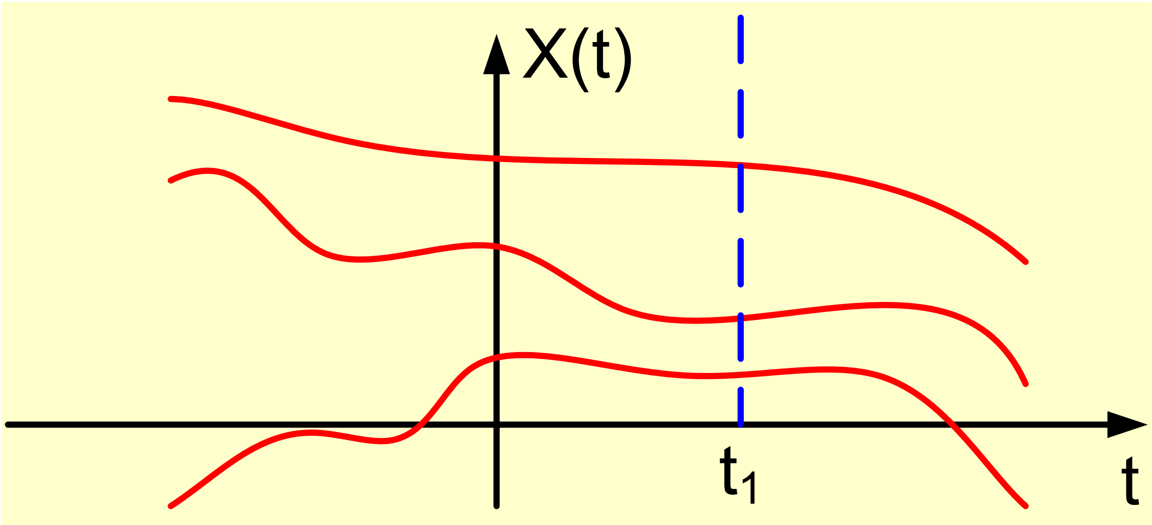
Лекция 6

Характеристики непрерывного источника и канала

Непрерывный источник сообщений. Дифференциальная энтропия

Для описания информационных свойств непрерывного источника сообщений используется такое понятие как дифференциальная энтропия



$$p(x_k \lhd X \lhd x_k + \Delta x) \approx \omega(x)\Delta x$$

$$\log \frac{1}{p(x_k \lhd X \lhd x_k + \Delta x)} \approx \log \frac{1}{\omega(x)\Delta x}$$

$$H(X) = M\left\{\log \frac{1}{\omega(x)\Delta x}\right\}$$

$$H(X) = \lim_{\Delta x \to 0} M\left\{\log \frac{1}{\omega(x)\Delta x}\right\} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} M\left\{\log \frac{1}{\omega(x)} + \log \frac{1}{\Delta x}\right\} =$$

$$M\left\{\log \frac{1}{\omega(x)}\right\} + \lim_{\Delta x \to 0} \log \frac{1}{\Delta x}$$

Дифференциальная энтропия непрерывного источника с нормальным распределением вероятности случайной величины ***x***

$$h(x) = M\left\{\log \frac{1}{\omega(\mathrm{x})}\right\} = \int_x \omega(x) \log \frac{1}{\omega(x)}$$

$$\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2}}$$

Продолжение

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) \log \frac{1}{\omega(x)} dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) \left[\log \sqrt{2\pi\sigma_x^2} + \frac{\log e}{2\sigma_x^2} (x - x_0)^2 \right] dx =$$

$$= \log \sqrt{2\pi\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) dx + \frac{\log e}{2\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0)^2 \omega(x) dx$$

$$h(x) = \log \sqrt{2\pi\sigma_x^2} + \frac{1}{2} \log e = \log \sqrt{2\pi e \sigma_x^2}$$

Взаимная информация между двумя случайными процессами и их величинами

$$I(X,Y) = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} M\left\{\log \frac{\omega(x,y)\Delta x \Delta y}{\omega(x)\Delta x\, \omega(y)\Delta y}\right\} = M\left\{\frac{\omega(x,y)}{\omega(x)\omega(y)}\right\}$$

$$I(X,Y) = M\left\{\log \frac{\omega(y)\omega(x/y)}{\omega(x)\omega(y)}\right\} =$$

$$= M\left\{\log \frac{1}{\omega(x)} - \log \frac{1}{\omega(x/y)}\right\} =$$

$$= M\left\{\log \frac{1}{\omega(x)}\right\} - M\left\{\log \frac{1}{\omega(x/y)}\right\} = h(X) - h(X/Y),$$