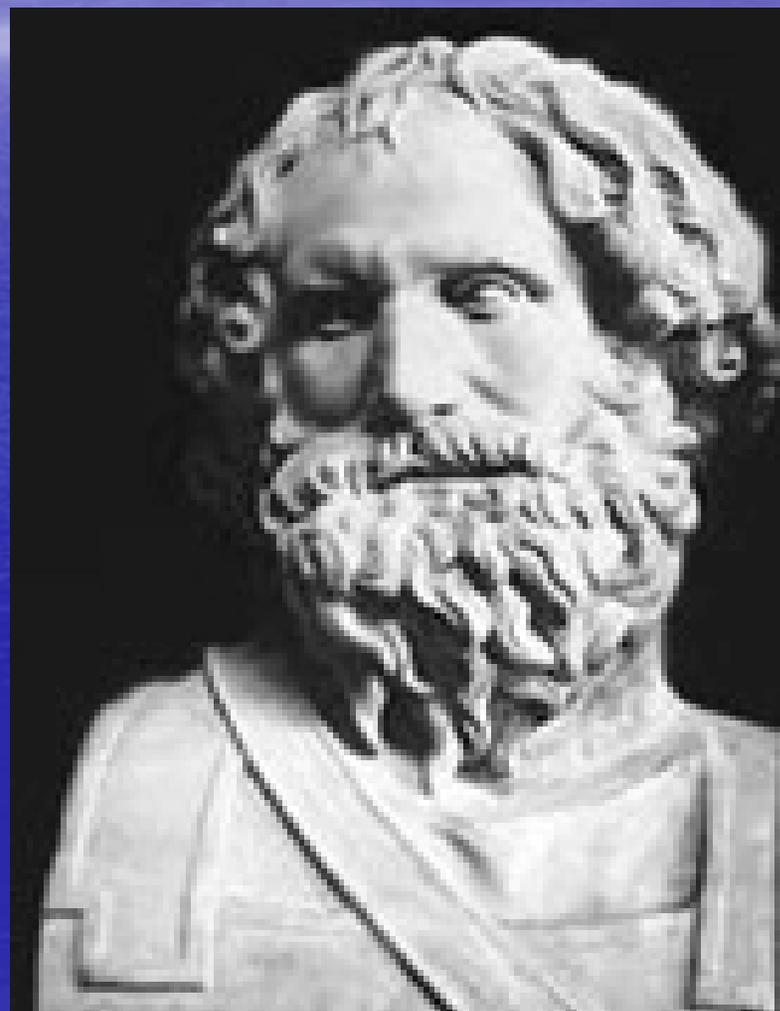
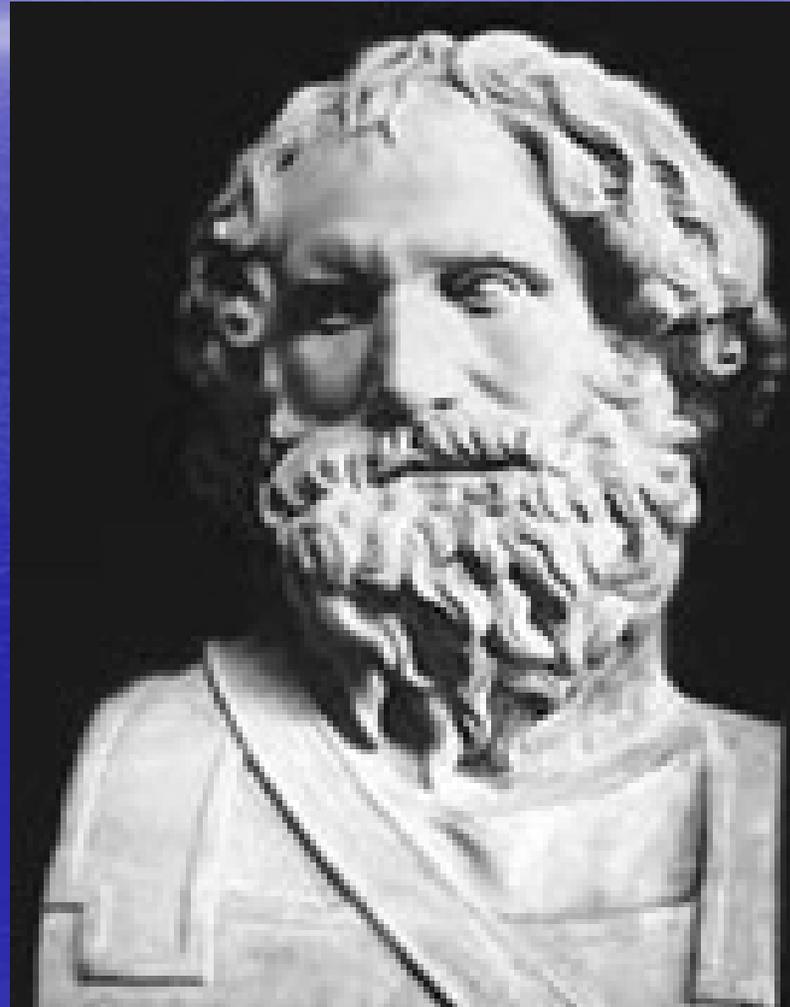


Тема 7. Элементы механики сплошной среды

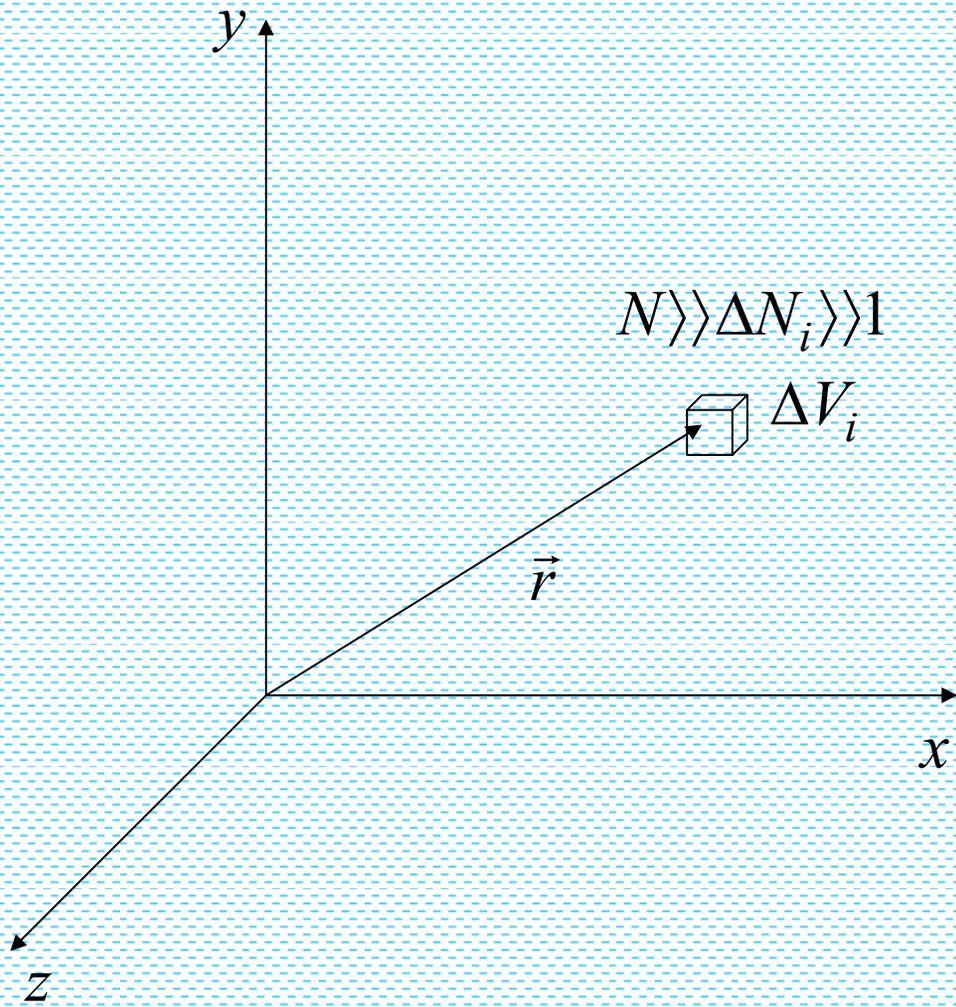


Архимед (около 287–212 гг. до н.э.).

7.1. Модель сплошной среды



Архимед (около 287–212 гг. до н.э.).

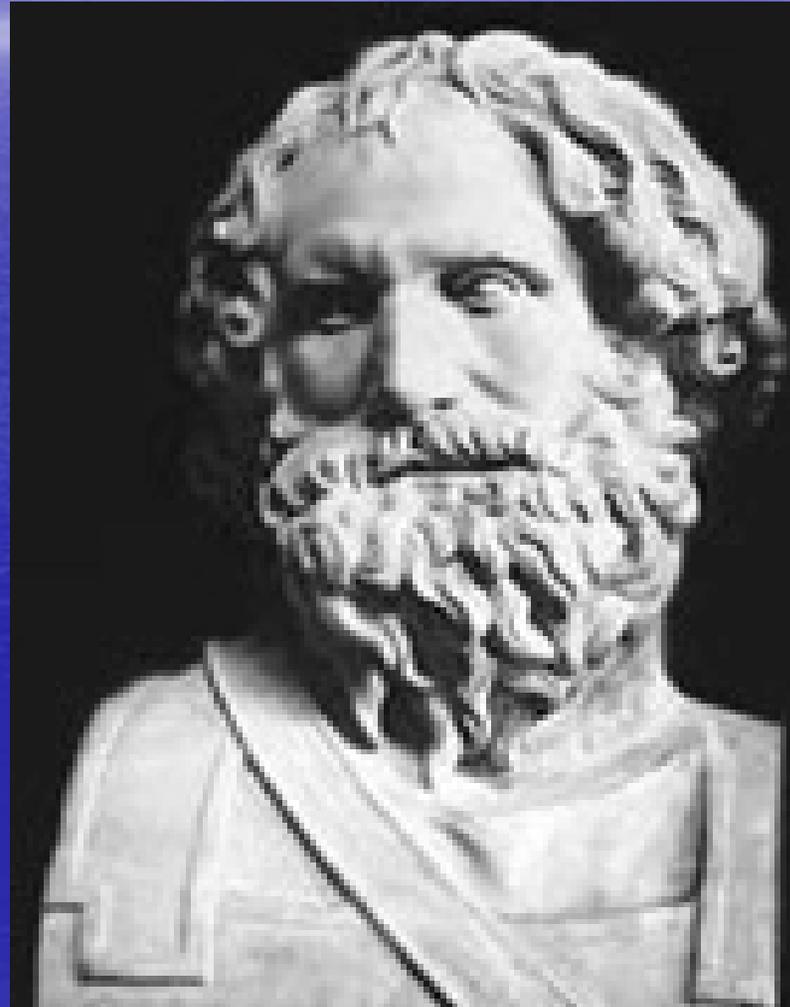


Физическое поле-

- физическая величина,
являющаяся непрерывной
функцией координат и времени

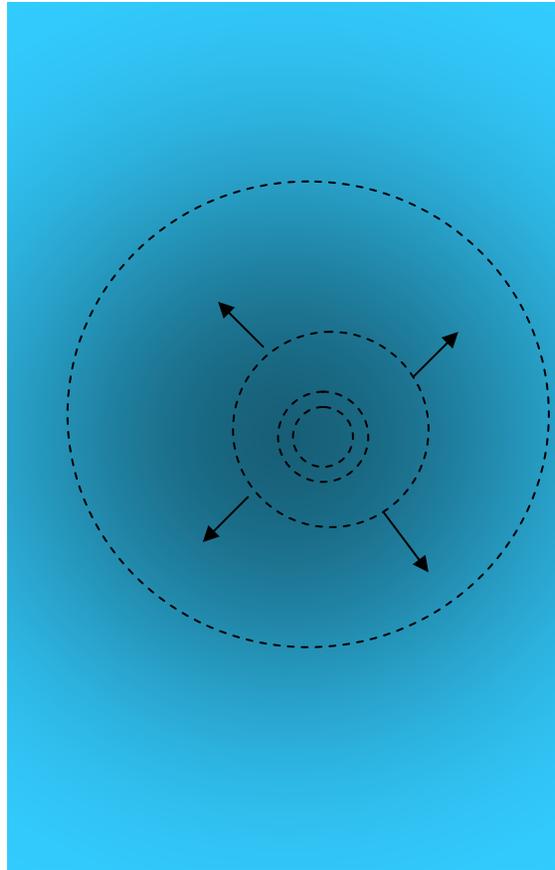
- а) скалярные поля – n, t^0, U
- б) векторные поля – $\vec{v}, \vec{F}, \vec{E}$
- в) однородные
- г) стационарные
- ..)

7.2. Кинематика сплошной среды. Уравнение непрерывности



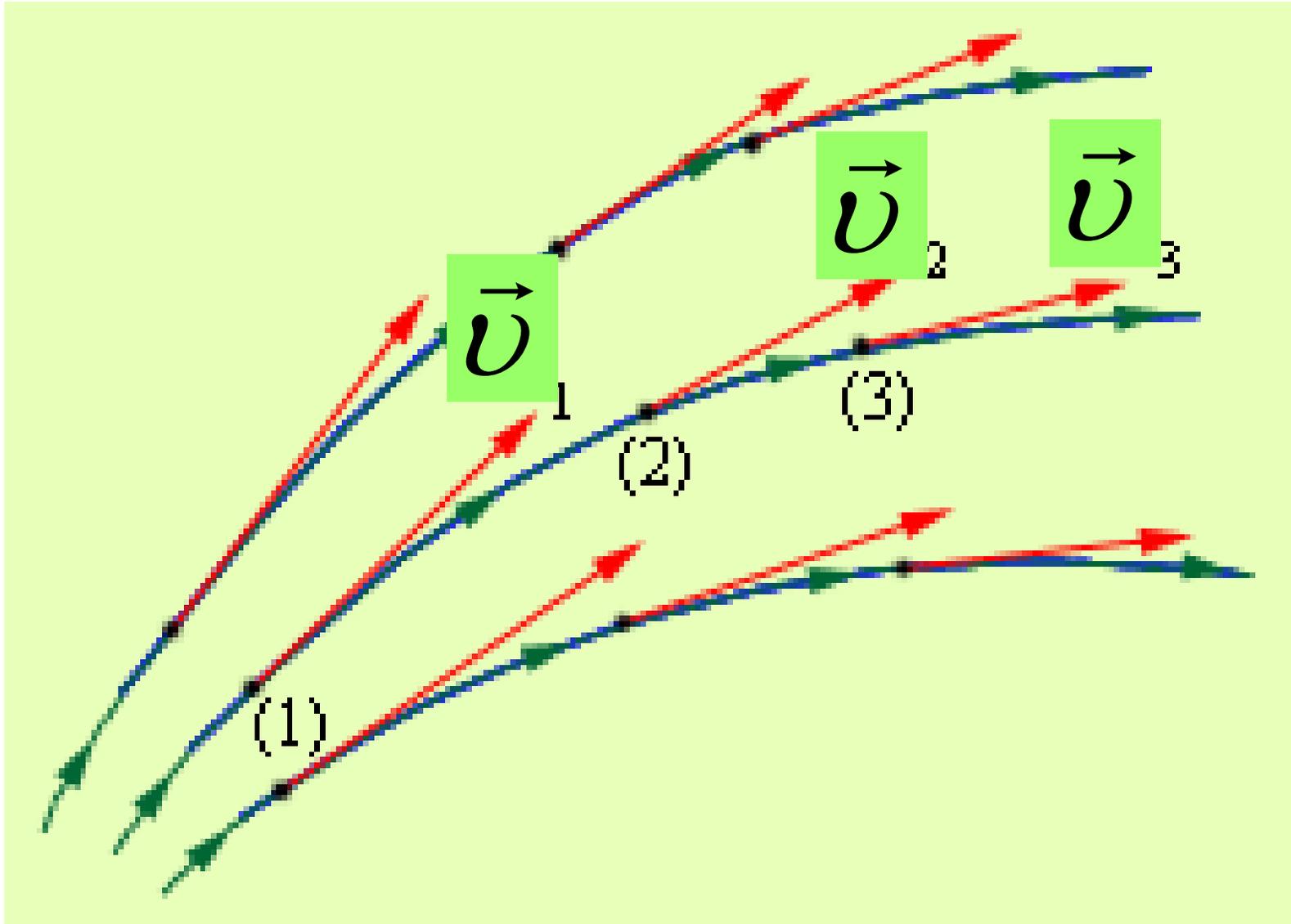
Архимед (около 287–212 гг. до н.э.).

Изоповерхности (изолинии)



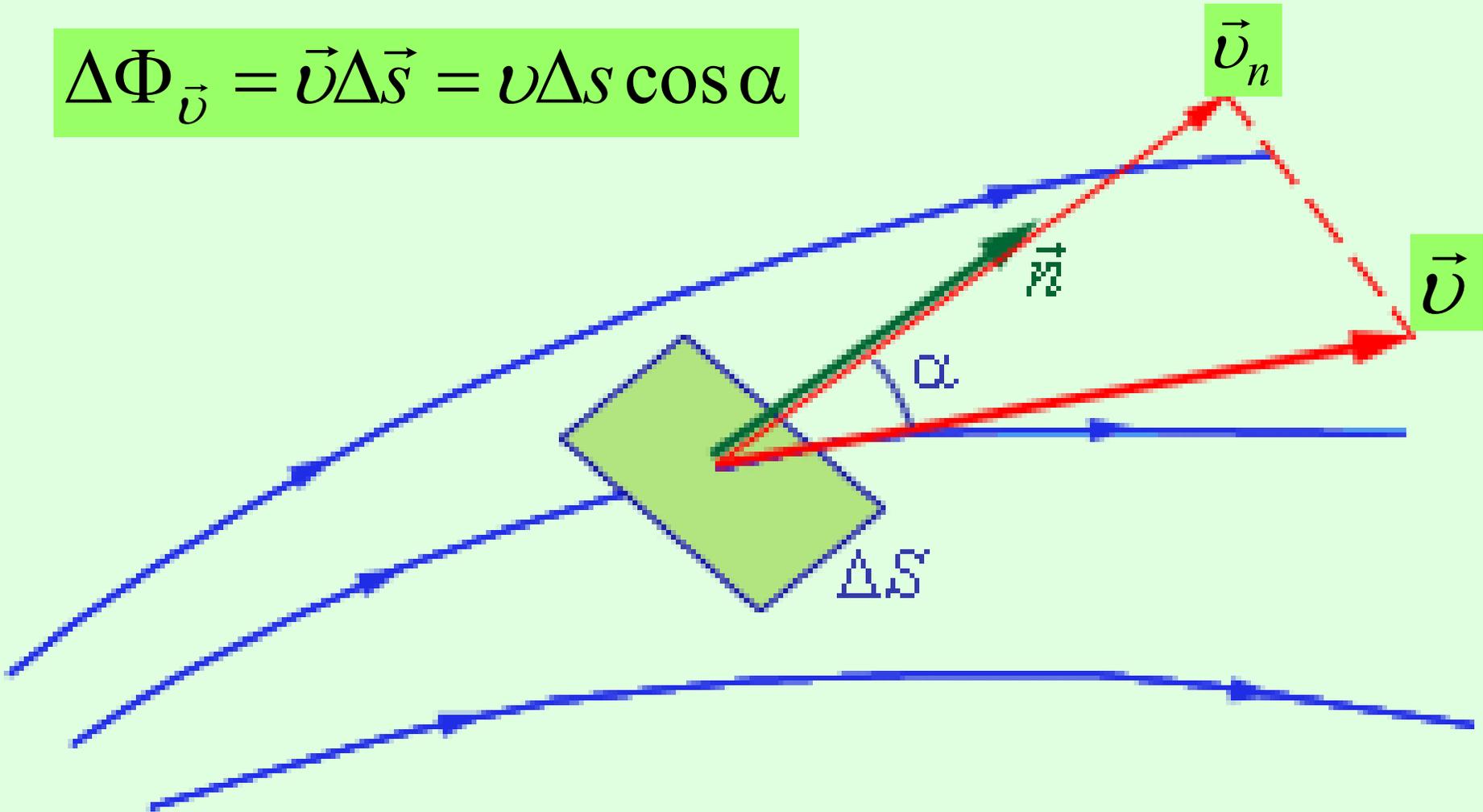
$$\text{grad } f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$

Линии поля

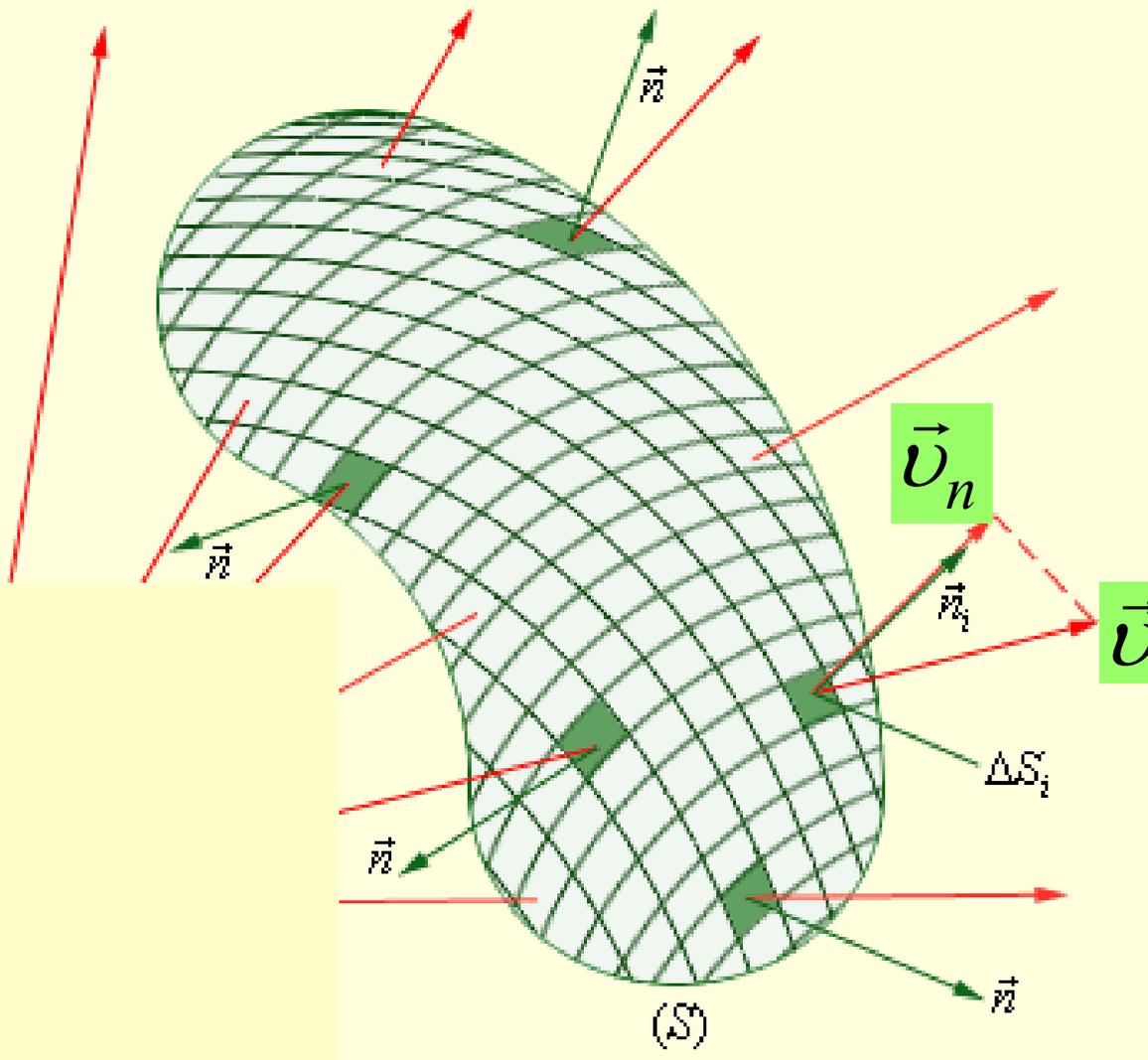


Элементарный поток

$$\Delta\Phi_{\vec{v}} = \vec{v}\Delta\vec{s} = v\Delta s \cos\alpha$$



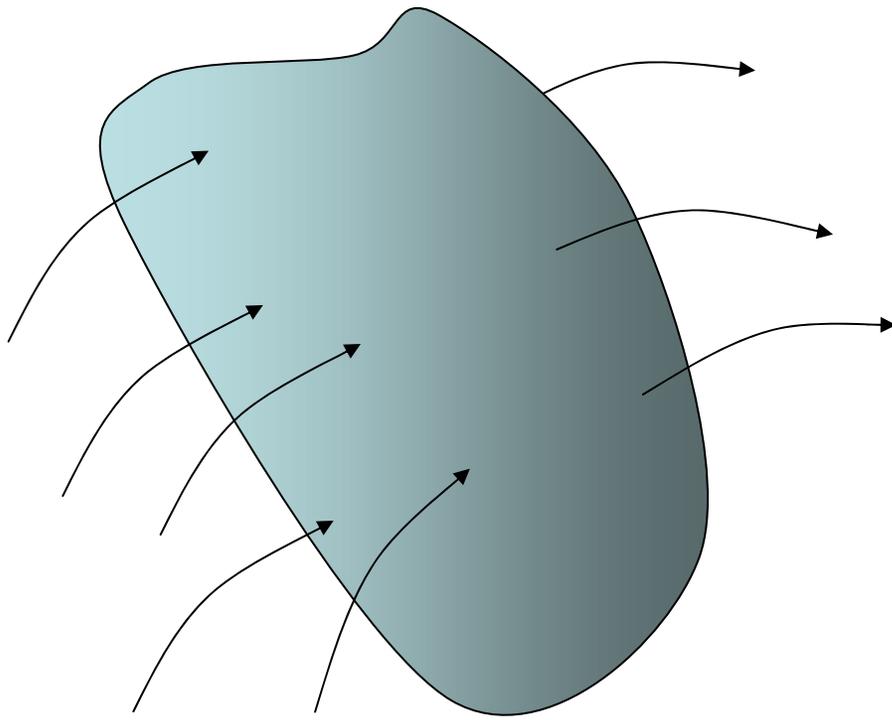
Поток через замкнутую поверхность



$$\oint_S \vec{v} d\vec{s} = \begin{cases} > 0 \\ 0 \\ < 0 \end{cases}$$

$$\oint_S \rho \vec{v} d\vec{s} = \begin{cases} > 0 \\ 0 \\ < 0 \end{cases}$$

Уравнение непрерывности (закон сохранения)

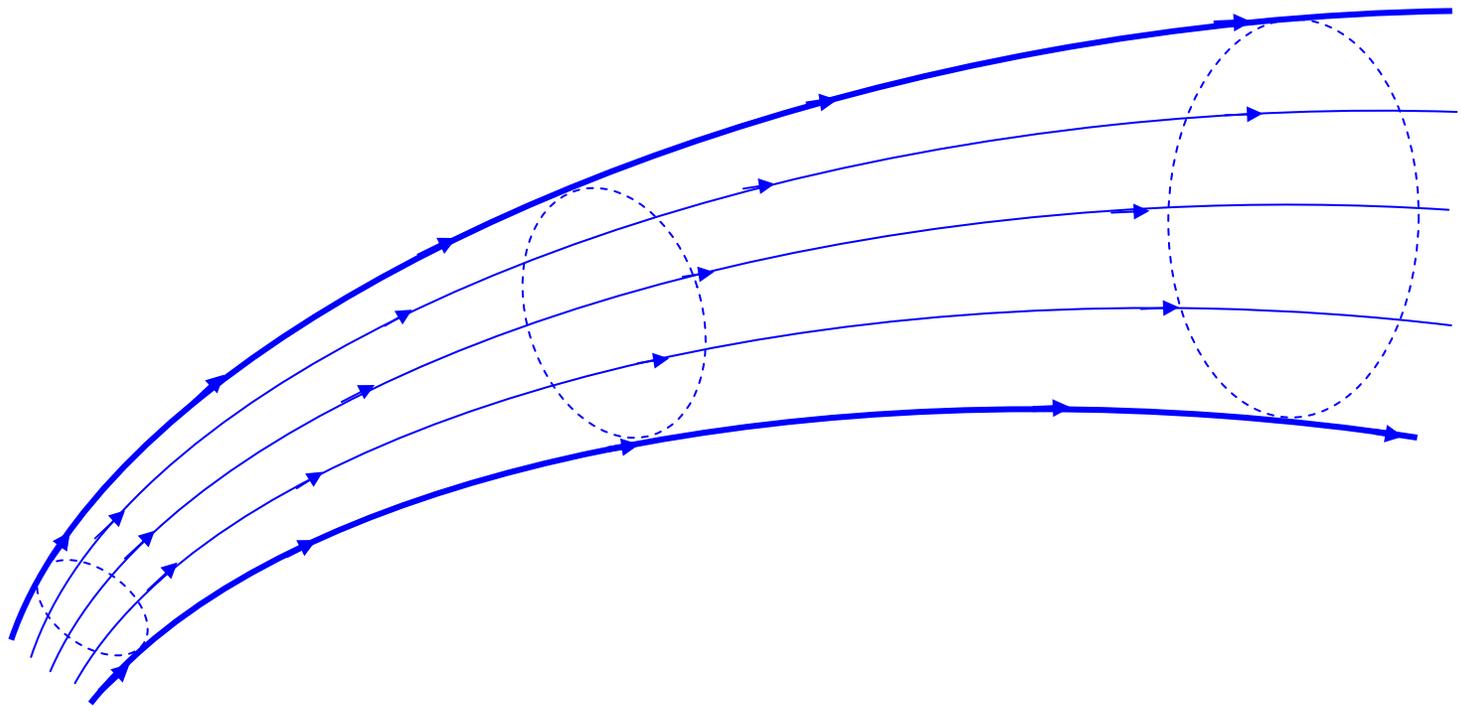


$$\frac{d m}{d t} = - \Phi_{\rho}$$

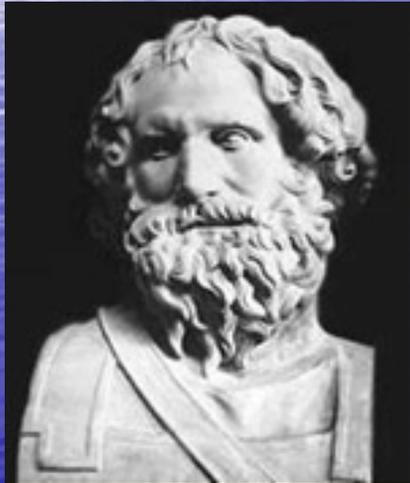
$$\frac{d}{d t} \int_V \rho dV = - \oint_S \vec{j}_{\rho} d\vec{S}$$

$$\frac{d \rho}{d t} = - \operatorname{div} \vec{j}$$

Трубка тока

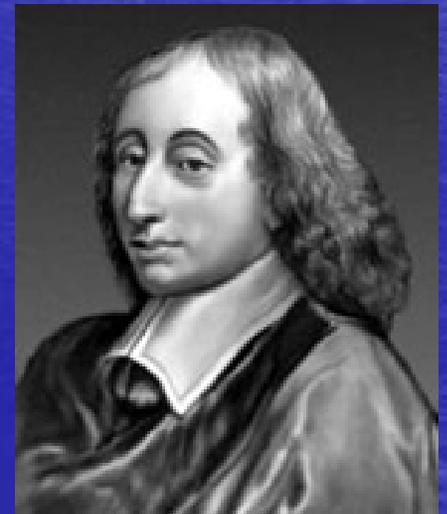


7.3. Основные уравнения равновесия и движения жидкости



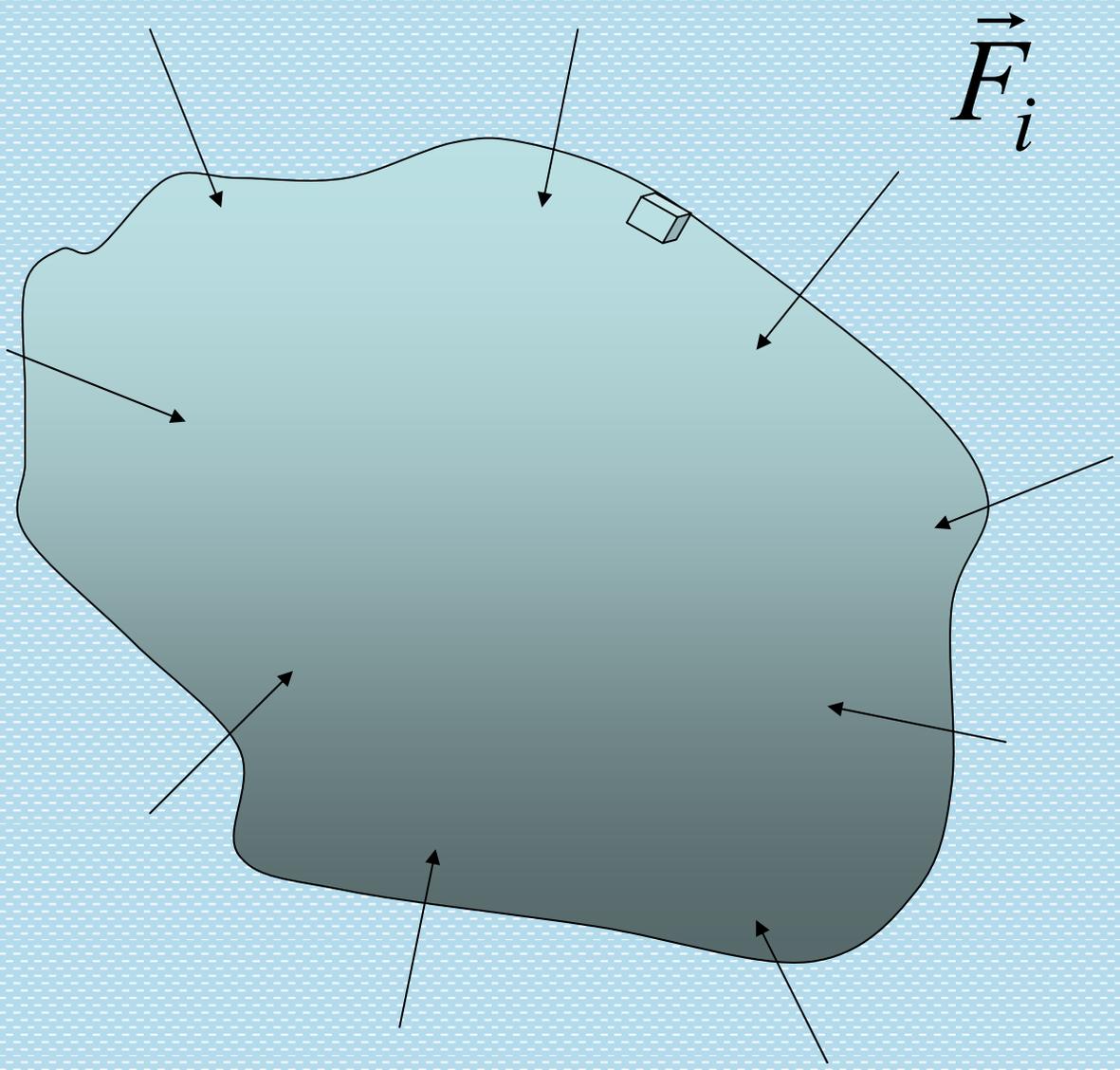
Архимед

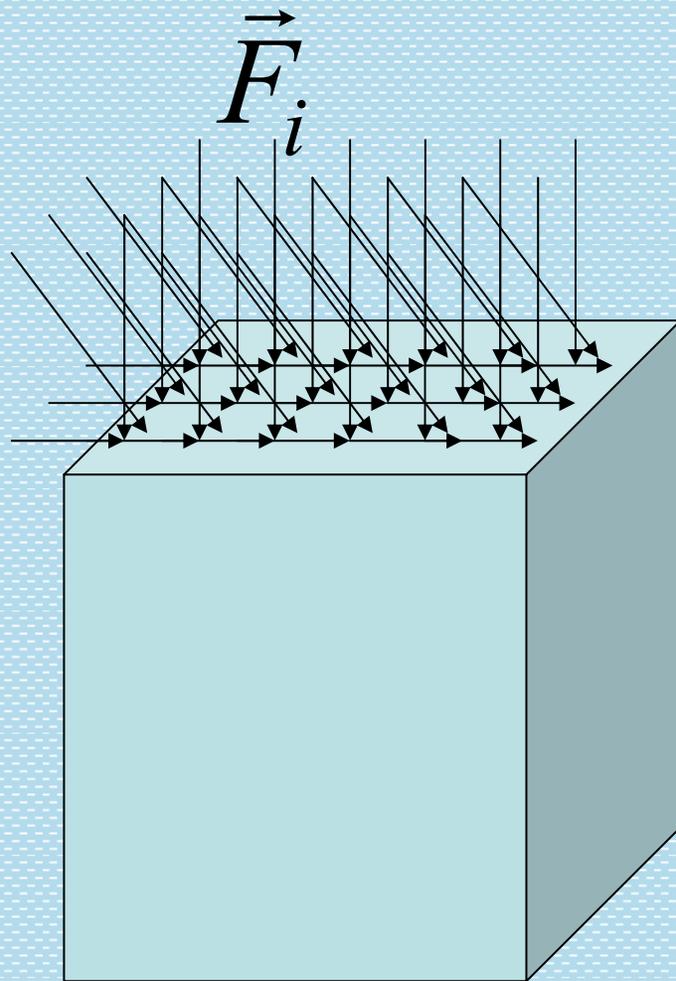
(около 287–212 гг. до н.э.).



Б.Паскаль

(1623-1662)





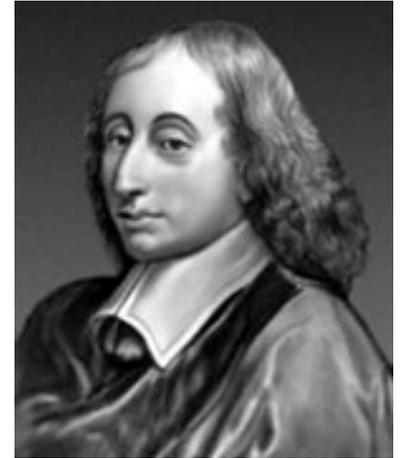
$$\vec{\sigma} = \lim \frac{\sum \vec{F}_{i\perp}}{\Delta S}$$

$$\vec{\tau} = \lim \frac{\sum \vec{F}_{i\parallel}}{\Delta S}$$

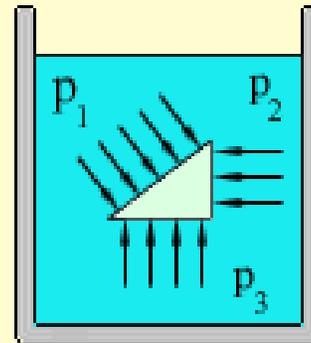
В жидкостях и газах
в равновесии
отсутствуют
касательные напряжения

При движении жидкости или газа
возникают
касательные напряжения-
силы вязкости

Закон Паскаля



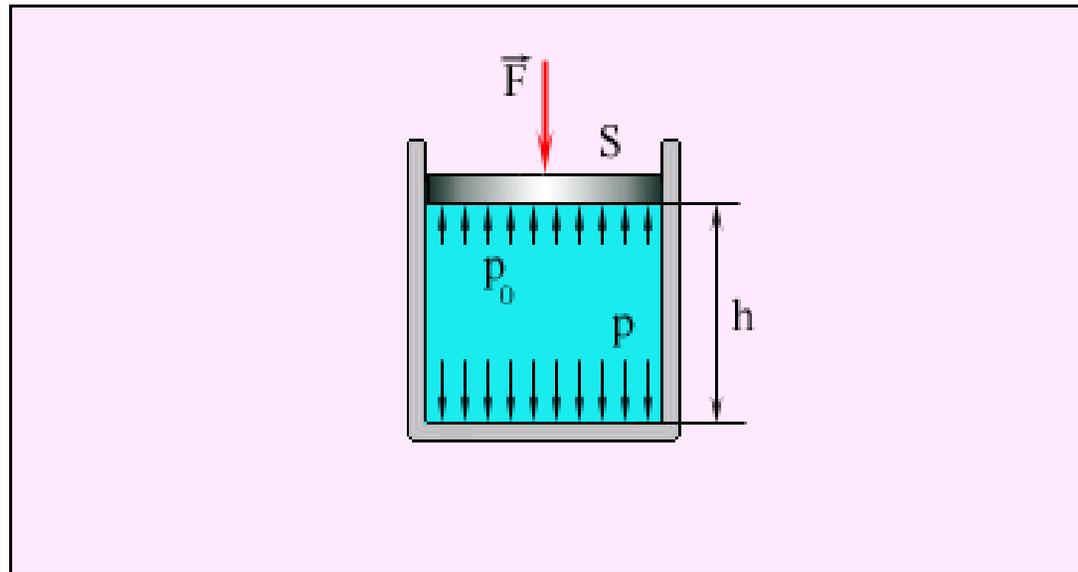
$$p = \text{const}$$



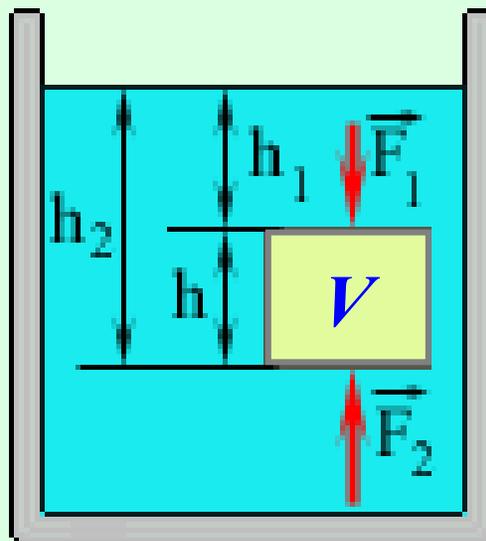
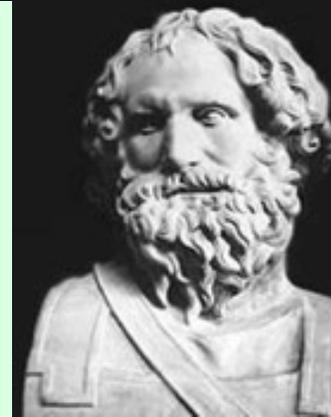
$$p_1 = p_2 = p_3$$

Зависимость давления от высоты столба жидкости

$$p = p_0 + \rho gh$$

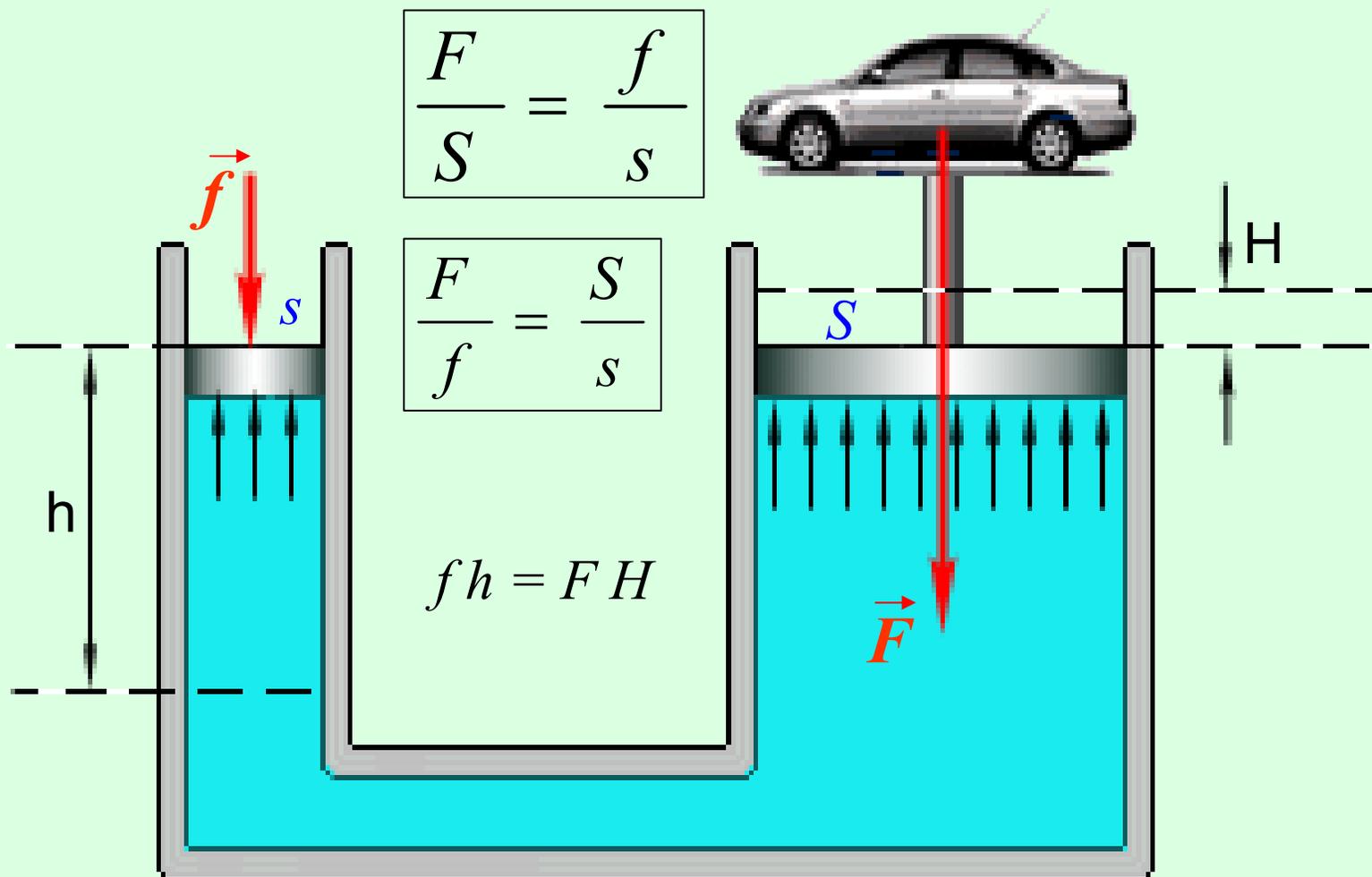


Архимедова сила

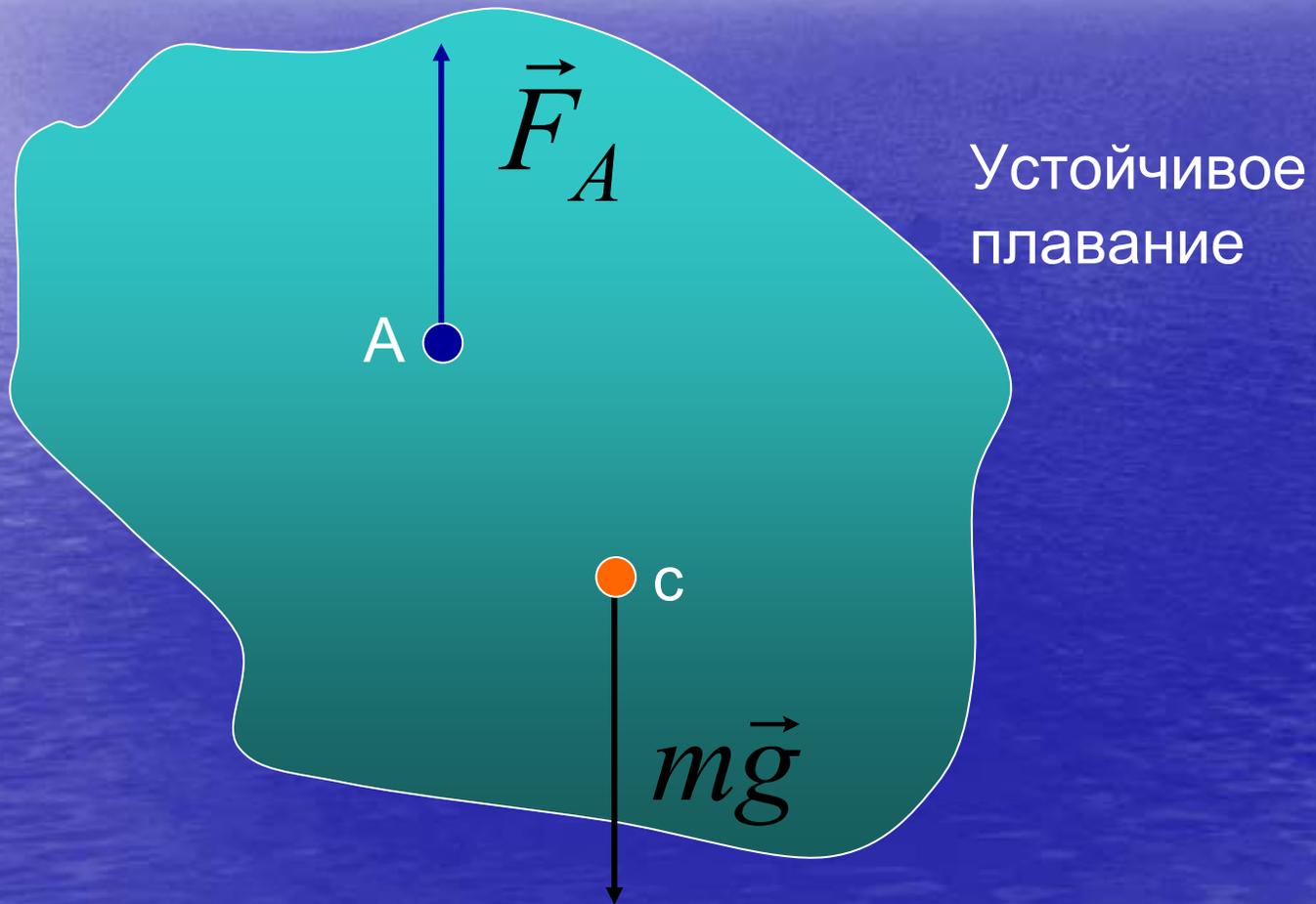


$$F_A = \rho_{\text{жс}} V g$$

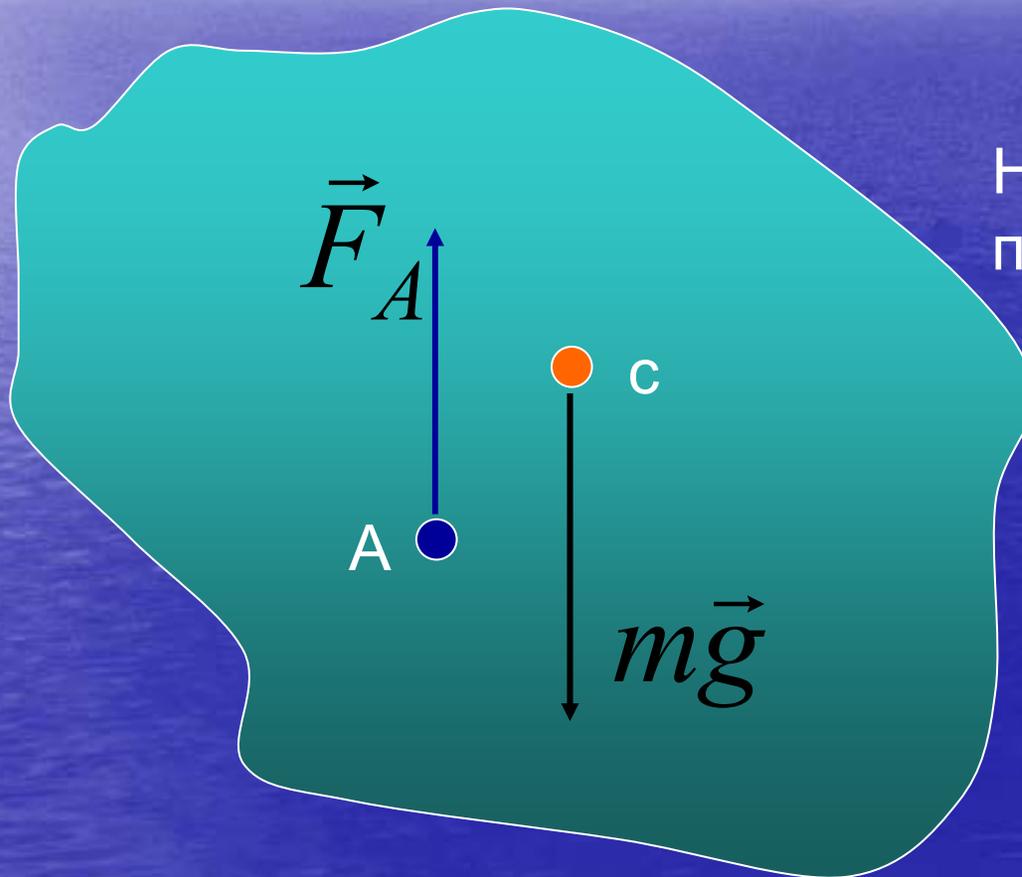
Гидравлическая машина



Устойчивость плавающих тел

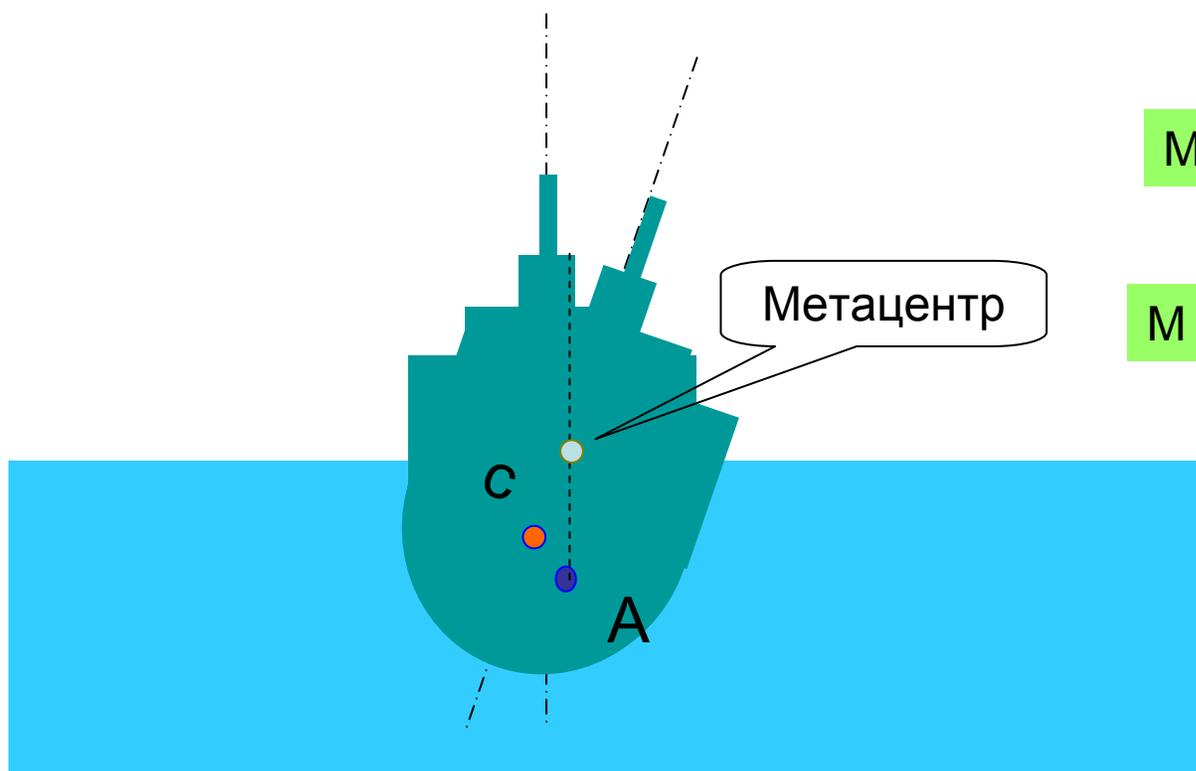


Устойчивость плавающих тел



Неустойчивое
положение

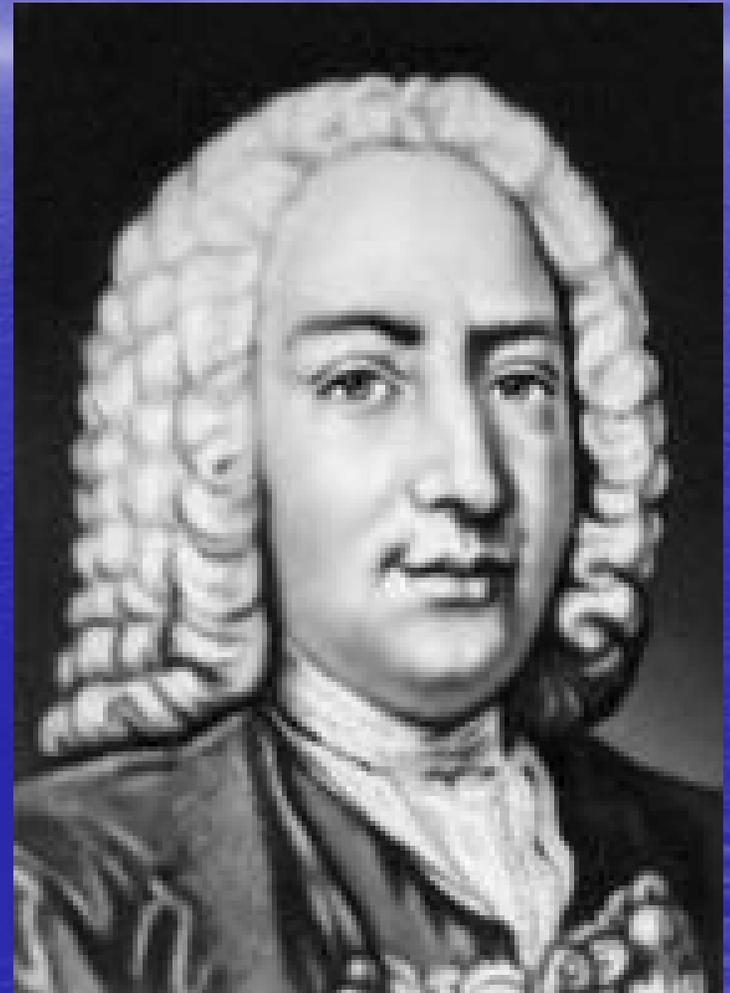
Устойчивость плавающих тел



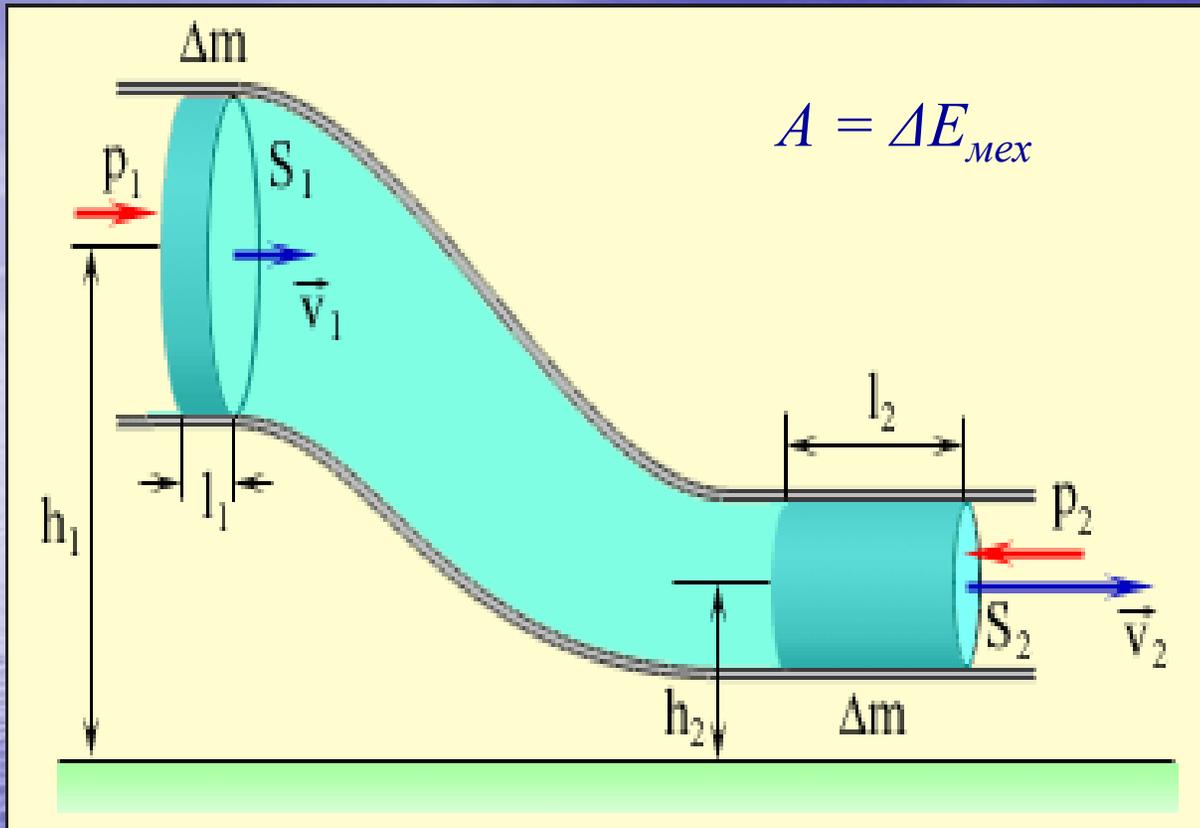
М выше С - устойчивость

М ниже С - опрокидывание

7.4. Уравнение Д.Бернулли (1738 г.)



Бернулли Даниил (29.I.1700–17.III.1782)



$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

- уравнение Бернулли

Для несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$):

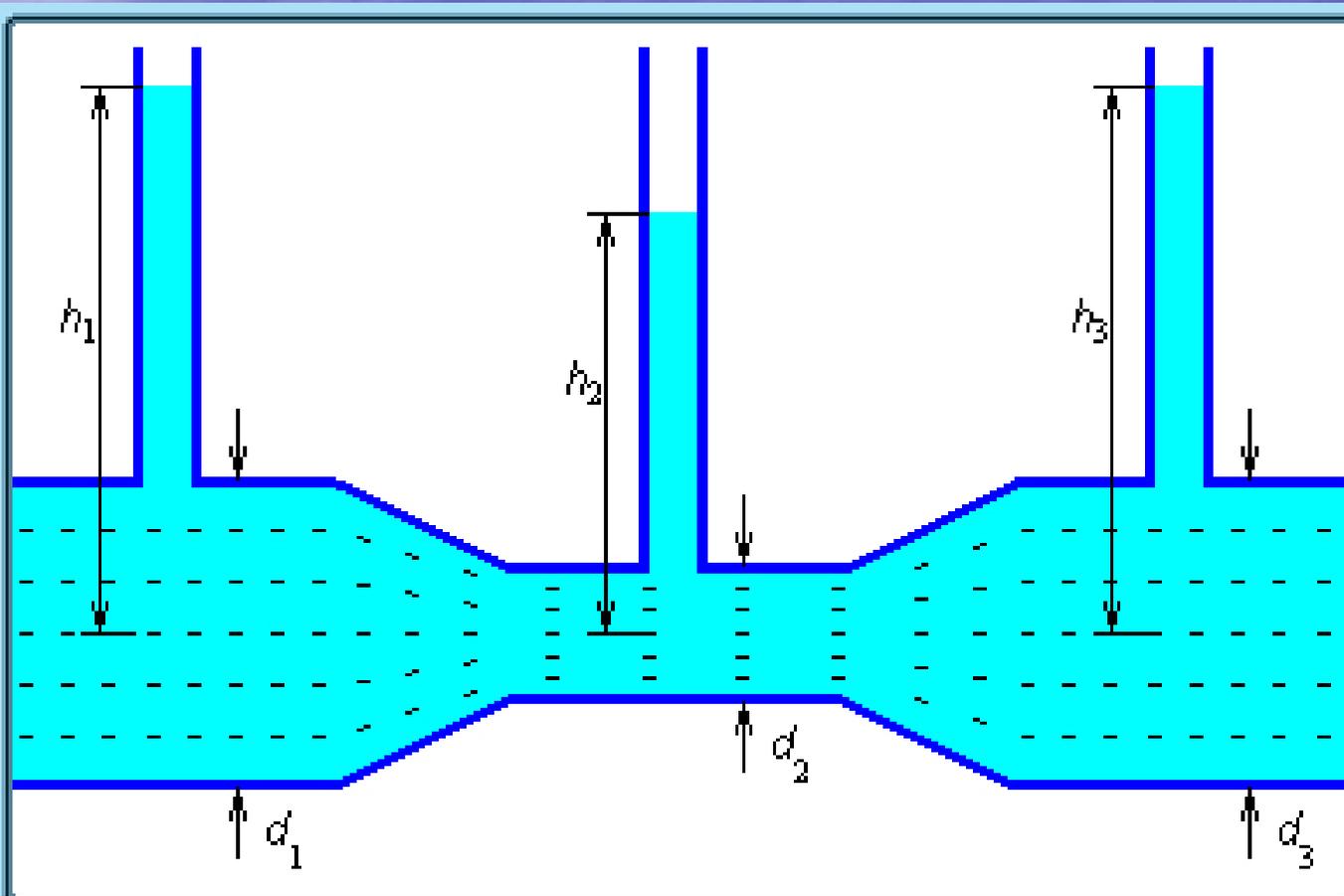
$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}$$

7.5. Следствия из уравнения Д. Бернулли



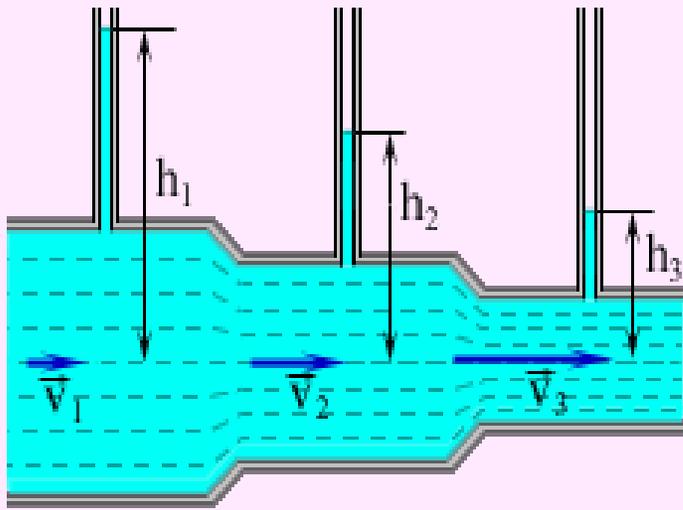
Бернулли Даниил (29.I.1700–17.III.1782)

1) Течение идеальной жидкости по трубе переменного сечения



$d_1 = 90$ MM $d_2 = 40$ MM $d_3 = 90$ MM

$h_1 = 159$ MM $h_2 = 122$ MM $h_3 = 159$ MM



$$\rho v s = \text{const}$$

$$d_1 > d_2 > d_3$$

$$v_1 < v_2 < v_3$$

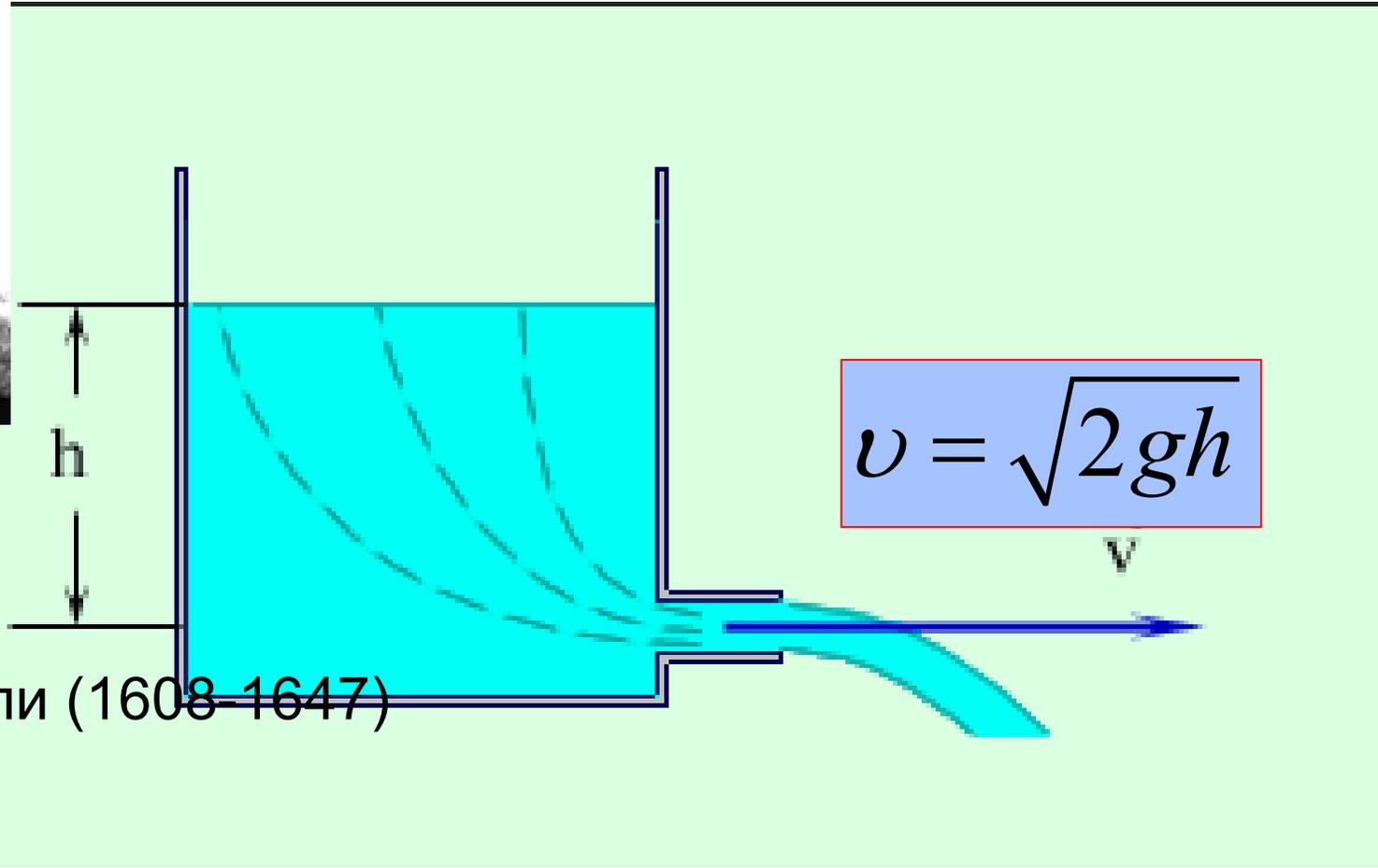
$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}$$

$$v_1 < v_2 < v_3$$

$$p_1 > p_2 > p_3$$

2) Истечение жидкости из широкого сосуда

Формула Торричелли

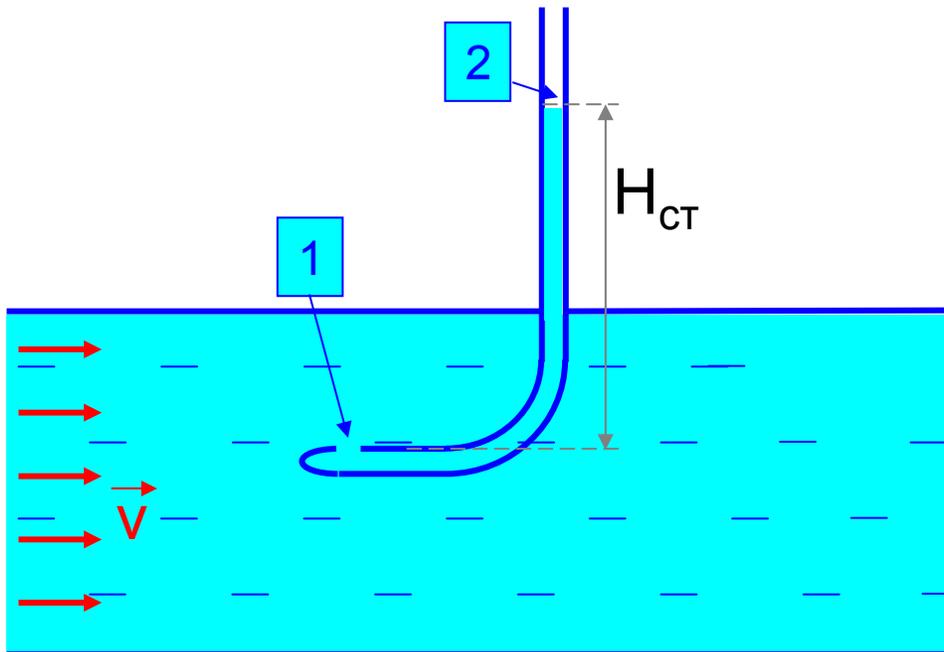


$$v = \sqrt{2gh}$$

Э.Торричелли (1608–1647)

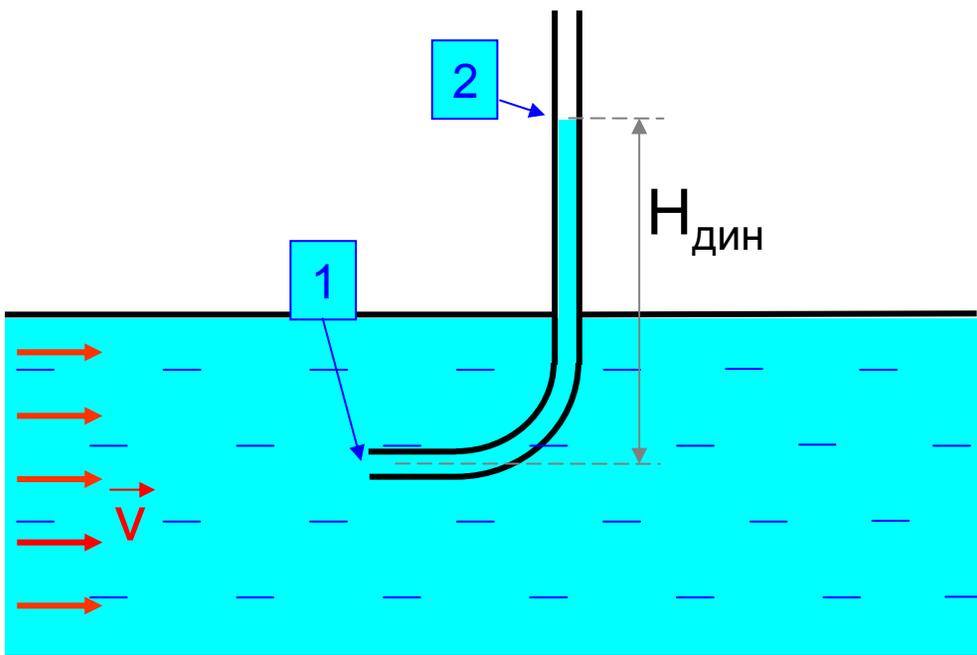
Трубка Пито

Измерение статического давления



$$p_{cm} = \rho g H_{cm} + p_0$$

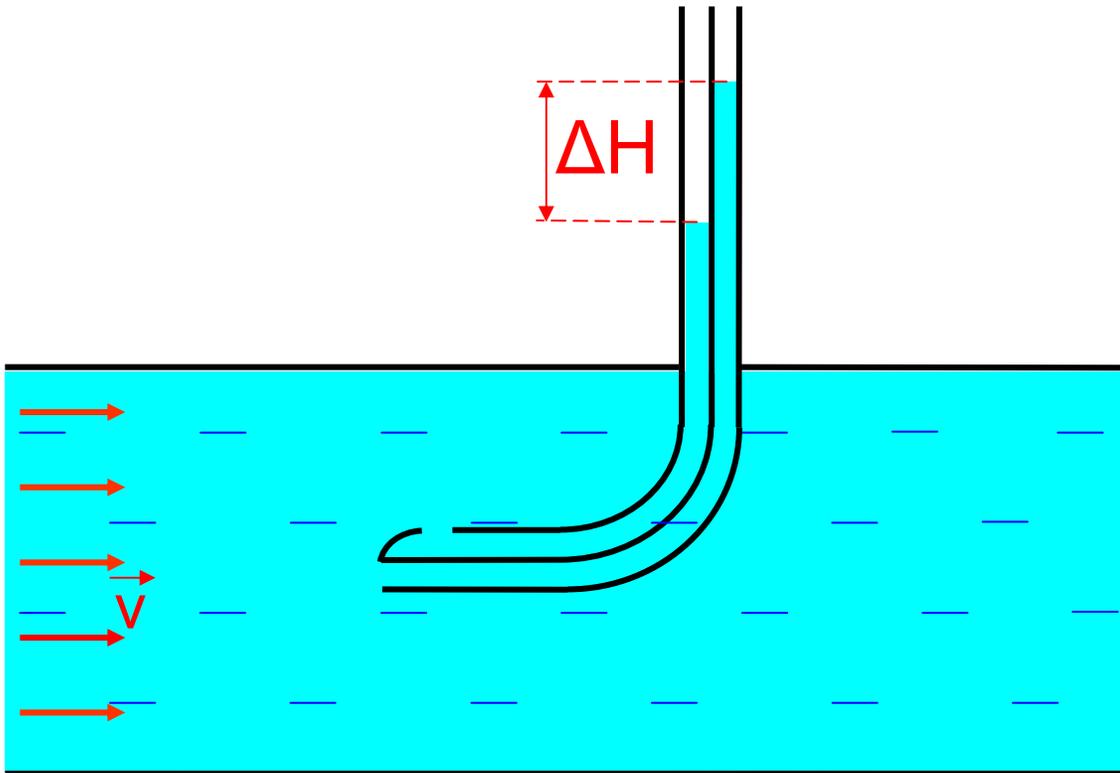
Измерение динамического давления



$$p_{din} = \rho g H_{din} + p_0$$

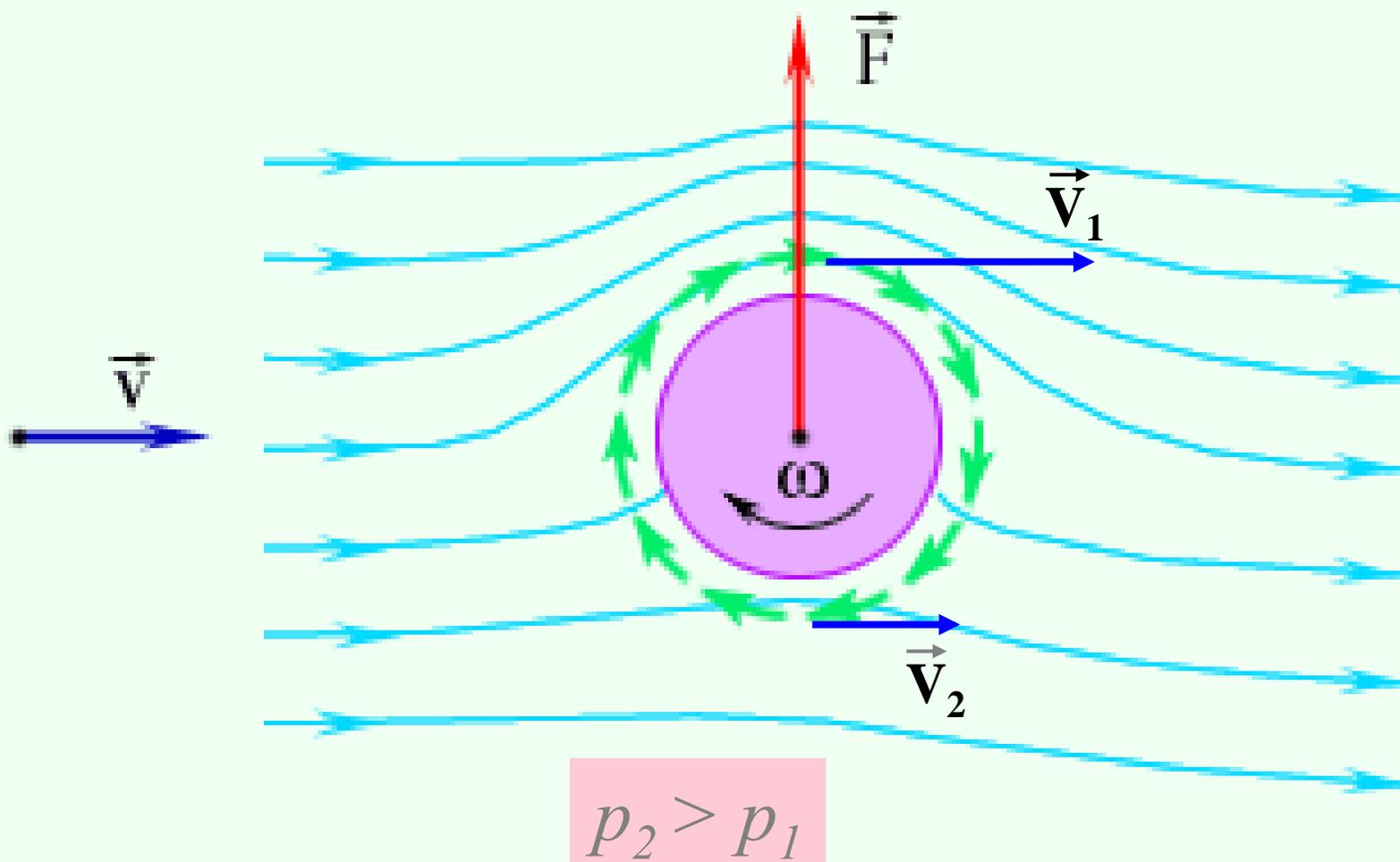
Трубка Прандтля-Пито

Измерение скорости потока

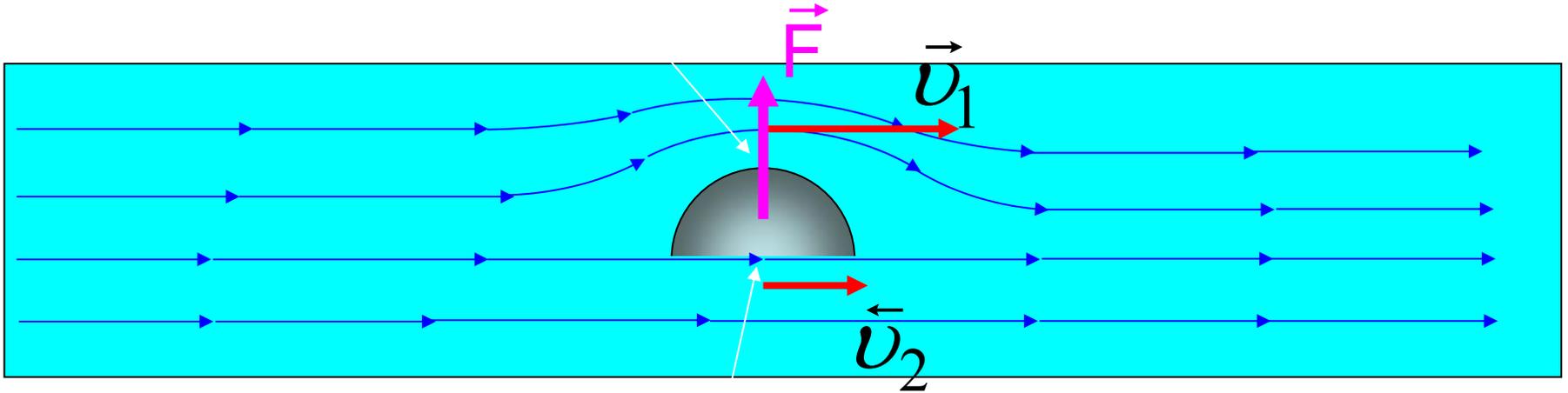


$$v = \sqrt{2g\Delta H}$$

4) Эффект Магнуса



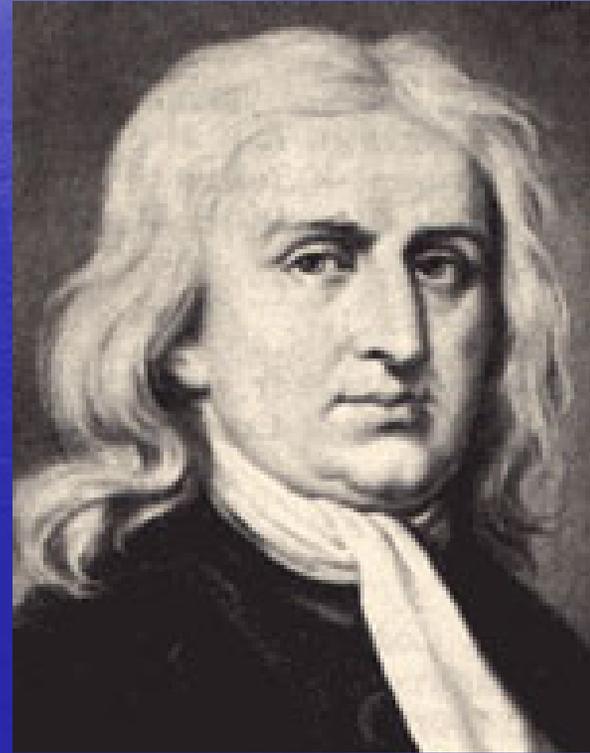
5) Возникновение подъемной силы при обтекании асимметричного тела



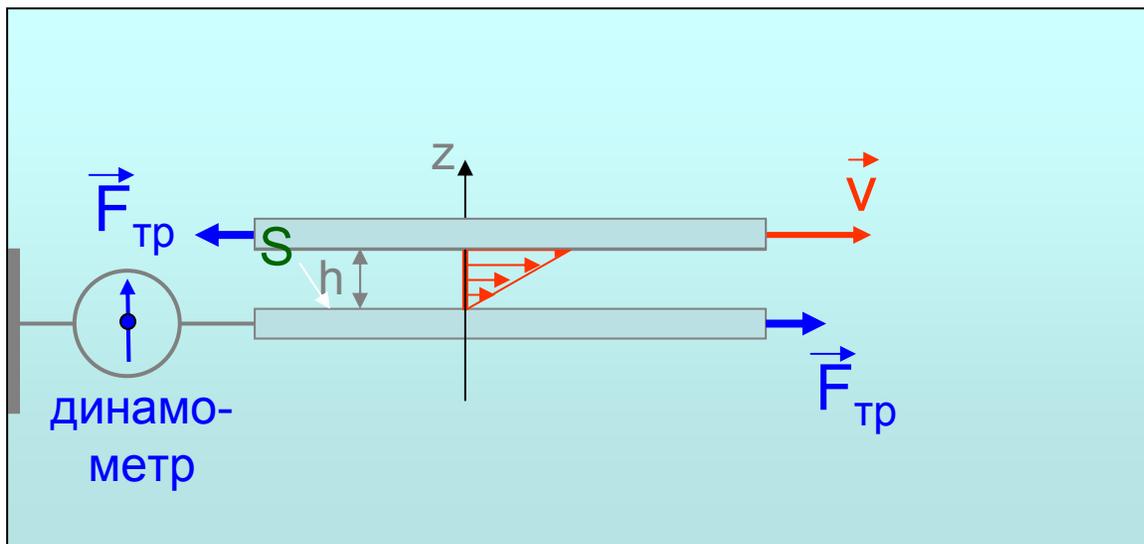
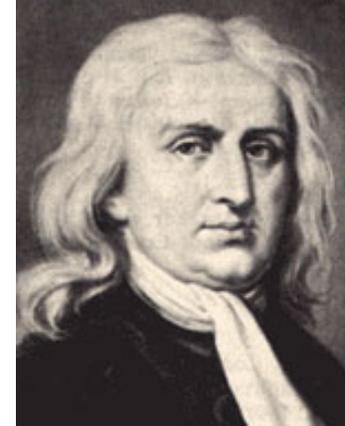
$$v_1 > v_2$$

$$p_2 > p_1; \quad F = (p_2 - p_1)S$$

7.6. Вязкость жидкости, газа. Коэффициент вязкости



Сила вязкого трения



$$F_{тр} \sim \frac{\nu}{h}$$

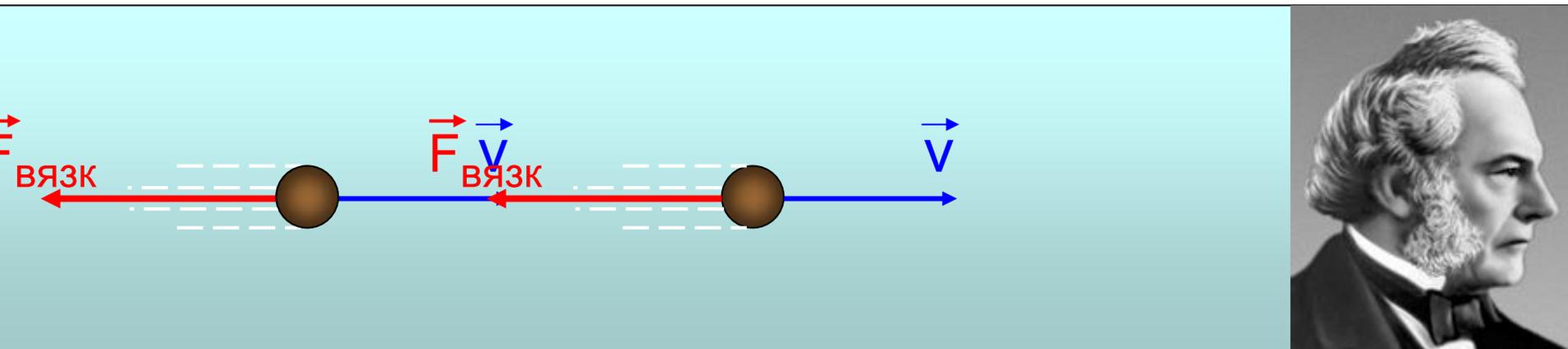
$$F_{тр} = \eta \left| \frac{d\nu}{dz} \right| S$$

η – коэффициент вязкости

$[\eta] = \text{кг}/(\text{м}\cdot\text{с}) = \text{Па}\cdot\text{с} \equiv \text{П}$ (Пуаз)

закон Ньютона

Сила вязкого трения: формула Стокса



Стокс Дж.Г. (1819-1903) -

$$\vec{F}_{\text{вязк}} = -\alpha \vec{v};$$

$$F_{\text{вязк}} = 6\pi\eta r v;$$

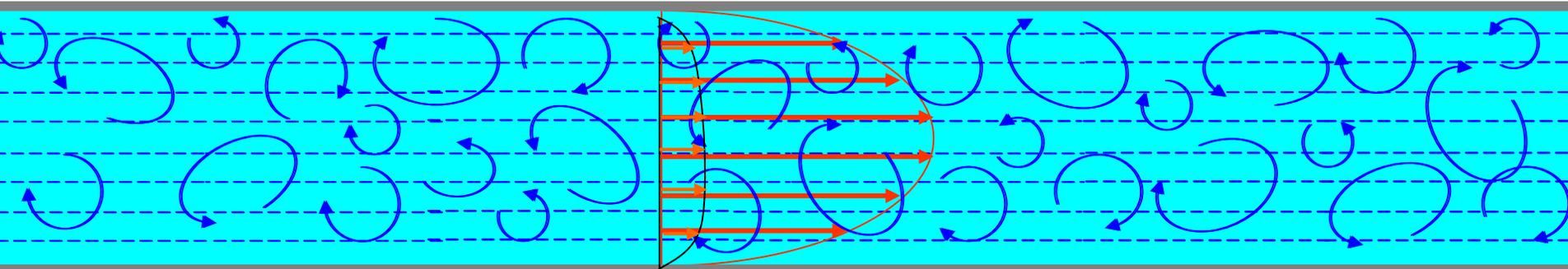
- формула Стокса

η – коэффициент вязкости; $[\eta] = \text{кг}/(\text{м с}) \equiv \text{Па}$

7.7. Движение тел в жидкостях и газах

Переход от ламинарного течения к турбулентному

$$\vec{v}, \rho, \eta, r$$



Число Рейнольдса

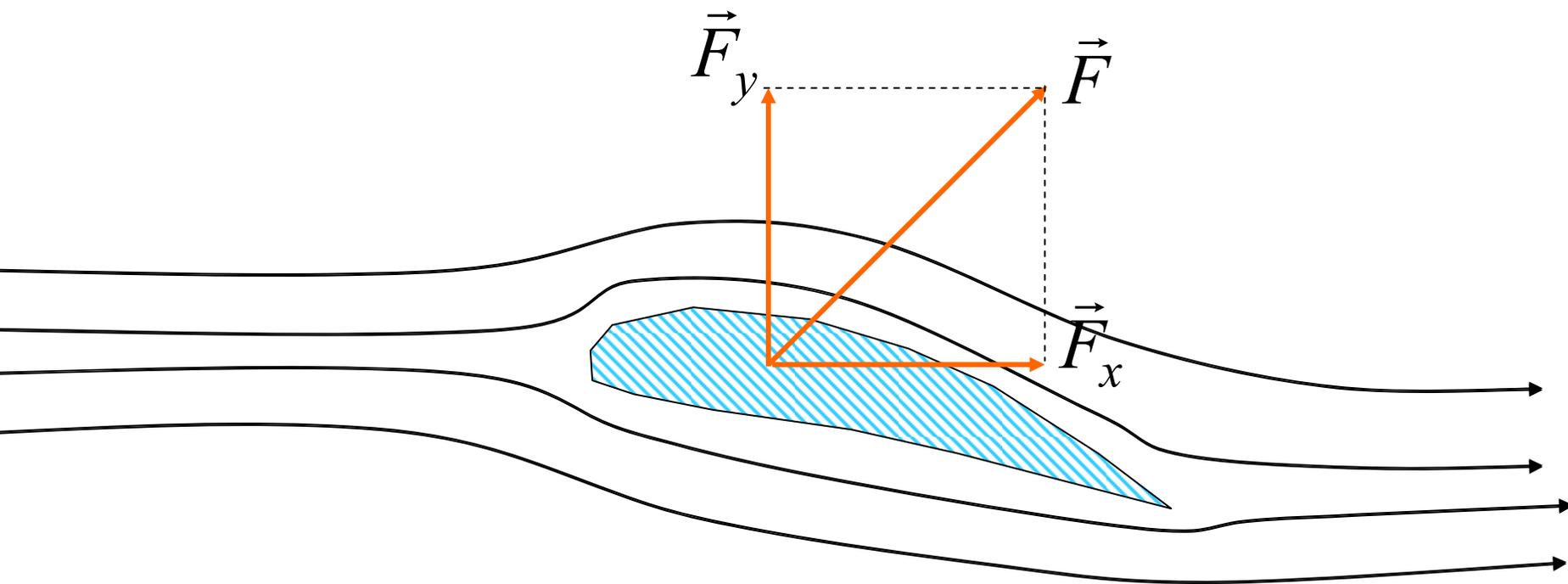
$$\text{Re} \approx \frac{\rho v l}{\eta}$$

Для потока в трубе:

$$\text{Re} = \frac{\rho v r}{\eta}$$

$$\text{Re}_{\text{кр}} \sim 1000$$

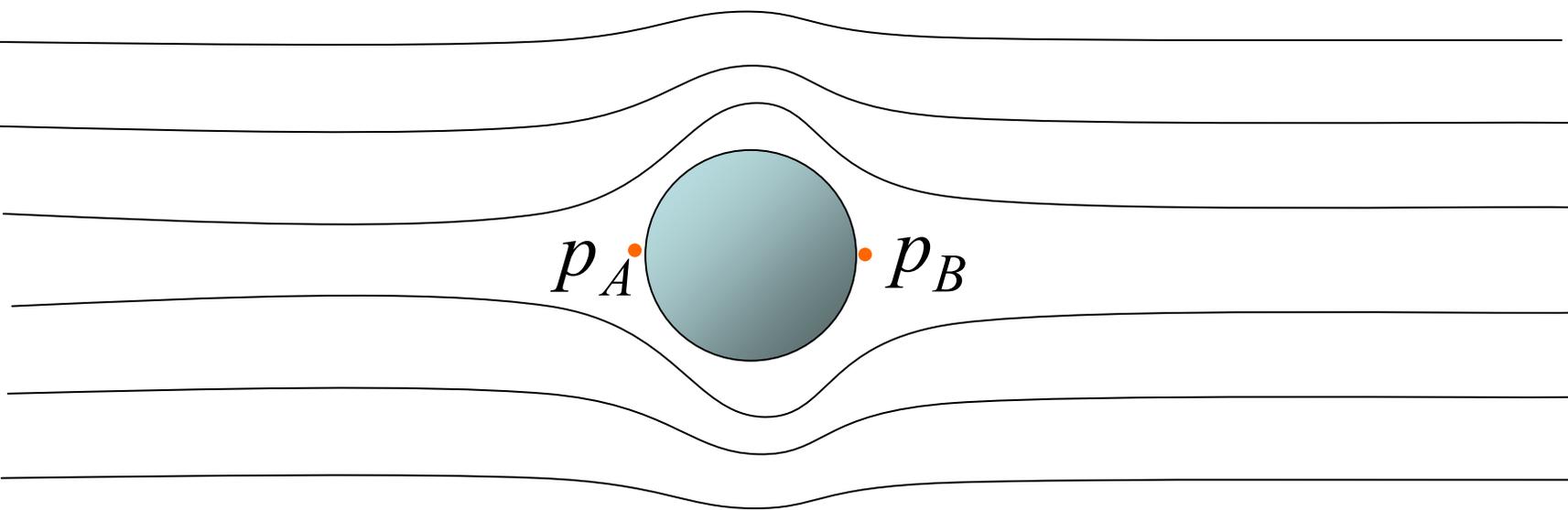
Лобовое сопротивление и подъемная сила



Парадокс Даламбера

В идеальной жидкости
(нет изменения импульса)

$$p_A = p_B$$

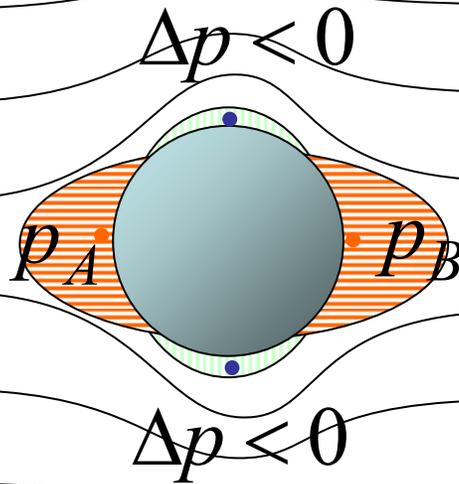


p_A p_B

$$\vec{F}_x = 0$$

В идеальной жидкости

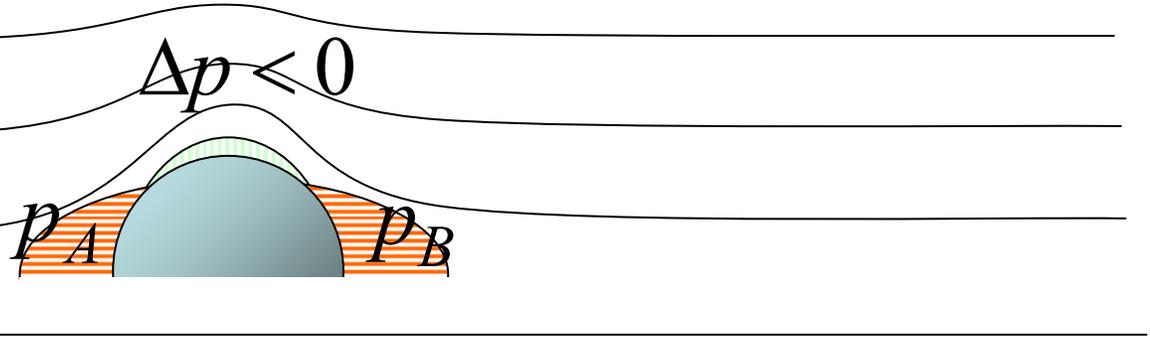
$$\Delta p_A = \Delta p_B > 0$$



$$\vec{F}_x = 0$$

В идеальной жидкости

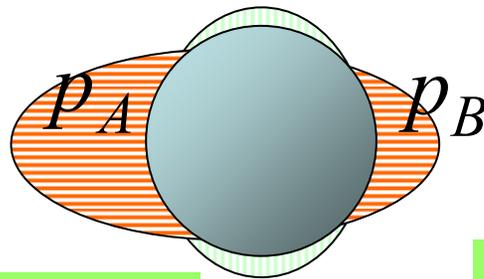
$$\Delta p_A = \Delta p_B > 0$$



$$\vec{F}_y > 0$$

В вязкой жидкости

$$\Delta p_A \neq \Delta p_B > 0$$



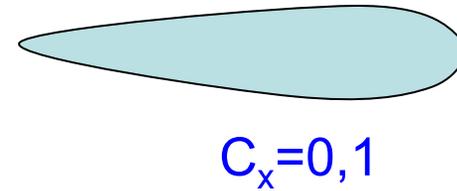
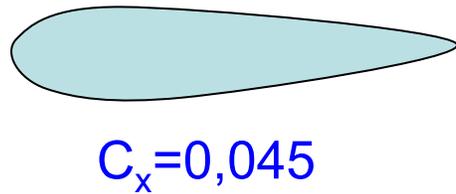
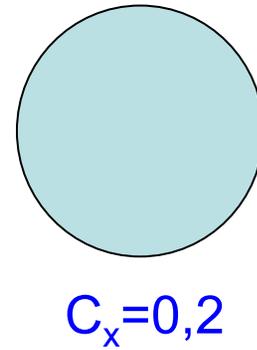
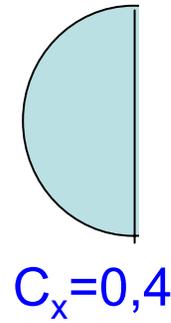
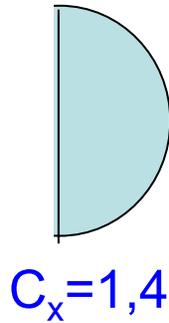
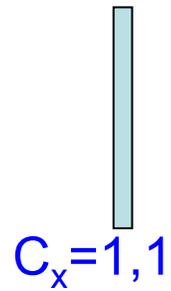
$$F_x = \frac{\rho v^2}{2} s c_x (\text{Re})$$

Коэффициент
лобового сопротивления

$$F_y = \frac{\rho v^2}{2} s c_y (\text{Re})$$

Коэффициент
подъемной силы

Коэффициенты лобового сопротивления



1 $c_x \sim \frac{1}{\nu}$; $F_x = \alpha \nu$

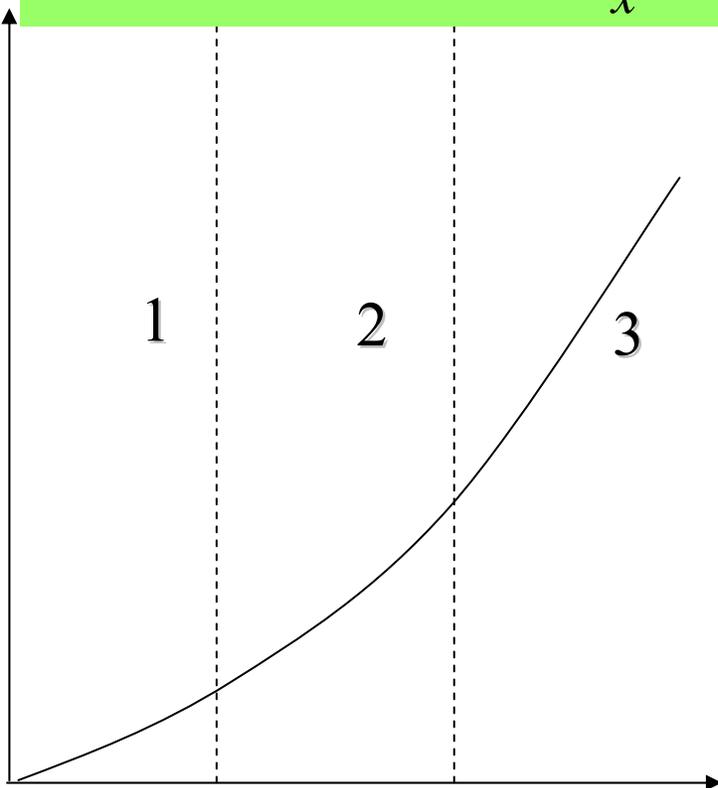
2 $c_x = \text{const}$; $F_x = \beta \nu^2$

3 $c_x \sim \nu$; $F_x = \gamma \nu^3$

СТОКС

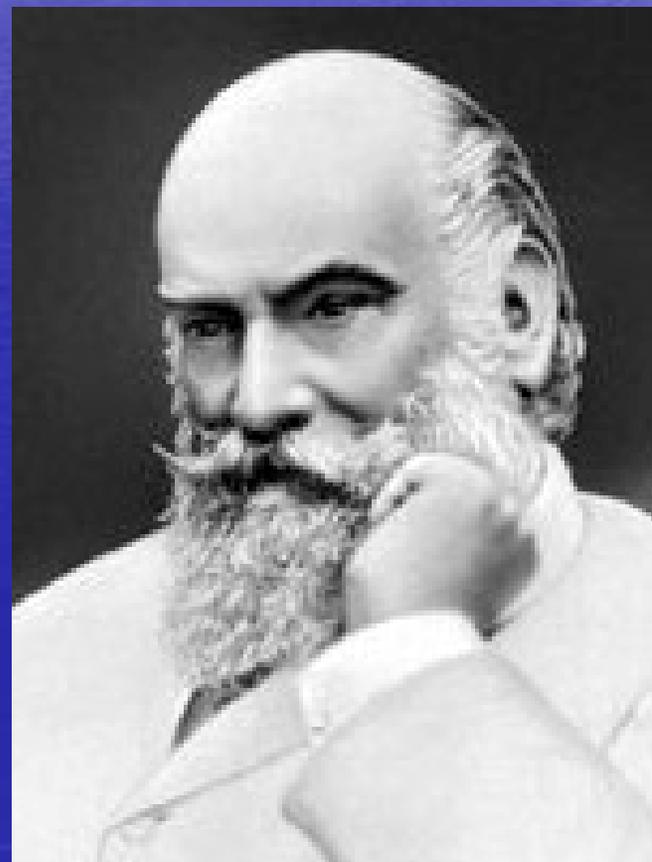
НЬЮТОН

F_x

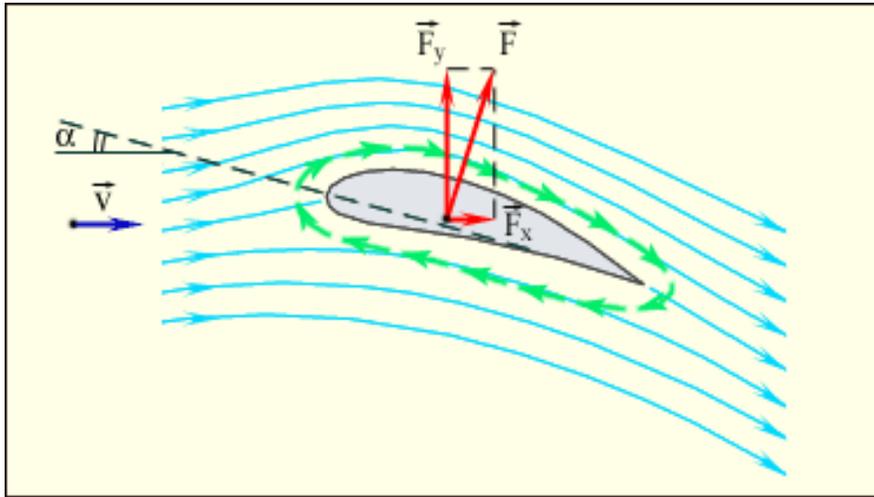


$\nu; Re$

7.8. Подъемная сила крыла



Жуковский Н.Е. (1847-1921)



Принято обозначать:

$$F_x = Q; F_y = P$$

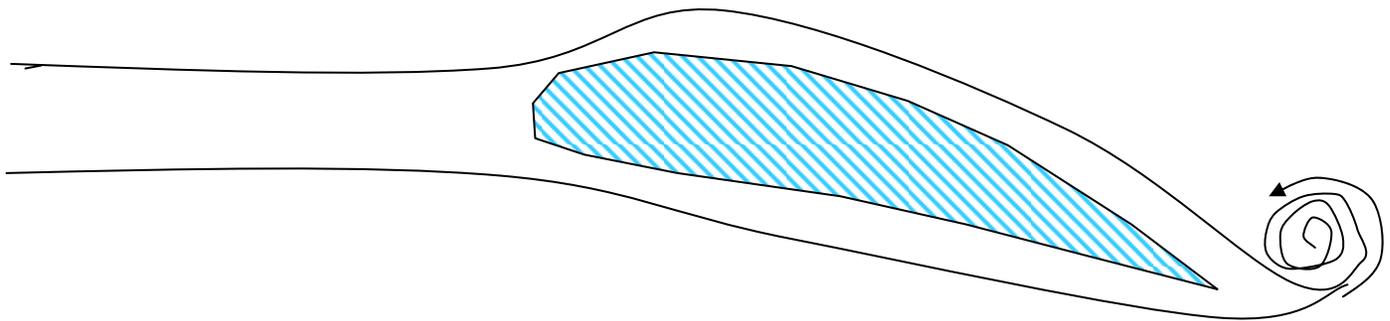
$$P = C_y \frac{\rho v^2}{2} S$$

$$Q = C_x \frac{\rho v^2}{2} S$$

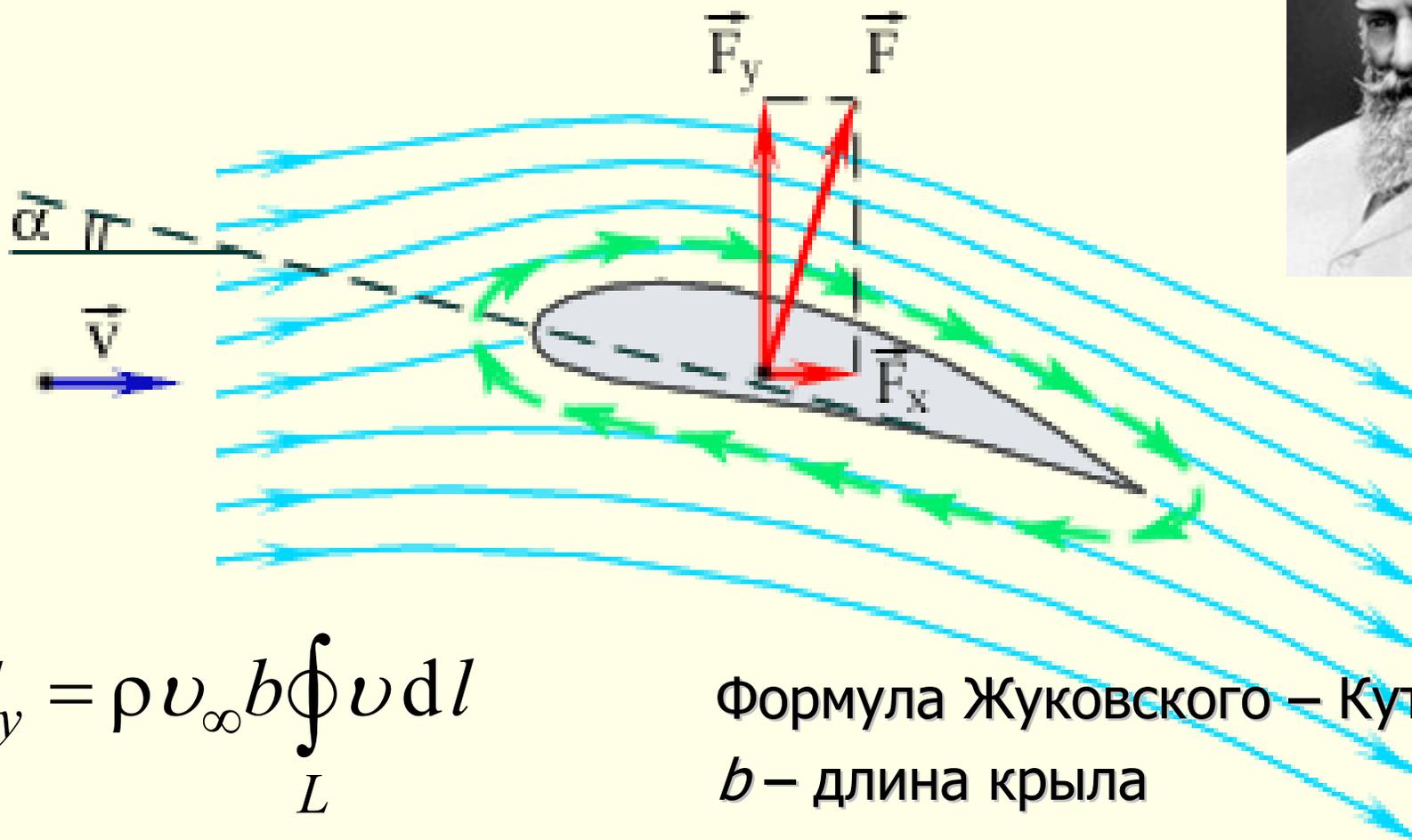
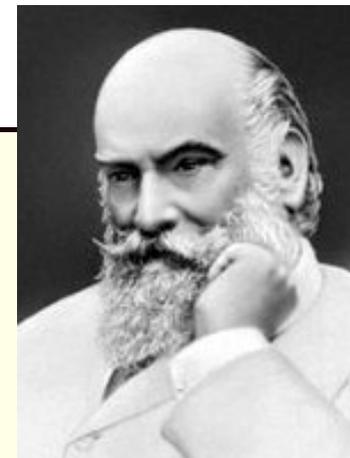
S – площадь крыла в плане;

C_y – коэффициент подъемной силы крыла

C_x – коэффициент лобового сопротивления



Линии тока при обтекании крыла самолета и возникновение подъемной силы



$$F_y = \rho v_\infty b \oint_L v dl$$

Формула Жуковского – Кутта
 b – длина крыла