

Вопросы и задания для самопроверки уровня обученности по дисциплине «Алгебра и геометрия» .

1. Дать определения квадратной матрицы, ее определителя.
2. Для каких матриц существует обратная матрица?
3. Применим ли метод Гаусса для систем размерности 5×6 ?
4. Как изменится определитель, если вторую строку заменить на сумму первого и второго столбцов?
5. Сформулировать условия параллельности двух прямых на плоскости и в пространстве.
6. Доказать теорему Кронекера-Капелли.
7. На какие типы делятся кривые второго порядка?
8. На какие типы делятся поверхности второго порядка?
9. Сформулировать и доказать критерий коллинеарности двух векторов.
10. Какие векторы называются компланарными?
11. Может ли система из пяти векторов являться базисом в трехмерном пространстве?
12. Дать определения ядра оператора. Привести примеры.
13. Дать определения собственных векторов линейного оператора.
14. В каком случае множество вычетов по модулю является кольцом? Полем?
15. Чему равен аргумент произведения двух комплексных чисел?

Решить следующие задачи.

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Вычислить AB , (AB) .

2. Решить систему методом Гаусса $\begin{cases} 3x + 3y - 2z = 1 \\ 2x - 5y - 7z = 2 \\ 4x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$.

3. Определить координаты точки A , если ее радиус-вектор составляет с координатными осями одинаковые углы и его модуль равен 3.

4. Доказать, что векторы a, b, c , удовлетворяющие условию $|a, b| + |b, c| + |c, a| = 0$, компланарны.

5. Вычислить скалярное произведение векторов $(2a - b, 3b)$, если $a = 2, 3, -1$, $b = 4, -2, 5$.

6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1, 4)$ перпендикулярно прямой $2x - 7y - 1 = 0$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, 0, 3)$, $B(0, 1, -5)$ и отсекающей на оси ординат отрезок длины 3.

8. Составить канонические уравнения прямой L , заданной в виде

$$L: \begin{cases} 3x - 5y + z + 7 = 0 \\ 2x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$$

9. Составить каноническое уравнение параболы, если известны ее фокус $F(4, 3)$ и уравнение директрисы $y + 1 = 0$.

10. Составить уравнение эллипса с центром в точке $A(-1, 4)$, фокусы которого лежат на прямой, параллельной оси OY , если известно, что расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен $3/5$.

11. Найти собственные вектора и собственные значения матрицы

12. Разложить вектор по базису

13. Решить в уравнение