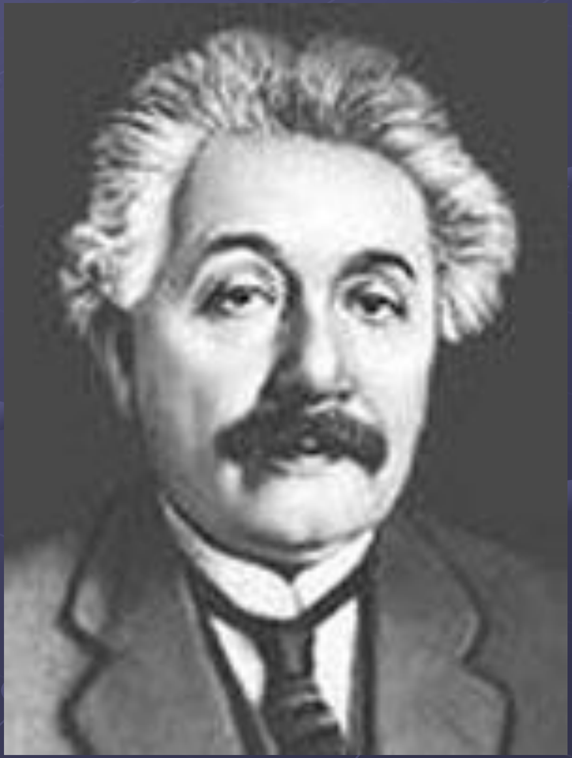
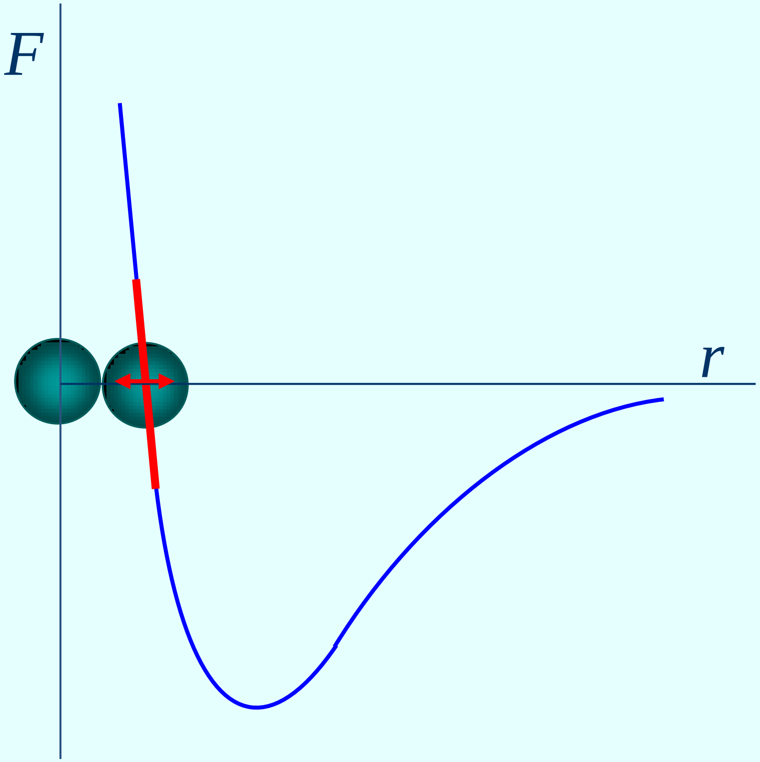
Тема 4. Колебания кристаллической решетки

- 4.1. Теория теплоемкости кристаллов Эйнштейна



Эйнштейн Альберт
(14.III.1879–18.IV.1955)



$$F = -kx$$

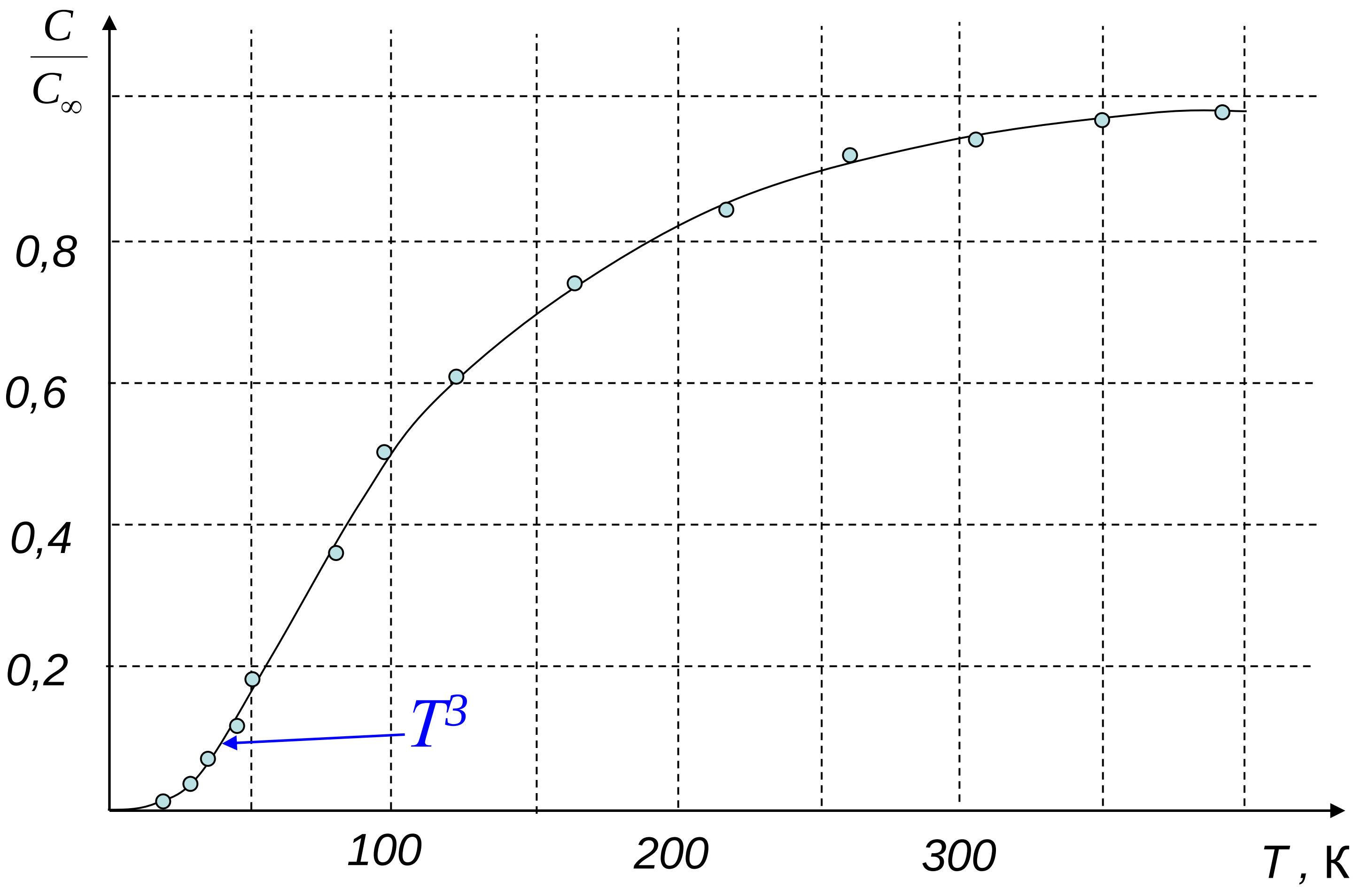
$$U = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_n = \left(n + \cancel{\frac{1}{2}}\right)\hbar\omega$$

Квант энергии осциллятора

$$\boxed{\varepsilon = \hbar\omega}$$

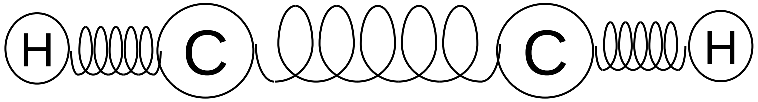
Молярная теплоемкость алюминия

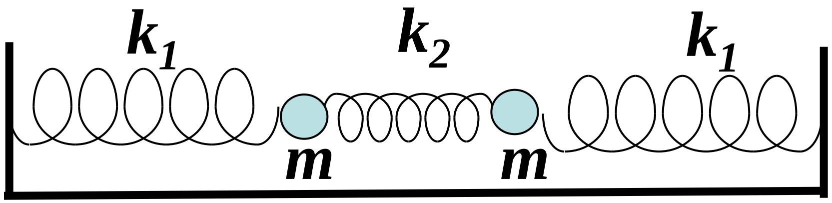


Тема 4. Колебания кристаллической решетки

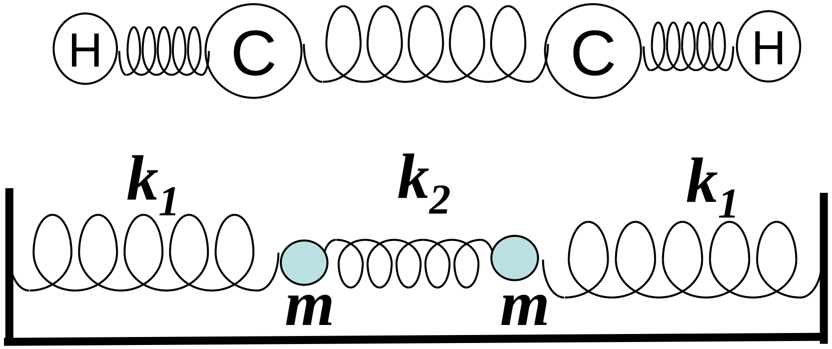
- 4.2. Колебания кристаллической решетки.

  Фононы





$$\omega_1^2 = \frac{k_1}{m}; \quad \omega_2^2 = \frac{k_1 + 2k_2}{m}$$



$$\begin{cases} X_1 = A\cos\omega_1 t \\ X_2 = B\cos\omega_2 t \end{cases}$$

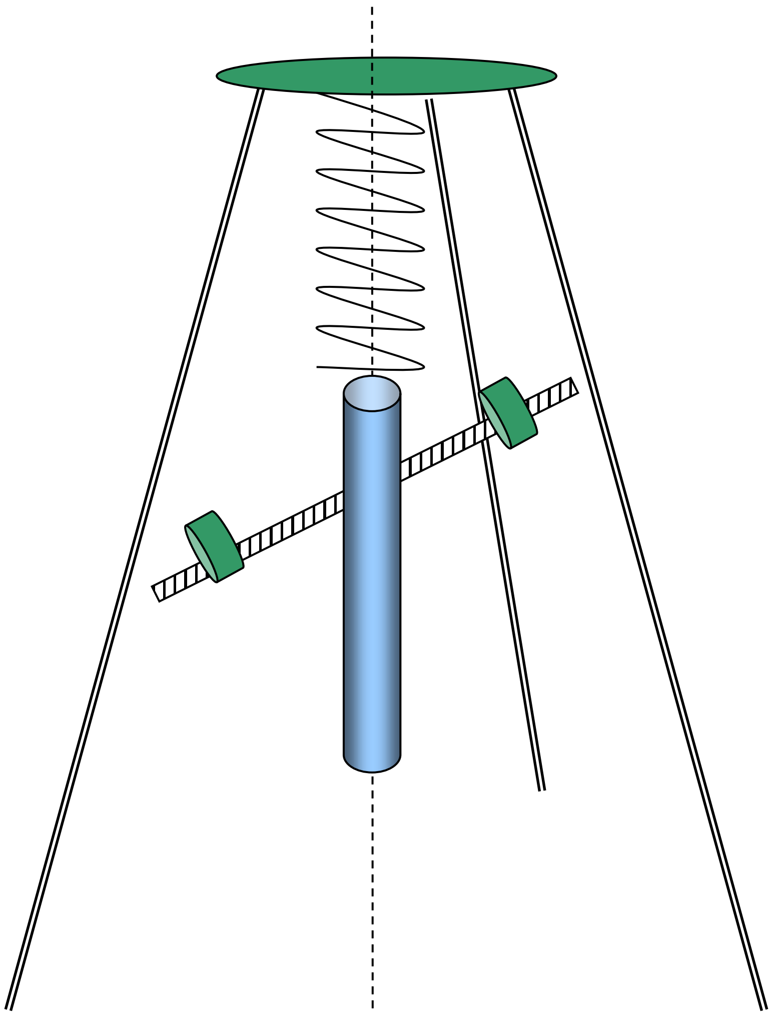
Нормальные колебания
(моды)

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{X_1 + X_2}{2} \\ x_2 = \dfrac{X_1 - X_2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{A}{2}\cos\omega_1 t + \dfrac{B}{2}\cos\omega_2 t \\ x_2 = \dfrac{A}{2}\cos\omega_1 t - \dfrac{B}{2}\cos\omega_2 t \end{cases}$$


Связанные
физические
маятники

МАЯТНИК УИЛБЕРФОРСА



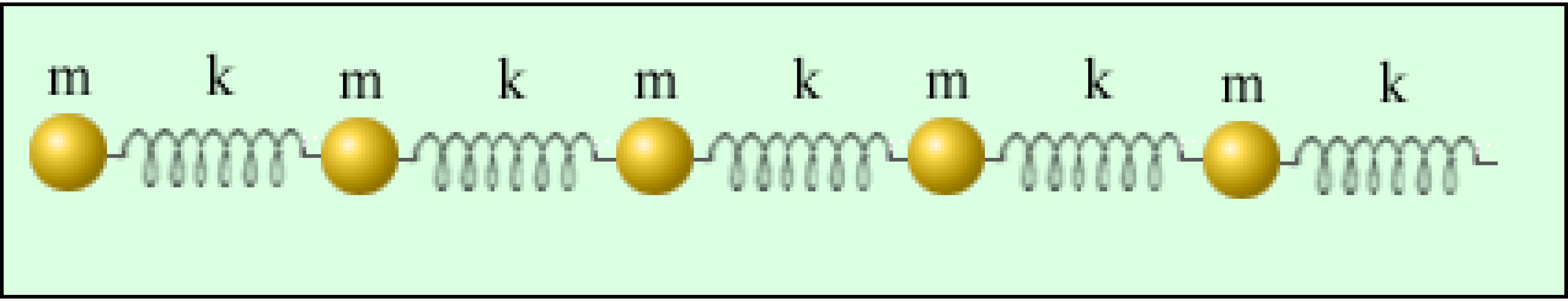
$$mgh + \frac{ky^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} =$$

$$= \frac{q\varphi^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

q – модуль кручения

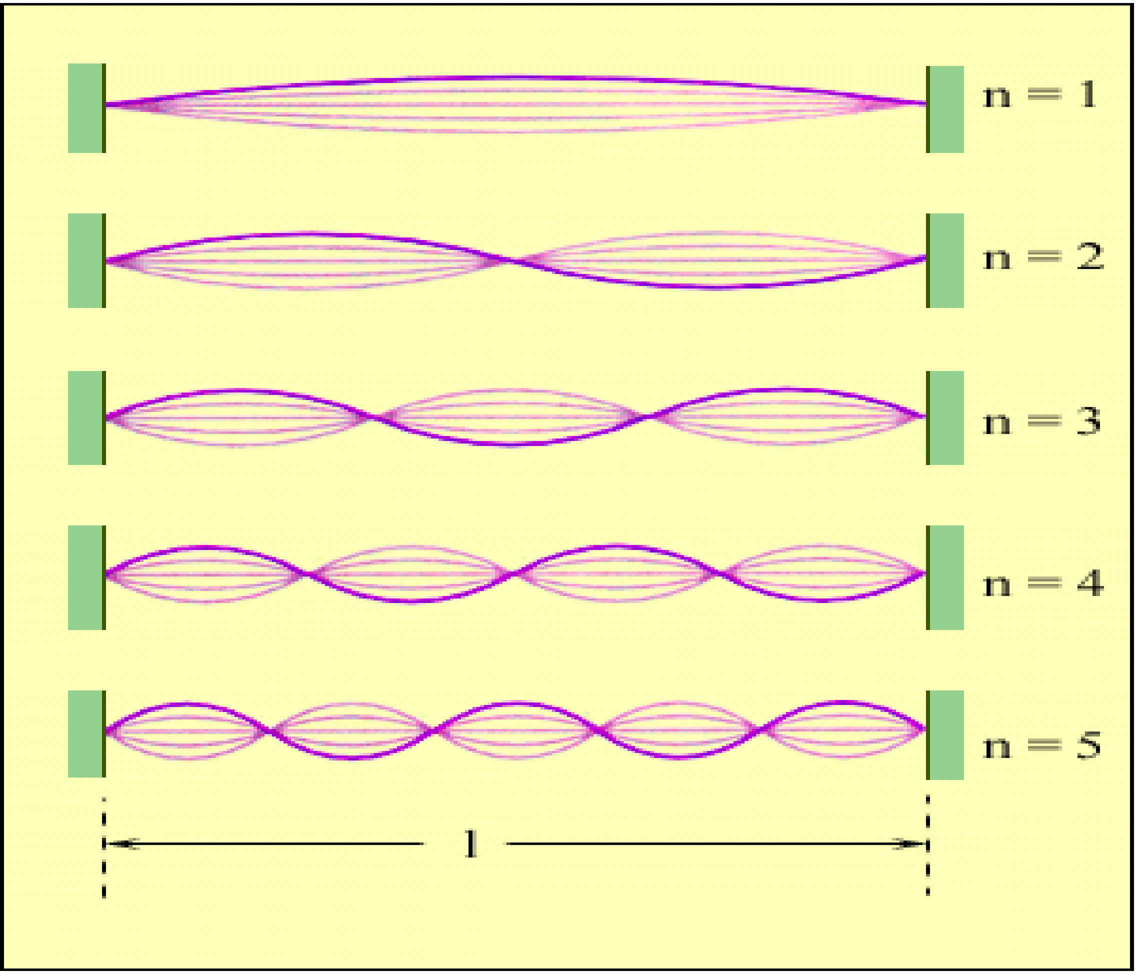

Маятник
Уилберфорса

Простейшая одномерная модель твердого тела



$$\langle E_\omega \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

- Средняя энергия моды с частотой ω в тепловом равновесии



Тема 4. Колебания кристаллической решетки

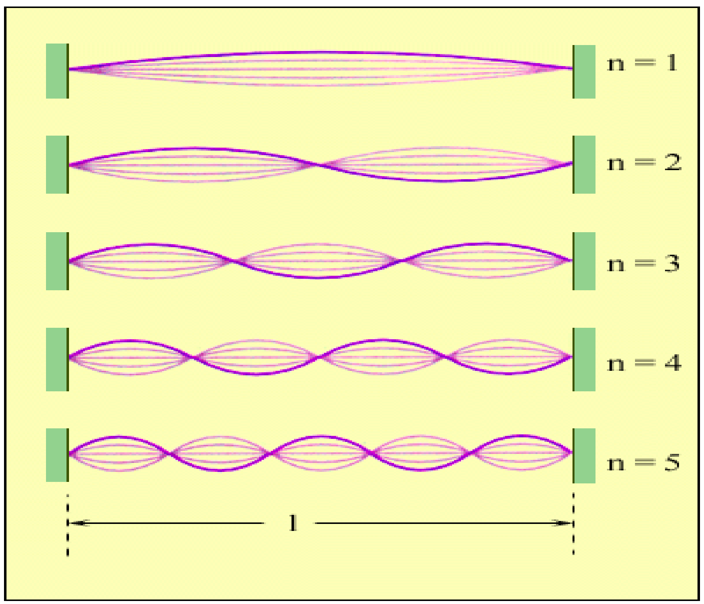
- 4.3.Теория Дебая

Дебай Петер Йозеф Вильгельм (1884 – 1966).
Немецкий и американский (после 1940 г.) химик и физик,
один из основоположников теории твердого тела.

Упругие волны в $V = L_1 L_2 L_3$

Решение – стоячие волны

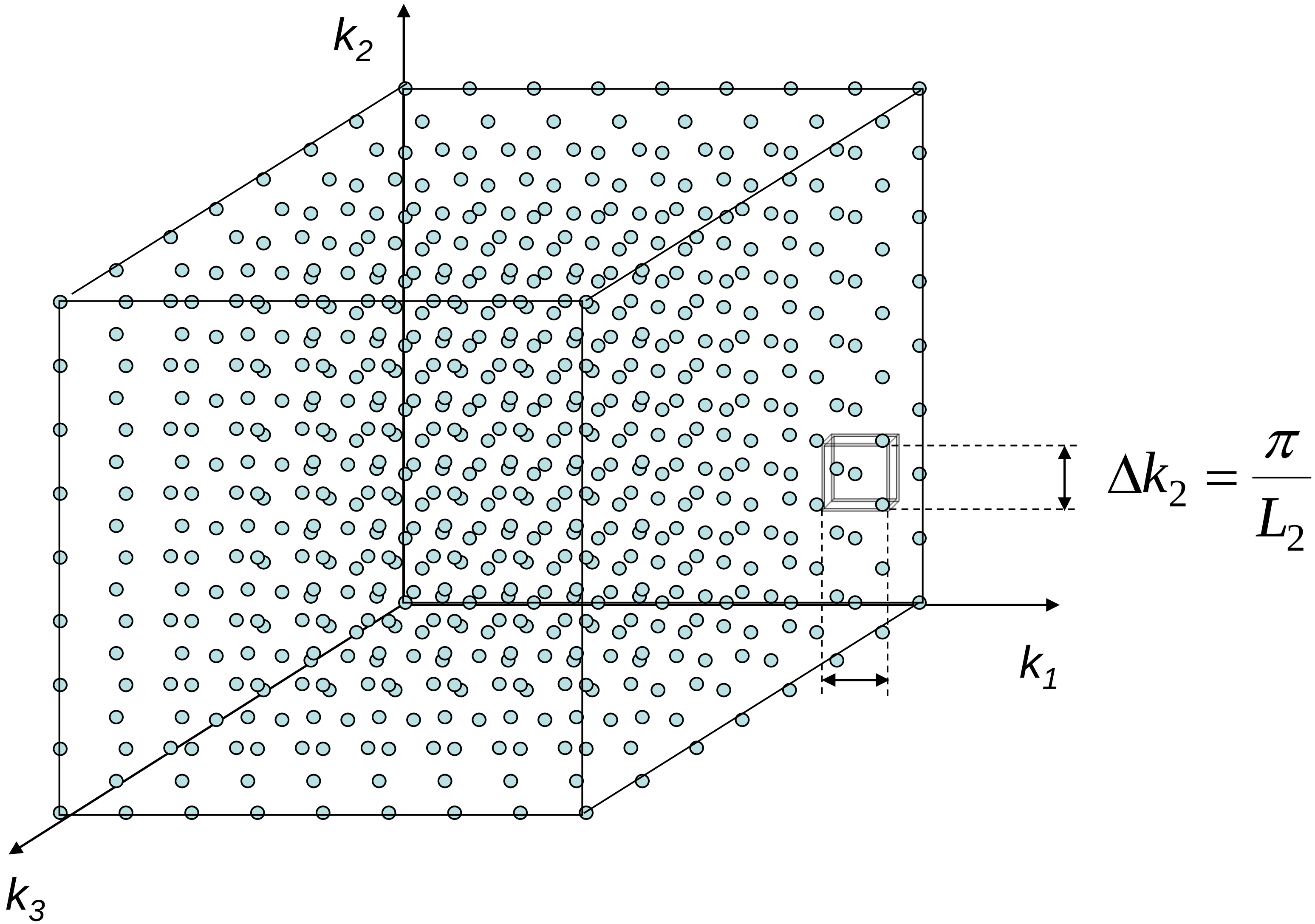
$$\psi_n = A e^{-i\omega t} \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z$$



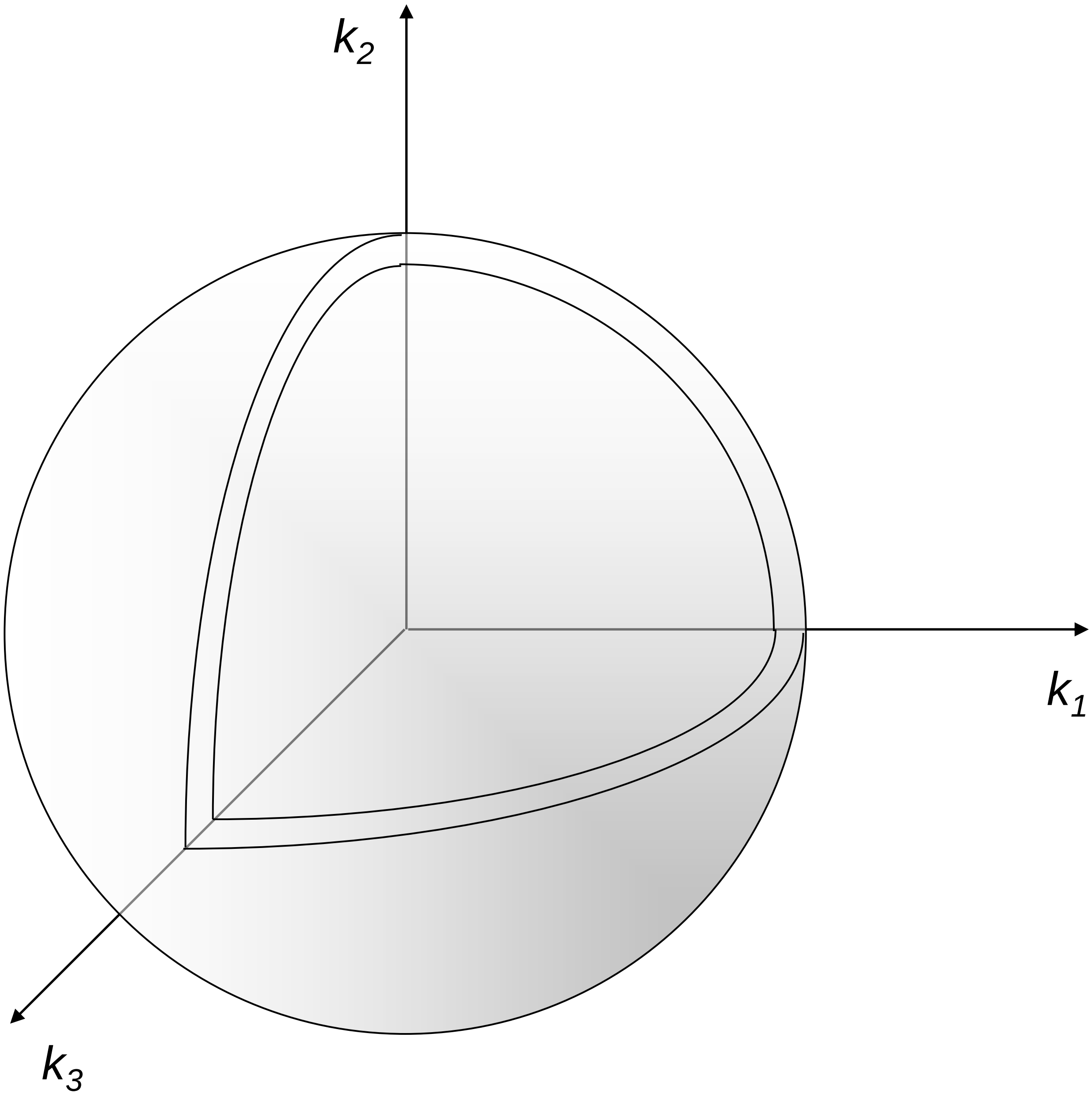
Из граничных условий

$$k_1 = \frac{\pi}{L_1} n_1 \qquad k_2 = \frac{\pi}{L_2} n_2 \qquad k_3 = \frac{\pi}{L_3} n_3$$

$n = 1, 2, 3, \ldots$

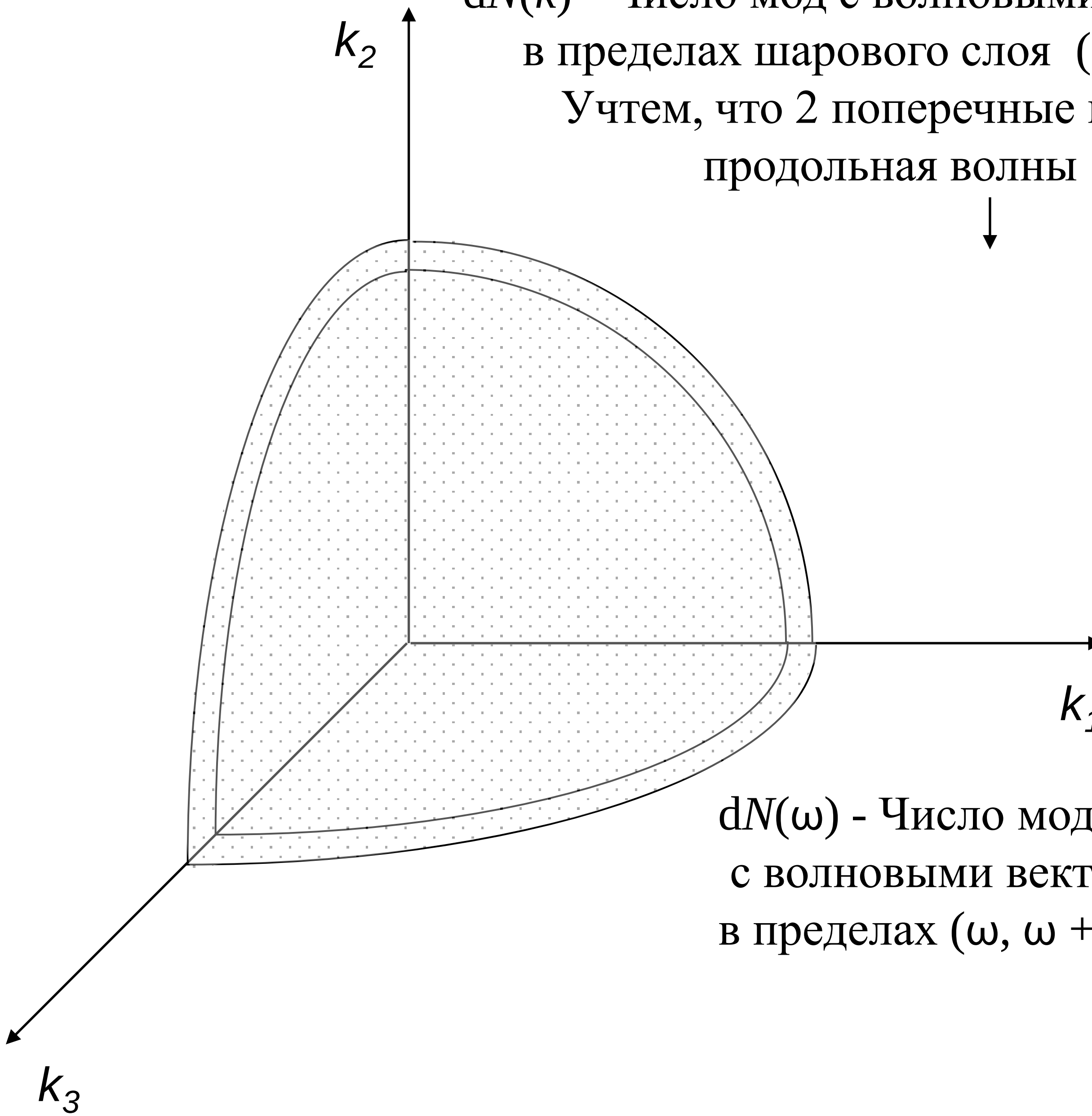


k_2
k_1
k_3
$\Delta k_2 = \frac{\pi}{L_2}$



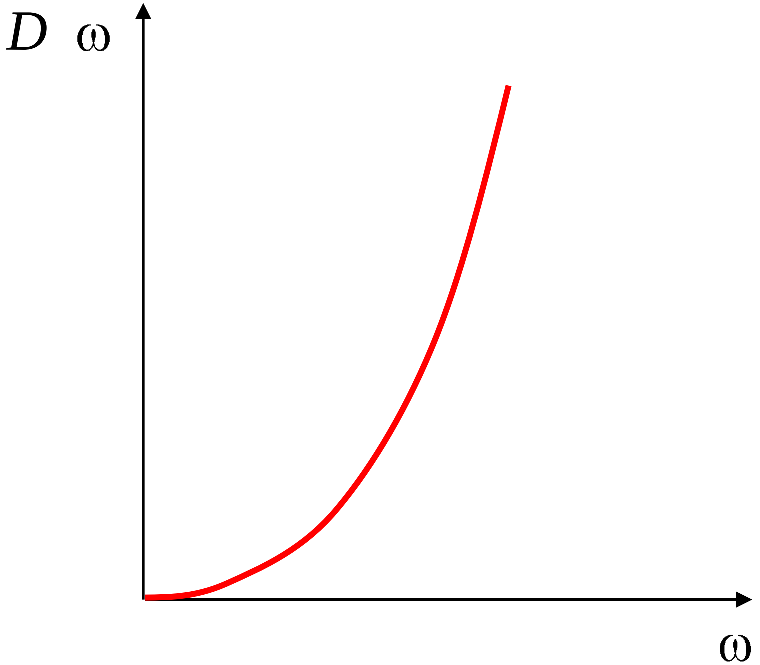
k_2
k_1
k_3

dN(k) - Число мод с волновыми векторами
в пределах шарового слоя (k, k+dk).
Учтем, что 2 поперечные и одна
продольная волны



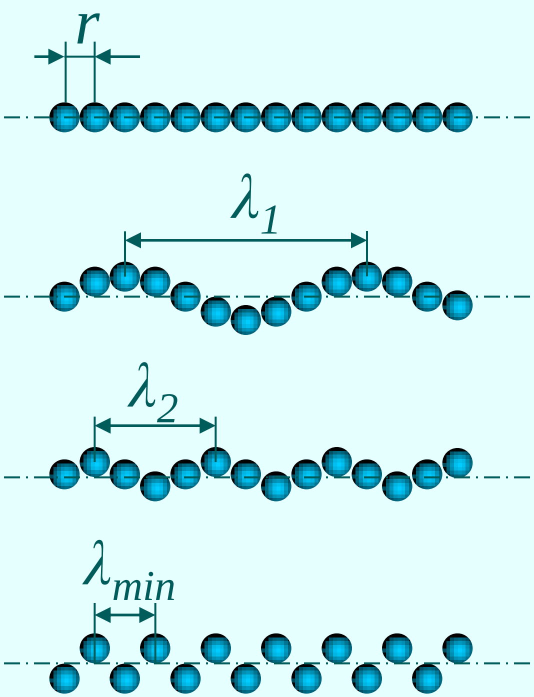
dN(ω) - Число мод
с волновыми векторами
в пределах (ω, ω +dω)

Спектральная плотность мод



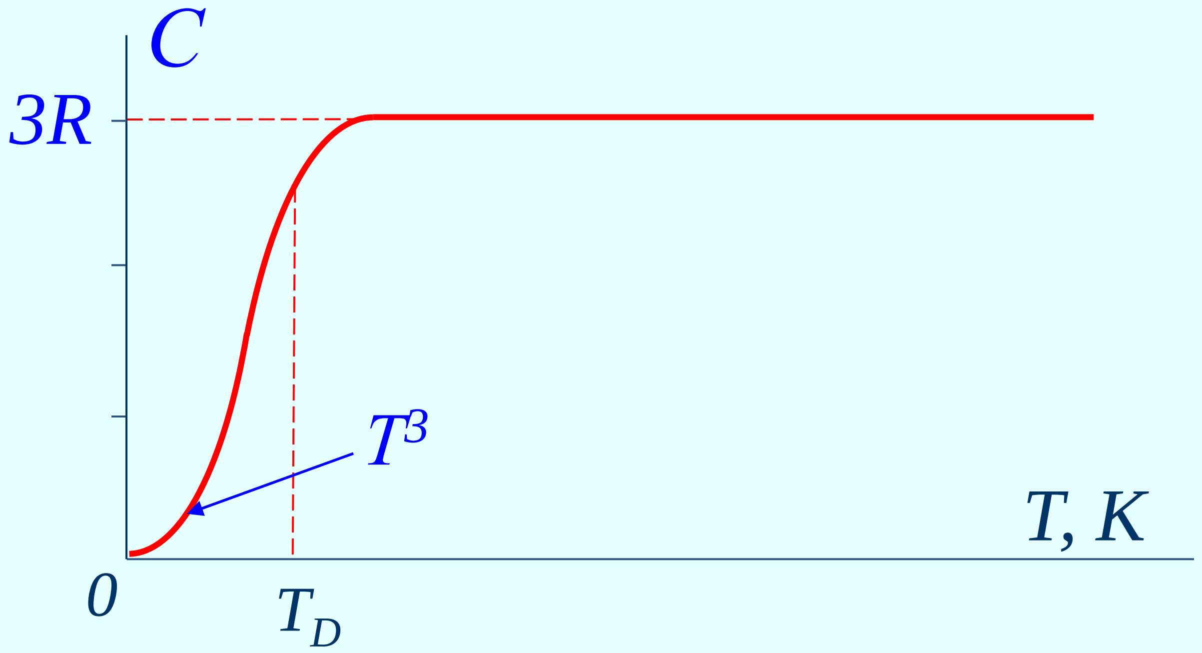
$$D(\omega) = \frac{3V}{2\pi^2 \upsilon_{зв}^3}\omega^2$$

Частота упругих волн (мод) ограничена



Зависимость теплоемкости кристалла от температуры по Дебаю

(хорошо согласуется с экспериментом для химических элементов и простых соединений)



Элемент	Be	Na	Mg	Fe	Cu	Ag	Al	Ge	W
T_D, K	1440	158	400	470	343	225	428	374	400

Молярная теплоемкость алюминия ($\theta_Д$=396 К)