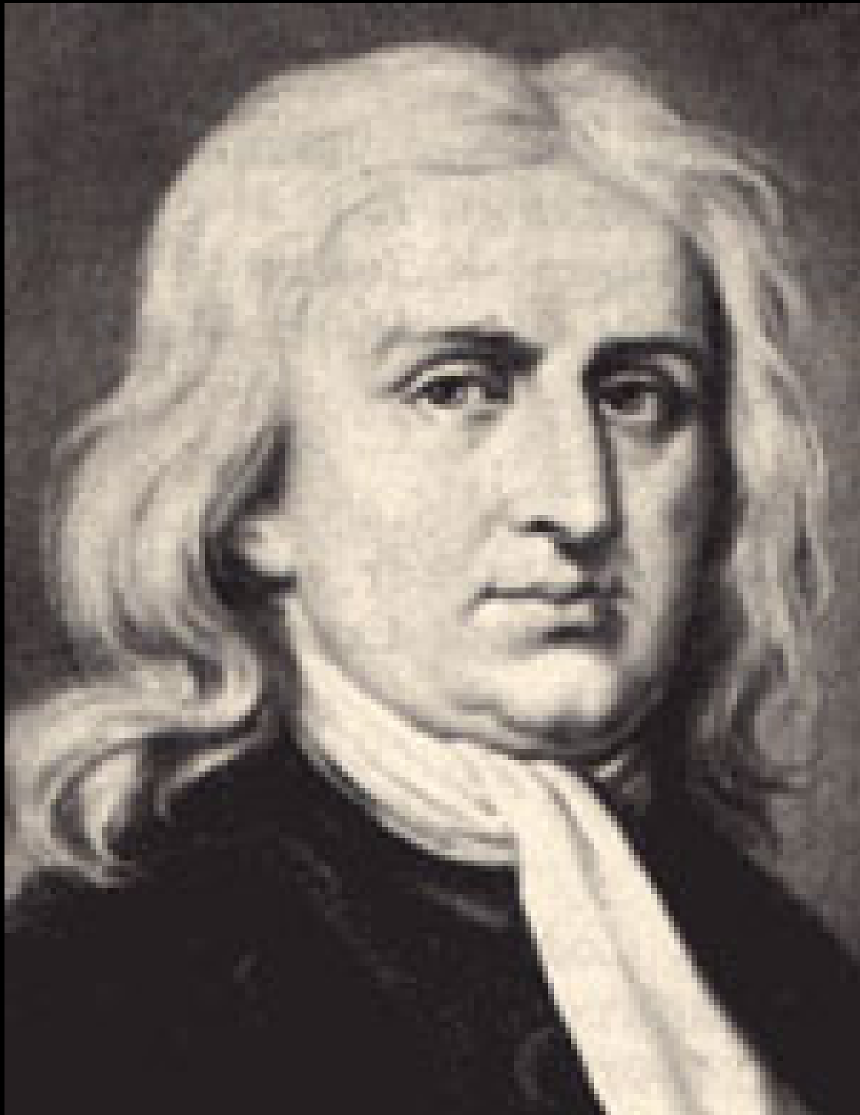
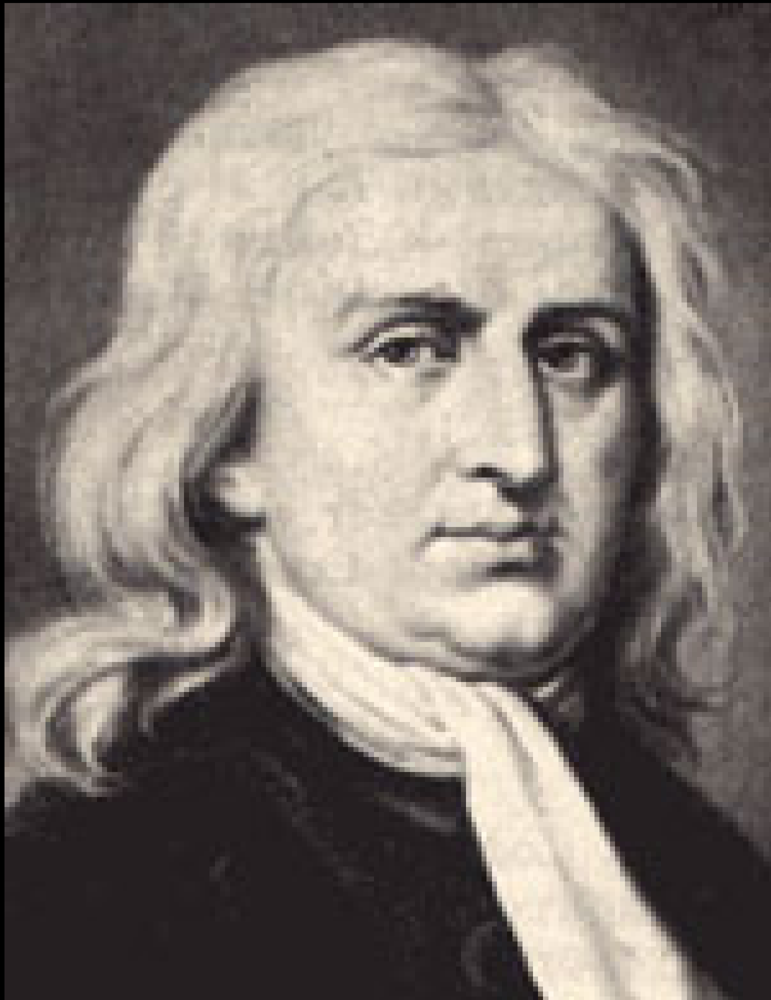
Тема 4. Нерелятивистская динамика материальной точки



4.1. Условия применимости классической нереляти- вистской динамики



Уравнения Ньютона-Эйнштейна для системы МТ

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\vec{r}_i}{\mathrm{d}t} = \vec{\upsilon}_\imath \\ \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{ij} \end{cases}$$

Система уравнений позволяющая определить

$$\left\{\vec{r}_i(t);\quad \vec{\upsilon}_i(t);\quad \vec{p}_i(t);\quad E_i(t)\right\}$$

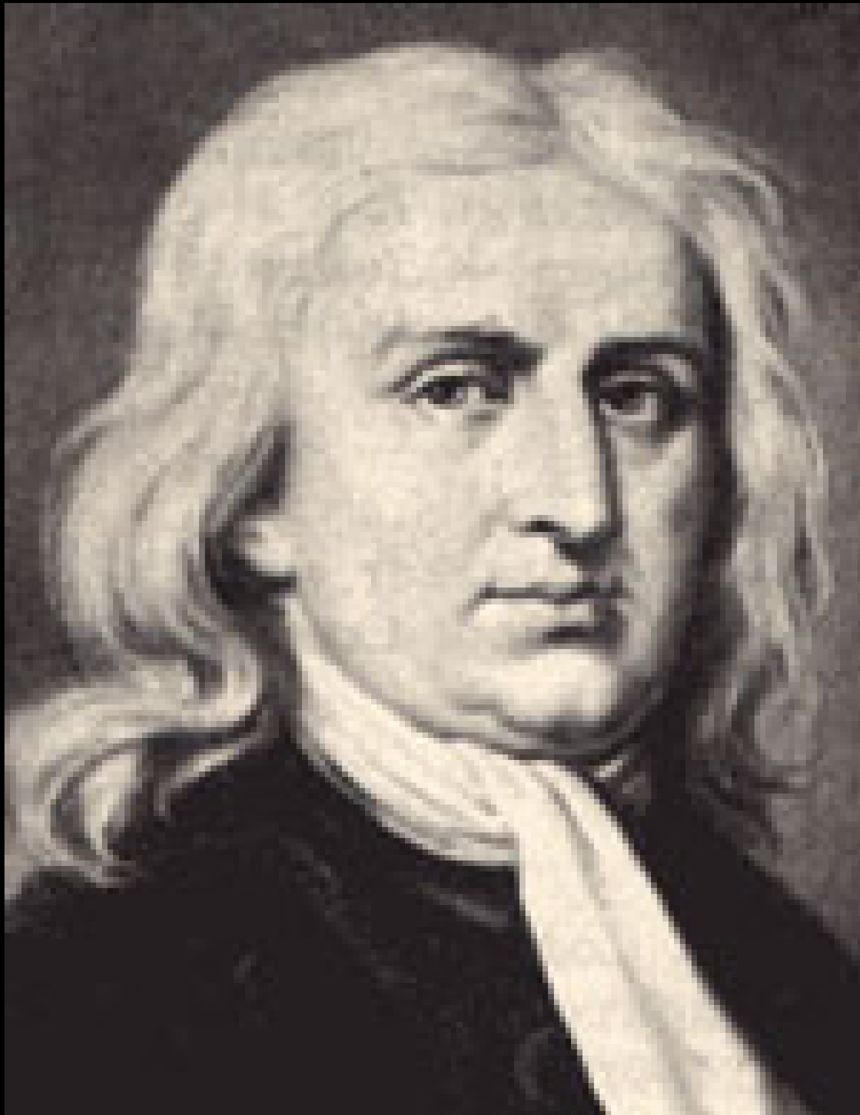
Все другие физические величины выражаются через совокупность

$$\left\{\vec{r}_i(t);\quad \vec{\upsilon}_i(t);\quad \vec{p}_i(t);\quad E_i(t)\right\}$$

Критика классического детерминизма

- 1. Рост начальных ошибок со временем $\Delta r \underset{t\to\infty}{\to} \infty; \quad \Delta p \underset{t\to\infty}{\to} \infty$
- 2. Невозможность учета всех сил $\sum \vec{F}_{ij} = ?$
- 3. Задача многих тел $N >> 10^{26}$
- 4. Соотношение неопределенностей $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$

4.2. Силы в классической динамике

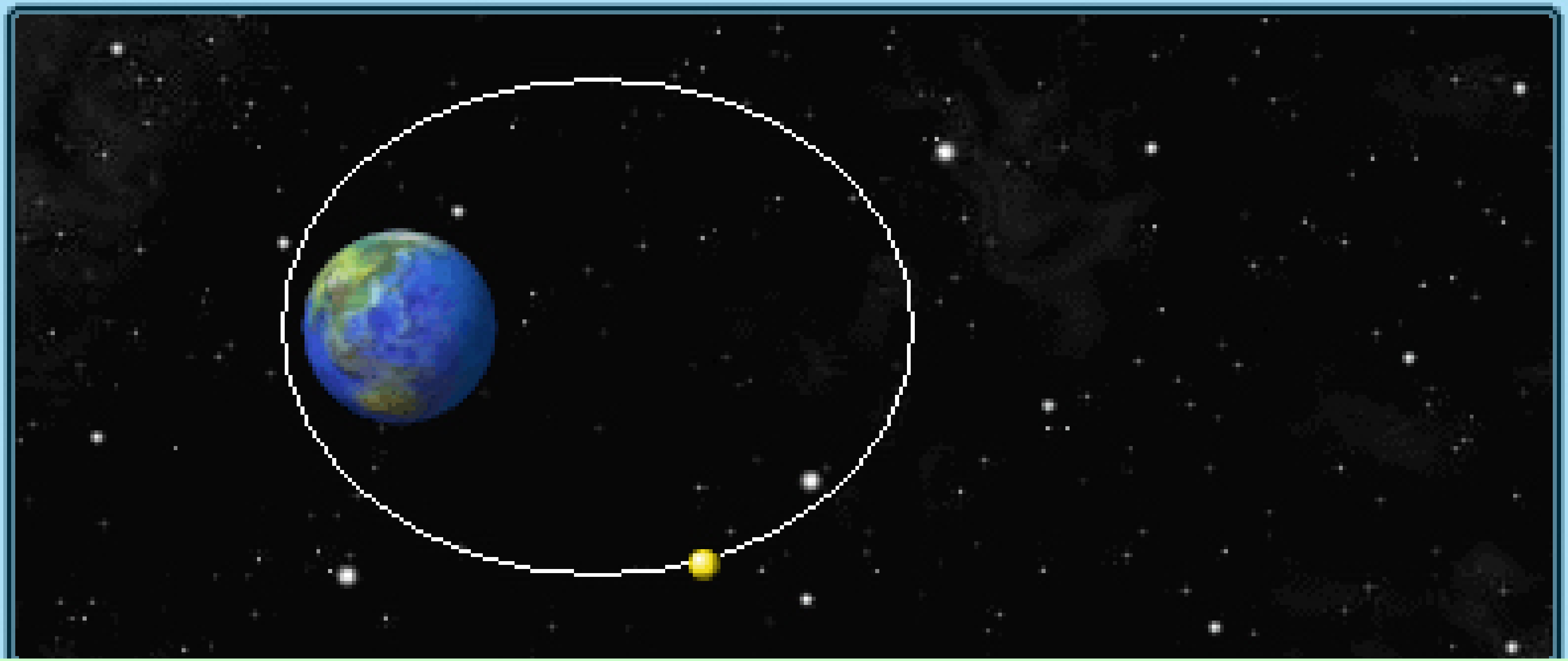


Фундаментальные взаимодействия:

Взаимо-действие	Границы	Относительная величина взаимодействия p – p внутри ядер
Сильное ядерное	Менее 10^{-15}	1
Электроста-тическое	От 0 до бесконечности	10^{-2}
Слабое ядерное	Менее 10^{-15}	10^{-13}
Гравита-ционное	От 0 до бесконечности	10^{-38}

Гравитационное

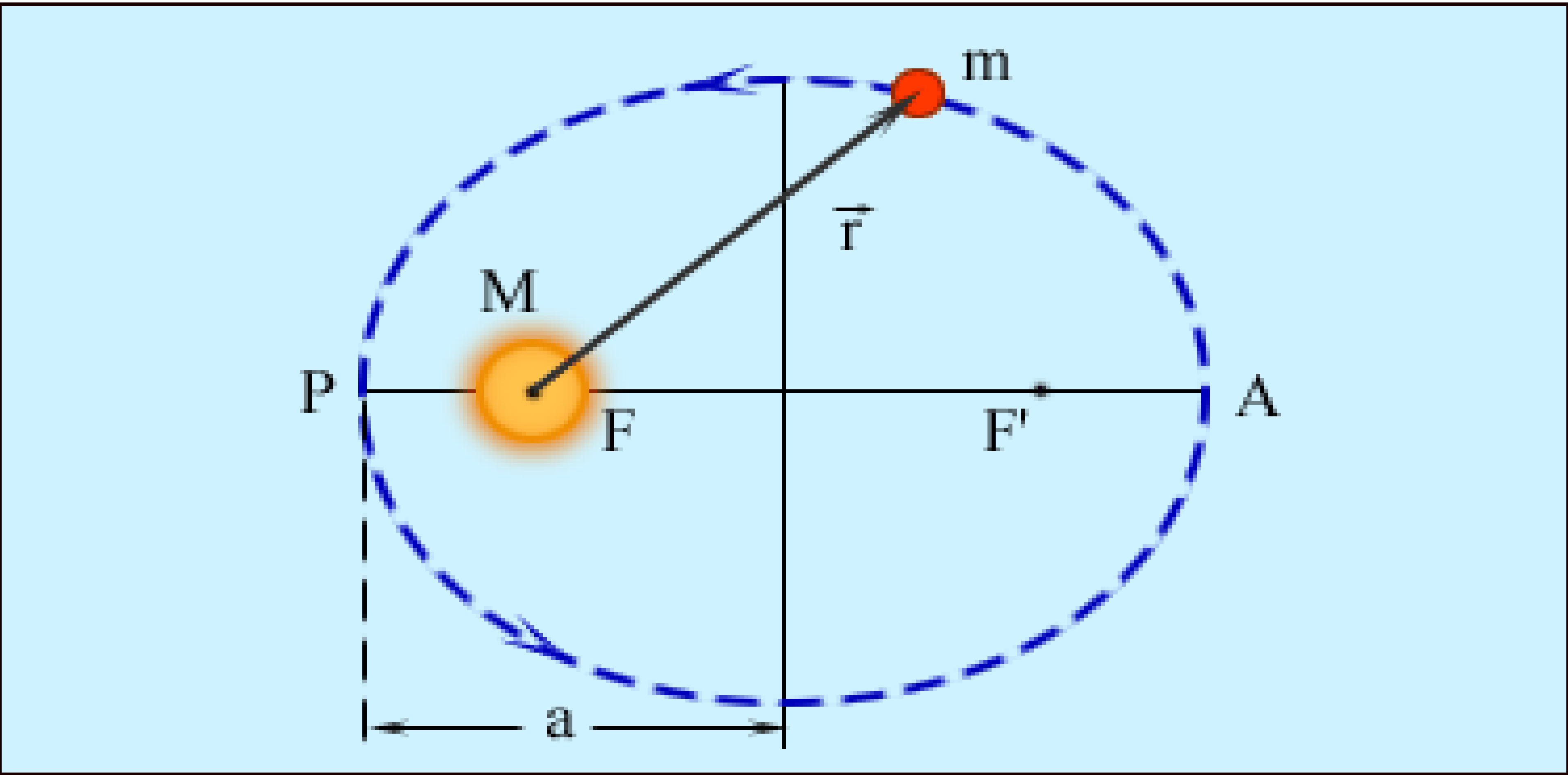
взаимодействие



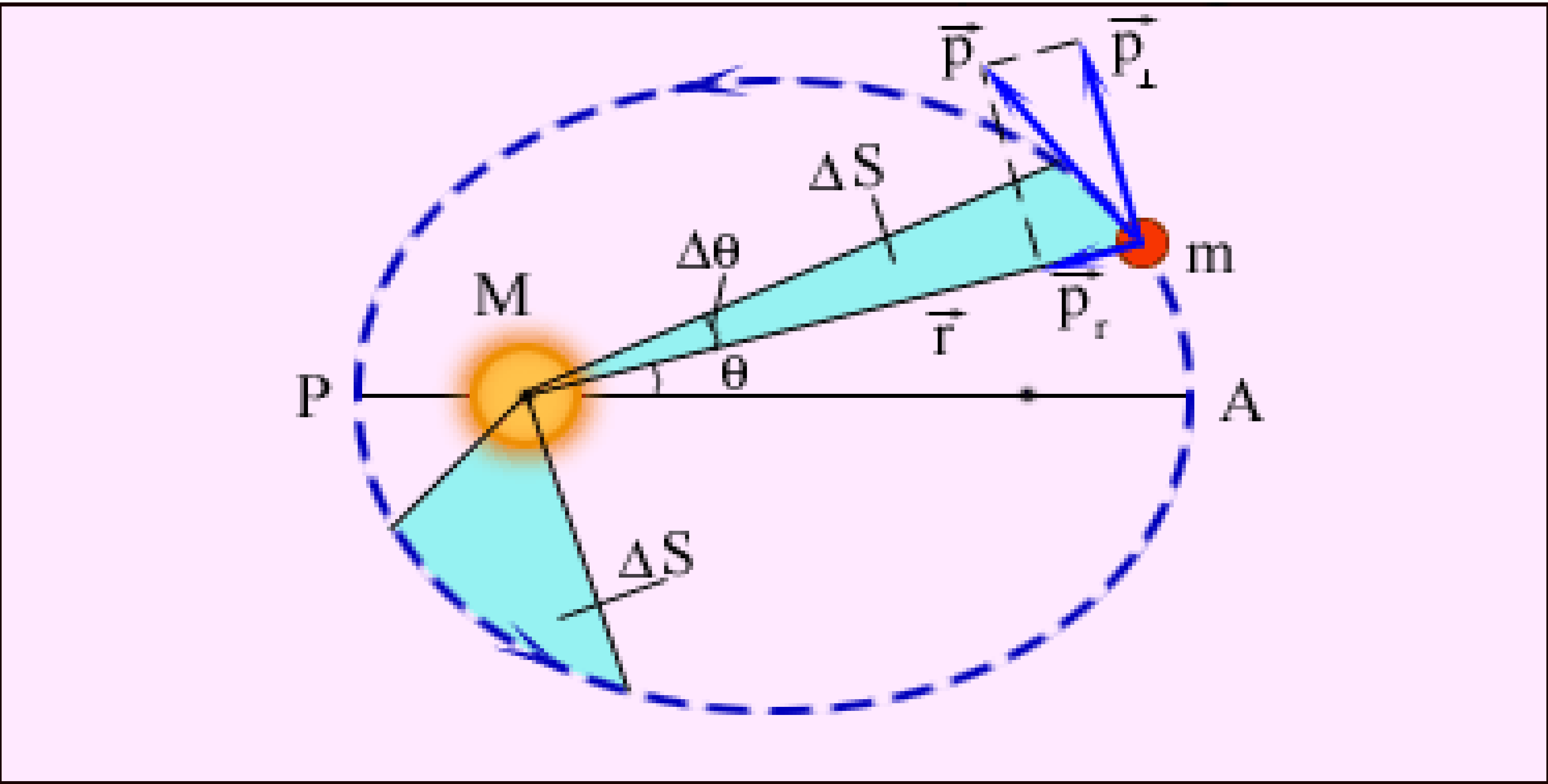
Первый закон Кеплера (1609 г.):
все планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

Первый закон Кеплера (1609 г.):

все планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых находится Солнце.



Второй закон Кеплера (1609 г.):
радиус-вектор планеты описывает в равные промежутки времени равные площади.

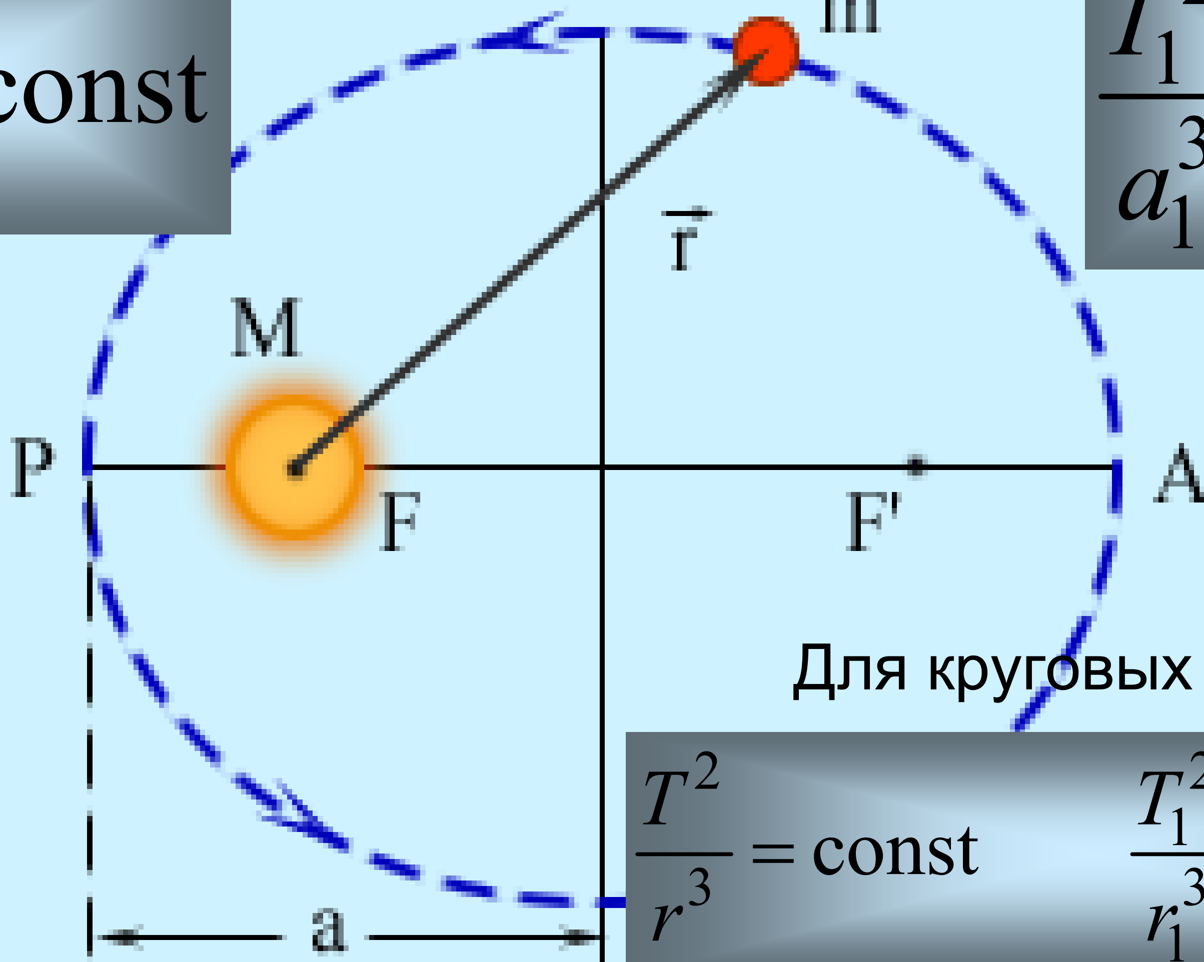


Третий закон Кеплера (1619 г.):

квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const}$$

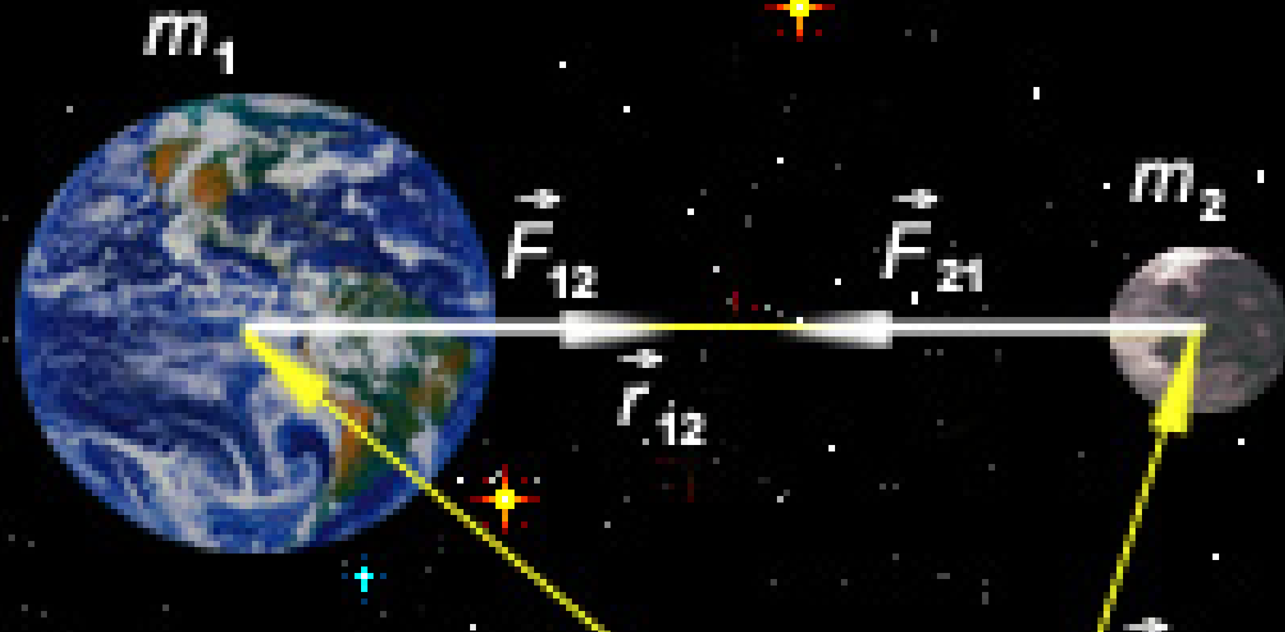
$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$



Для круговых орбит:

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{const} \qquad \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \ldots$$

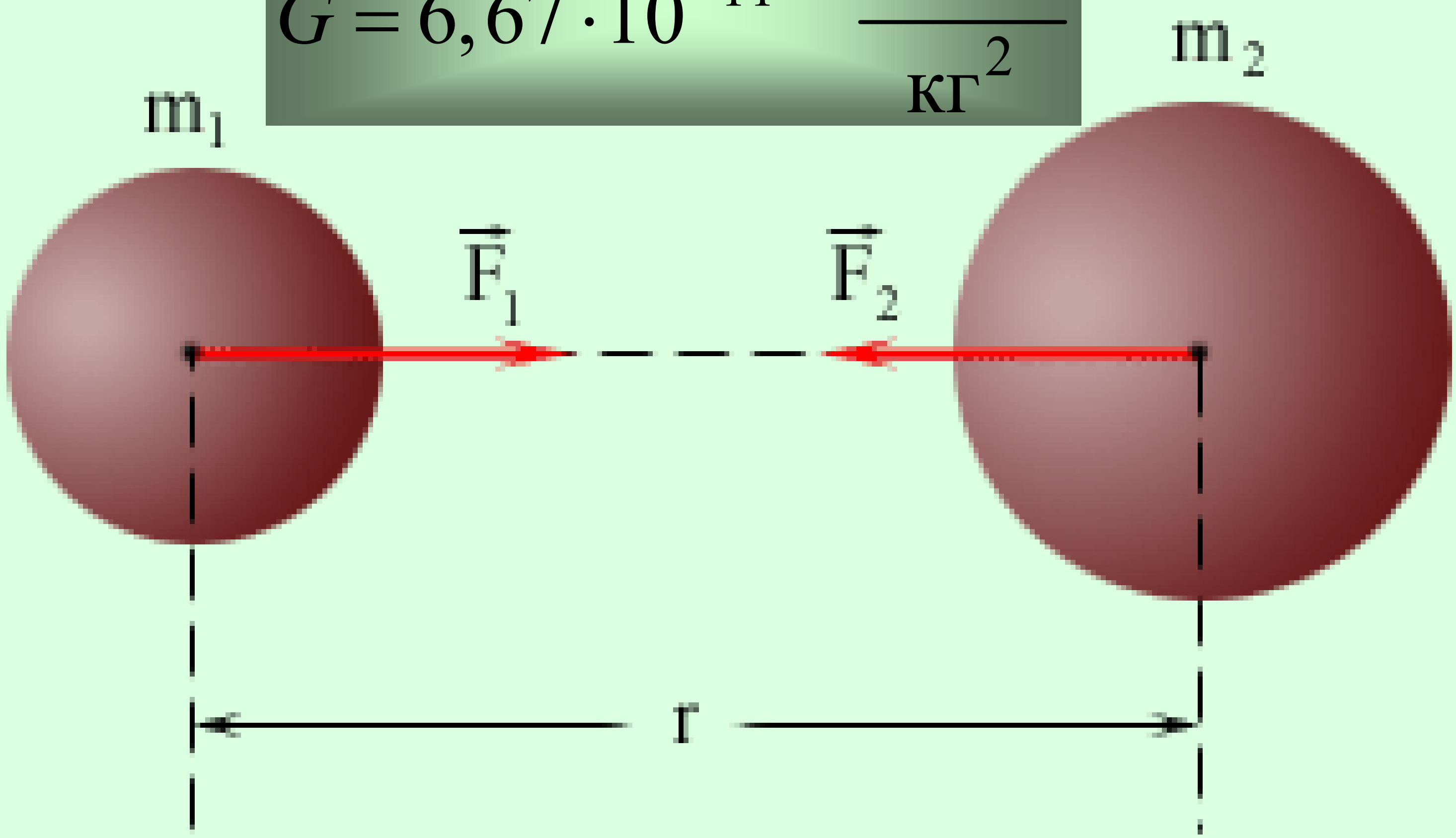
Закон всемирного тяготения



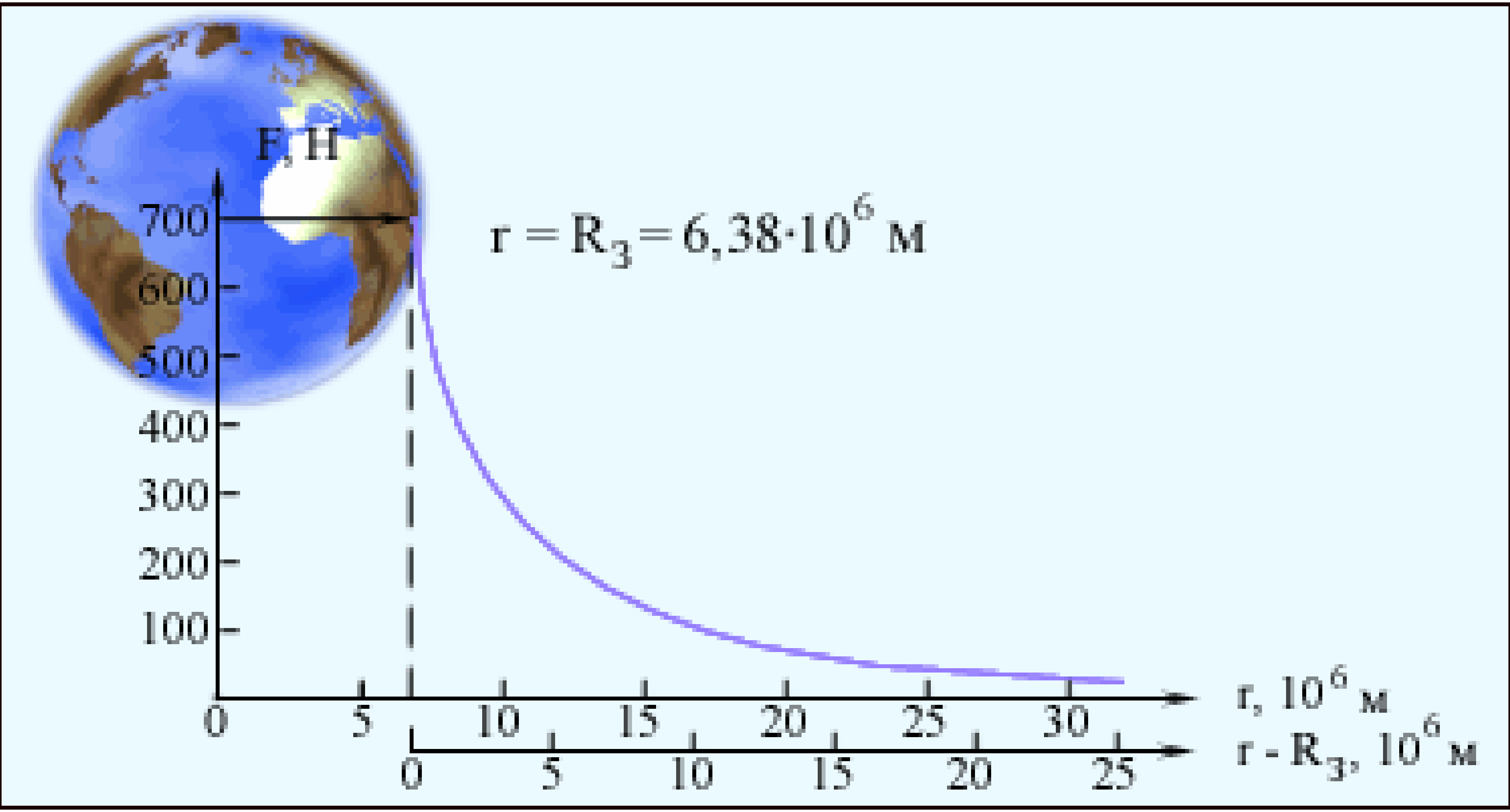
$$\vec{F}_{21} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\vec{e}_{21}$$

Гравитационные силы притяжения между телами

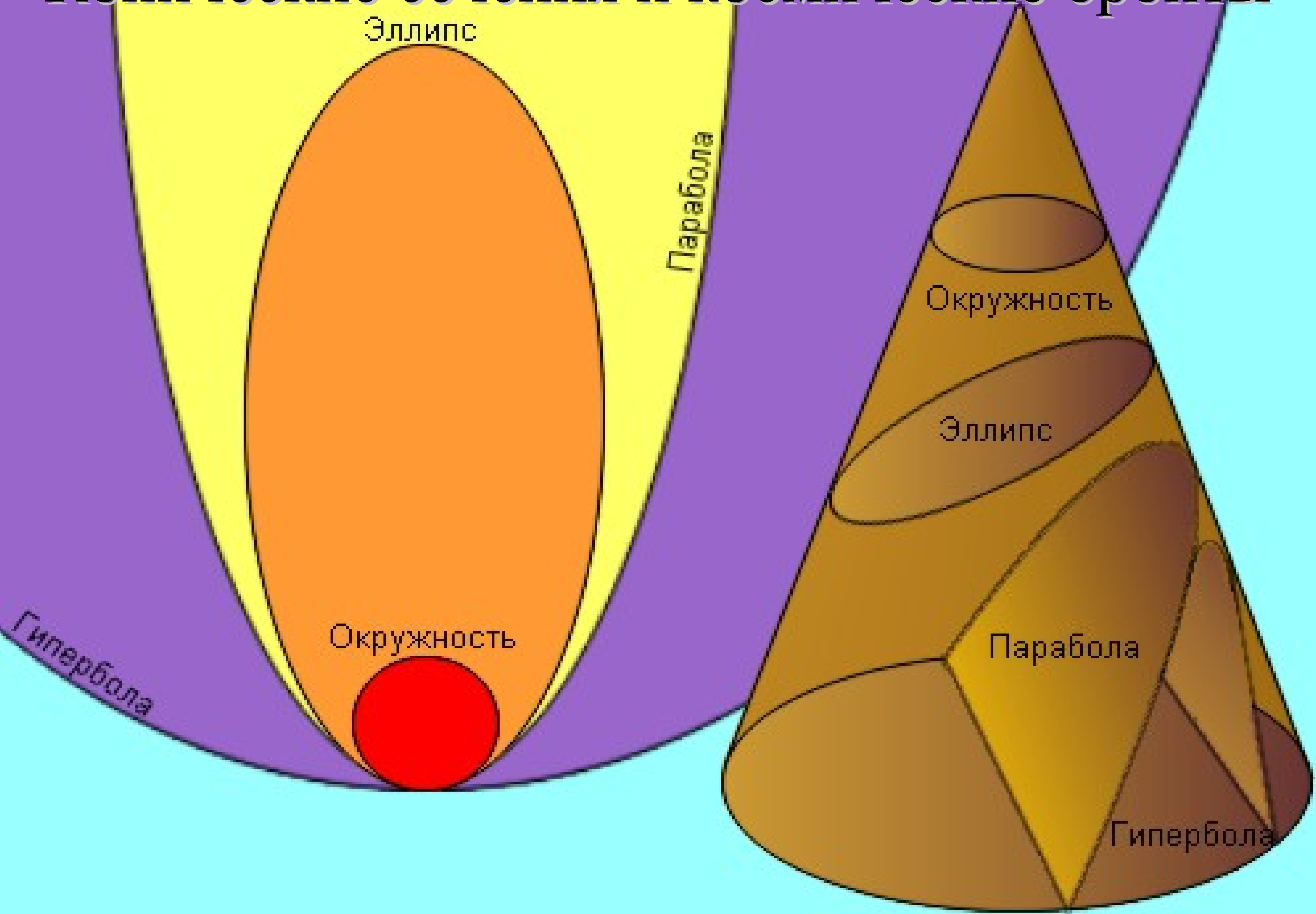
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

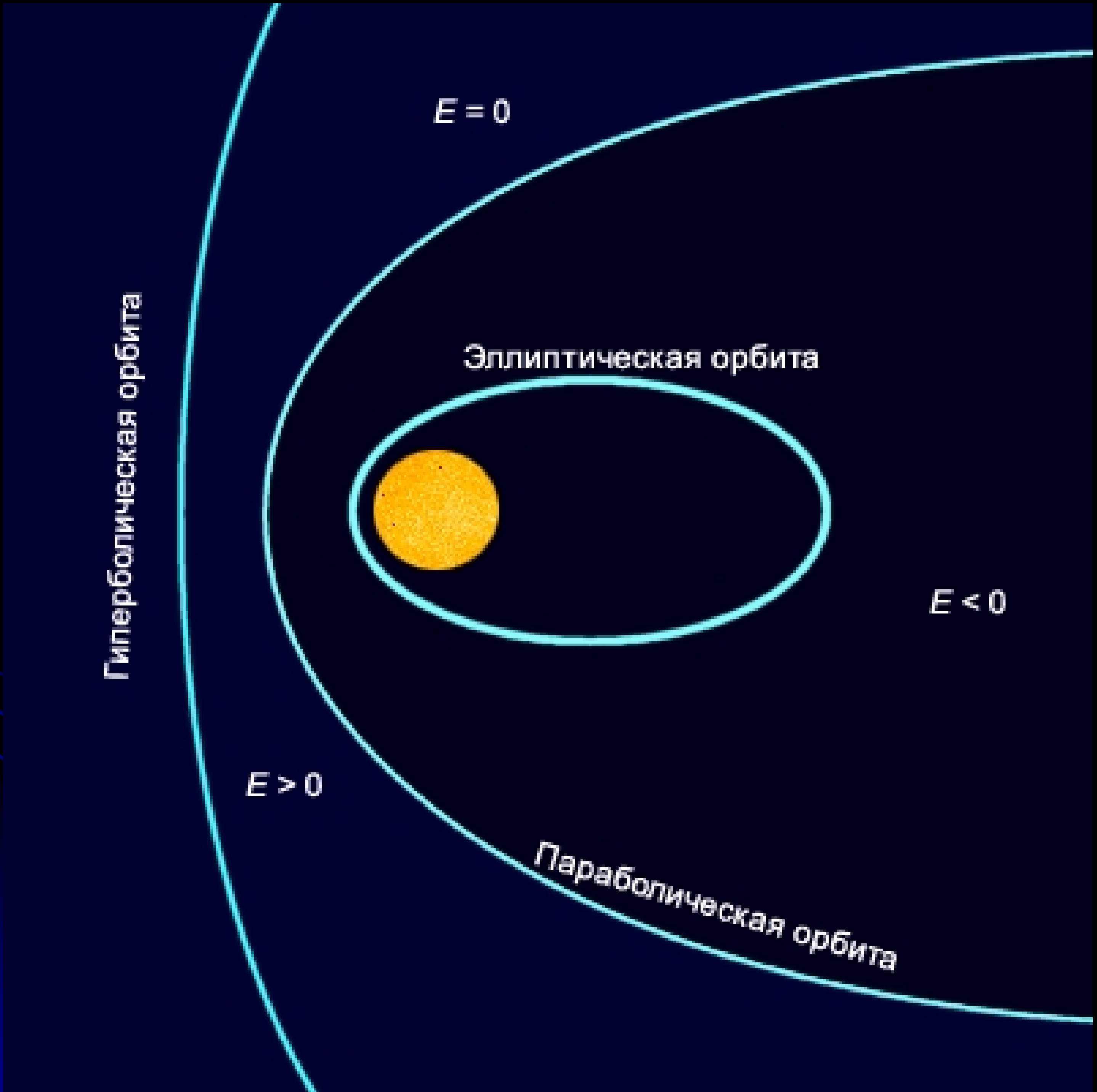


Изменение силы тяготения при удалении от Земли



Конические сечения и космические орбиты




E = 0
Эллиптическая орбита
E < 0
Гиперболическая орбита
E > 0
Параболическая орбита

Следствия:

- 1. Первый закон Кеплера доказывается в общем виде
- 2. Третий закон выводится $\vec{F} = m\vec{a}_{ц}$
- 3. Принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс

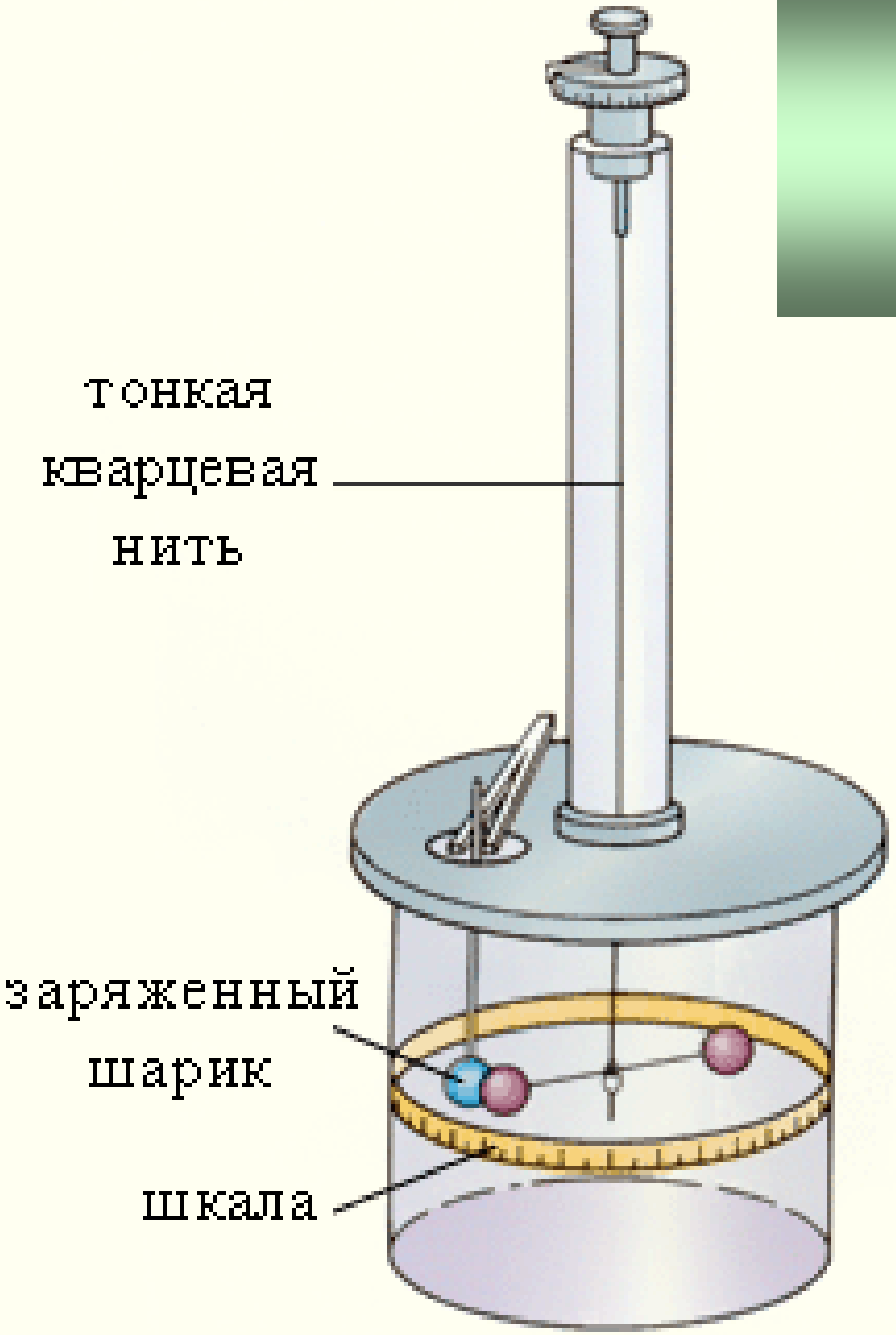
$$F = \frac{к_1 к_2}{r^2}; \quad F = ma$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{К_з}{r^2}\left(\frac{к}{m}\right) \qquad a = g_0$$

$$\frac{к}{m} = \sqrt{G}$$

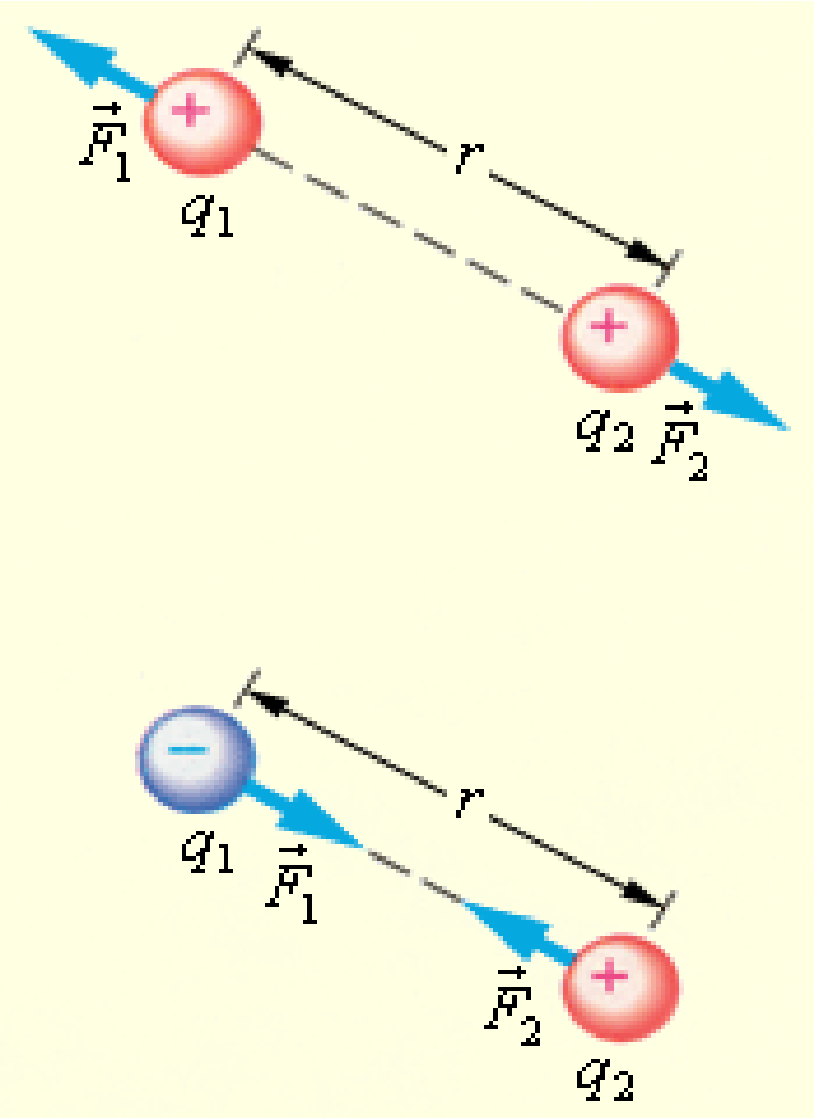
Электростатическое взаимодействие

Закон Кулона
1785 г.

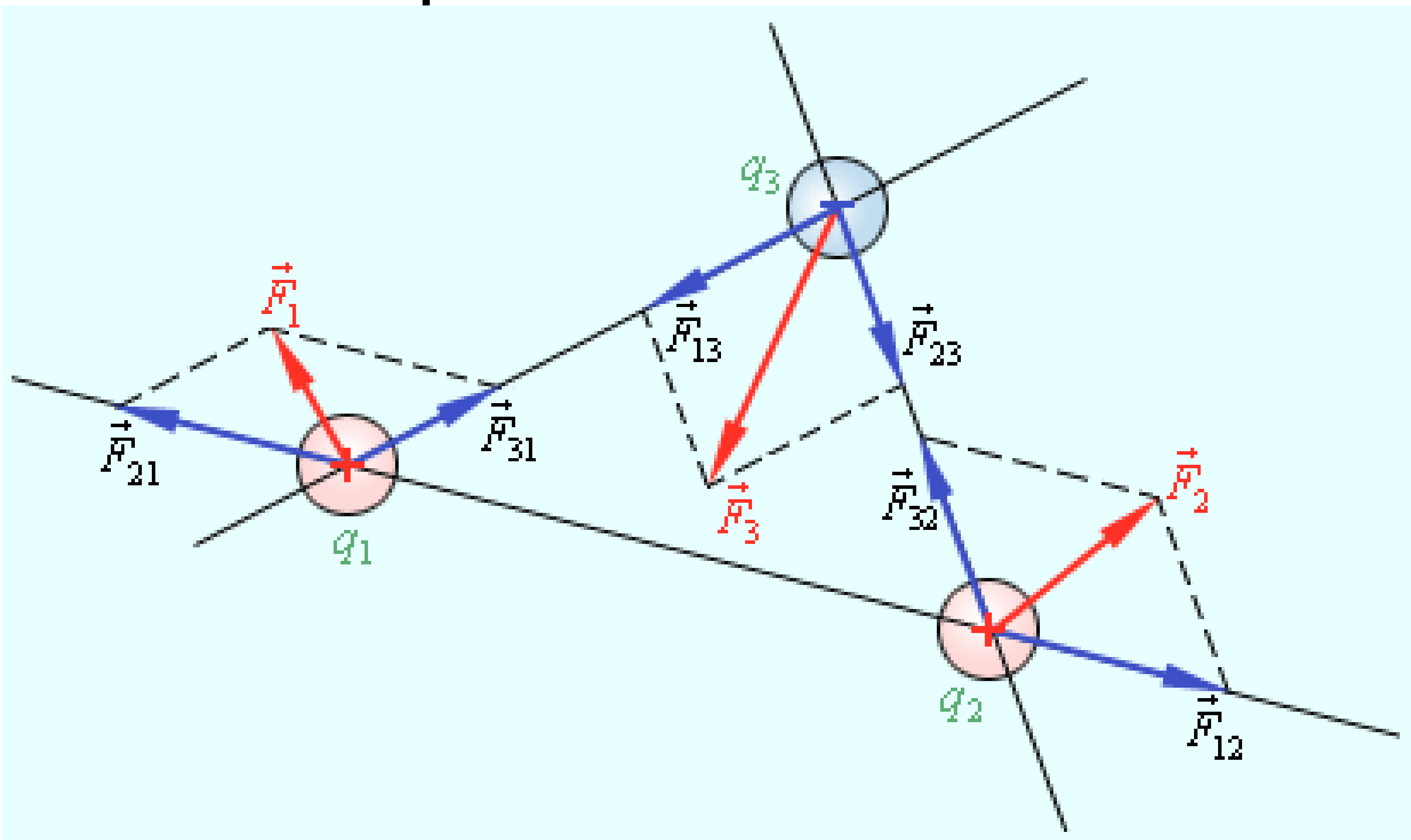


$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Силы взаимодействия одноименных и разноименных зарядов



Принцип суперпозиции электростатических сил

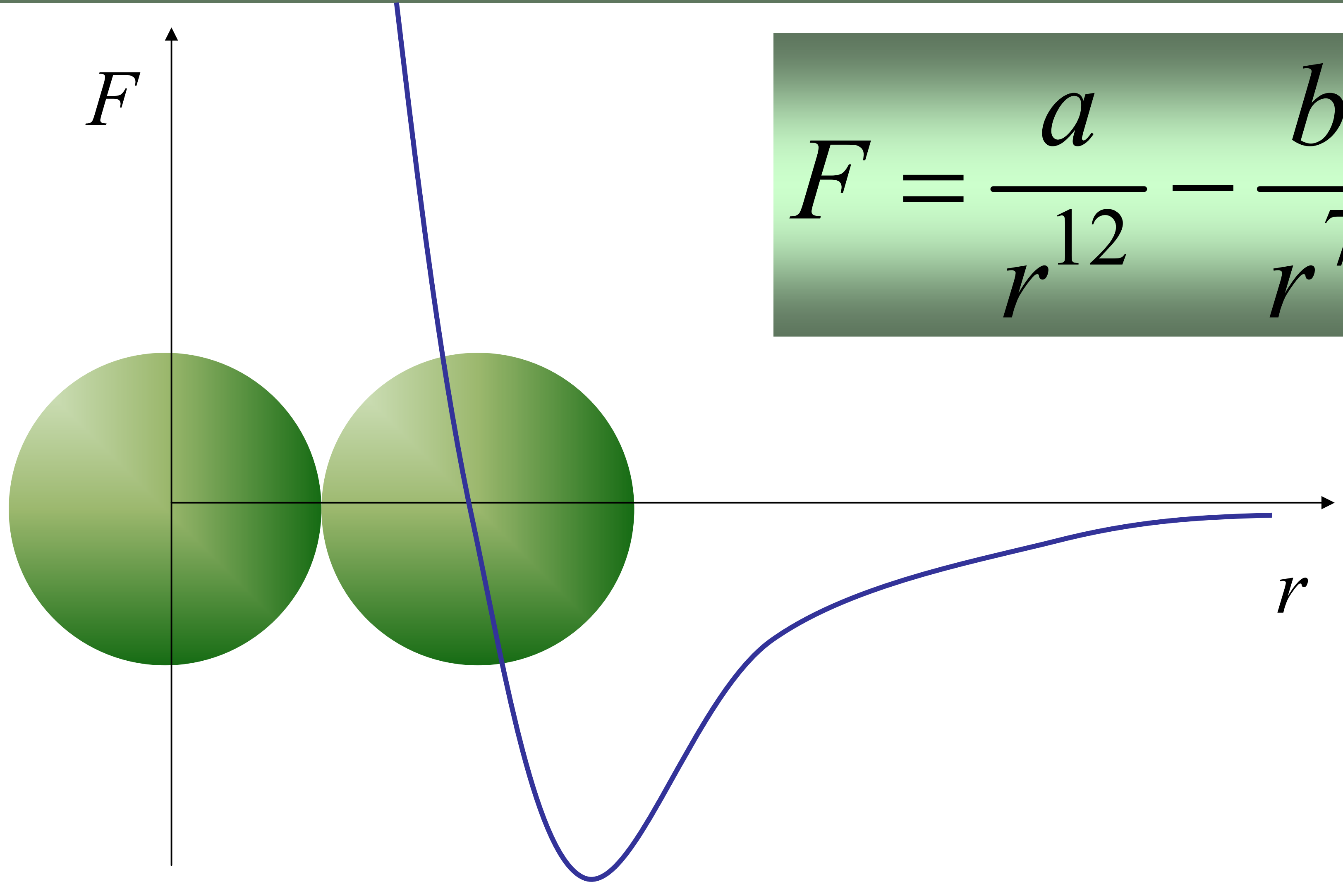


Нефундаментальные

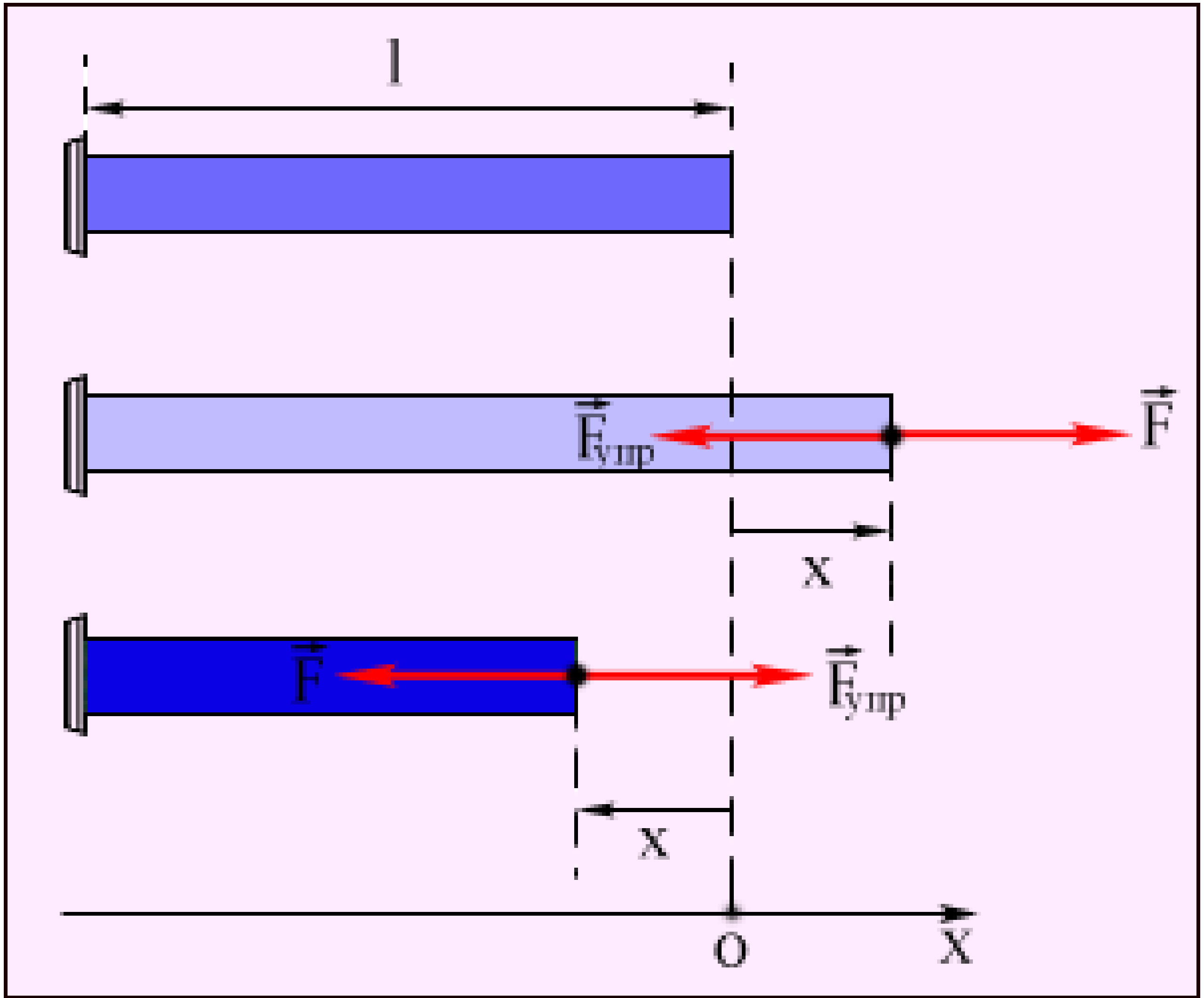
силы

Сила взаимодействия F двух молекул (сила Ван-дер-Ваальса)

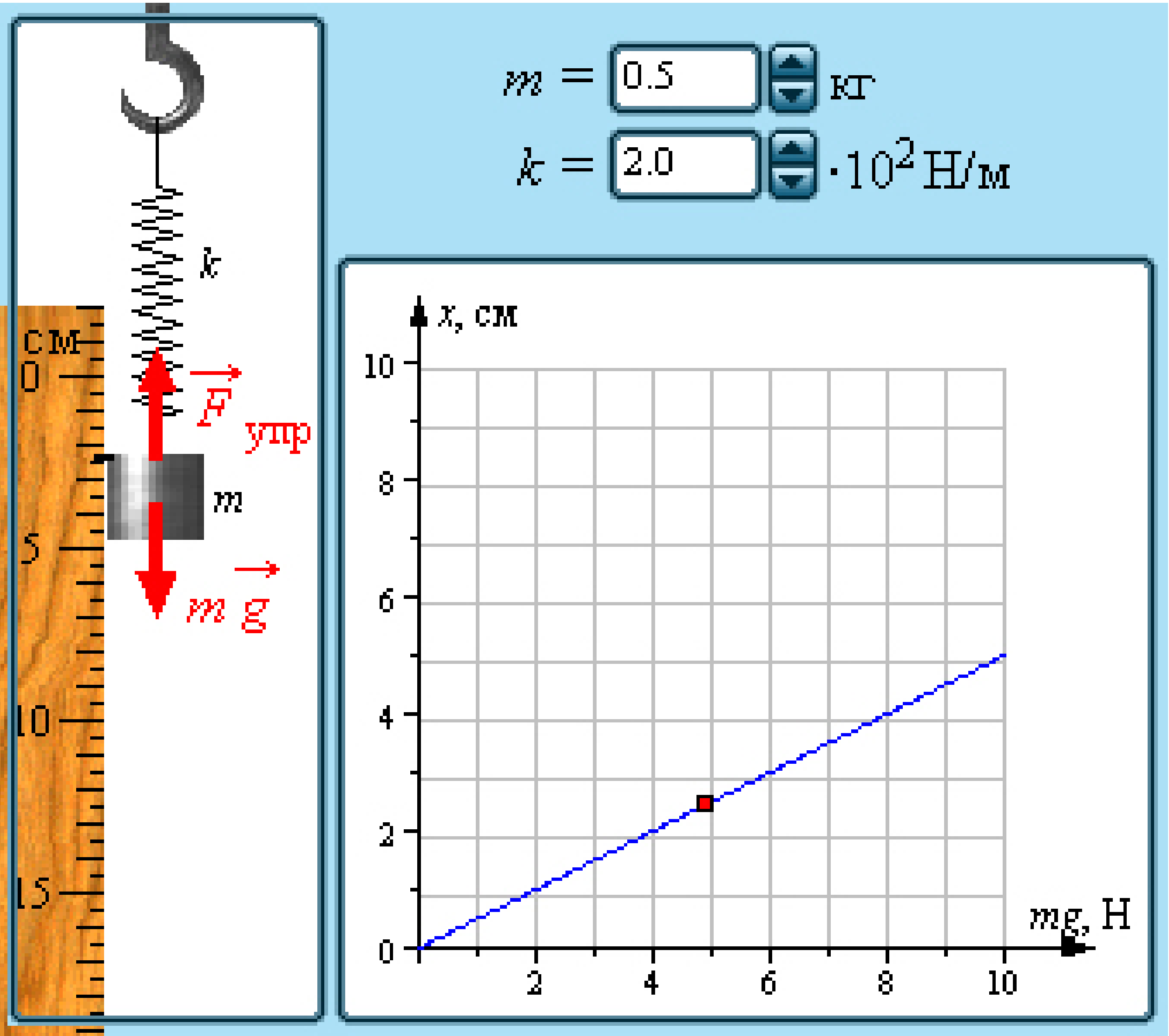
$$F = \frac{a}{r^{12}} - \frac{b}{r^{7}}$$



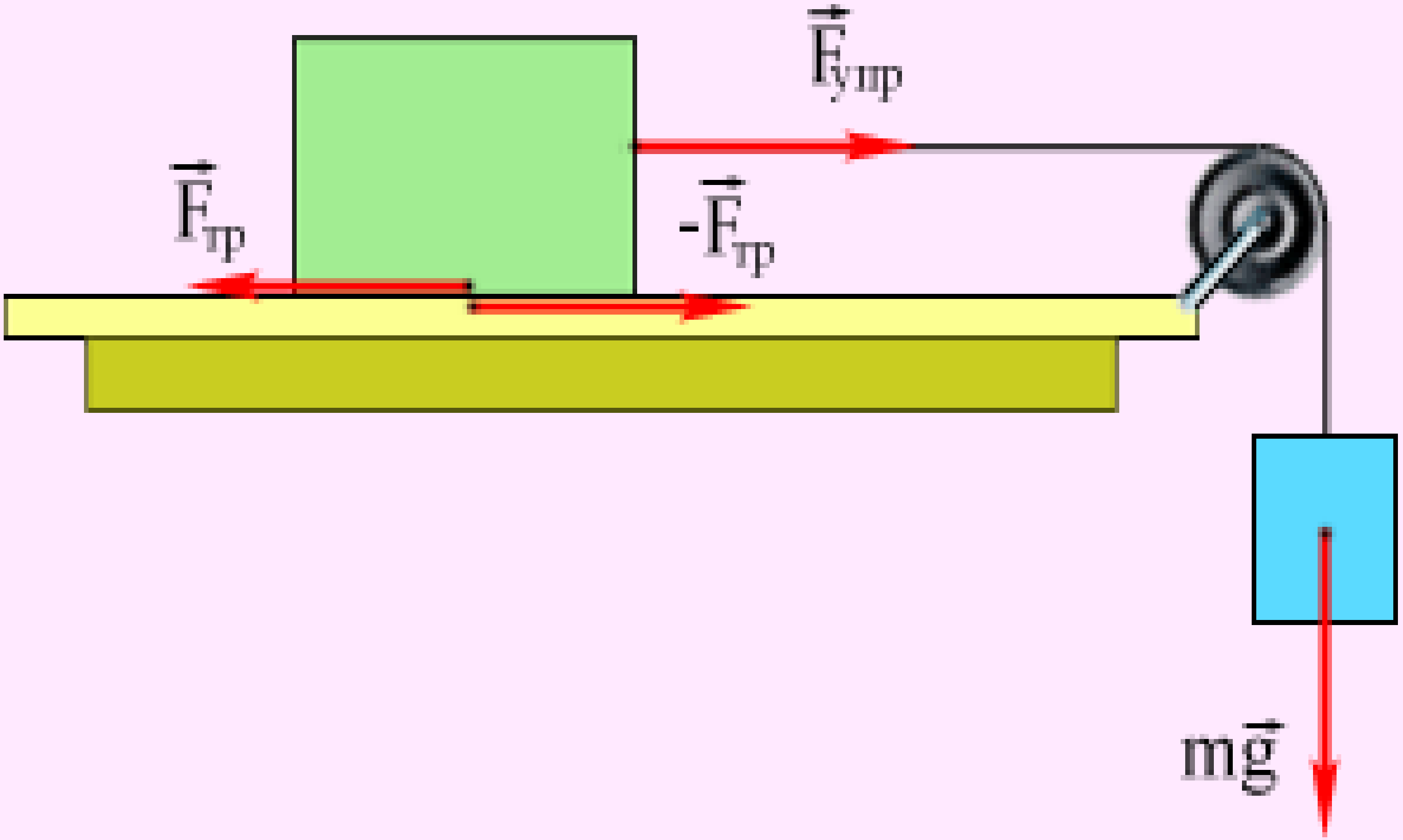
2. Упругие силы

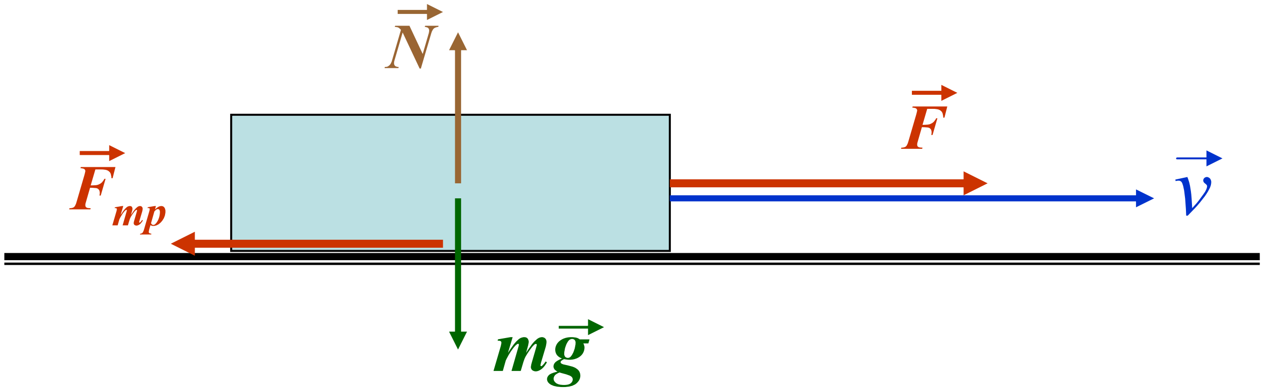


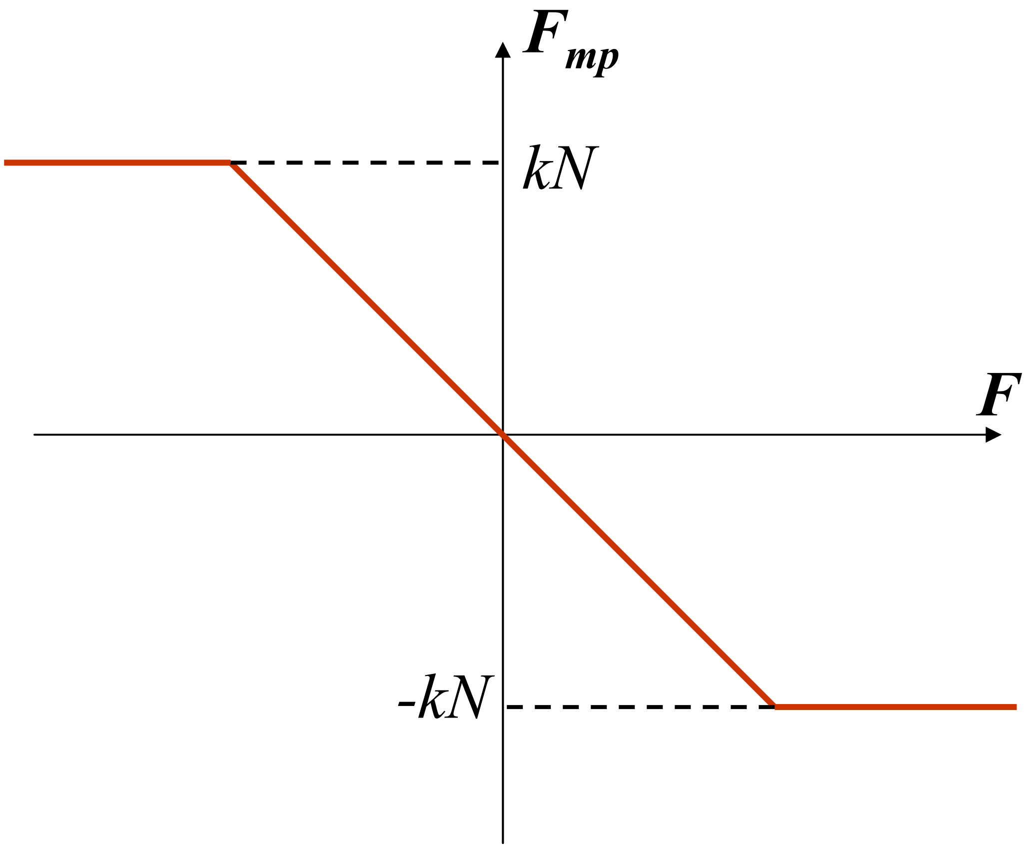
Закон Гука $F = -k\Delta l$



3. Сила сухого трения





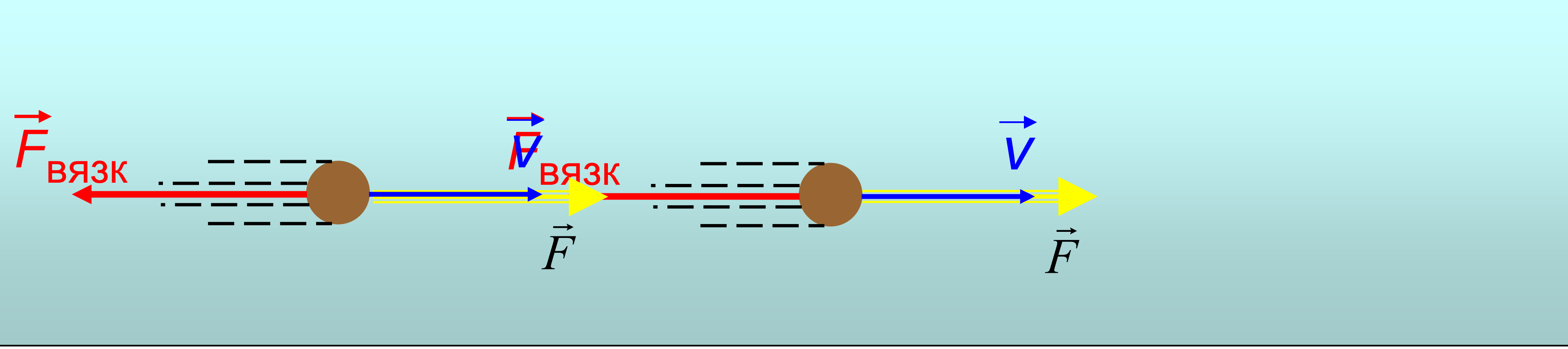


Сила трения скольжения

$$F_{тр} = kN$$

k – *коэффициент трения*

4. Сила вязкого трения

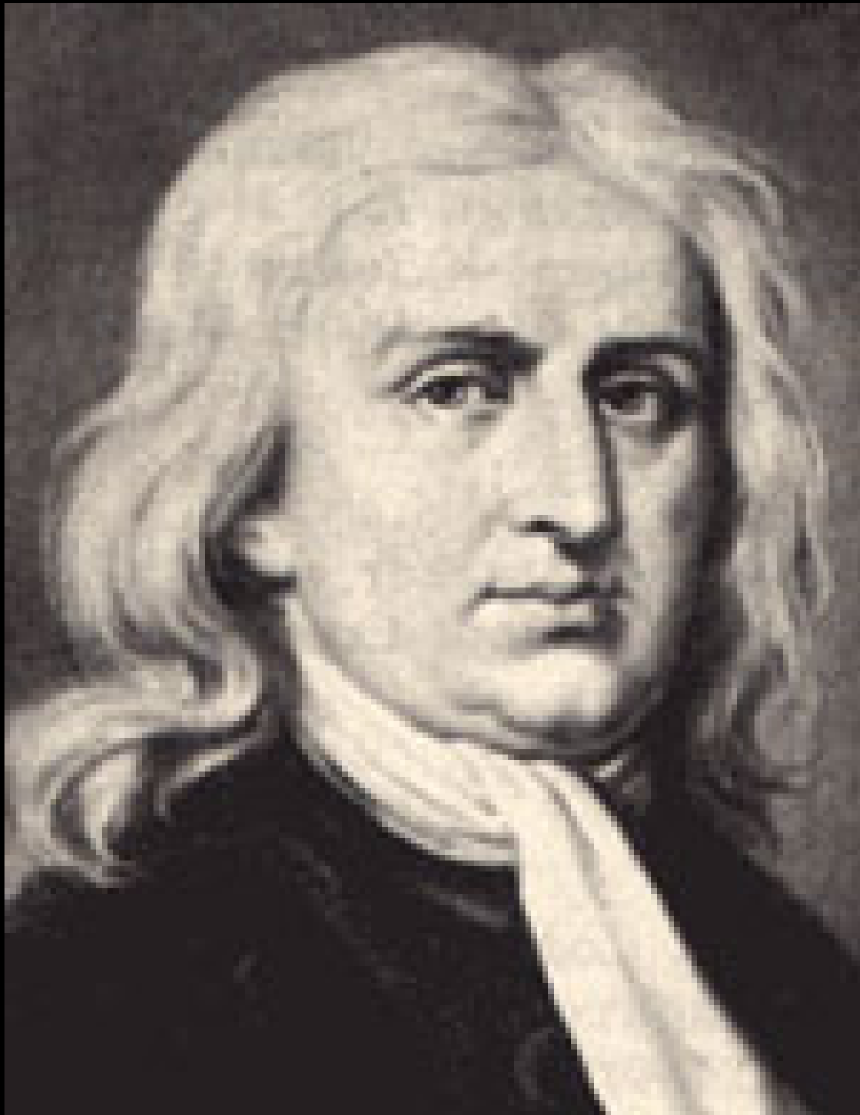


$\vec{F}_{вязк} = -\alpha\vec{v}$; *(в воздухе – для* v *< 50 м/с)*

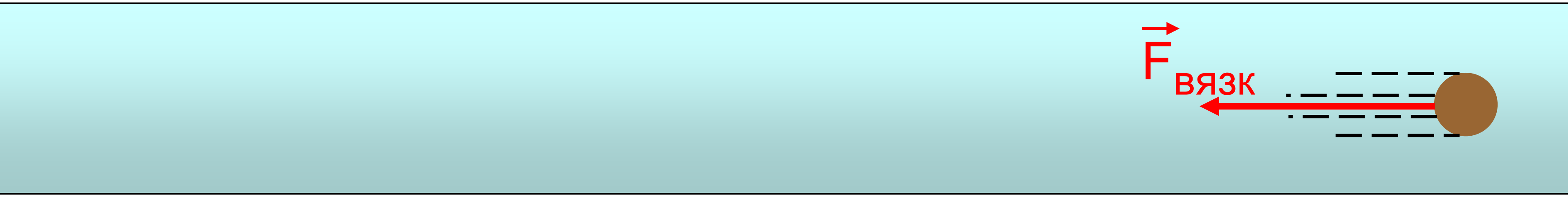
Для v *> 50 м/с:* $F = \beta v^2$; $W = vF = \beta v^3$ *(!!!)*

- 5. Контактные (N, T)
- 6. Трения качения
- ………

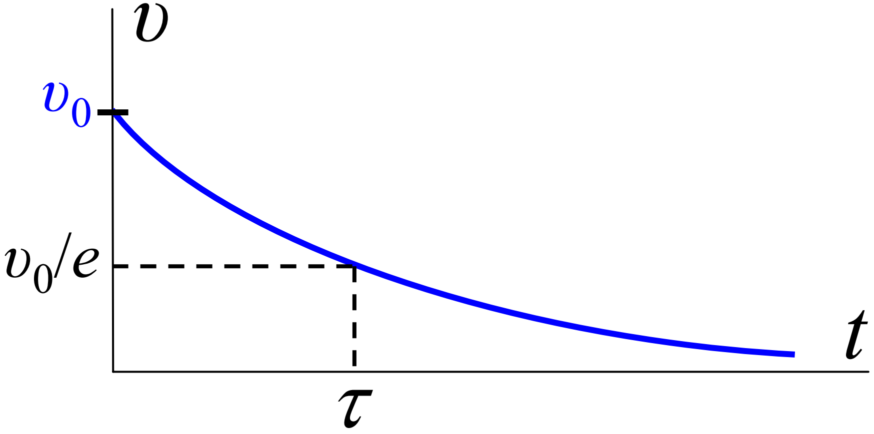
4.3. Примеры

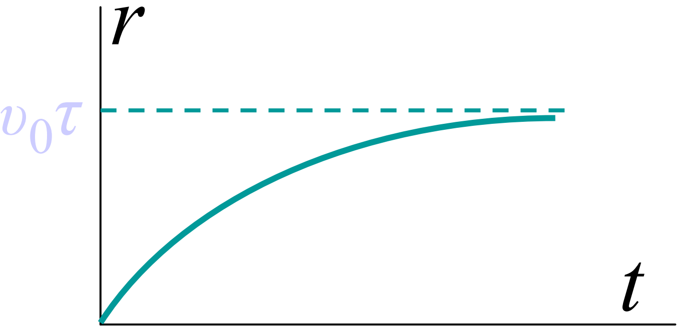


Пример 1. Движение в вязкой среде



$$\vec{F}_{в} = -\alpha\vec{\upsilon} \qquad \upsilon = \upsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad r = \upsilon_0\tau\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

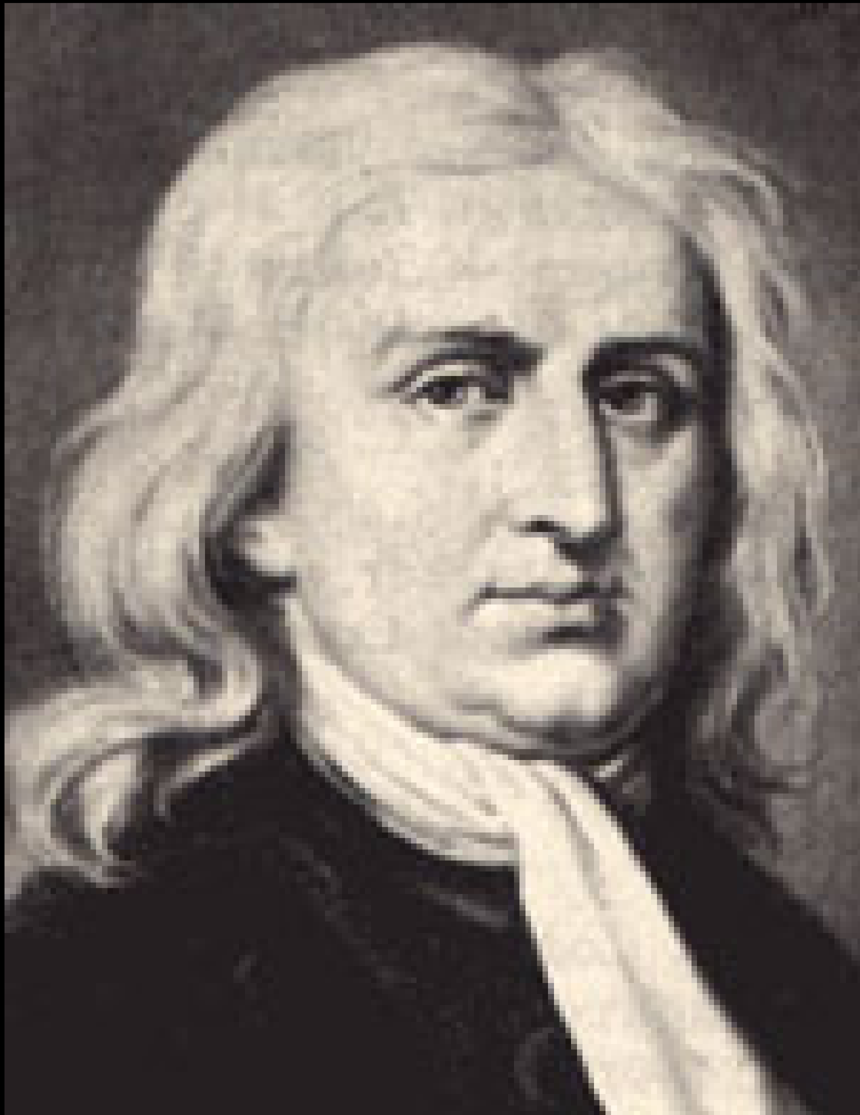


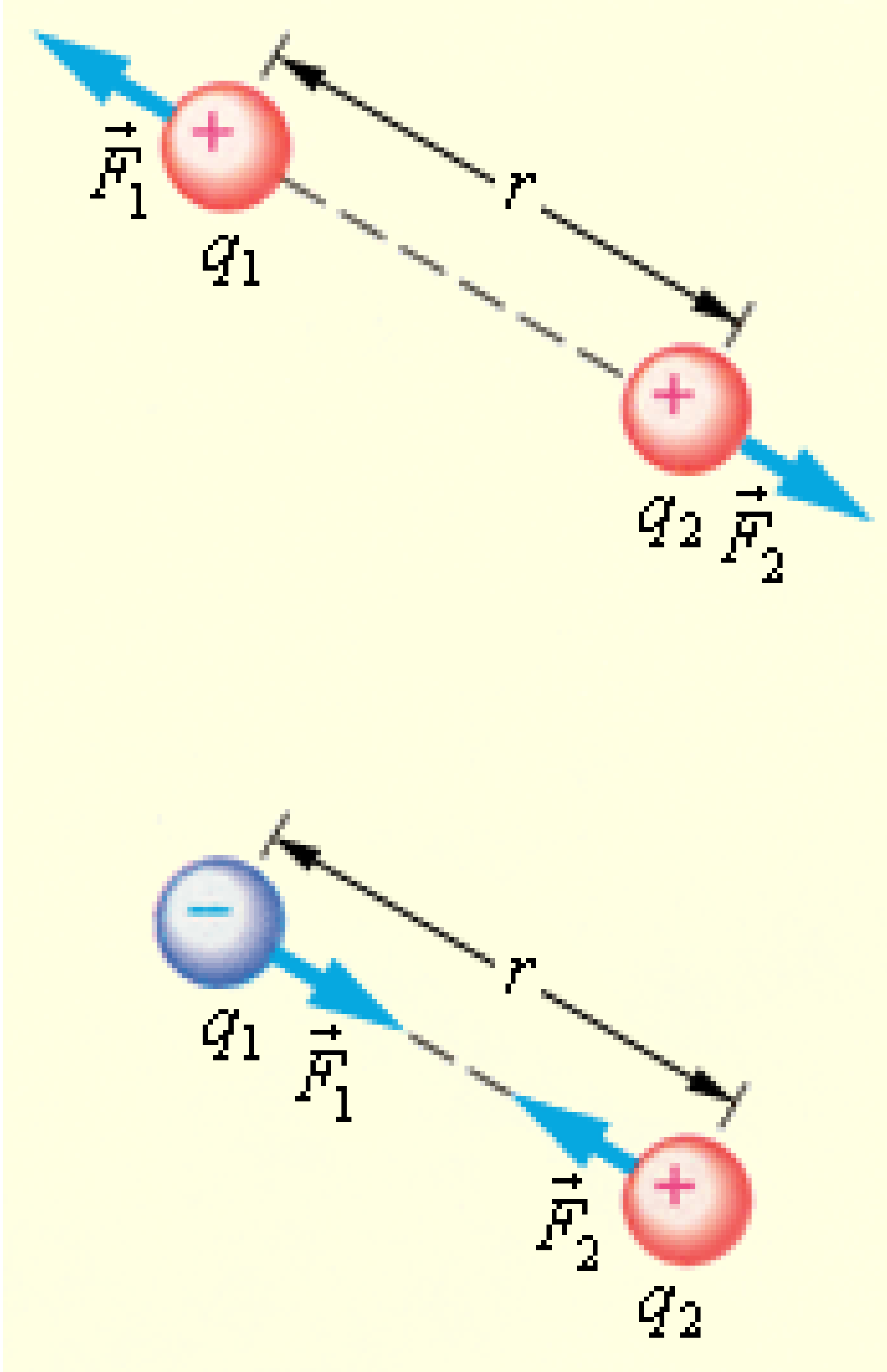


Пример 2. Движение МТ в поле упругой силы

$$F_x = -kx \qquad x(0) = 0; \; V_x(0) = V_0$$

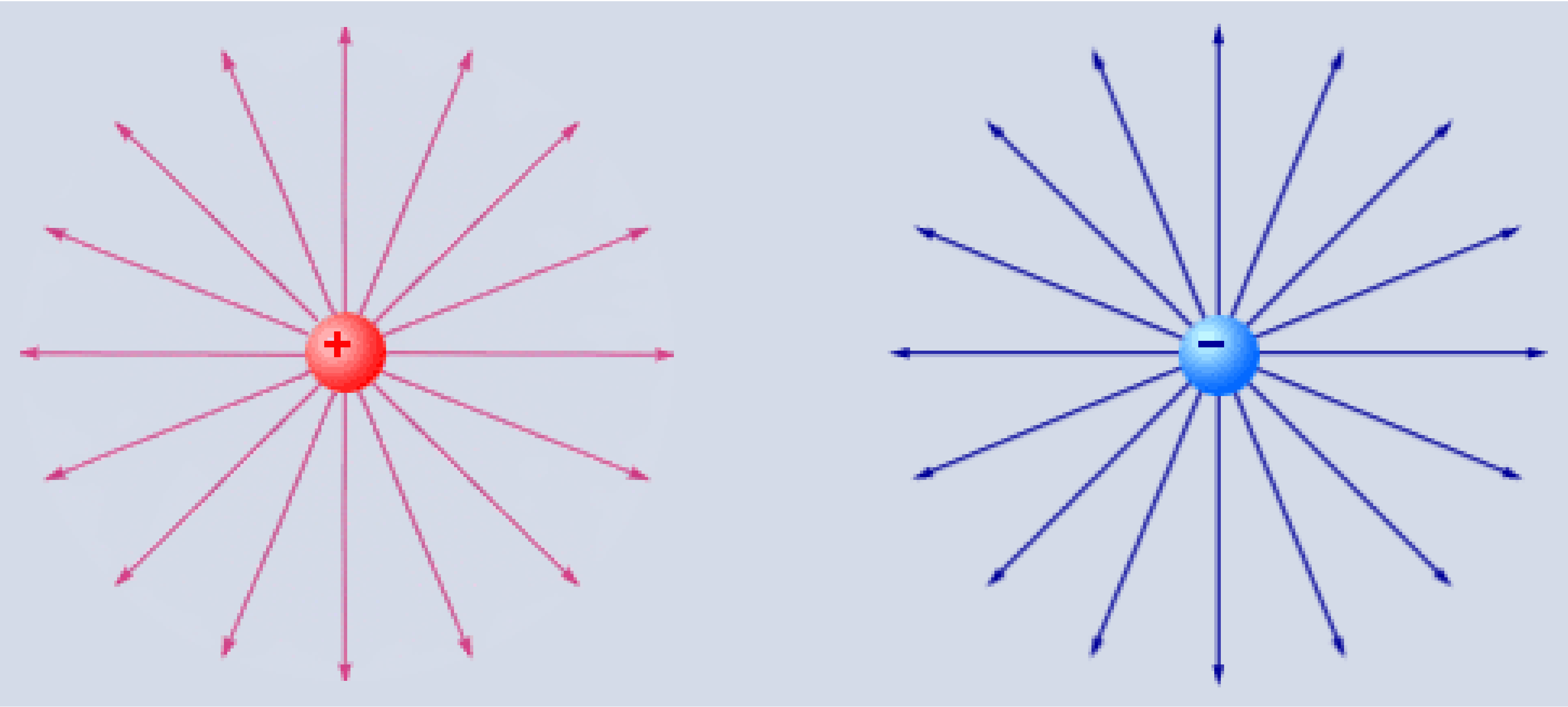
4.4. Силовое поле



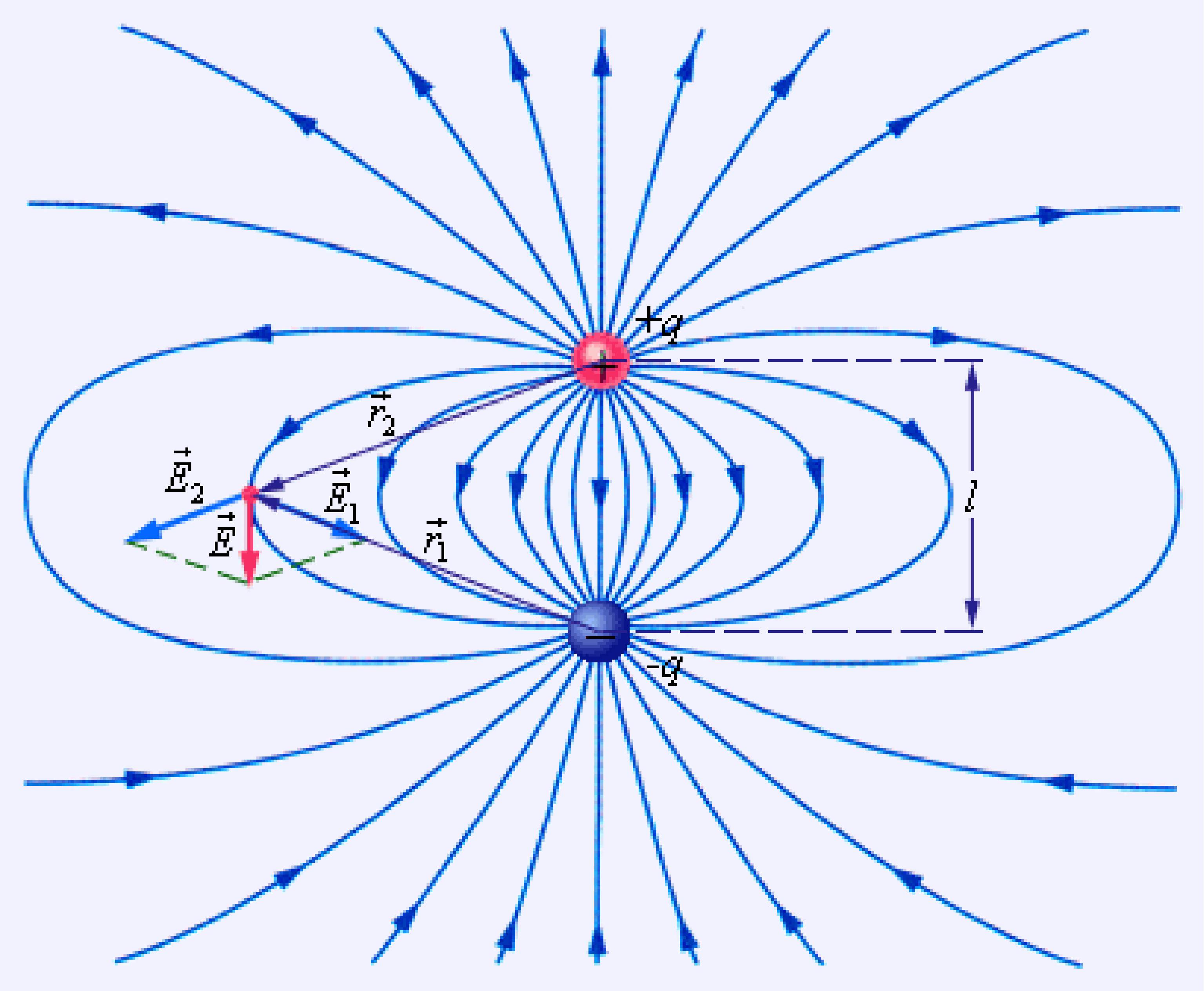


$\vec{F}_1$
q_1
r
q_2
$\vec{F}_2$
q_1
$\vec{F}_1$
r
$\vec{F}_2$
q_2

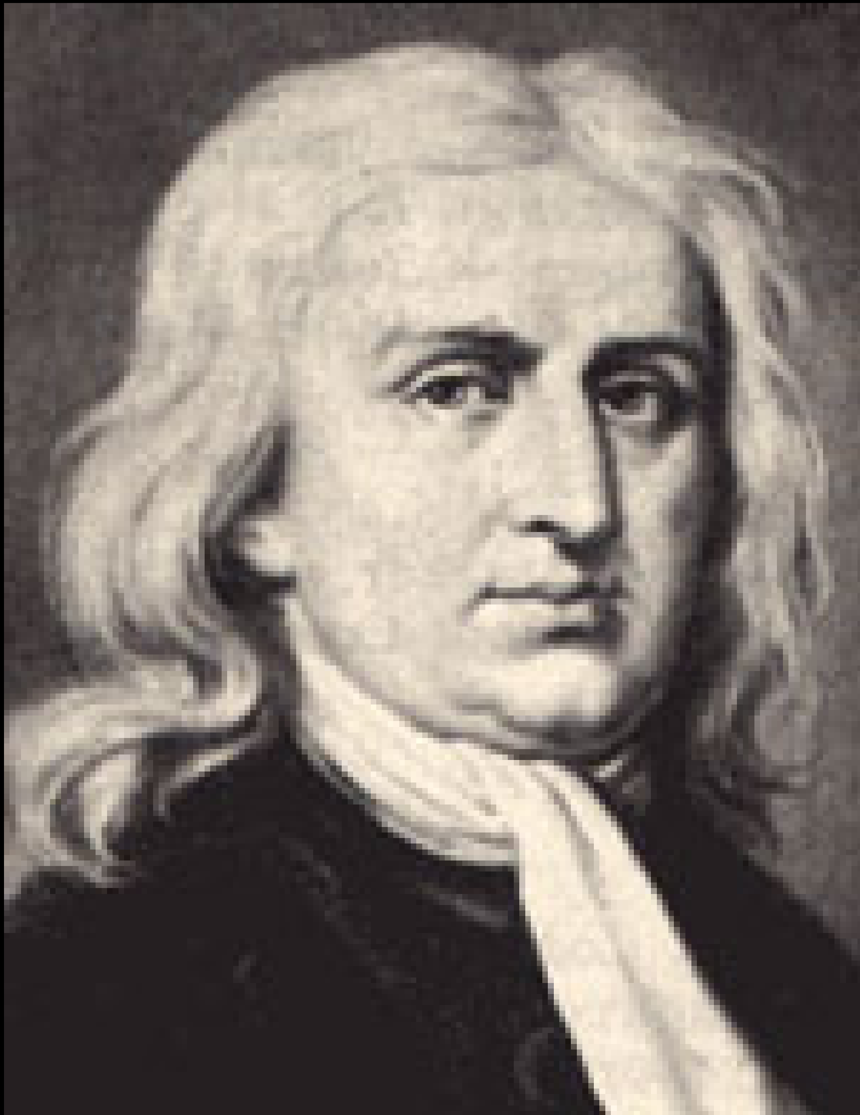
Силовые линии кулоновских полей



Силовые линии поля диполя



4.5. Потенциальные силы



Вывод для однородных сил:

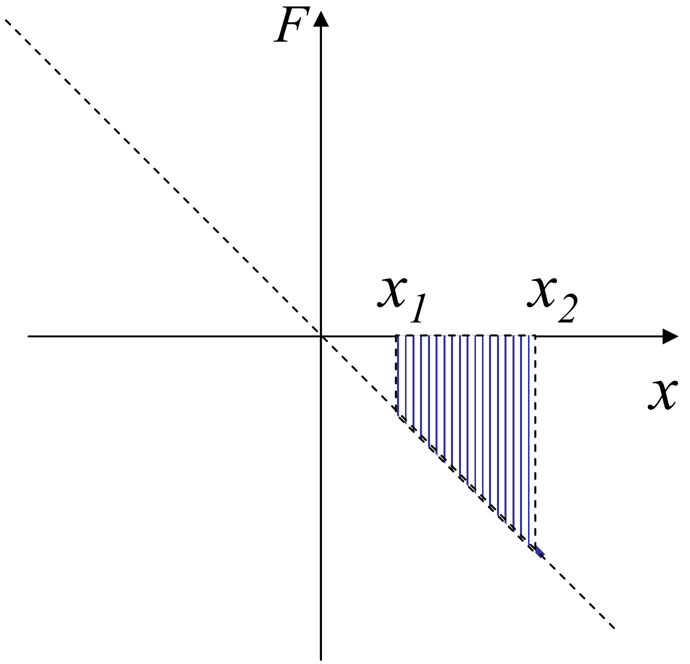
$$A_g = -(mgh_2 - mgh_1)$$

$$A_e = -(qEh_2 - qEh_1)$$

Упругая сила

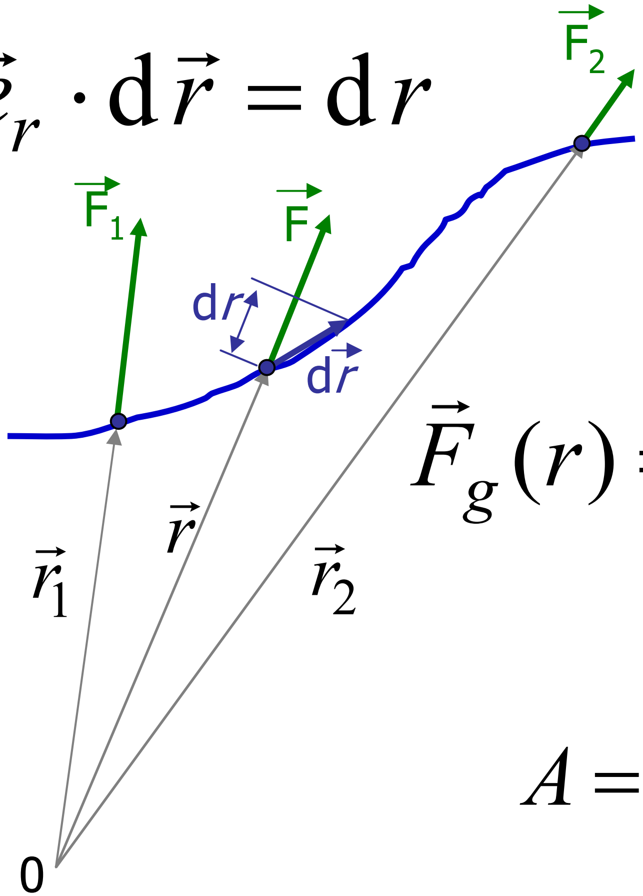
$$F = -kx$$

$$A = -\int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)$$



Центральные силы

$$\vec{e}_r \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}r$$



$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r)d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} f(r)dr$$

$$\vec{F}_g(r) = -G\frac{mM}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{F}_e(r) = k\frac{qQ}{r^2}\vec{e}_r$$

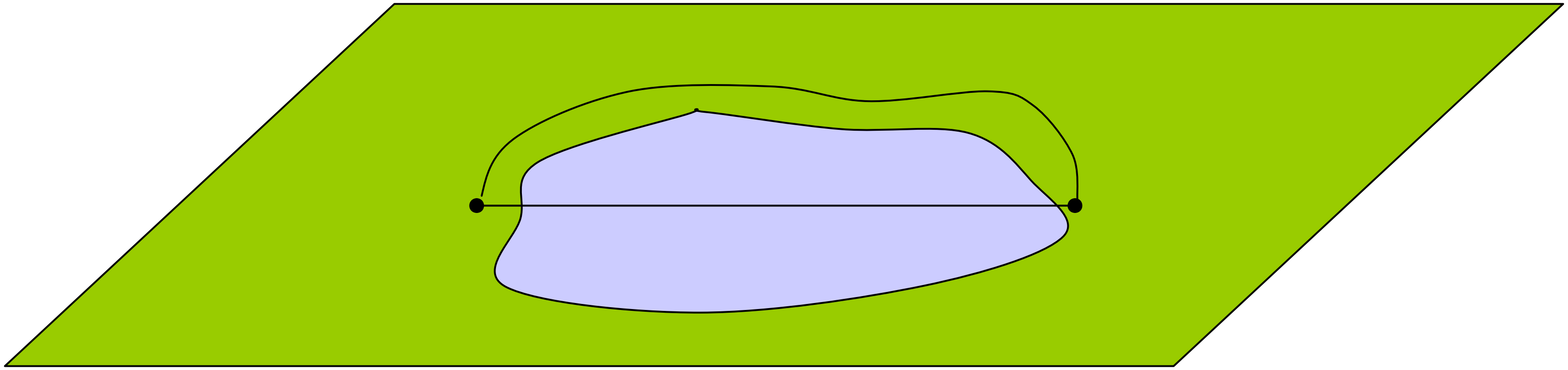
$$A = kQq\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\left(k\frac{Qq}{r_2} - k\frac{Qq}{r_1}\right);$$

Работа силы трения

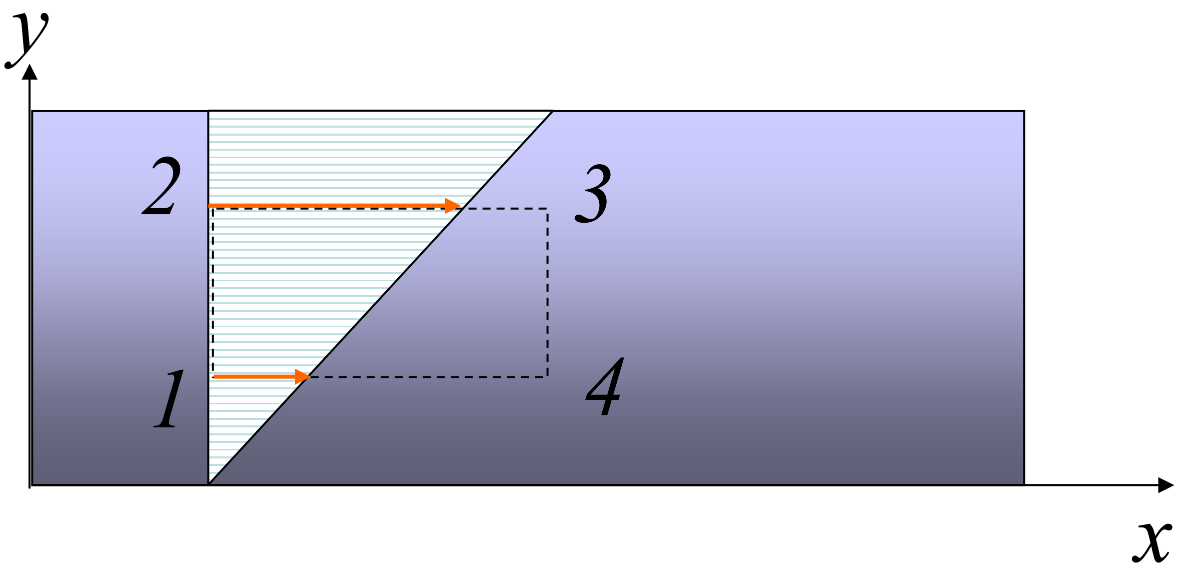
$$\delta A = -\mu N \, \mathrm{d} l$$

$$A_1 = -\mu_1 N l_1 \qquad A_2 = -\mu_2 N l_2$$

$$A_{Tp} = f\left(\mu; l\right)$$



Работа силы вязкого трения



$$F = \alpha \upsilon$$

$$\upsilon = by$$

$$A_{14} = \alpha \upsilon_{14} \left(x_4 - x_1 \right) = \alpha b y_1 \left(x_4 - x_1 \right)$$

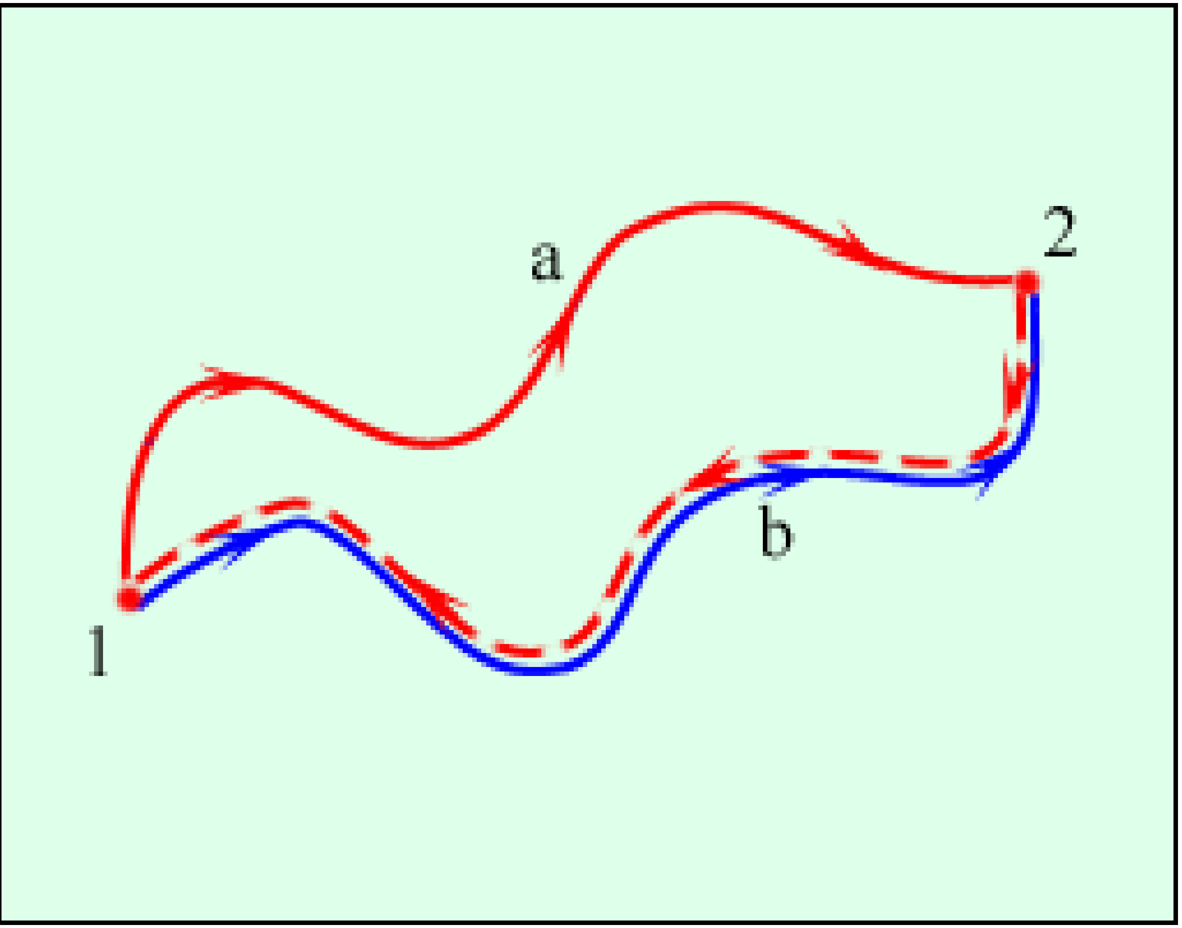
$$A_{1234} = \alpha \upsilon_{23} \left(x_4 - x_1 \right) = \alpha b y_2 \left(x_4 - x_1 \right)$$

$$\boxed{A_{1234} \neq A_{14}}$$

Определение:

- Сила, работа которой зависит только от начального и конечного положения точки ее приложения и не зависит ни от вида траектории, ни от закона движения точки называется потенциальной.
- Соответствующее силовое поле называется потенциальным.

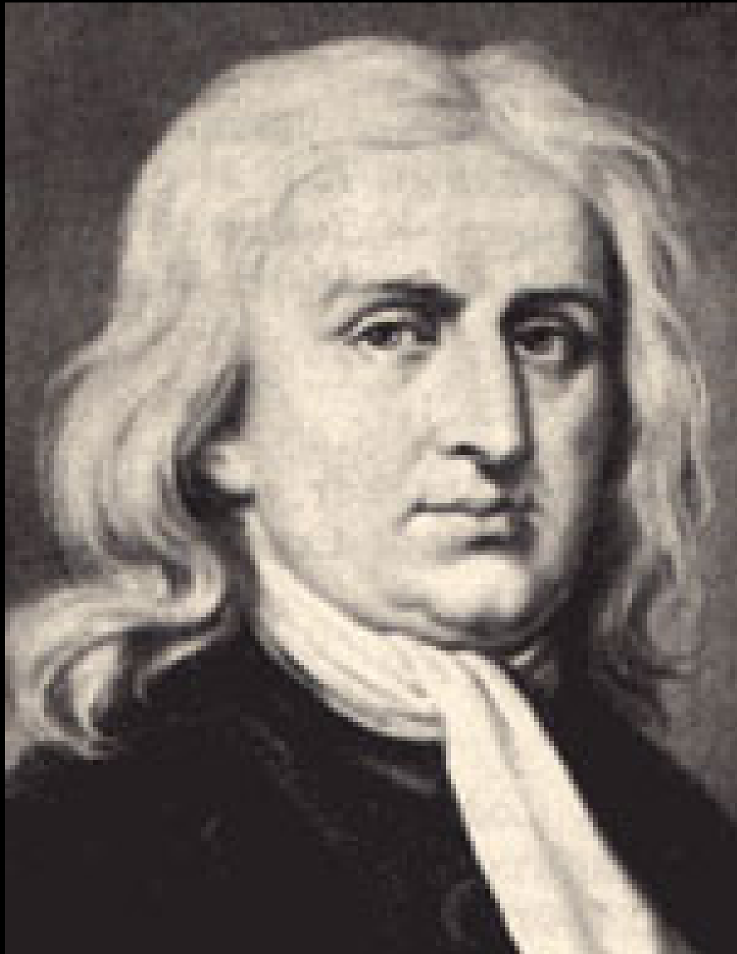
Работа в потенциальном поле



$$A_a = A_b$$

$$A_{121} = 0$$

4.6. Потенциальная энергия. Закон сохранения полной механической энергии



$$U_{эл} = -\int k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathrm{d}\, r = k \frac{q_1 q_2}{r} + \mathrm{cons}t$$

$$U = -\int (-kx)\, \mathrm{d}\, x = \frac{kx^2}{2} + \mathrm{const}$$

$$U = -\int m\vec{g}\, \mathrm{d}\, \vec{r} = mgy + \mathrm{const}$$

$$A = -\left[U\left(\vec{r}_2\right) - U\left(\vec{r}_1\right)\right]$$

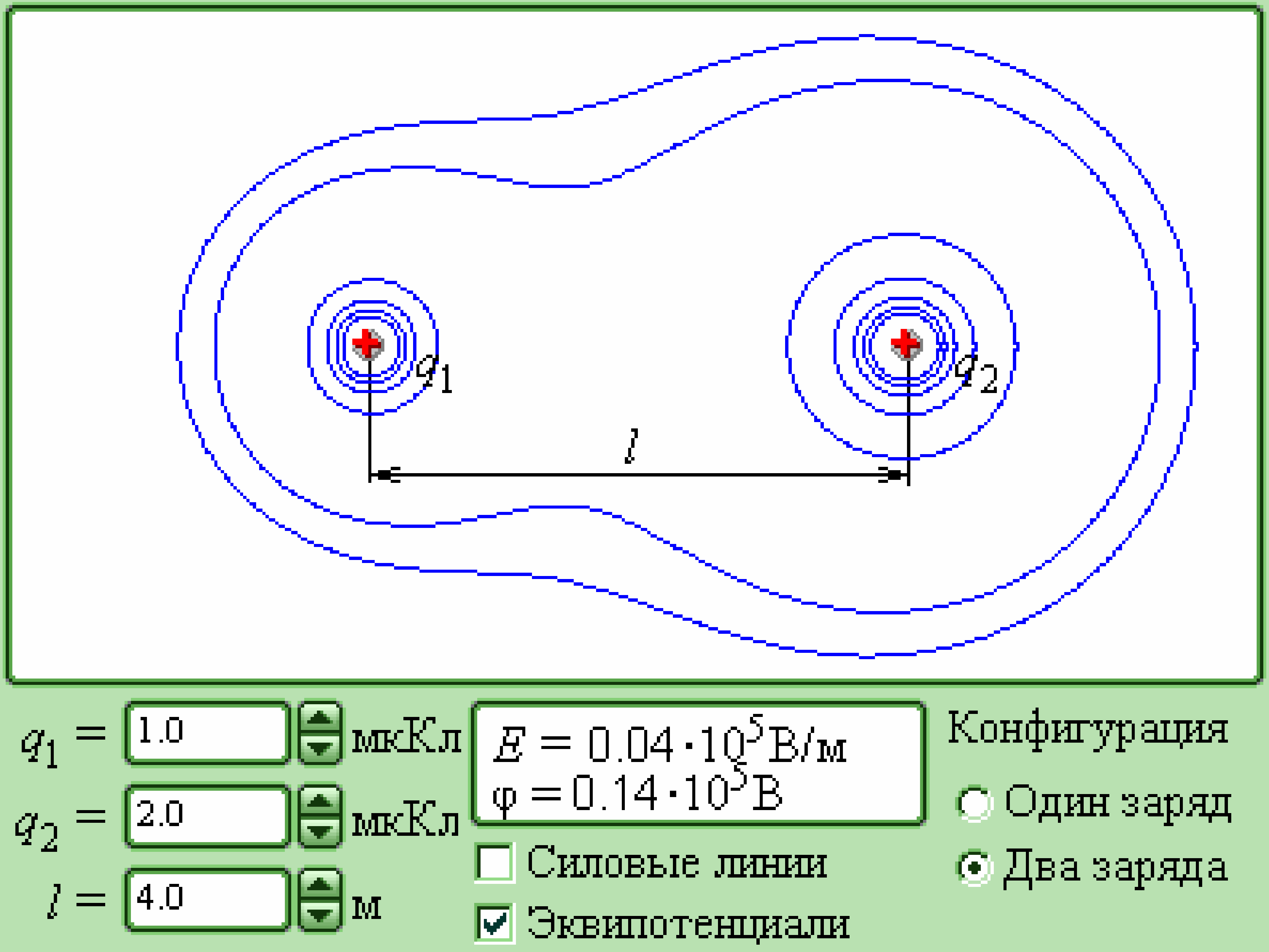
$$U\left(\vec{r}_2\right) = 0$$

$$A = U\left(\vec{r}_1\right)$$

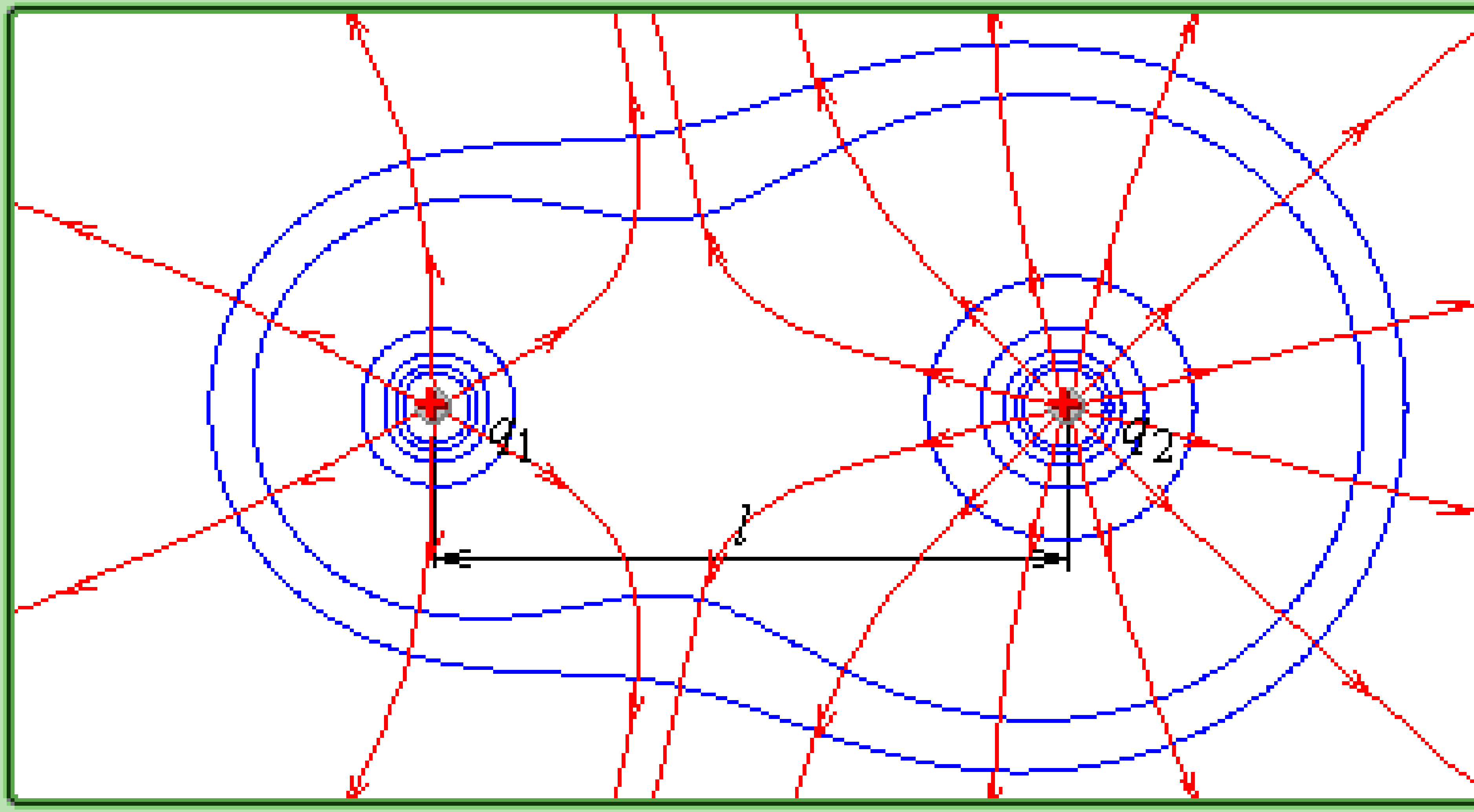
Взаимосвязь F и U

$$\vec{F} = -\operatorname{grad} U = -\nabla U$$

$$\Delta U = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\, \mathrm{d}\vec{r},$$



q_1
q_2
l
q_1 = 1.0 мкКл
q_2 = 2.0 мкКл
l = 4.0 м
$E = 0.04 \cdot 10^5$ В/м
$\varphi = 0.14 \cdot 10^5$ В
Конфигурация
Один заряд
Два заряда
Силовые линии
Эквипотенциали



$q_1 =$ 1.0 мкКл

$q_2 =$ 2.0 мкКл

$l =$ 4.0 м

$E = 0.04 \cdot 10^5$ В/м

$\varphi = 0.14 \cdot 10^5$ В

☑ Силовые линии

☑ Эквипотенциали

Конфигурация

○ Один заряд

◉ Два заряда

Для одной частицы в поле потенциальных сил

$$T + U = const$$

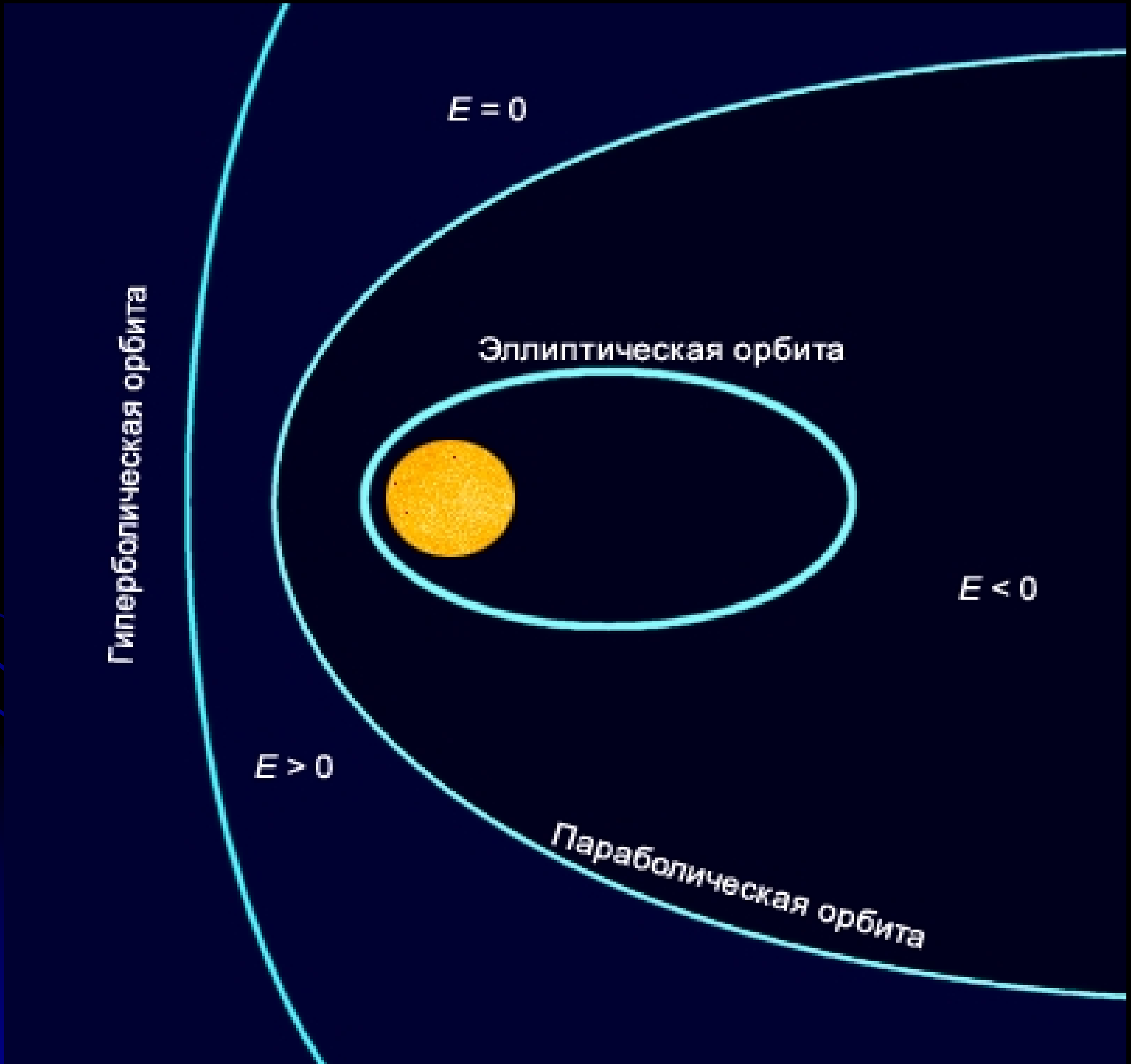
$$E_{\text{Мех}} = \frac{m\upsilon^2}{2} + U(\vec{r}) = \text{const}$$

В поле сил тяжести
у поверхности Земли

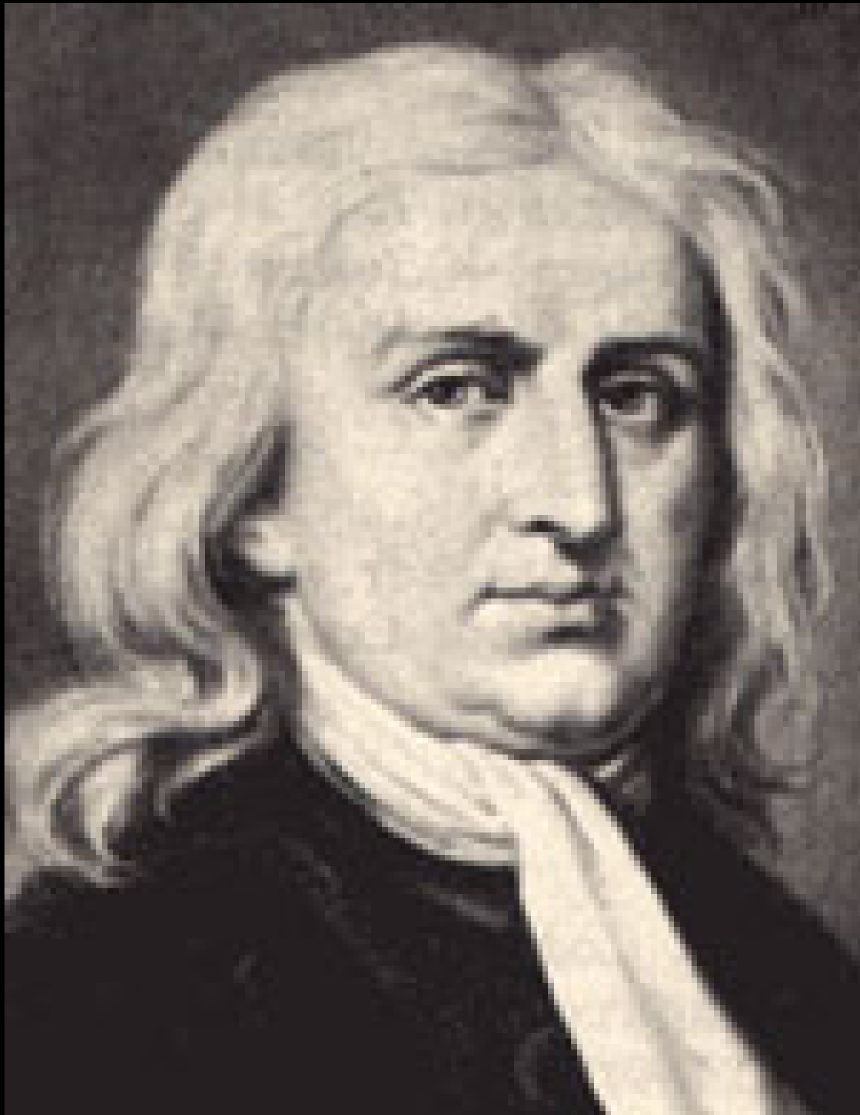
$$\frac{m\upsilon^2}{2} + mgh = \text{const}$$

$$E_{\text{мех}2} - E_{\text{мех}1} = A_{\text{неконс сил}}$$

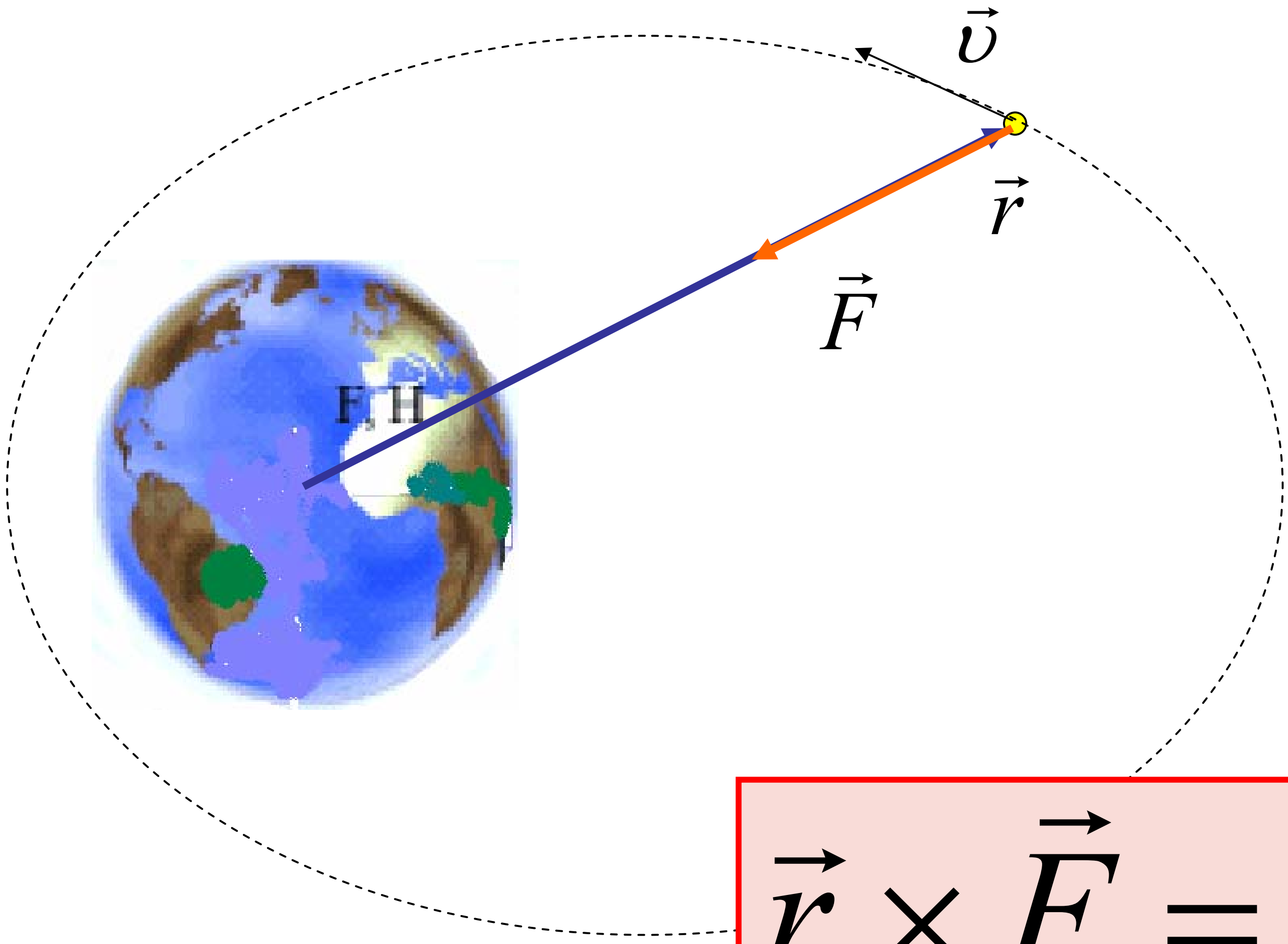
Финитное и инфинитное движения



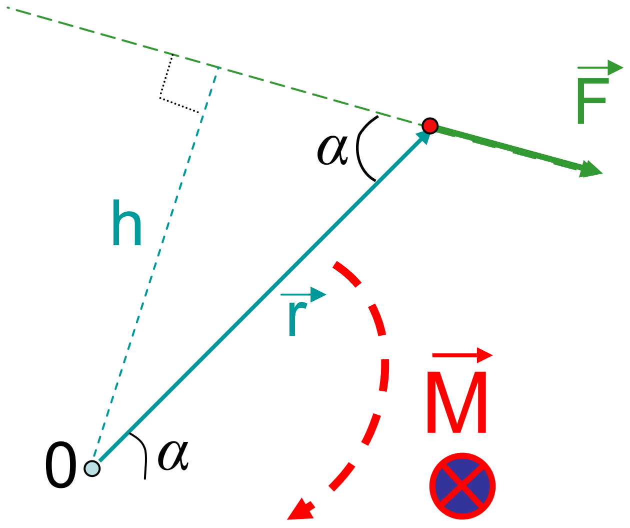
4.7. Момент импульса МТ



Спутники



$$\boxed{\vec{r} \times \vec{F} = 0}$$

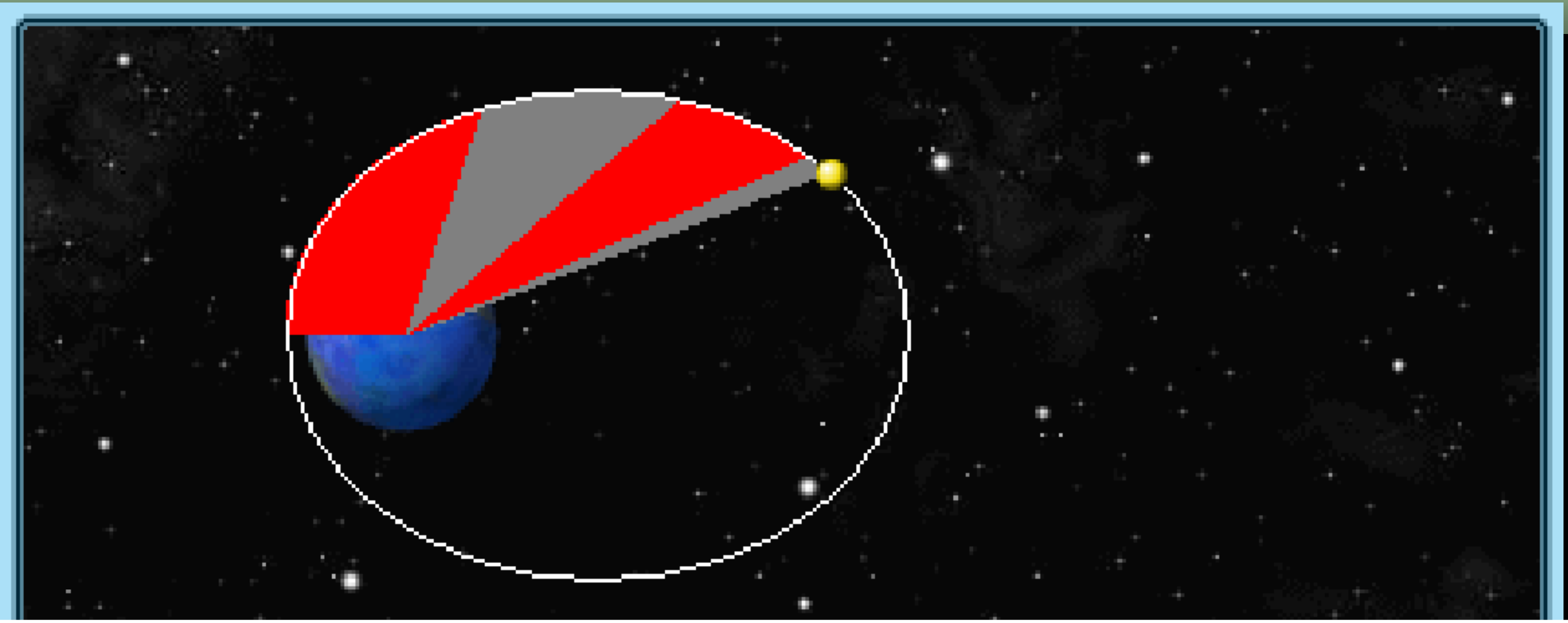


Момент силы

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

Направление: по правилу
правого винта
(правило буравчика)

Второй закон Кеплера



$$\vec{l} = \vec{r} \times m\vec{\upsilon} = m\vec{r} \times \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = 2m\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = 2m\vec{\sigma} = \mathrm{const}$$