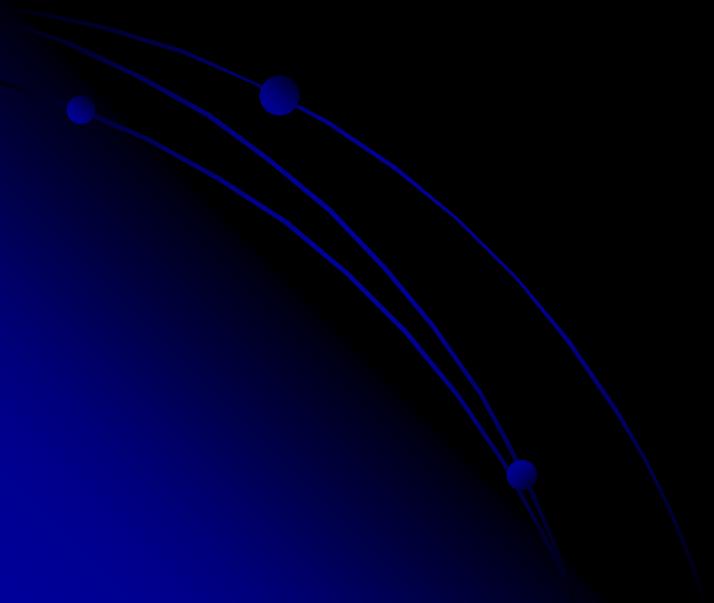
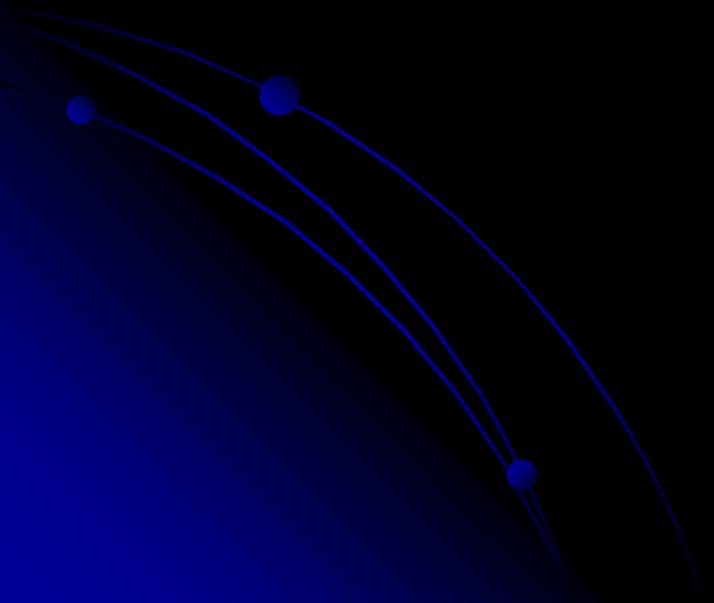
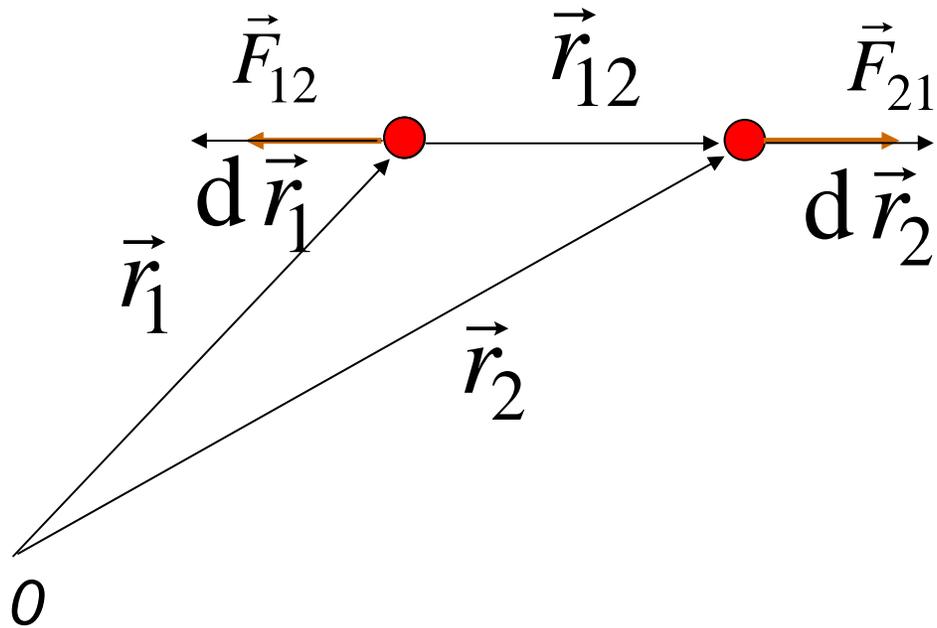


Тема 5. Законы сохранения в системе взаимодействующих частиц.



5.1. Закон сохранения полной механической энергии в системе взаимодействующих частиц

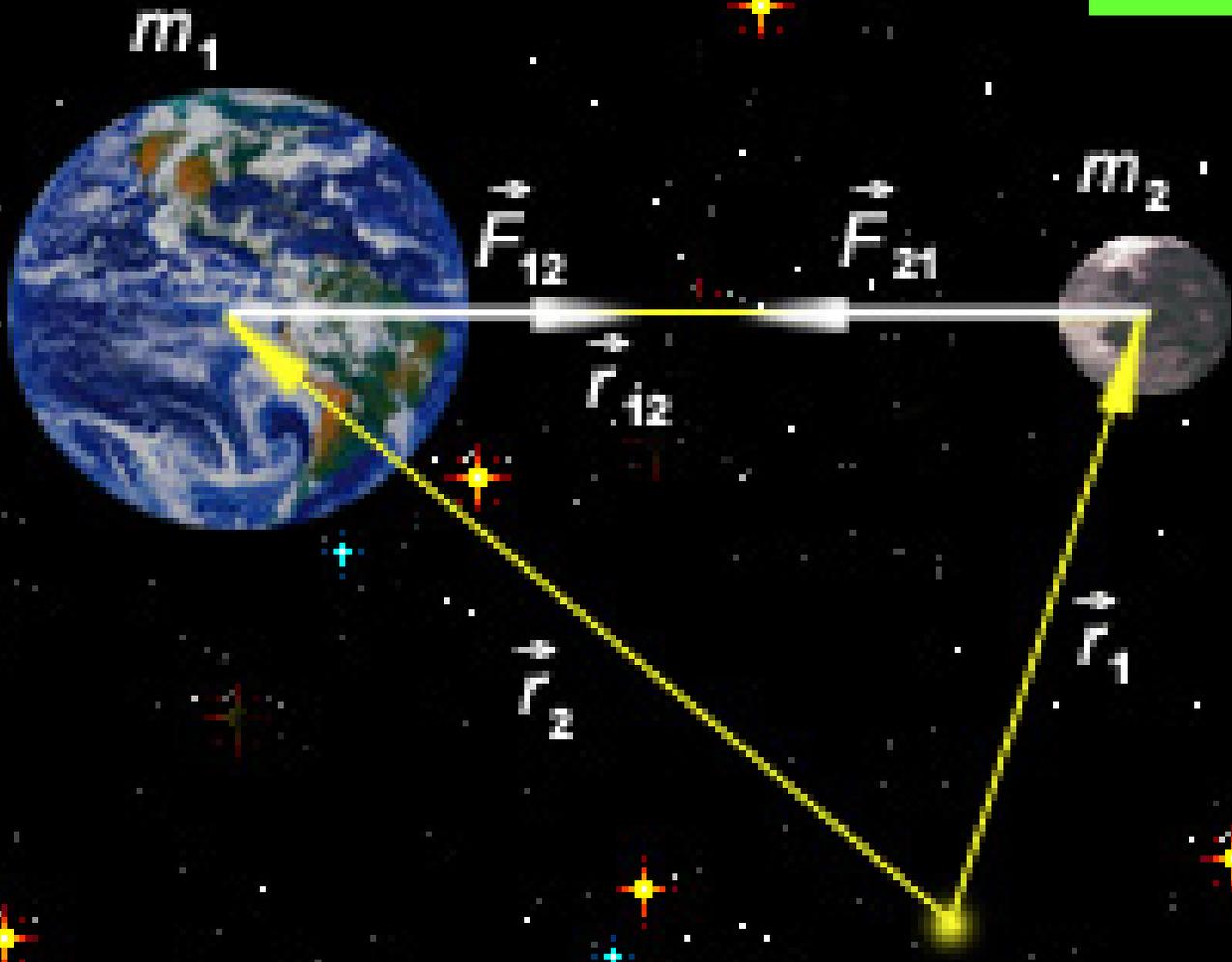


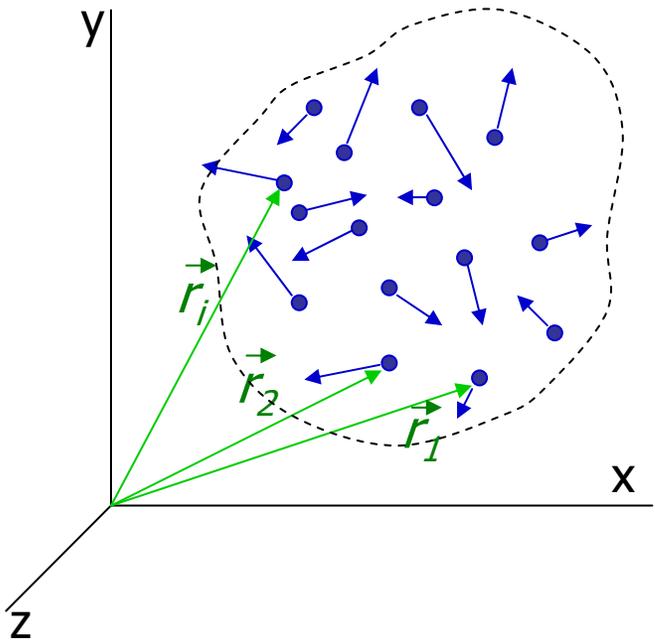


$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta T = A = U_1 - U_2 = -\Delta U_{B3}$$

$$U_{B3} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}}$$





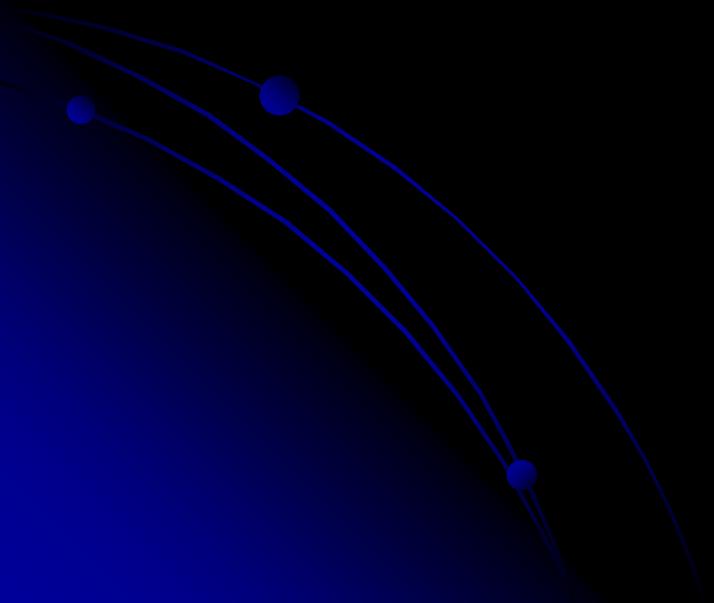
$$T + U_{B3} + \sum_i U_{ikons} = \text{const}$$

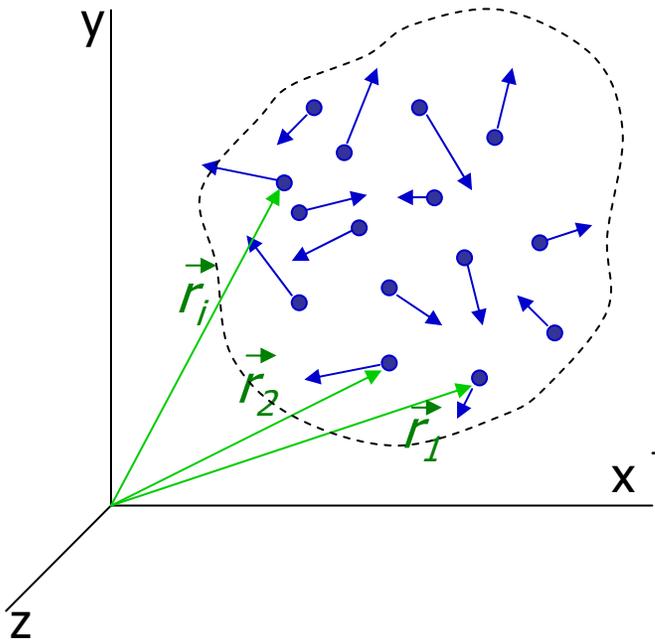
Вывод:

полная механическая энергия системы частиц, на которую действуют только потенциальные внешние силы,

сохраняется

5.2. Закон сохранения импульса для системы частиц





$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \cancel{\vec{F}_{12}} + \cancel{\vec{F}_{13}} + \cancel{\vec{F}_{14}} + \dots + \cancel{\vec{F}_{1n}} + \vec{F}_{1\text{BH}}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \cancel{\vec{F}_{21}} + \cancel{\vec{F}_{23}} + \cancel{\vec{F}_{24}} + \dots + \cancel{\vec{F}_{2n}} + \vec{F}_{2\text{BH}}$$

$$\frac{d\vec{p}_3}{dt} = \cancel{\vec{F}_{31}} + \cancel{\vec{F}_{32}} + \cancel{\vec{F}_{34}} + \dots + \cancel{\vec{F}_{3n}} + \vec{F}_{3\text{BH}}$$

.....

$$\frac{d\vec{p}_n}{dt} = \cancel{\vec{F}_{n1}} + \cancel{\vec{F}_{n2}} + \cancel{\vec{F}_{n3}} + \dots + \cancel{\vec{F}_{n,n-1}} + \vec{F}_{n\text{BH}}$$

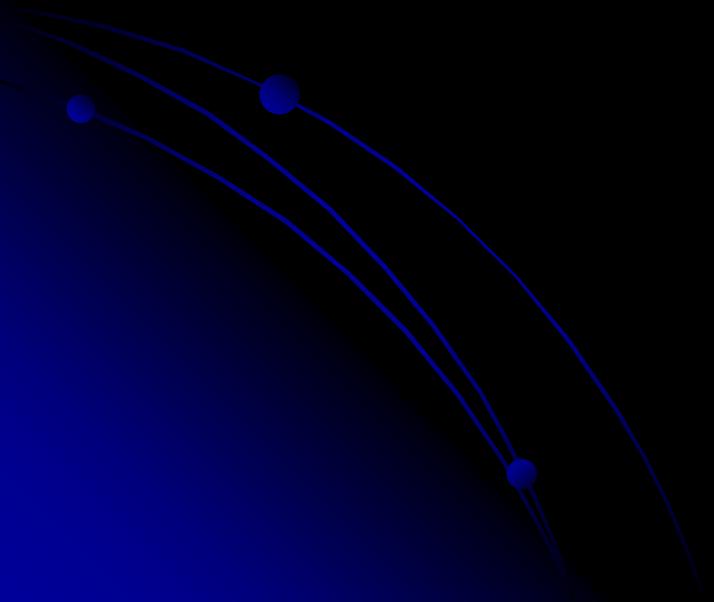
$$\frac{d\vec{p}_c}{dt} = \sum \vec{F}_{i\text{BH}}$$

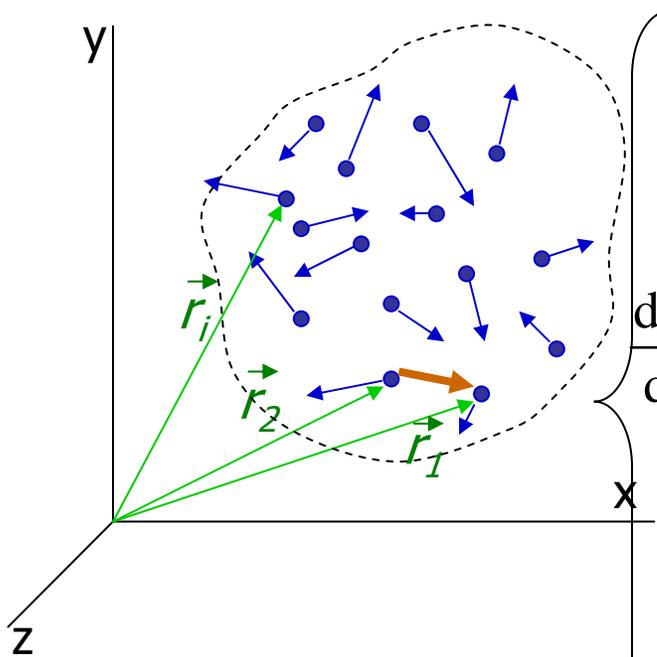
Вывод:

Импульс замкнутой системы МТ
сохраняется

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

5.3. Закон сохранения момента импульса для системы частиц





$$\frac{d\vec{l}_1}{dt} = \cancel{\vec{r}_1 \times \vec{F}_{12}} + \cancel{\vec{r}_1 \times \vec{F}_{13}} + \cancel{\vec{r}_1 \times \vec{F}_{14}} + \dots + \cancel{\vec{r}_1 \times \vec{F}_{1n}} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{1\text{BH}}$$

$$\frac{d\vec{l}_2}{dt} = \cancel{\vec{r}_2 \times \vec{F}_{21}} + \cancel{\vec{r}_2 \times \vec{F}_{23}} + \cancel{\vec{r}_2 \times \vec{F}_{24}} + \dots + \cancel{\vec{r}_2 \times \vec{F}_{2n}} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{2\text{BH}}$$

.....

$$\frac{d\vec{l}_n}{dt} = \cancel{\vec{r}_n \times \vec{F}_{n1}} + \cancel{\vec{r}_n \times \vec{F}_{n3}} + \cancel{\vec{r}_n \times \vec{F}_{n4}} + \dots + \cancel{\vec{r}_n \times \vec{F}_{n,n-1}} + \vec{r}_n \times \vec{F}_{n\text{BH}}$$

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_{i\text{BH}}$$

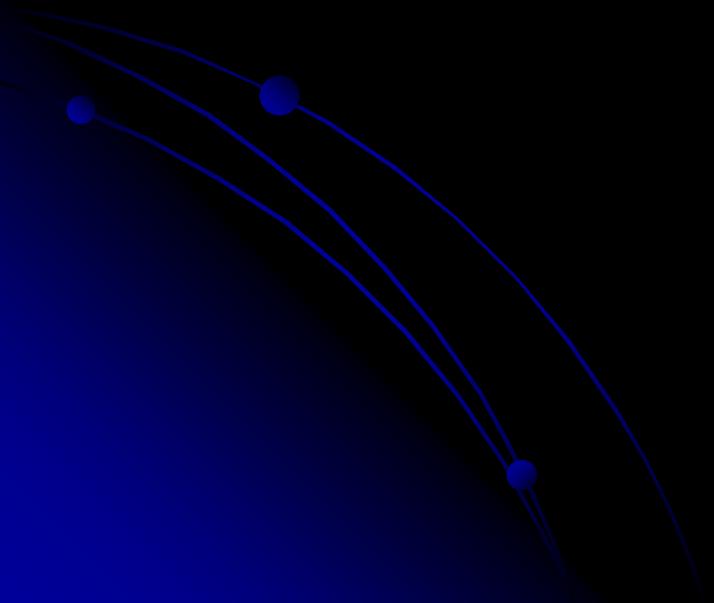
Вывод:

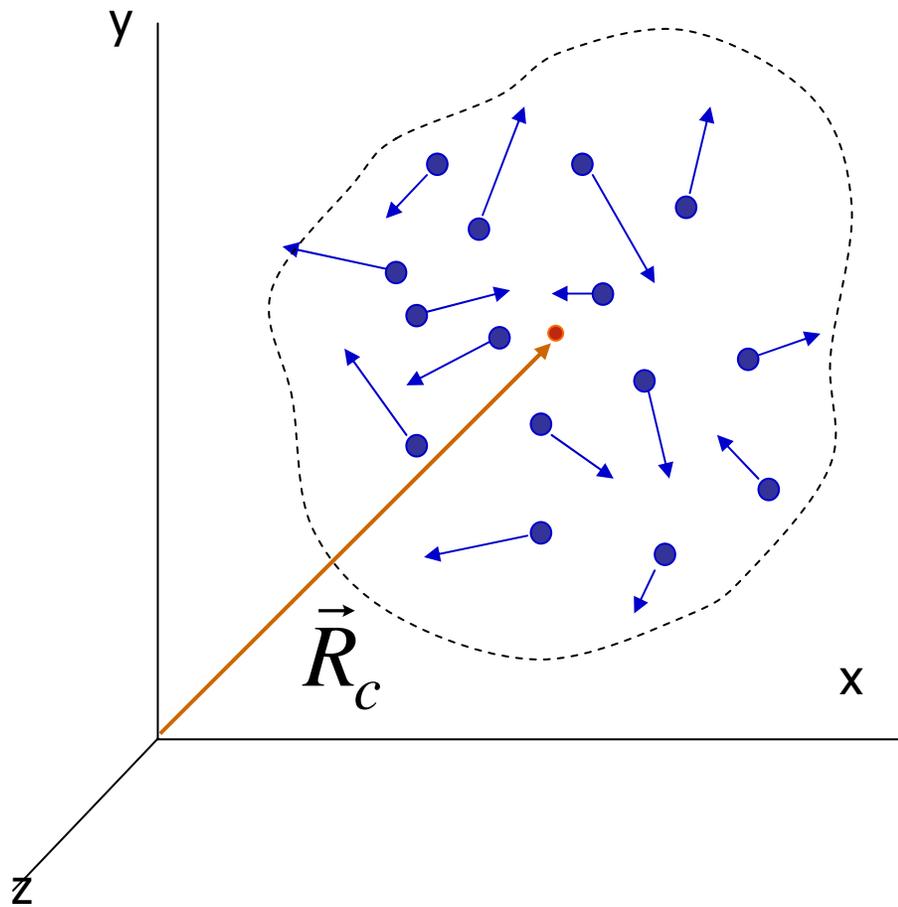
Момент импульса

замкнутой системы МТ сохраняется

$$\sum_{i=1}^N \vec{l}_i = \text{const}$$

5.4. Центр инерции системы



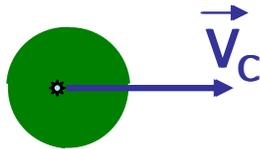


$$\vec{R}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

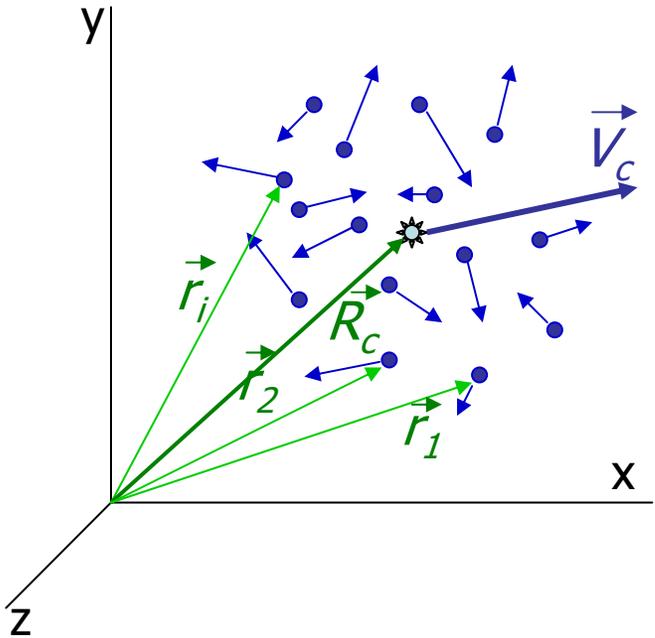
$$\vec{v}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

$$m_c \vec{a}_c = \sum_i \vec{F}_i$$

Для замкнутой (изолированной) системы частиц $\left(\sum_i \vec{F}_i = 0 \right)$: $\vec{a}_c = 0$, $\vec{v}_c = \text{const}$



В ИСО центра масс:

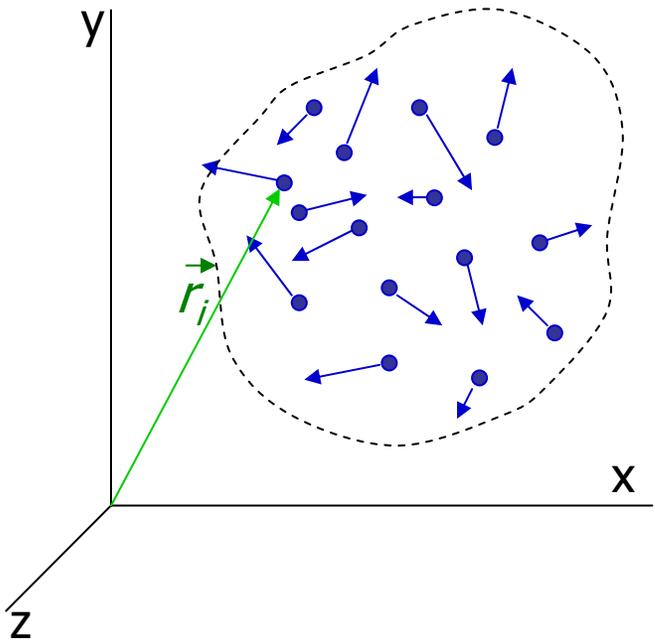


$$\vec{R}'_c = 0$$

$$\sum_l m_i \vec{r}'_i = 0$$

$$\vec{P}'_c = \sum_l m_i \vec{v}'_i = 0$$

$$\vec{v}'_c = 0$$



$$\vec{p}_c = m_c \vec{v}_c$$

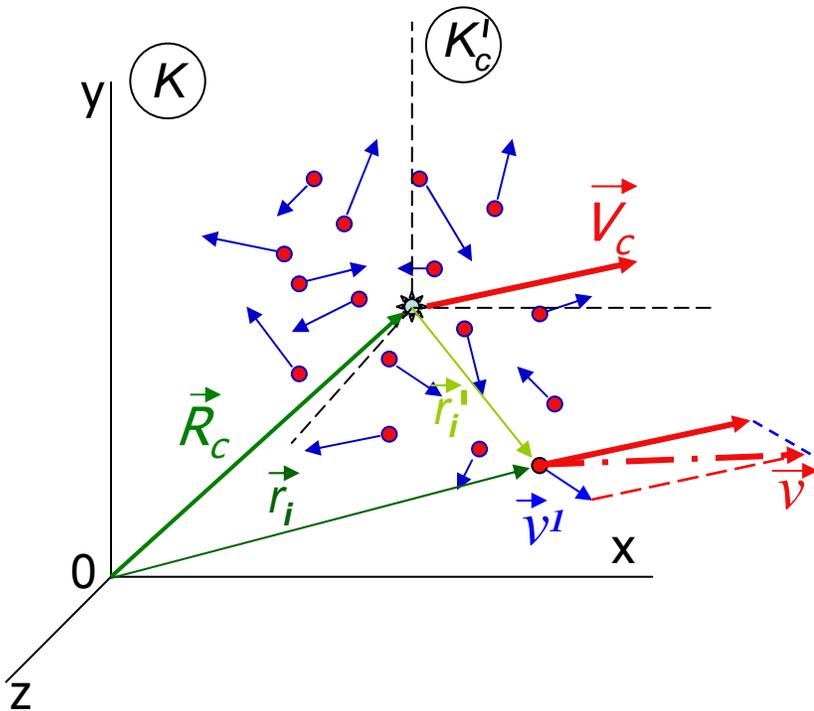
Вывод: внутреннее движение можно
отделить от движения системы как целого

Энергия системы МТ:

$$E = \frac{m_c v_c^2}{2} + U_{\text{BH}}$$

Момент импульса системы МТ

$$\vec{J} = \sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$$



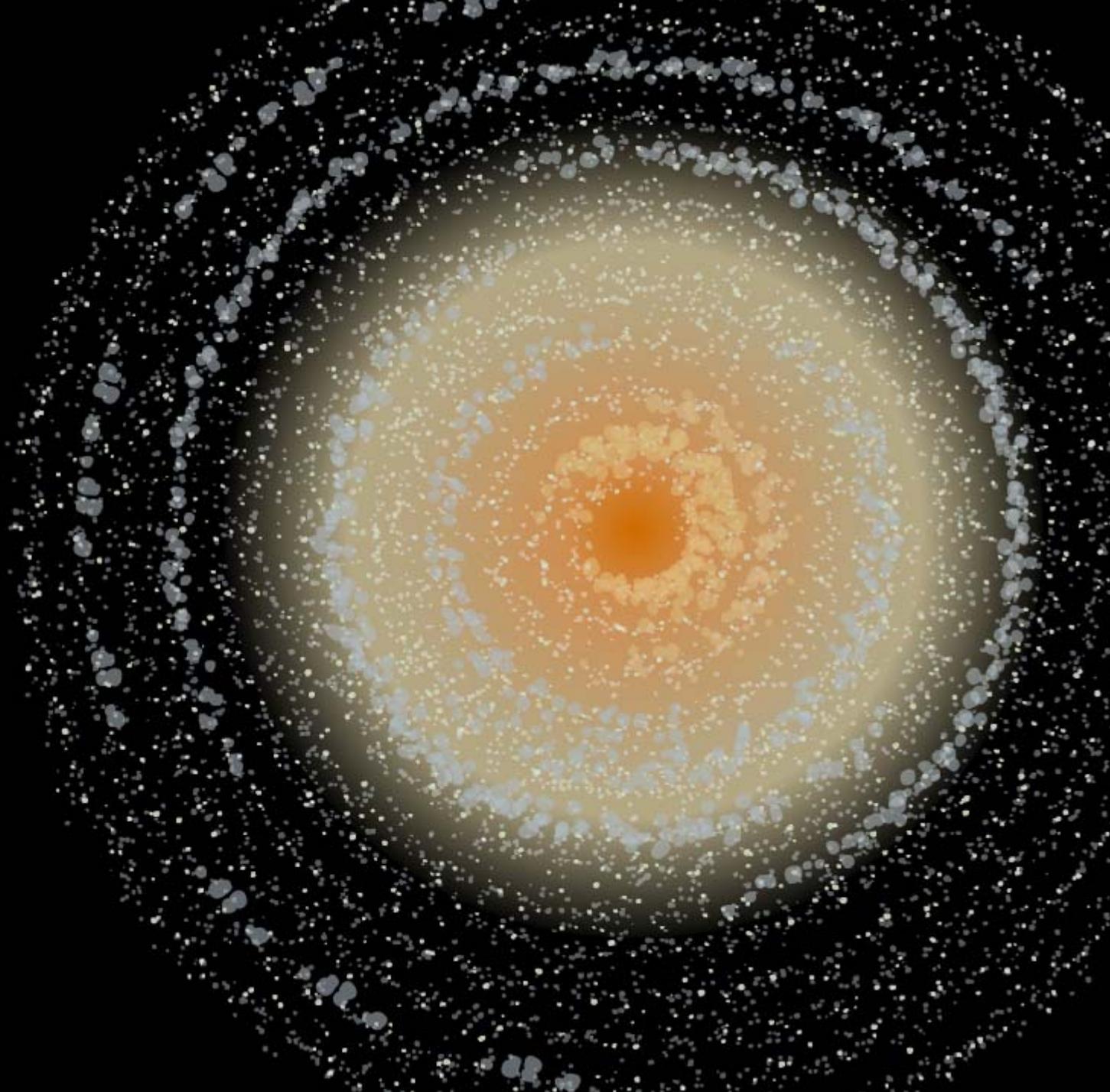
(K'_C)

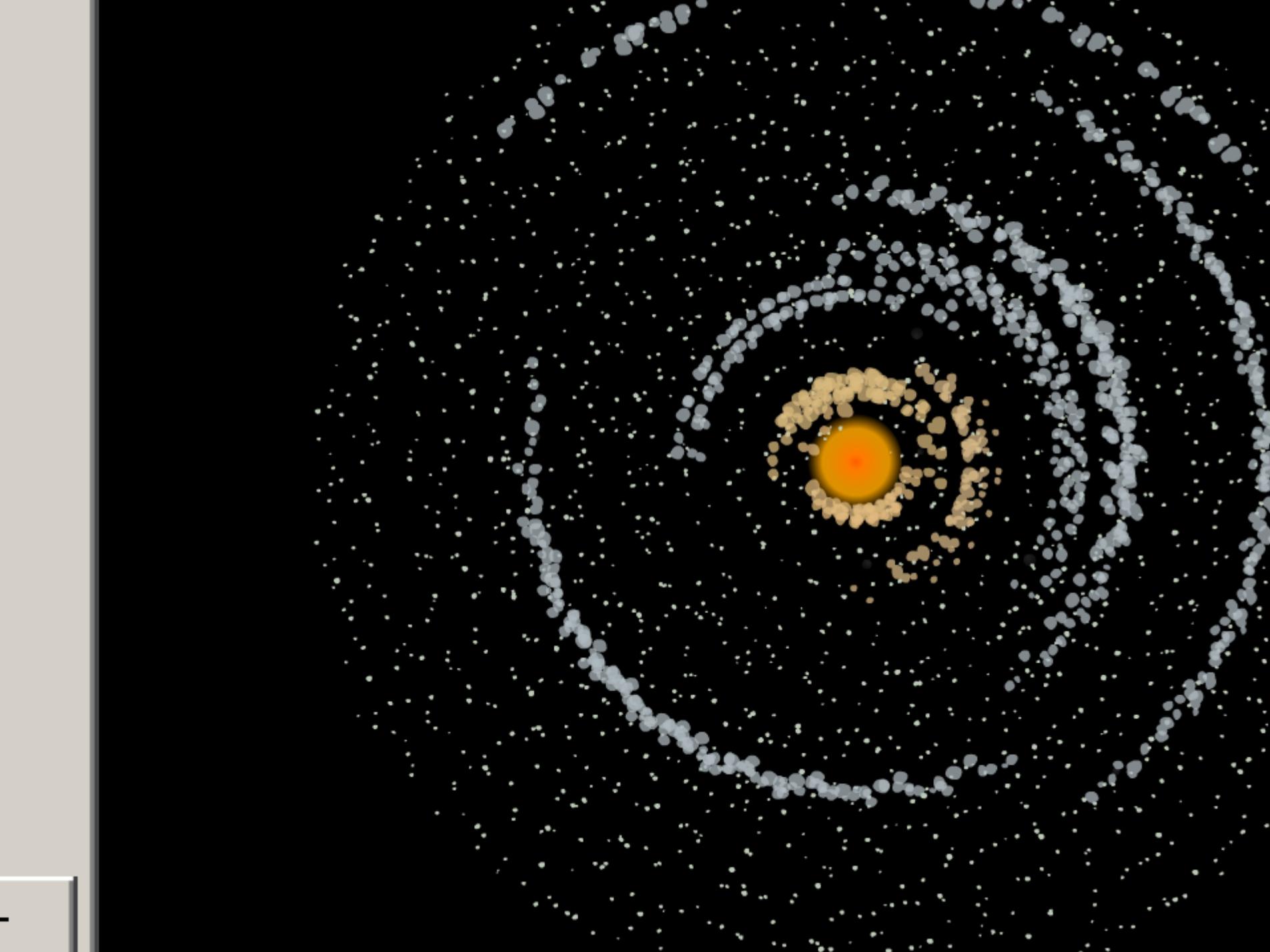
$$\vec{S} = \sum_i m_i \vec{r}'_i \times \vec{v}'_i$$

- собственный
момент импульса
системы МТ

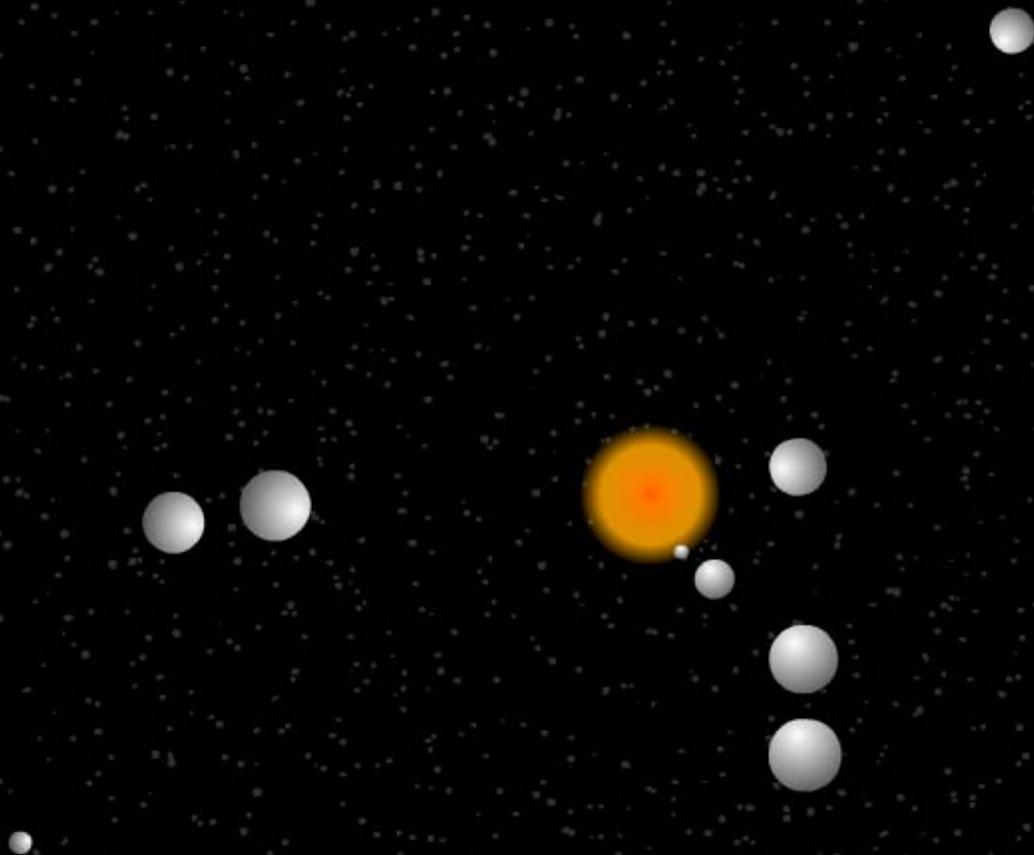
Связь полного момента импульса с собственным моментом
импульса системы МТ

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$





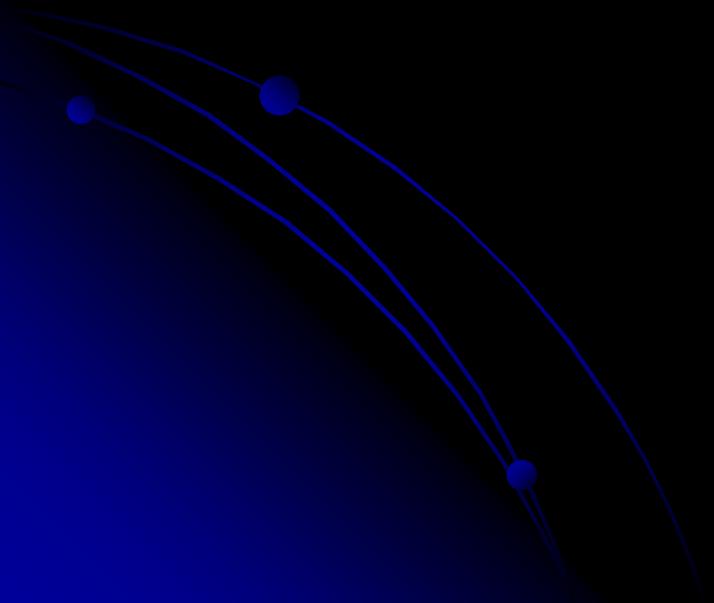
$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$



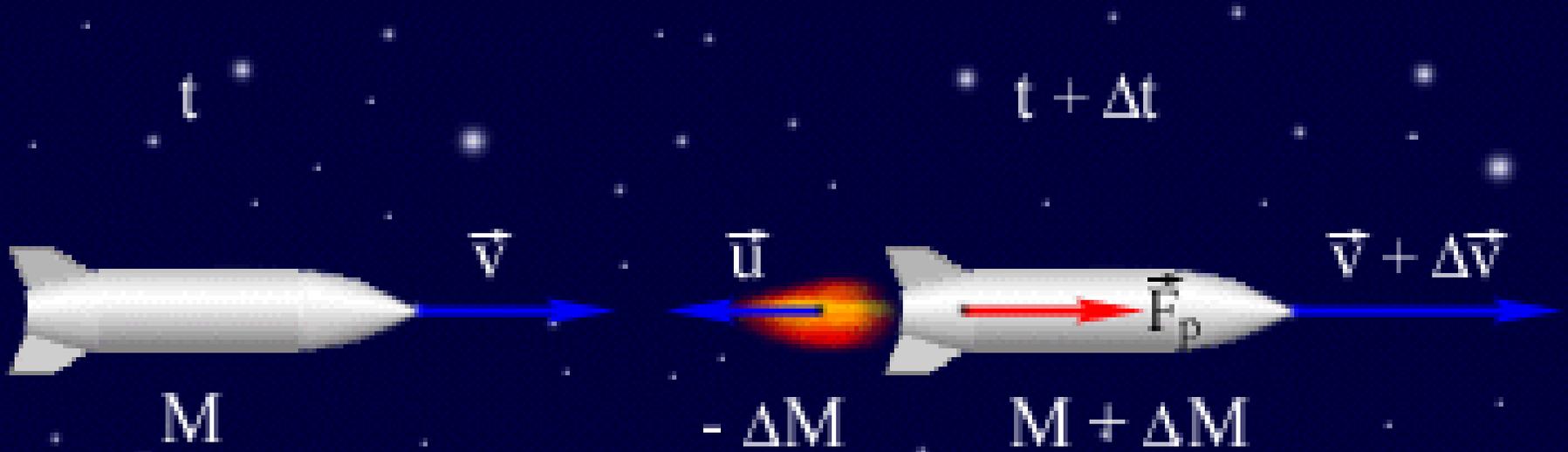
Сценарии образования Солнечных систем



5.5. Движение тел с переменной массой



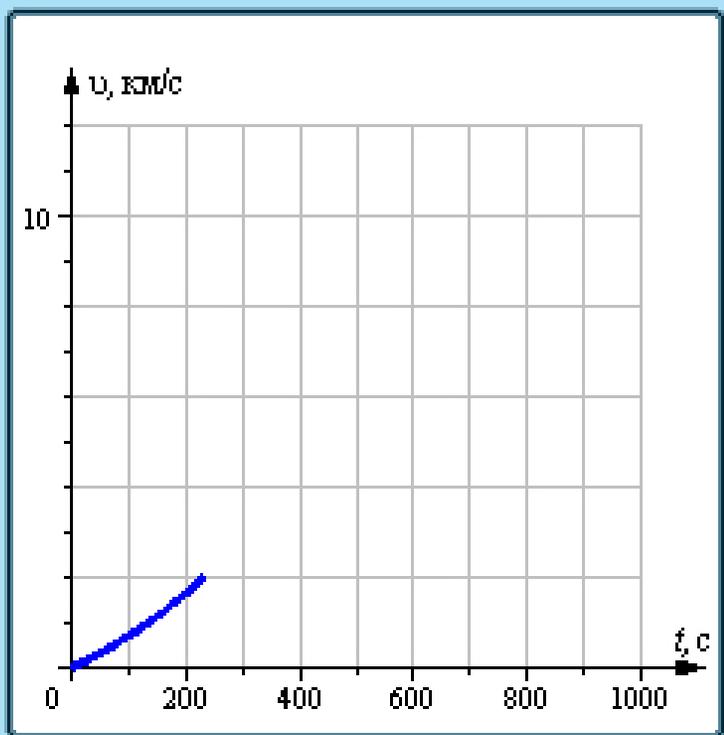
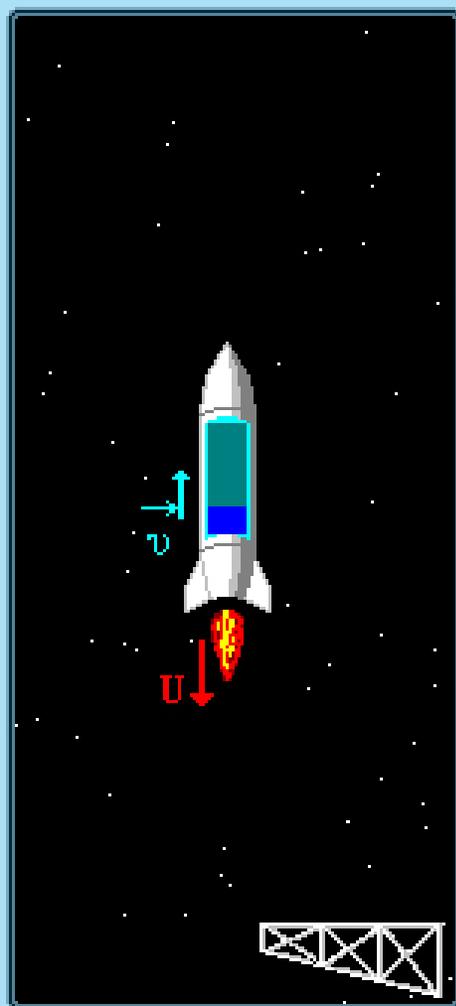
Ракета, движущаяся в свободном пространстве



$$m\vec{v} = -dm(\vec{v} + \vec{u}) + (m + dm)(\vec{v} + d\vec{v})$$

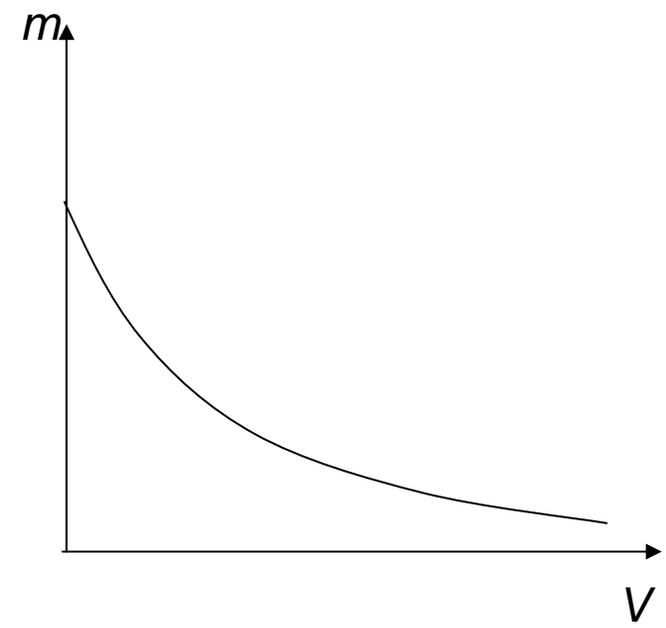
O

X



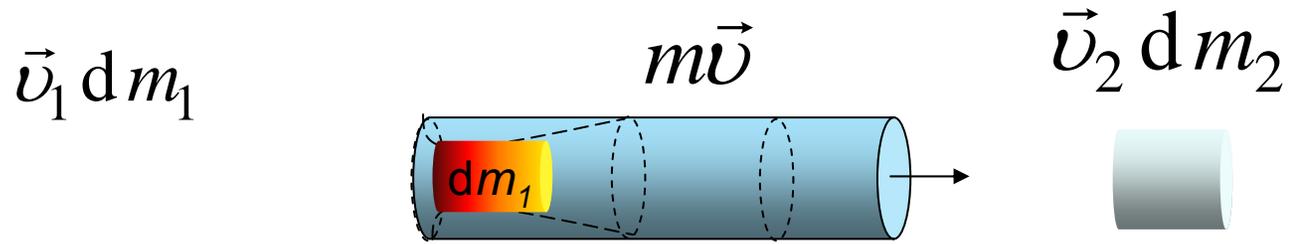
$M_T =$ $\cdot 10^3$ кг

$v = 2.0$ км/с
 $u = 3.0$ км/с
 $m = 1.0 \cdot 10^3$ кг
 $M = 13.5 \cdot 10^3$ кг
 $M_0 = 26.0 \cdot 10^3$ кг

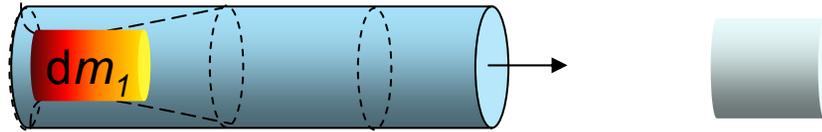


$$m = m_0 e^{-\frac{v}{u}}$$

Формула Циолковского



$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$



$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm_2}{dt} (\vec{v}_2 - \vec{v}) + \frac{dm_1}{dt} (\vec{v}_1 - \vec{v}) + \vec{F}$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \mu_2 \vec{v}_{20TH} + \mu_1 \vec{v}_{10TH} + \vec{F}$$

Уравнение И.В. Мещерского

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \mu_2 \vec{v}_{2\text{OTH}} + \mu_1 \vec{v}_{1\text{OTH}} + \vec{F}$$

$$\mu_1 = \frac{dm_1}{dt} < 0$$

$$\mu_1 \vec{v}_{1\text{OTH}} = \vec{F}_T$$

Сила тяги двигателей
(или торможения)

$$\mu_2 = \frac{dm_2}{dt} > 0$$

$$\mu_2 \vec{v}_{2\text{OTH}} = \vec{F}_c$$

Сила сопротивления
(или подталкивания)