МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

А.В. Сбитнев

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Учебно-методическое пособие
по проведению практических занятий

для студентов IV курса
специальности 10.05.02
очной формы обучения

Москва · 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра основ радиотехники и защиты информации

А.В. Сбитнев

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Учебно-методическое пособие
по проведению практических занятий

для студентов IV курса
специальности 10.05.02
очной формы обучения

Москва
ИД Академии Жуковского
2022

УДК 351.814.33
ББК 0580.3
С23

Рецензент:
Петров В.И. – канд. техн. наук, доцент

Сбитнев А.В.
С23 Информационное обеспечение организации и управления воздушным движением [Текст] : учебно-методическое пособие по проведению практических занятий / А.В. Сбитнев. – М.: ИД Академии Жуковского, 2022. – 16 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Информационное обеспечение организации и управления воздушным движением» по учебному плану для студентов IV курса специальности 10.05.02 очной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 19.04.2022 г. и методического совета 21.04.2022 г.

УДК 351.814.33
ББК 0580.3

В авторской редакции

Подписано в печать 31.08.2022 г.
Формат 60x84/16 Печ. л. 1 Усл. печ. л. 0,93
Заказ № 907/0603-УМП20 Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А
Тел.: (495) 973-45-68
E-mail: zakaz@itsbook.ru

Практическое занятие №1

Вторичная обработка информации в АС УВД

Методические указания

Вторичная обработка информации позволяет пользователю (диспетчеру) предоставить более точную координатную информацию о ВС, а также другую дополнительную информацию как о ВС, так и о воздушной обстановке в целом. Для этого исходят из следующих знаний и предположений:

– ВС и РЛС ограничены техническими возможностями;

– ВС имеют предельные параметры движения (например, $V_{\min} \ldots V_{\max}$);

– ВС может менять параметры движения в известных пределах;

– тенденции изменения параметров движения сохраняются и на следующий период наблюдений (обзора);

– достоверность полученной информации о параметрах движения ВС соизмерима с точностью информации о ВС от РЛС.

Таким образом, зная предыдущие параметры движения ВС за несколько периодов обзора, можно определить координаты. Получив координаты ВС от РЛС, корректируем параметры движения ВС. В каждом канале автоматического сопровождения (АС) периодически (один раз за оборот антенны РЛС) уточняются параметры траектории движения цели – определяются новые сглаженные значения координат и составляющих скорости движения. Обработка ведется методом скользящего сглаживания.

Предполагается, что сопровождаемая цель может двигаться с некоторым ускорением. Тогда координаты и скорости в последовательные моменты измерения t_i связаны соотношениями:

$$X_i = X_{i-1} + X^{'}_{i-1}T + \frac{X^{''}T^2}{2}; \qquad X^{'}_i = X^{'}_{i-1} + X^{''}T,$$
$$Y_i = Y_{i-1} + Y^{'}_{i-1}T + \frac{Y^{''}T^2}{2}; \qquad Y^{'}_i = Y^{'}_{i-1} + Y^{''}T, \tag{1}$$

где X_i, Y_i – прямоугольные координаты, $X^{'}_i, Y^{'}_i$ – составляющие путевой скорости, $X^{''}_i, Y^{''}_i$ – составляющие ускорения в момент t_i, T – период вращения антенны.

Измеренные значения координат x_i, y_i отличаются от истинных X_i, Y_i из-за ошибок, вносимых РЛС и системой первичной обработки:

$$x_i = X_i + \delta_{xi};\ y_i = Y_i + \delta_{yi}, \tag{2}$$

где δ_{xi}, δ_{yi} – составляющие случайной ошибки измерения δ_i.

В процессе вторичной обработки по результатам предыдущих наблюдений вычисляются экстраполированные координаты цели для данного цикла обзора:

$$x_{эi} = x_{ci-1} + x'_{ci-1}T;$$
$$y_{эi} = y_{ci-1} + y'_{ci-1}T. \qquad (3)$$

Затем находятся новые сглаженные оценки координат и скоростей:

$$x_{ci} = x_{эi} + \mu(x_{иi} - x_{эi}); \qquad x'_{ci} = x'_{ci-1} + \frac{\eta(x_{иi} - x_{эi})}{T};$$
$$y_{ci} = y_{эi} + \mu(y_{иi} - y_{эi}); \qquad y'_{ci} = y'_{ci-1} + \frac{\eta(y_{иi} - y_{эi})}{T}, \qquad (4)$$

где μ и η – коэффициенты сглаживания, соответственно, координат и скорости.

Решение задач

Даны численные значения параметров движения цели: для шести циклов обзора (i от 0 до 6).

$\eta = 0,3; \mu = 0,6$; T=10 с; X''= -1 м/с^2; Y''= 0 м/с^2.

Таблица 1

T	X	Y	X'	Y'	δ_x	δ_y	x	y	$x_э$	$y_э$	x_c	y_c	$x_c{}'$	$y_c{}'$
с	м	м	м/с	м/с	м	м	м	м	м	м	м	м	м/с	м/с
0	10000	2000	200	-100	235	-31	10235	1969	-	-	10235	1969	200	-100
10					-120	450								
20					-216	48								
30					-290	-163								
40					200	100								
50					60	-34								
60					-200	133								

Пользуясь теоретическими сведениями **занести исходные данные и результаты расчетов в таблицу 1**.

Пары значений X_i, $У_i$; x_i, y_i; $x_{эi}$, $y_{эi}$ и x_{ci}, y_{ci} позволяют построить на графике соответственно истинное, измеренное, экстраполированное и сглаженное место цели на каждом цикле обработки. Обратите внимание на рациональный выбор масштабов, чтобы график был достаточно наглядным.

В первой строке экстраполированные координаты не могут быть вычислены.

Требуется:

– построить истинную траекторию движения цели;
– построить измеренную траекторию движения цели;
– построить экстраполированную траекторию движения цели;

– построить сглаженную траекторию движения цели.
Пример графика представлен на рисунке 1.

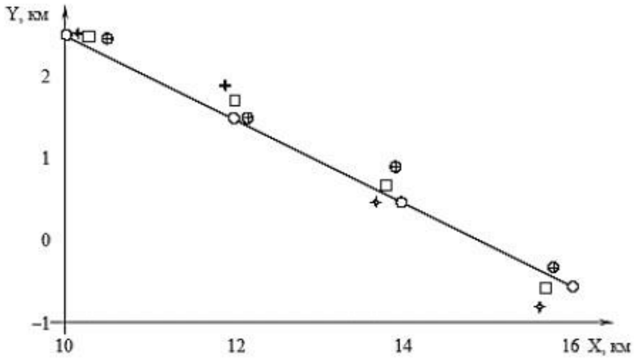

Рис.
○ – истинная координата;
⊕ – экстраполированная координата;
+ – измеренная координата;
□ – сглаженная координата

Рис. 1

Практическое занятие №2

Методы управления воздушным движением

Методические указания

При полете воздушного судна по трассе в зависимости от точности средств навигации и частоты коррекции курса полета фактической линии пути присущи случайные колебания относительно заданного маршрута. При оценке точности полета по трассе можно ограничиться величиной максимального линейного отклонения воздушного судна от заданного маршрута. Однако необходимо знать не только полосу отклонений воздушных судов на схемах набора, снижения и захода на посадку, но и точность выдерживания режима полета по трассе. Скорость полета воздушного судна по своей структуре представляет колебательный процесс, содержит высокочастотные гармоники с малой амплитудой отклонений от средней скорости и низкочастотные колебания, которые могут дать существенные отклонения от расчетной скорости полета. Не выдерживание скорости сказывается на продолжительности полета и тем самым влияет на точность выдерживания интервалов продольного эшелонирования между воздушными судами.

Определим точность выдерживания продольного эшелонирования между двумя воздушными судами, летящими на одном эшелоне и по одному маршруту.

Пусть в момент времени $t = 0$ начально расстояние между воздушными судами равно L_0 (рис. 2).

Характер случайных возмущений, приводящих к колебанию воздушной скорости относительно заданного значения, будем считать стационарным случайным процессом, а корреляционную функцию $K_V(\tau)$ для обоих воздушных судов будем считать одинаковой. Тогда текущий продольный интервал между

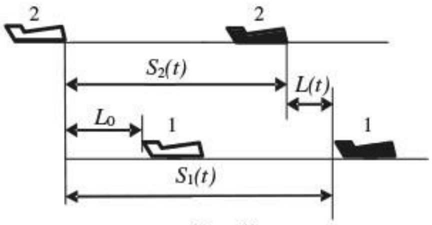

Рис. 2

воздушными судами будет случайной функцией времени

$$L(t) = S_1(t) - S_2(t).$$

Учитывая, что оба воздушных судна выдерживают скорость независимо один от другого, значение дисперсии продольного интервала между ними равно:

$$\sigma_L^2 = \sigma_{S_1}^2 + \sigma_{S_2}^2,$$

откуда согласно допущению о равенстве корреляционных функций для обоих воздушных судов получим

$$\sigma_L^2 = \sigma_S^2 \tag{5}$$

Случайную функцию, характеризующую отклонения пройденного пути от математического ожидания, можно представить как интеграл от стационарной случайной функции $\Delta V(t)$:

$$\Delta L(\mathrm{t}) = \int_0^t \Delta V dt.$$

Дисперсию $\sigma_{S_2}^2$ интеграла вещественной стационарной случайной функции находим из соотношения

$$\sigma_S^2(t) = 2\int_0^t (t-\tau) Kv(\tau) d\tau.$$

С учетом формулы (5) можно записать

$$\sigma_L^2(t) = 4\int_0^t (t-\tau) Kv(\tau) d\tau \tag{6}$$

Формула (6) позволяет найти дисперсию интервала между двумя воздушными судами, летящими по одному маршруту, знание которой позволяет определить вероятность их опасного сближения.

Решение задач

Задание №1

Найти дисперсию распределения продольного интервала полета между однотипными воздушными судами и оценить допустимое время полета t, чтобы с вероятностью $0{,}99$ их сближение было исключено, если начальная дистанция при полете на одном эшелоне и по одному маршруту в момент времени $t=0$ равна $L_0=30$ км, а корреляционная функция стационарной случайной величины $\Delta V(t)$ для каждого воздушного судна описывается выражением

$$K_V(\tau)=\sigma_V^2 e^{-a|\tau|}\cos\omega_0 t,$$

где $\sigma_V=0{,}3$ км/мин, $a=0{,}05$ мин$^{-1}$, $\omega_0=0{,}2$ мин$^{-1}$.

Задание №2

Определить своевременность выполнения операции диспетчером посадки при управлении по РСП одиночного воздушного судна на этапе ДПРМ-БПРМ, если длительность радиообмена описывается нормальным законом с параметрами $\mu_\tau=4c$, $\sigma_\tau=3c$. Скорость планирования воздушного судна равна *290 км/ч*.

По технологии работы диспетчеру посадки указано на данном этапе передавать информацию экипажу о его местонахождении через *1 км*. Располагаемое время определяется из соотношения $t=S/V$. Вероятность своевременного выполнения операции рассчитывается по формуле

$$P_{CB}=P(\tau<t)=\int_0^t f(t)\,dt\,; \quad P(\alpha<x<\beta)=\Phi^*\left(\frac{\beta-\mu}{\sigma}\right)-\Phi^*\left(\frac{\alpha-\mu}{\sigma}\right).$$

Задание №3

Оценить отклонение времени полета по маршруту длиной S=600 км, если погрешность в выдерживании воздушной скорости равна ΔV=20 км/ч, а погрешность в определении эквивалентного ветра равна $\Delta\omega$=30 км/ч, истинная скорость полета равна V=570 км/ч, ω=30 км/ч.

Время полета по маршруту $t=S/(V+\omega)$.

Отклонение фактической величины от расчетной

$$\Delta t=\sqrt{\left(\frac{S\Delta V}{(V+\omega)^2}\right)^2+\left(\frac{S\Delta\omega}{(V+\omega)^2}\right)^2}\,.$$

Задание №4

Найти математическое ожидание и дисперсию продолжительности полета длиной 600 км, если V=560 км/ч, ω=40 км/ч и σ_ω=20 км/ч.

Формулы для расчета:

$$m_t = \frac{S}{V+\omega} + \frac{S}{(V+\omega)^3}\sigma_\omega^2;$$

$$\sigma_t^2 = \frac{S^2}{(V+\omega)^4}\sigma_\omega^2 + \frac{2S^2}{(V+\omega)^3}\sigma_\omega^4.$$

Практическое занятие №3

Описание непрерывных технологических процессов УВД

Методические указания

В некоторых задачах УВД встречаются непрерывные случайные величины, расположенные в интервале (a, b) с равной вероятностью. Распределение вероятностей называется равномерным, если плотность распределения всюду равна нулю, кроме интервала (a, b), где она постоянна:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } \ x < a; \\ c, \text{ при } \ a \le x \le b, \ c = const; \\ 0, \text{ при } \ x > b. \end{cases}$$

Так как площадь, ограниченная кривой распределения (рис. 3), равна единице то плотность равномерного распределения на интервале (a, b), как высота прямоугольника с основанием b - a, равна c = 1/(b - a) и, следовательно:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } \ x < a; \\ \dfrac{1}{b-a}, \text{ при } \ a \le x \le b, \ c = const; \\ 0, \text{ при } \ x > b. \end{cases} \tag{7}$$

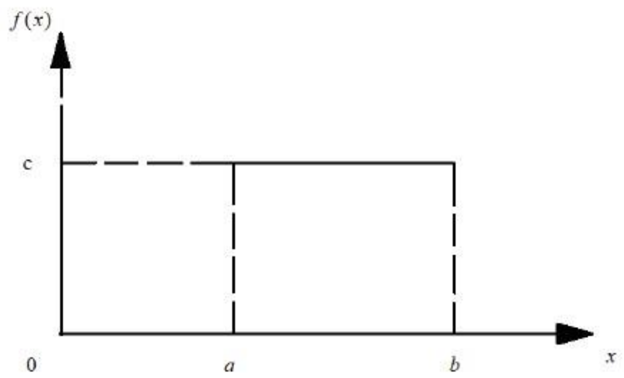

Рис. 3

Найдем функцию распределения $F(x)$ для равномерного распределения в интервале (a, b):

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{b-a} dx = \frac{x}{b-a} \Big|_a^x = \frac{x-a}{b-a},$$

$$(a \le x \le b).$$

При $x < a$ $F(x) = 0$, при $x > b$ $F(x) = 1$.

Таким образом,

$$F(x) = \begin{cases} \nu, \text{ при } \ x < a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, \text{ при } \ a \le x \le b, \ c = const; \\ 1, \text{ при } \ x > b. \end{cases}$$

К статистике распределения случайной величины относятся:

– математическое ожидание случайной величины X, равномерно распределенной на участке от a до b:

$$E|x| = \int_a^b \frac{x}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = \frac{1}{2} \frac{1}{b-a} (b^2 - a^2) = \frac{a+b}{2};$$

– дисперсия

$$D|x| = \int_{-\infty}^{\infty} \left| X - E|X| \right|^2 f(x) dx = \int_a^b (x - \frac{b+a}{2})^2 \frac{1}{b-a} dx =$$

$$= \frac{1}{3(b-a)} (x - \frac{a+b}{2})^3 \Big|_a^b = \frac{1}{3(b-a)} \frac{2(b-a)^3}{8} = \frac{(b-a)^2}{12};$$

– среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D|X|} = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$$

Вероятность попадания равномерно распределенной величины на участок (α, β) представляет собой часть интервала $[a, b]$

$$P(\alpha \le \mathrm{X} \le \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{b-a} = \frac{\beta - \alpha}{b-a}.$$

Характеристическую функцию для равномерного распределения получаем из формулы (7):

$$\varphi_x(t) = \frac{1}{b-a} \int_a^b e^{|x|} dx = \frac{e^{itb} - e^{ita}}{(b-a)it}.$$

Решение задач

Задание №1

Функция распределения случайной величины (местоположения воздушного судна на схеме зоны ожидания) описывается равномерным законом с плотностью вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}2a \ \ \textit{при}\ 1\le x\le 7;\\ 0 \ \ \textit{при}\ x>7,\ x<1.\end{cases}$$

Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение интервала времени от момента разрешения диспетчером начала снижения и захода на посадку по схеме до момента пролета РНТ зоны ожидания.

Задание №2

Рассмотрим работу диспетчерского пункта. Допустим, что администрация службы движения решила разделить зону на два сектора УВД, если среднее время ожидания вызовов превысит $W_q=0{,}5$ *мин*. Какова должна быть средняя интенсивность радиообмена, чтобы возникла подобная ситуация? Какова доля времени, в течение которого диспетчер будет свободен от ведения радиосвязи? Средняя интенсивность обслуживания диспетчером *6 св/мин*.

$W_q=\phi/\mu(1-\phi)$, где $\phi=\lambda_p/\mu$ – коэффициент загрузки канала радиосвязи, λ_p – интенсивность радиообмена, μ – средняя интенсивность обслуживания диспетчером.

Задание №3

Рассчитать вероятность опасного сближения двух ВС:

$$P_{oc}=\Phi(a)-\Phi(b) \text{ при } a=\frac{\Delta M-\Delta V\cdot t+15}{\sqrt{G_1^{\,2}+G_2^{\,2}}} \text{ и } b=\frac{\Delta M-\Delta V\cdot t-15}{\sqrt{G_1^{\,2}+G_2^{\,2}}}, \text{ где } \Delta M \text{ -}$$

разность математических ожиданий местоположений ВС, ΔV – разность средних скоростей ВС, t – время, G_1 и G_2 – среднеквадратическое отклонение положений ВС в продольном направлении.

1. Построить график зависимости вероятности опасного сближения двух ВС от времени.

Выполнить задание при параметрах: ΔM = 40000 м, ΔV =125 м/с, G_1=13,8 м/с, G_2=12,5 м/с, при t от 319,5 до 321 секунды с шагом 0,1 с.

2. Найти максимальное значение вероятности опасного сближения двух ВС от времени.

3. Расчеты оформить в виде таблицы.

Расчет произвести использую таблицу 2 значений интеграла вероятности.

Ф(-x) = -Ф(x).

Таблица 2

	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)
0	0	0,75	0,54675	1,5	0,86639	2,25	0,97555	3	0,9973
0,05	0,03988	0,8	0,57629	1,55	0,87886	2,3	0,97855	3,1	0,99806
0,01	0,07966	0,85	0,60468	1,6	0.89040	2,35	0,98123	3,2	0,99863
0,15	0,11924	0,9	0,63188	1,65	0,90106	2,4	0,9836	3,3	0,99903
0,2	0,15852	0.95	0,65789	1,7	0.91087	2,45	0,98571	3,4	0,99933
0,25	0,19741	1	0,68269	1,75	0,91988	2,5	0,98758	3,5	0,99953
0.30	0,23582	1,05	0,70628	1,8	0,92814	2,55	0,98922	3,6	0,99968
0,35	0,27366	1,01	0,72867	1,85	0,93569	2,6	0,99068	3,7	0,99978
0,4	0,31084	1,15	0,74986	1,9	0,94257	2,65	0,99195	3,8	0,99986
0,45	0,34729	1,2	0,76986	1,95	0,94882	2,7	0,99307	3,9	0,9999
0,5	0,38292	1,25	0,7887	2	0,9545	2,75	0.99404	4	0,99994
0,55	0,41768	1,30	0,8064	2,05	0,95964	2,8	0,99489	4,1	0,99996
0,6	0,45149	1,35	0,82298	2,01	0,96427	2,85	0.99563	4,2	0,99997
0,65	0,48431	1,4	0,83849	2,15	0,96844	2,9	0.99627	4,4	0,99999
0,7	0,51607	1,45	0,85294	2,2	0,97219	2,95	0,99682	4,5	0,9999

Практическое занятие №4

Воздушные суда как объекты управления

Методические указания

В модели воздушного движения вероятность появления определённой, одной из рассеянных, точки в пределах отрезка длительностью T из условия равна единице, это событие достоверное. Вероятность появления точки в произвольном диапазоне длительностью $t\left(0<t<T\right)$ в пределах отрезка T составляет

$$p\left(t\right)=\frac{t}{T}.$$

Тогда вероятность противоположного события – непоявление точки в диапазоне t или её появление вне этого интервала – составит

$$q\left(t\right)=1-\frac{t}{T}.$$

Если за период T в зону войдёт n воздушных судов, то событие, заключающееся в том, что в интервале времени t находится именно x (и не более) воздушных судов, равносильно одновременному протеканию независимых событий:

– x событий, заключающихся в том, что в интервале длительностью t среди x различных точек найдётся одно событие с вероятностью $p(t)$;

– $(n-x)$ событий, заключающихся в том, что вне интервала t среди остальных $(n-x)$ точек найдётся одно событие с вероятностью $q(t)$. Учитывая, что выбор x точек среди n точек можно выполнить по-разному, причём количество этих способов равно

$$C_n^x = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!},$$

а также, что вероятность одновременного существования нескольких независимых событий или произведение этих событий равно произведению их вероятностей, можно определить вероятность нахождения именно x воздушных судов в интервале t при общем числе n поступлений воздушных судов за период времени T:

$$p_x(t) = C_n^x \left[p(t)\right]^x \left[q(t)\right]^{n-x} = \binom{n}{x}\left(\frac{t}{T}\right)^x \left(1-\frac{t}{T}\right)^{n-x}, \tag{8}$$

где $x = 0,\ 1,\ ...,\ n.$

Подставив $\lambda = n/T$, т.е. $1/T = \lambda/\mathrm{n}$, получим

$$p_x(t) = \binom{n}{x}\left(\frac{\lambda t}{n}\right)^x \left(1-\frac{\lambda t}{n}\right)^{n-x},$$

где $x = 0,\ 1,\ ...,\ n.$

В общем виде функция вероятности имеет вид

$$f(\mathrm{x}) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \tag{9}$$

где $x = 0,\ 1,\ 2,\ ...,\ n.$

Формулы (8)-(9) определяют биномиальное распределение дискретной случайной величины, которой в данном случае является число x воздушных судов в интервале длительностью t при интенсивности потока $\lambda = n/T$ за период T. Биномиальное распределение (называемое иногда распределением Бернулли) часто используется не только в теории транспортных потоков, но и в теории надежности. Нередко возникает необходимость установить вероятность появления таких событий, как общее число неудачных исходов в последовательности n испытаний. В случае биномиального распределения каждое испытание имеет два возможных исхода успех и неудачу (при условии, что вероятность появления каждого исхода остается постоянной). Сумма вероятностей успешных и неудачных исходов при каждом испытании всегда равна единице, т.е. $p+q=1$. Функция распределения $F(x)$ показывает вероятность появления не более чем x неудачных исходов при n испытаниях:

$$F(\mathrm{x}) = \sum_{i=0}^{x} \binom{n}{x} p^i q^{n-i}.$$

Математическое ожидание распределения находится по определению для дискретной случайной величины:

$$E[X] = \sum_{x=0}^{n} x \binom{n}{x} p^x q^{n-x}. \qquad (10)$$

Для вычисления суммы (6) продифференцируем последующее выражение:

$$(p+q)^x = \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}. \qquad (11)$$

и получим

$$x(p+q)^{x-1} = \sum_{x=0}^{n} x \binom{n}{x} p^{x-1} q^{n-x}. \qquad (12)$$

Умножим левую и правую части формулы (12) на p:

$$xp(p+q)^{x-1} = \sum_{x=0}^{n} x \binom{n}{x} p^x q^{n-x}. \qquad (13)$$

Правые части равенств (10) и (13) равны между собой, следовательно, равны и левые части:

$$E[X] = xp(p+q)^{x-1}.$$

Но так как $p+q=1$, то

$$E[X] = xp.$$

Для вычисления дисперсии биномиального распределения используем свойство дисперсии и преобразуем

$$D[X] = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - E[X]\right)^2 p_t = E\left[X^2\right] - \left(\mathrm{E}[X]\right)^2. \qquad (14)$$

$$E[X]^2 = \sum_{x=0}^{n} x^2 \binom{n}{x} p^x q^{n-x}. \qquad (15)$$

Для вычисления суммы (15) продифференцируем дважды по p выражение (11):

$$x(x-1)(p+q)^{x-2} = \sum_{x=0}^{n} x(x-1) \binom{n}{x} p^{x-2} q^{n-x}.$$

Умножим обе части равенства на p^2:

$$x(x-1)p^2(p+q)^{x-2} = \sum_{x=0}^{n} x(x-1) \binom{n}{x} p^x q^{n-x}.$$

Учитывая, что $p+q=1$, раскрывая скобки, получим

$$x^2p^2-xp^2=\sum_{x=0}^{n}x^2\binom{n}{x}p^xq^{n-x}-\sum_{x=0}^{n}x\binom{n}{x}p^xq^{n-x}.$$

Так как

$$\sum_{x=0}^{n}x^2\binom{n}{x}p^xq^{n-x}=E\left[X^2\right]$$

и

$$\sum_{x=0}^{n}x\binom{n}{x}p^xq^{n-x}=E\left[X\right]=xp,$$

то

$$x^2p^2-xp^2=E\left[X^2\right]-xp,$$

Отсюда

$$E\left[X^2\right]=x^2p^2-xp^2+xp. \qquad (16)$$

Подставив выражение (16) в формулу (14) и учитывая, что $E\left[X\right]=np$, получим

$$D\left[X\right]=x^2p^2-xp^2+xp-x^2p^2=xp(1-p)$$

или

$$D\left[X\right]=xpq.$$

Характеристическая функция биномиального распределения имеет вид

$$\varphi_x(t)=\sum_{x=0}^{n}\binom{n}{x}p^xq^{n-x}e^{itx}.$$

Отсюда

$$\varphi_x(t)=\sum_{x=0}^{n}\binom{n}{x}\left(p\,e^{it}\right)^xq^{n-x}=\left(p\,e^{it}+q\right)^x.$$

Биномиальная случайная величина $B(n,\,p)$ может быть аппроксимирована нормальной случайной величиной со средним np и стандартным отклонением $(npq)^{1/2}$, если только выполняются условия $npq>5$ и $0{,}1\le p\le 0{,}9$. При условии $npq>25$ эту аппроксимацию можно применять независимо от значений p.

Биномиальная случайная величина $B(n,\,p)$ может быть аппроксимирована пуассоновской случайной величиной со средним np при условии, что $p<0{,}1$.

Оценка параметра биномиального распределения находится как $p\approx x/n$.

Решение задач

Задание №1

В среднем из 100 полетов по маршруту имеет место 7 уклонений воздушных судов за пределы трассы. Определить вероятность того, что из 5 взятых случайно воздушных судов 1 выйдет за пределы трассы.

Задание №2

В аэропорт планируется прибытие 4 воздушных судов. Вероятность прибытия по расписанию p=0.5. Определить закон распределения вероятностей числа воздушных судов, прибывших по расписанию, математическое ожидание и дисперсию.

Практическое занятие №5

Задачи управления воздушным движением

Методические указания

Теория массового обслуживания позволяет раскрыть природу очередей, обеспечить возможность лучшего управления процессом УВД. На ее основе можно проанализировать длительность ожидания очередности взлета и посадки, найти «узкое» место в управлении и организации полетов воздушных судов в районе аэродрома.

Задачи массового обслуживания условно делят на задачи анализа и синтеза. Задачи анализа позволяют найти оценку эффективности функционирования систем массового обслуживания при неизменных исходных характеристиках системы: ее структуре, дисциплине обслуживания, потоках требований и законах распределения времени их обслуживания. Задачи синтеза направлены на поиск оптимальных параметров систем массовых обслуживаний.

Случайный характер входящего потока воздушных судов, а также длительность обслуживания каналом (время блокировки взлетно-посадочной полосы (ВПП) после посадки или на взлете) приводят к образованию случайного процесса в зоне взлета и посадки. Возникновение очередей воздушных судов на предварительном старте, в зоне ожидания и на кругу полета требует инженерного анализа с целью сокращения непроизвольного налета в зоне взлета и посадки, минимизации времени «простоя» ВПП или максимизации темпа посадки и взлета воздушных судов на ВПП.

Если изучены или заданы входящие потоки требований, механизм и дисциплина обслуживания, то это дает основания для построения математической модели системы. В задачах анализа системы массового обслуживания в качестве основных показателей функционирования системы могут быть использованы:

– вероятность простоя канала обслуживания P_0;

– вероятность того, что в системе находится n требований P_n;

– среднее число требований, находящихся в системе

$$L = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n;$$

– среднее число требований, находящихся в очереди

$$L_q = \sum_{n=N_k}^{\infty} \left(n - N_k\right) P_n,$$

где N_k – число каналов обслуживания;

– среднее время ожидания требований в очереди для разомкнутой системы

$$W_q = L_q / \lambda;$$

– среднее время ожиданий требований в системе W.

Решение задач

В зону взлета и посадки поступает поток воздушных судов с интенсивностью, равной 20 ВС/ч. Диспетчер круга устанавливает с экипажем каждого воздушного судна по шесть радиосвязей со средней продолжительностью 10 с.

1) Определить среднюю длину очереди вызовов при радиообмене $L_q=\phi^2/(1-\phi)$ и среднее время задержки команды $W_q=\phi/\mu(1-\phi)$, если поток радиообмена простейший, а длительность радиообмена распределена по показательному закону. ($\phi=\lambda_p/\mu$ – коэффициент загрузки канала радиосвязи, λ_p – интенсивность радиообмена, μ – средняя интенсивность обслуживания диспетчером.

2) Как изменятся параметры, если интенсивность входящего потока λ=30ВС/ч?

Список использованной литературы

1. Ахмедов Р.М., Бибутов А.А., и др.; Под ред. Пятко С.Г. и Красов А.И. Автоматизированные системы управления воздушным движением: Новые информационные технологии в авиации: Учеб. пособие – СПб.: Политехника, 2004.

2. Кизько В.Г. Технология управления воздушным движением. Основы управления в зонах УВД. Учебное пособие – Л.: ОЛАГА, 1988.

3. Сбитнев А.В., Бунин А.В. Информационное обеспечение организации и управления воздушным движением. Учебное пособие – М.: ИД Академии Жуковского, 2018.