (u, z) \log \omega (z \mid u)\, du\, dz -}$$

- условная дифференциальная энтропия отсчета Z(t) при известном отсчете U(t).

Второй важной характеристикой непрерывного источника является эпсилон-энтропия H_ε (U). Под H_ε (U) или собственной информацией в одном отсчете процесса U(t) называют минимальное количество информации, необходимое для вопроизведения сигнала U(t) по сигналу U′(t) с допустимой дисперсией ошибки σ^2_n :

$$\mathbf{H_\varepsilon (U \mid U') = \min I(U,U') = h(U \mid U') - \log \sqrt{2\pi e \sigma^2_n}.}$$

$H_\varepsilon (U \mid U')$ - это эпсилон-энтропия на один отсчет при условии, что отсчеты сигнала фиксированы;

$h(U \mid U')$ - дифференциальная энтропия отсчета сигнала при условии, что отсчеты сигнала фиксированы.

Если источник выдает независимые отсчеты непрерывного сообщения дискретно во времени, то его эпсилон-производительность

$$\mathbf{H'_\varepsilon (U \mid U') = v_и H_\varepsilon (U \mid U') = v_и [h(U \mid U') - \log \sqrt{2\pi e \sigma^2_n}],}$$

где $v_и$ - число отсчетов в единицу времени.

При непрерывном времени эпсилон-производительность определяется следующим выражением:

$$\mathbf{H'_\varepsilon (U \mid U') = 2F\ [h(U \mid U') - \log \sqrt{2\pi e \sigma^2_n}].}$$

Избыточность непрерывного стационарного источника

$$\mathbf{\chi_и = 1- H_\varepsilon (U \mid U')/ H_\varepsilon (U)max.}$$

Если на вход непрерывного канала поступает сигнал U(t), а в канале действует аддитивная помеха N(t) так, что принимаемое колебание

$$\mathbf{Z(t) = U(t) + N(t)},$$

то условная дифференциальная энтропия помехи

$$\mathbf{h\,(Z \mid U) = h(N).}$$

В этом случае можно записать

$$\mathbf{I\,(U, Z) = h(Z) - h(N).}$$

Скорость передачи информации по непрерывному каналу с дискретным временем и полосой пропускания канала F равна

$$\mathbf{I'(U, Z) = 2F\,[h(Z) - h(N)].}$$

Пропускной способностью **C** непрерывного канала с заданным шумом и полосой пропускания равной F называют предельное значение скорости передачи информации, достигаемое при всевозможных источниках сигнала на входе.

В случае аддитивного шума в канале с нормальным распределением и при спектральной плотности S(ω) входного сигнала, равномерно распределенной в полосе частот F, пропускная способность канала может быть рассчитана по следующей формуле:

$$\mathbf{C = F\,\log\,(1 - Pс/Pш),}$$

где Pс - мощность источника сигнала

Pш- мощность помехи в непрерывном канале.

Последнее выражение часто называют формулой Шеннона, так как определяет зависимость пропускной способности рассматриваемого непрерывного канала от таких его технических характеристик как ширина полосы пропускания и отношение сигнал-шум. Формула Шеннона указывает на возможность повышения производительности канала путем обмена полосы пропускания на мощность сигнала и наоборот.

Максимальный объем информации, которую можно в среднем передать по непрерывному каналу за время T

$$\mathbf{V = TC.}$$

Для случая гауссовского канала максимальный объем информации. которую можно передать по каналу:

$$\mathbf{V = T\ F\ log\ (1+Pc/Pш).}$$

3. Лабораторное задание

3.1. Рассчитать дифференциальную энтропию входного и выходного сигналов, а также условные дифференциальные энтропии h(U|Z) и h(Z|U) по данным, представленным в табл.1. при условии что по каналу передается непрерывный сигнал U(t), представляющий гауссовский случайный прцесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2_u. В канале действует независимый от сигнала гауссовский шум N(t) с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2_n

Таблица 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\sigma^2_{u,}$ мВт	4	9	8	7	2	7	20	8	6	6
σ^2_n,мВт	1	5	5	2	1	3	4	6	3	1

3.2. Рассчитать эпсилон-производительность источника, если непрерывный сигнал непрерывного времени на выходе источника имеет равномерное распределение с дисперсией σ^2_u , полосу сигнала F и дисперсию шума воспроизведения σ^2_n (табл.2)

Таблица 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ^2_u,мВт	3	50	100	70	90	90	20	100	40	10

$\sigma^2_п$,мВт	0,5	0,7	1	0,4	0,4	0,9	0,4	0,8	0,7	0,5
$F\times10^{-2}$, Гц	3,1	50	64	120	40	90	100	90	10	50

3.3. Рассчитать пропускную способность гауссовского канала по данным, приведенным в табл. 3. При расчетах учесть, что мощность шума Рш = N_0F.

Таблица 3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F,кГц	1	10	3	7	5	9	7	2	10	4
Рс, мВт	7	7	2	8	5	3	5	1	7	9
N_0, мкВт/Гц	0,4	0,5	0,2	0,3	0,6	1	0,9	0,1	0,2	0,9

3.4. Рассчитать максимально возможный объем информации, который может быть передан по гауссовскому каналу сигналом, имеющим спектральную плотность мощности $G_0 = A \exp [- \beta^2 (f - f_0)^2$ (табл.4). Полоса пропускания канала $f_0 \pm 0{,}5F$.

Таблица 4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А, Вт/Гц	4	9	4	8	7	5	2	8	10	2
F, кГц	40	50	20	20	60	100	90	10	20	90
β, $с^{-1}$	4	5	2	3	6	10	9	1	2	9
N_0, Вт/Гц	10^{-10}	10^{-15}	10^{-19}	10^{-13}	10^{-19}	10^{-17}	10^{-16}	10^{-15}	10^{-12}	10^{-18}

3.5. Рассчитать избыточность источника, выдающего непрерывное сообщение с равномерным распределением и независимыми отсчетами по данным, приведенным в табл. 5.

Таблица 5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рс,мВт	10	60	90	40	40	80	90	30	50	40
Рс/Рш	10	90	40	10	80	90	30	50	30	50

4. Содержание отчета

4.1. Цель работы.

4.2. Структурная схема непрерывного канала передачи информации.

4.3. Теоретические расчеты основных характеристик источника сообщений и параметров непрерывного канала

6.6. Основные выводы по работе.

5. Контрольные вопросы

5.1 Какие параметры необходимо задать, чтобы описать непрерывный канал?

5.2. Дать классификацию каналам передачи информации?

5.3. Что такое дифференциальная энтропия, эпсилон-энтропия и как рассчитывается избыточность источника сообщений?

5.4 Что такое пропускная способность непрерывного канала?

5.5. От чего зависит объем передаваемой информации по непрерывному каналу?

6. Литература

6.1. А.Г. Зюко и др. Теория передачи сигналов. - М.: , Радио и связь, 1986

6.2..Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. - М.: Радио и связь, 1990

6.3. Васильев В.И., Котиков В.И. Методическое пособие по выполнению лабораторных работ по курсу “Матема-тическое обеспечение систем передачи информации”. - М.: МГТУГА, 1997

Задача № 3.1

$$h\,(U) = \log \sqrt{2\pi e \sigma^2_u}$$

$$h\,(Z) = \log \sqrt{2\pi e(\sigma^2_u + \sigma^2_n)}$$

$$h\,(Z \mid U) = \log \sqrt{2\pi e\, \sigma^2_n}$$

$$h\,(U \mid Z) = \log \sqrt{2\pi e\, \sigma^2_n\, \sigma^2_u / (\sigma^2_u + \sigma^2_n)}$$

Задача ¹3.2

$$H'_\varepsilon\,(U \mid U') = 2F\ [\log \sqrt{2\pi e \sigma^2_u} - \log \sqrt{2\pi e \sigma^2_n}].$$

Задача 3.4

$$Pc = A \int_{f_0 - 0,5F}^{f_0+0,5F} \exp\,[-\beta^2\,(f-f_0)^2]\ df$$

Задача 3.5

$$\chi_и = 1 - (\log \sqrt{12Pc} - \log \sqrt{2\pi e Pш}) / \log \sqrt{Pc/Pш}$$