

Вопросы к зачету по вариационному исчислению

1. Линейное нормированное пространство. Функционал в линейном нормированном пространстве, линейный функционал, непрерывный функционал.
2. Локальные минимумы и максимумы функционала.
3. Вариация кривой. Основная лемма вариационного исчисления.
4. Простейшая задача вариационного исчисления.
5. Теорема (уравнение Эйлера). Экстремали.
6. Дифференциал Фреше. Производная Фреше. Теорема (единственности производной Фреше). Пример.
7. Дифференциал Гато. Производная Гато. Теорема (связь производной Фреше и производной Гато). Пример.
8. Теорема (необходимое условие экстремума функционала).
9. Теорема (уравнение Эйлера-Пуассона).
10. Теорема (система дифференциальных уравнений Эйлера).
11. Основные и обобщенные функции Теорема (δ -образная последовательность).
12. Обобщенная производная.
13. Мера Лебега множеств. Интеграл Лебега. Пространства Лебега.
14. Теорема (неравенство Коши–Буняковского).
15. Теорема (неравенство Коши).
16. Пространства Соболева. Теорема (неравенство Фридрихса).
17. Теорема (эквивалентность норм).
18. Теорема (соотношение классического решения краевой задачи с обобщенным).
19. Теорема (существования и единственности обобщенного решения).
20. Теорема (о существовании точной нижней грани).
21. Теорема (существование и единственность функции, доставляющей минимум).
22. Теорема (равносильность задачи вариационного исчисления с задачей нахождения обобщенного решения краевой задачи).
23. Теорема (существование единственного решения системы Ритца).
24. Теорема (последовательность Ритца).
25. Рекурсивное определение собственных значений и собственных векторов Теорема о совпадении рекурсивных собственных значений и собственных векторов с обычными собственными значениями и собственными векторами.
26. Постановка задачи вариационного исчисления с подвижными границами. Условия трансверсальности. Необходимые условия существования слабого экстремума в задаче вариационного исчисления с подвижными границами.
27. Задача Больца. Условия трансверсальности в задаче Больца. Необходимые условия существования слабого экстремума в задаче Больца.
28. Постановка задачи на условный экстремум. Функция Лагранжа. Необходимые условия существования экстремума в задаче Лагранжа.
29. Условия Лежандра, Якоби, Вейерштрасса. Достаточные условия существования экстремума.