

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»  
(МГТУ ГА)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УМР

\_\_\_\_\_ Криницин В.В.

" \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

(шифр ДС.11)

Специальность 230401 "Прикладная математика"

Факультет ФПМ и ВТ

Кафедра прикладной математики

Курс 3, Форма обучения - дневная, Семестр - 5

Общий объем дисциплины 70 час.

Общий объем учебных часов 40 час.

Лекции 28 час.

Практические занятия 12 час.

Лабораторные занятия нет

Самостоятельная работа 30 час.

Курсовой проект нет

Курсовая работа 1

Контрольная работа нет

Домашнее задание нет

Зачет 3 курс, 5 семестр

Экзамен нет

Москва – 2007

Рабочая программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика", утвержденным 27 марта 2000 г. (регистрационный номер 240 тех/дс) и требованиями к уровню подготовки выпускника по специальности 230401.

Рабочую программу составила

Ерзакова Нина Александровна, профессор, д.ф.-м.н. \_\_\_\_\_

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры ПМ,  
протокол N \_\_\_ от " \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

Заведующий кафедрой Кузнецов Валерий Леонидович,

проф., д. т. н. \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена методическим советом специальности 230401  
Протокол N \_\_\_ от " \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

Председатель методического совета Кузнецов Валерий Леонидович,

проф., д. т. н. \_\_\_\_\_

Рабочая программа согласована с Учебно-методическим управлением  
(УМУ)

Начальник УМУ Логачев Виктор Петрович

Доцент, к.т.н. \_\_\_\_\_

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ.

### 1.1. Цель преподавания дисциплины

Целью изучения дисциплины «Вариационное исчисление» является изложение основных разделов вариационного исчисления.

1.2. Задачи изучения дисциплины (необходимый комплекс знаний и умений):

В результате изучения данной дисциплины студент должен

#### 1.2.1. Иметь

- представление об основных типах задач вариационного исчисления и методах их решения.

#### 1.2.2. Знать

- основные определения, формулировки теорем и схемы решения основных типов задач вариационного исчисления.

#### 1.2.3. Уметь

- решать основные типы задач вариационного исчисления.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Наименование разделов (подразделов), объем в часах. Содержание лекций, ссылки на литературу.

**Раздел 1.** Классические задачи вариационного исчисления. (Объем - 6 часов). [1,4,5,6].

### **Лекция 1.1.**

Функционал. Экстремум функционала. Вариация и ее свойства.

### **Лекция 1.2.**

Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

### **Лекция 1.3.**

Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами.

**Раздел 2.** Простейшие задачи вариационного исчисления с подвижными границами. (Объем - 4 часа). [1, 5, 6].

### **Лекция 2.1.**

Постановка задачи вариационного исчисления с подвижными границами. Условия трансверсальности. Необходимые условия существования слабого экстремума в задаче вариационного исчисления с подвижными границами.

### **Лекция 2.2.**

Задача Больца. Условия трансверсальности в задаче Больца. Необходимые условия существования слабого экстремума в задаче Больца.

**Раздел 3.** Задачи на условный экстремум. (Объем - 2 часа). [1, 5, 6].

### **Лекция 3.1.**

Постановка задачи на условный экстремум. Функция Лагранжа. Необходимые условия существования экстремума в задаче Лагранжа.

**Раздел 4.** Условия второго порядка. (Объем - 4 часа). [1, 5, 6].

**Лекция 4.1.**

Условия Лежандра, Якоби, Вейерштрасса. Достаточные условия существования экстремума.

**Лекция 4.2.**

Два подхода к исследованию задач вариационного исчисления. Функциональное пространство. Производные Фреше и Гато.

**Раздел 5.** Вариационный метод решения краевой задачи. (Объем - 10 часов). [1,3].

**Лекция 5.1.**

Понятие обобщенной функции, обобщенной производной.  $\delta$ -функция Дирака.

**Лекция 5.2.**

Пространства Соболева. Неравенство Фридрихса. Теоремы вложения. Теорема об эквивалентности норм в  $H^1(G)$ .

**Лекция 5.3.**

Обобщенное решение краевой задачи Дирихле для дифференциального уравнения. Связь обобщенного решения с классическим решением. Теорема единственности.

**Лекция 5.4.**

Функционал энергии. Минимизирующая функция функционала энергии как обобщенное решение.

**Лекция 5.5.**

Метод Ритца построения минимизирующей последовательности для функционала энергии.

**Раздел 6.** Вариационные методы в задачах о собственных значениях. (Объем - 2 часа). [2,3].

**Лекция 6.1.**

Рекурсивное вариационное определение собственных значений и собственных векторов. Теорема о совпадении рекурсивно определенных собственных значений и векторов с обычными собственными значениями и векторами.

2.2. Перечень тем практических и семинарских занятий, и их объем в часах: (объем каждого ПЗ - 2 часа; общий объем - 12 час.).

ПЗ - 1. Простейшая вариационная задача с неподвижными границами. Уравнение Эйлера.

ПЗ - 2. Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления на функционалы, зависящие от производных высших порядков.

ПЗ - 3. Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления на

функционалы, зависящие от нескольких функций.

ПЗ - 4. Обобщенное решение краевой задачи Дирихле для дифференциального уравнения. Функционал энергии. Метод Ритца.

ПЗ - 5. Простейшая вариационная задача с подвижными границами. Задача Больца.

ПЗ - 6. Задачи на условный экстремум.

2.3. Лабораторные работы не предусмотрены

2.4. Тематика курсовых работ:

1. Вариационный метод решения краевой задачи для дифференциального уравнения.

2. Постановка задач классического вариационного исчисления и оптимального управления.

3. Вариационные методы в задачах о собственных значениях.

2.5. Тематика контрольных работ (домашних заданий):

Контрольные работы (домашние задания) в данной дисциплине не предусмотрены.

2.6. Перечень деловых игр:

Деловые игры в данной дисциплине не предусмотрены.

### 3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

№	Автор	Наименование, издательство, год издания
1	2	3
Основная литература		
1.	Эльсгольц Л.Э.	Вариационное исчисление.- М.: КомКнига. 2006.
Дополнительная литература		
2.	Гулд С.	Вариационные методы в задачах о собственных значениях.- М.: Мир, 1970.
3.	Цлаф Л.Я.	Вариационное исчисление и интегральные уравнения. - М.: Наука, 1966.
4.	Эльсгольц Л.Э.	Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1957.
Учебно-методическая литература		
5.	Босс В.	Лекции по математике. Т7: Оптимизация: Учебное пособие.- КомКнига, 2006.
Для практических занятий		
6.	Пантелеев А.В..	Вариационное исчисление.-М.: Высшая школа, 2006.

### 3. РЕКОМЕНДУЕМОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ НА БЛОКИ:

- 5 семестр: разделы 1, 2 – первый блок; разделы 3,4 и 5 – второй блок;

Рабочая программа периодически корректируется, и изменения вносятся в лист изменений (форма 1).