

**СПИСОК ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА»,
ВЫНОСИМЫХ НА ЭКЗАМЕН В ПЕРВОМ СЕМЕСТРЕ.
СПЕЦИАЛЬНОСТЬ «БЕЗОПАСНОСТЬ ИНФОРМАЦИИ»**

Линейная алгебра:

- (1) Определение векторного пространства. Примеры.
- (2) Определение подпространства векторного пространства. Примеры.
- (3) Линейные операторы. Примеры.
- (4) Ядро и образ линейного оператора. Изоморфизмы линейных пространств. Примеры.
- (5) Операции над линейными операторами и свойства этих операций.
- (6) Линейные комбинации векторов, линейная зависимость и независимость. Базисы и координаты. Конечномерные пространства.
- (7) Линейная оболочка и ранг системы векторов.
- (8) Матричная запись линейных операторов в базисе. Преобразование матриц при замене базисов.
- (9) Собственные значения и собственные векторы. Характеристический многочлен.

Матрицы и определители:

- (1) Матрицы и операции над ними. Действие матрицы на вектор. Свойства.
- (2) Диагональные, скалярные и единичные матрицы.
- (3) Определители и их свойства.
- (4) Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу.
- (5) Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования. Вычисление обратной матрицы.
- (6) Решение линейных систем методом обратной матрицы.
- (7) Решение линейных систем методом Крамера.
- (8) Решение линейных систем методом Гаусса.

Плоскость и трёхмерное пространство:

- (1) Скалярное произведение векторов. Вычисление длин и углов.
- (2) Векторное произведение. Вычисление площадей.
- (3) Смешанное произведение. Вычисление объёмов.
- (4) Коллинеарность. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве.
- (5) Компланарность. Уравнение плоскости.

Кольца и поля:

- (1) Определение кольца. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей. Примеры. Делители нуля.
- (2) Определение поля. Примеры.
- (3) Гомоморфизмы колец. Ядро и образ.Mono-эпи- и изоморфизмы. Примеры.
- (4) Подкольца и идеалы. Примеры.

Арифметика целых чисел:

- (1) Деление с остатком. Позиционные системы счисления.
- (2) Простые числа. Теорема о разложении целого числа на простые множители (основная теорема) арифметики.
- (3) Наибольший общий делитель и его нахождение.
- (4) Наименьшее общее кратное и его нахождение.
- (5) Кольца и поля вычетов.

Комплексные числа:

- (1) Матричное представление комплексных чисел.
- (2) Комплексная плоскость. Арифметические операции над комплексными числами. Комплексное сопряжение.
- (3) Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и экспоненциальная формы записи.
- (4) Формула Муавра.
- (5) Основная теорема алгебры.
- (6) Решение квадратных уравнений в комплексных числах. Теорема Виета.

Многочлены:

- (1) Деление с остатком в кольце многочленов.
- (2) Теорема Безу.

Пояснение: В каждый билет входит два теоретических вопроса и четыре задачи.

- (3) Неразложимые многочлены и представление произвольного многочлена в виде произведения неразложимых (над полем \mathbb{C} и над полем \mathbb{R}).
- (4) Факторкольцо остатков от деления на квадратный трёхчлен.

Пределы:

- (1) Числовые последовательности и их пределы.
- (2) Свойства пределов последовательностей.
- (3) Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их свойства.
- (4) Предел монотонной последовательности. Число e .
- (5) Функции одного действительного аргумента. Область определения и область допустимых значений. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Монотонные функции.
- (6) Сложная и обратная функция.
- (7) Предел функции в точке и в бесконечности. Свойства пределов.
- (8) Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Их свойства.
- (9) Необходимое и достаточное условие существования предела функции.
- (10) Существование предела монотонной функции.
- (11) Первый и второй замечательный пределы.
- (12) Типы неопределённостей. Примеры.
- (13) Эквивалентные бесконечно малые. Использование эквивалентностей при раскрытии неопределённостей.
- (14) Порядок малости.

Непрерывность:

- (1) Определение и основные свойства непрерывных функций. Непрерывность справа и слева.
- (2) Непрерывность монотонной и сложной функции.
- (3) Точки разрыва и их классификация.
- (4) Непрерывность на отрезке. Первая и вторая теоремы Больцано–Коши.
- (5) Непрерывность обратной функции.
- (6) Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

Элементы дифференциального исчисления:

- (1) Производная функции в точке. Геометрический и механический смысл производной.
- (2) Формула приращения функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
- (3) Свойства производных. Производная обратной, неявной и сложной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производные элементарных функций.
- (4) Дифференцируемость. Дифференциал функции. Инвариантность дифференциала.
- (5) Производные высших порядков. Формула Лейбница.
- (6) Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
- (7) Правила Лопиталя.
- (8) Формула Тейлора. Остаточный член. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.

Исследование функций и построение графиков:

- (1) Основные этапы исследования функции и построения её графика.
- (2) Экстремумы. Необходимое условие существования экстремума. Достаточные условия существования. Интервалы монотонности.
- (3) Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Необходимое условие существования точки перегиба. Достаточные условия существования.
- (4) Асимптоты.