ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра технической механики и инженерной графики

В.В. Пермякова

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
по выполнению контрольных домашних заданий

для студентов I–II курсов
направлений 25.03.01 (Мб) и 25.03.01 (ГСМб)
всех форм обучения

Москва
ИД Академии Жуковского
2021

УДК 531
ББК 531
П27

Рецензент:

Петров Ю.В. – д-р техн. наук, профессор

Пермякова В.В.

П27 Теоретическая механика [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению контрольных домашних заданий / В.В. Пермякова. – М.: ИД Академии Жуковского, 2021. – 48 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочими программами учебной дисциплины «Теоретическая механика» по рабочим планам для обучающихся I–II курсов по направлениям подготовки 25.03.01 (Мб) и 25.03.01 (ГСМб).

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 14.04.2021 г. и методического совета 21.04.2021 г.

УДК 531
ББК 531

В авторской редакции

Подписано в печать 30.08.2021 г.
Формат 60х84/16 Печ. л. 3 Усл. печ. л. 2,79
Заказ № 795/0616-УМП05 Тираж 70 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А
Тел.: (495) 973-45-68
E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический университет гражданской авиации, 2021

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие соответствует содержанию дисциплины «Теоретическая механика» Федерального государственного образовательного стандарта ВПО по направлению подготовки *25.03.01Мб и 25.03.01ГСМб* - Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей (квалификация: бакалавр).

Пособие содержит по 30 вариантов заданий и типовые задачи по темам статики твердого тела, кинематики и динамики. Вариант задания выдается преподавателем.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

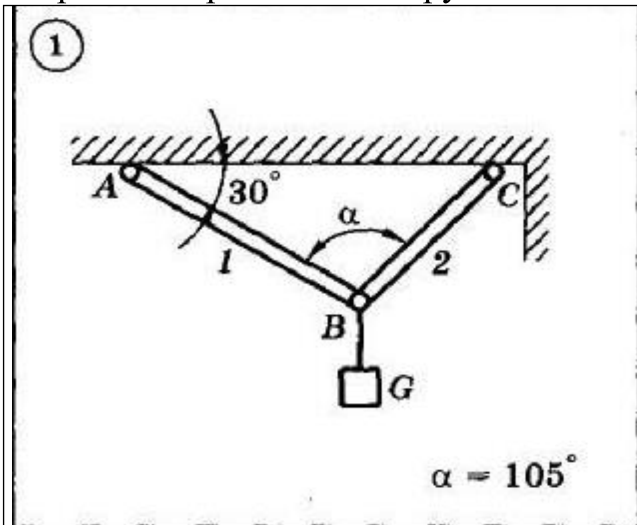
1. Контрольные домашние задания выполняются на стандартных листах писчей бумаги формата А4, с одной стороны.
2. Титульный лист оформляется по приведенному образцу в конце пособия.
3. Каждый рабочий лист должен иметь рамку, линии которой отстоят от края листа слева на 20 мм; справа, сверху и снизу – на 5 мм.
4. Все расчеты снабжаются пояснениями и выполняются только ручкой. Графическая часть задания выполняется в масштабе с использованием чертежных инструментов.
5. При решении каждого задания необходимо указать его вариант, записать полное условие с исходными данными. Расчет должен сопровождаться кратким пояснением, точность расчета 0,01.
6. Если решение задачи размещено на нескольких листах, то все листы задачи должны быть сброшюрованы (скреплены степлером между собой).
7. Допускается по разрешению преподавателя брошюрование нескольких задач по разделам курса.

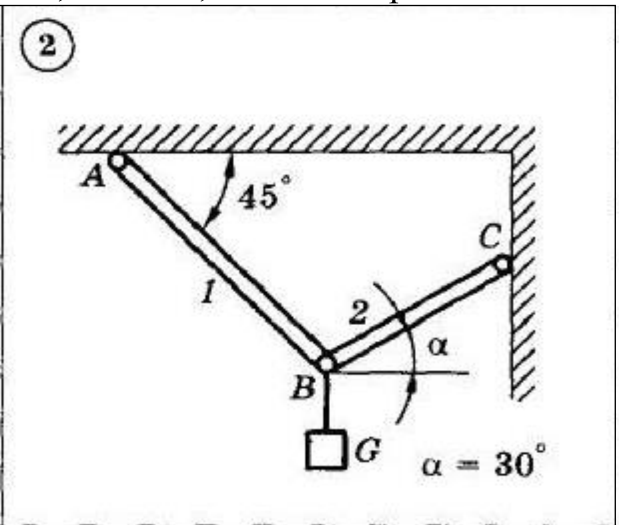
ЛИТЕРАТУРА

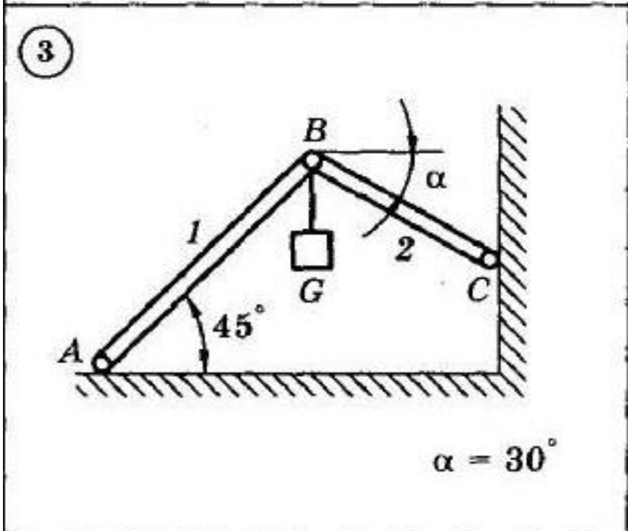
1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В 2-х т. – С.-Пб.: Лань, 2009.
2. Диевский В.А. Теоретическая механика: Учебное пособие. - 3-е изд., испр.- С.-Пб.: Лань, 2009.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов. - М.: Высшая школа, 2005.

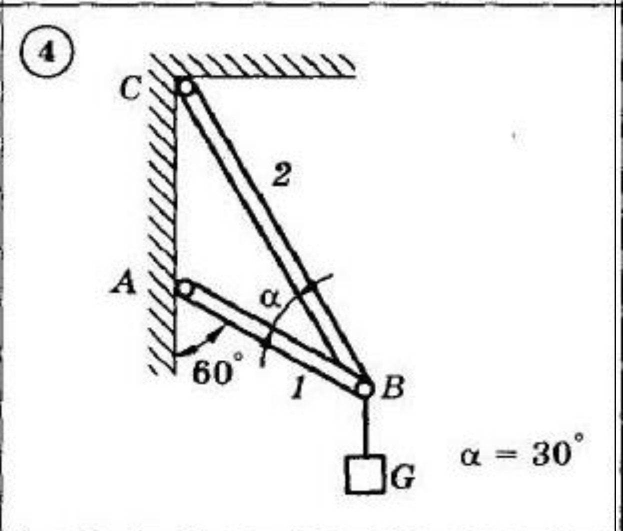
СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА
ЗАДАНИЕ С1
ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

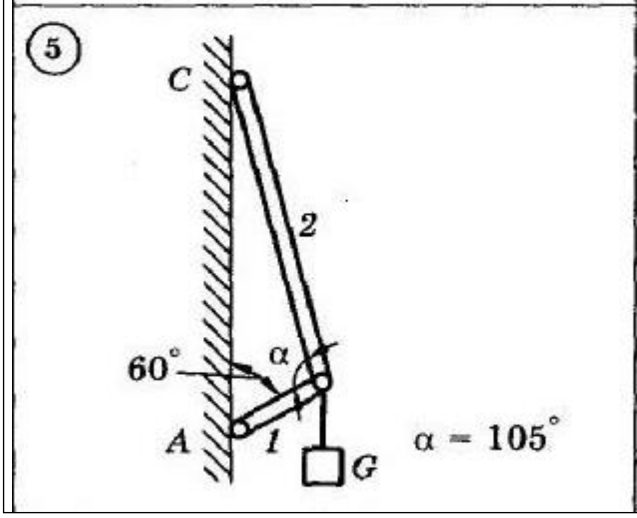
Для представленных на схемах 1-30 механических систем найти усилия в опорных стержнях. Вес груза **G** = 10 кН, стежни, блоки и тросы невесомы.

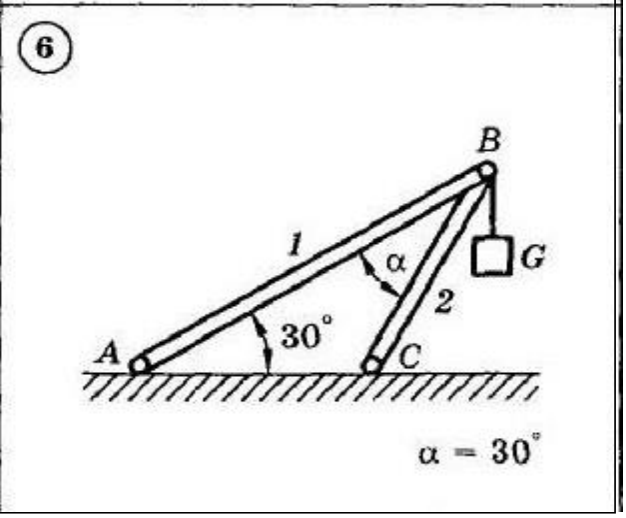


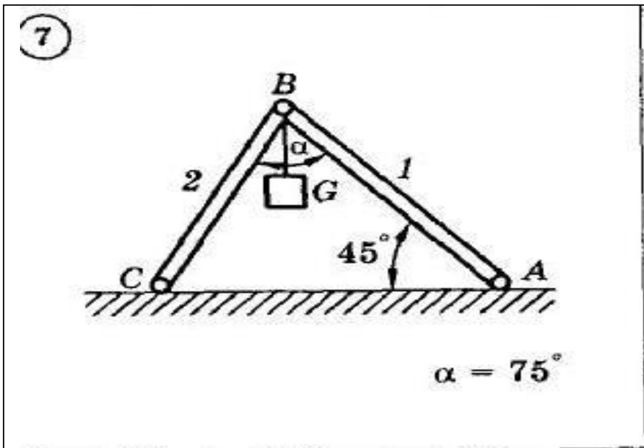


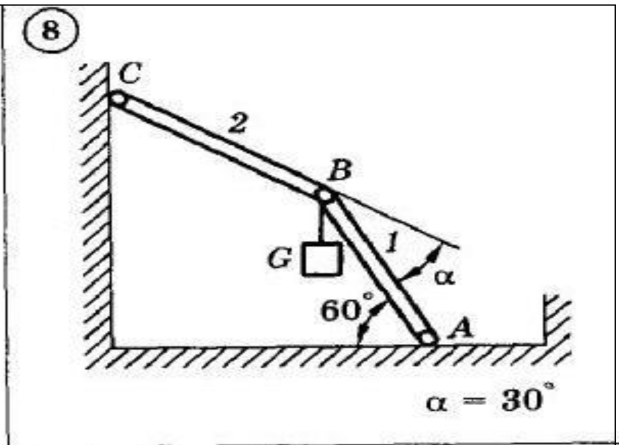


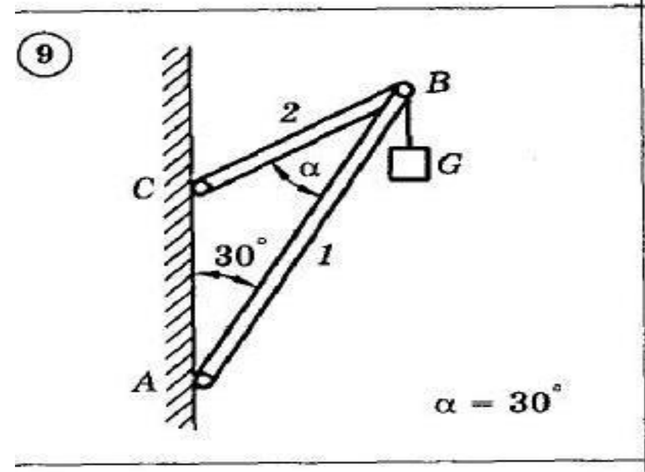


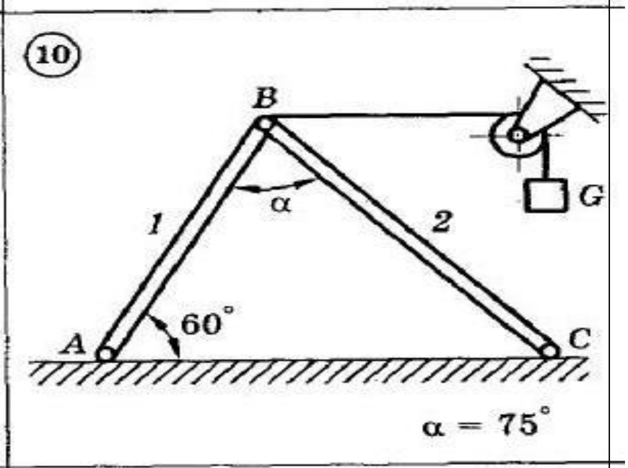


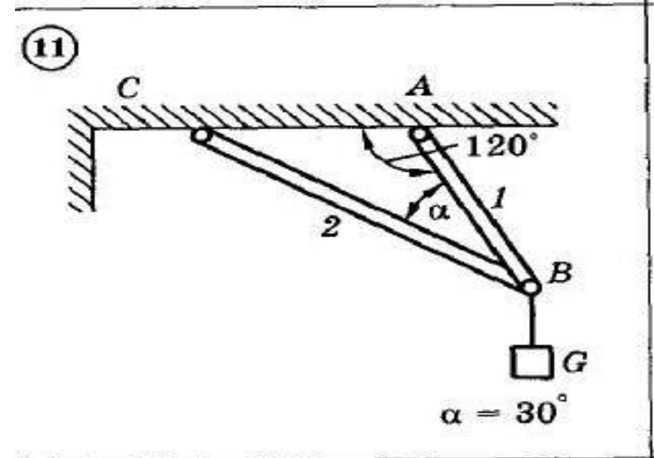


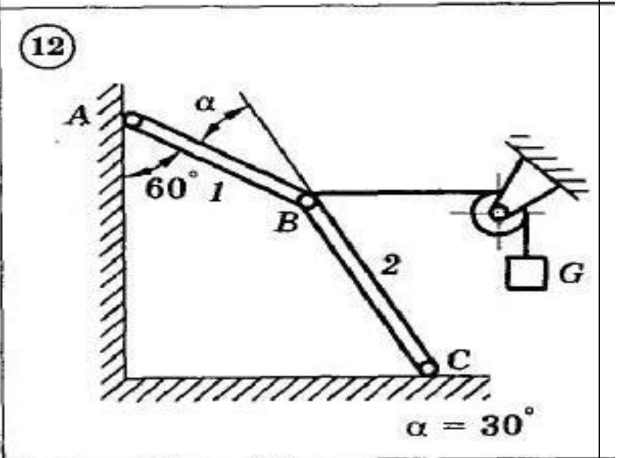

7
B
α
2
1
G
45°
C
A
α = 75°

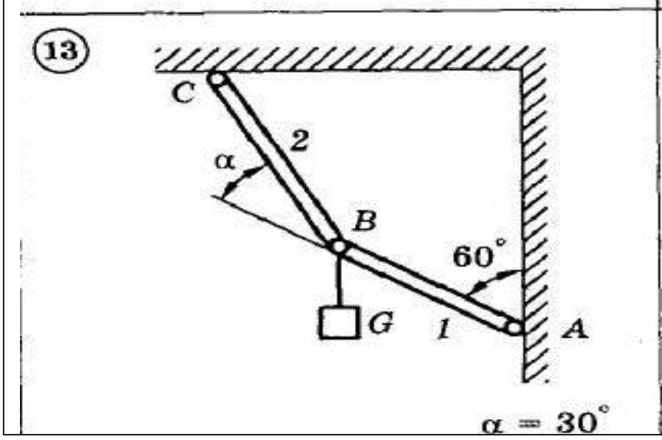

8
C
2
B
1
G
α
60°
A
α = 30°

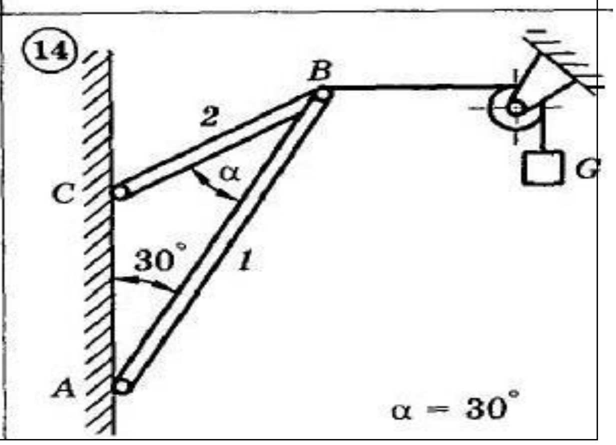

9
B
2
G
C
α
30°
1
A
α = 30°

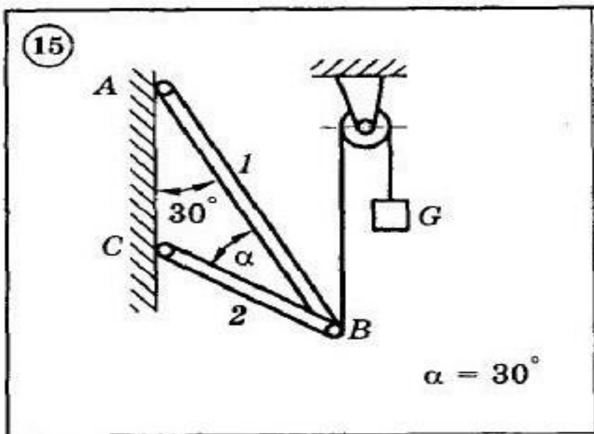

10
B
G
α
1
2
60°
A
C
α = 75°

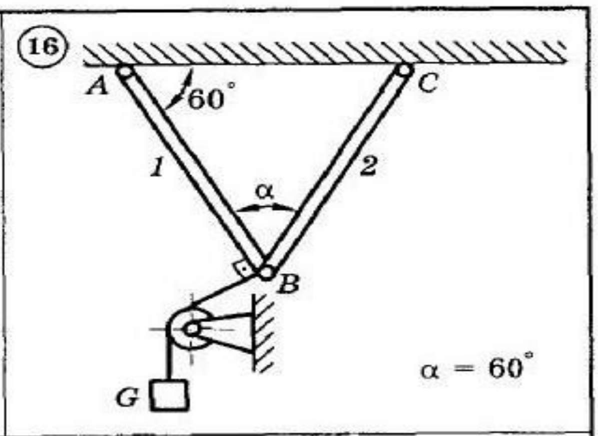

11
C
A
120°
α
1
2
B
G
α = 30°

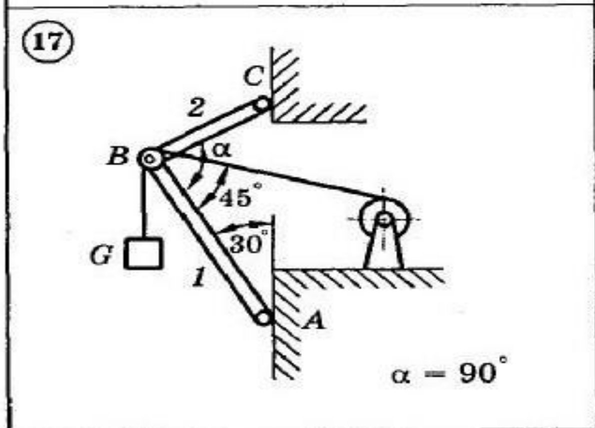

12
A
α
60°
1
B
2
G
C
α = 30°

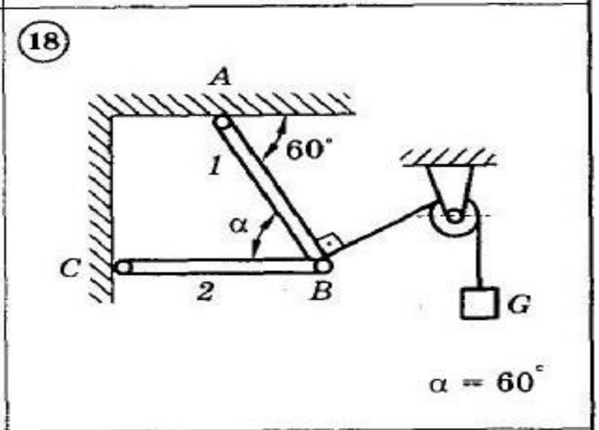

13
C
2
α
B
60°
G
1
A
α = 30°

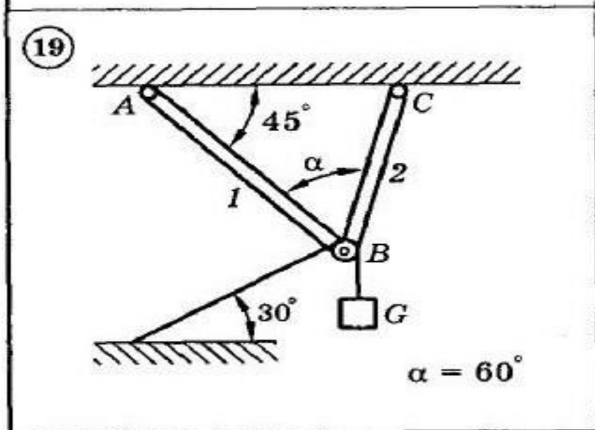

14
B
2
C
α
G
30°
1
A
α = 30°

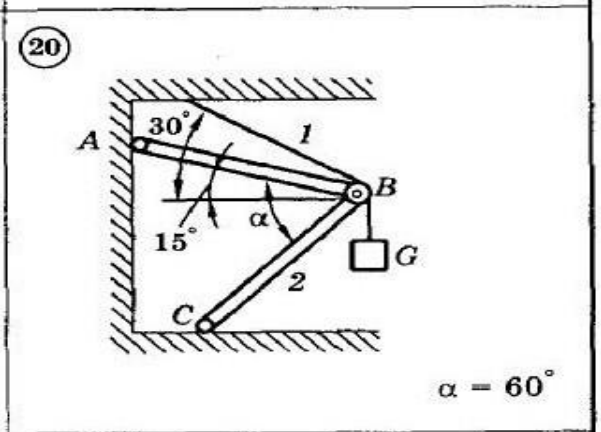

15
A
1
30°
C
α
2
B
G
α = 30°

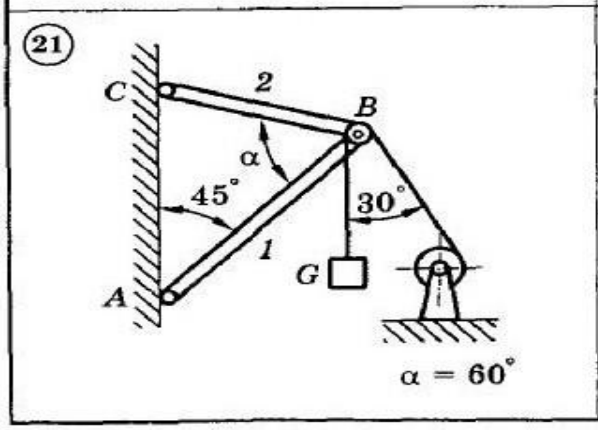

16
A
60°
C
1
2
α
B
G
α = 60°

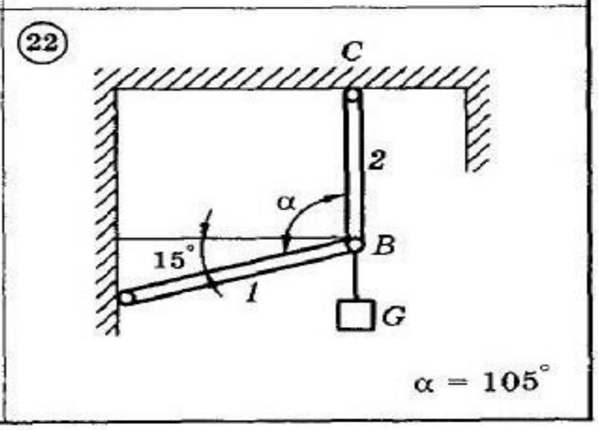

17
C
2
B
α
45°
30°
G
1
A
α = 90°

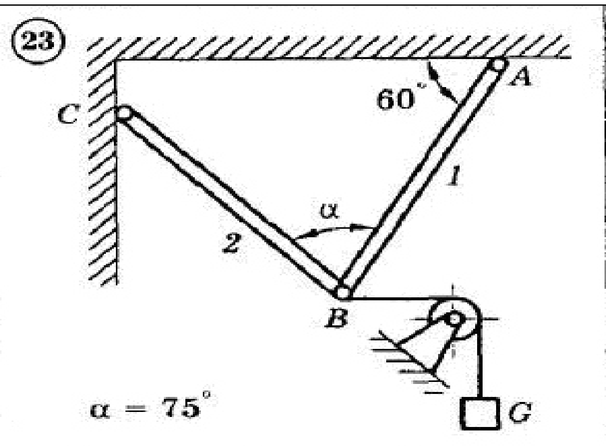

18
A
60°
1
α
C
2
B
G
α = 60°

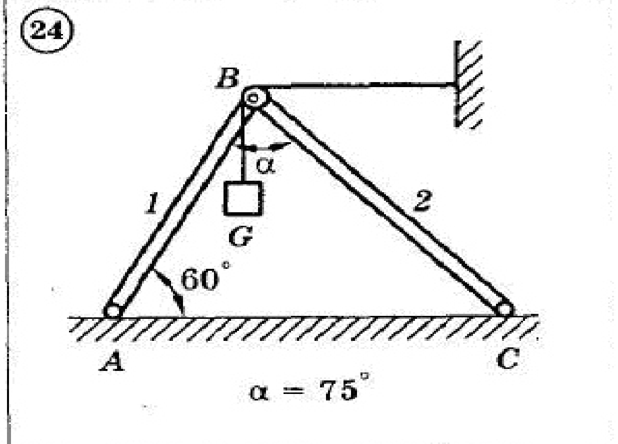

19
A
45°
C
α
2
1
B
30°
G
α = 60°

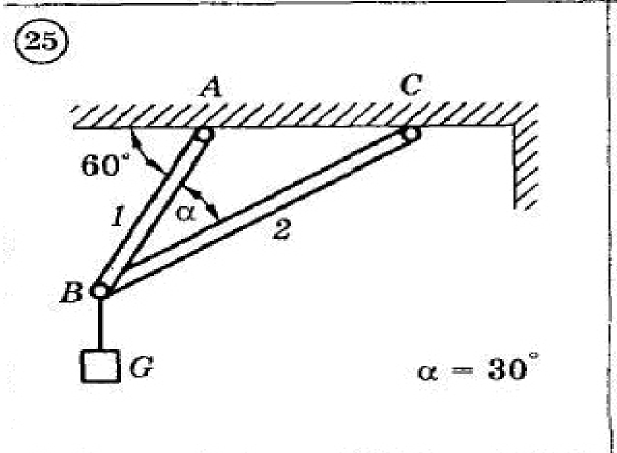

20
30°
1
A
B
15°
α
G
2
C
α = 60°

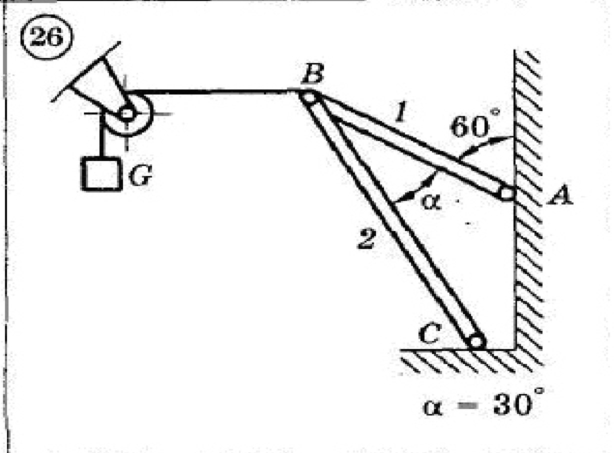

21
C
2
B
α
45°
30°
1
G
A
α = 60°

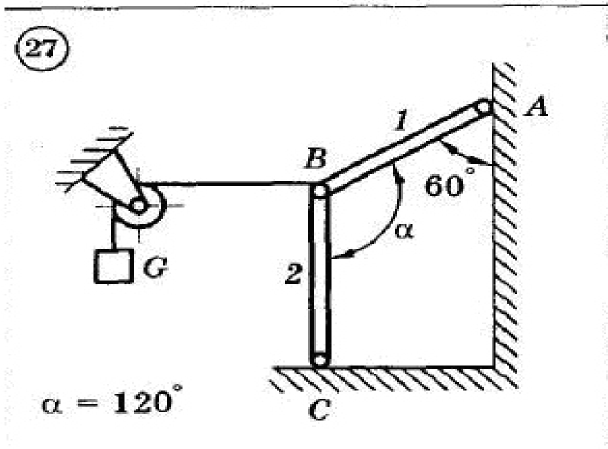

22
C
2
α
15°
B
1
G
α = 105°

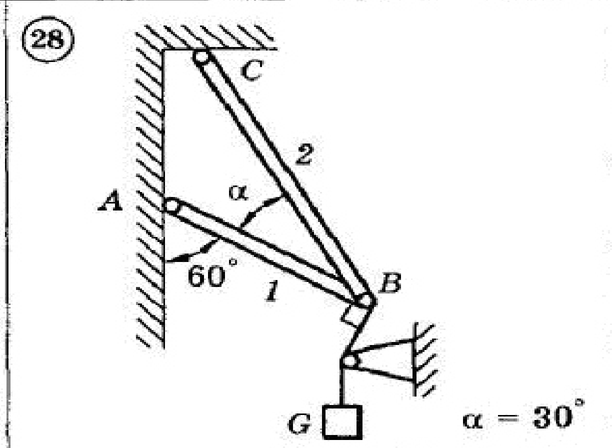

23
C
A
60°
1
α
2
B
G
α = 75°

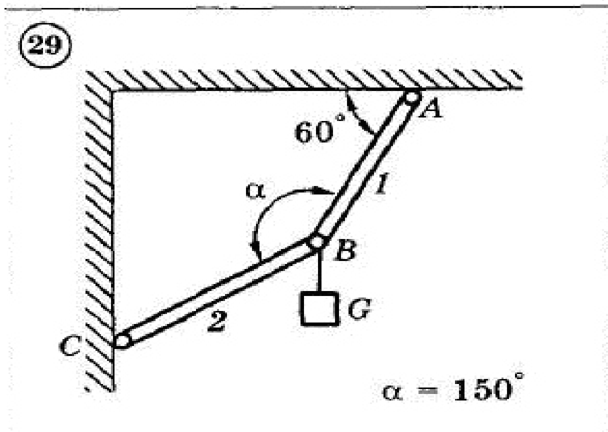

24
B
α
1
G
2
60°
A
C
α = 75°

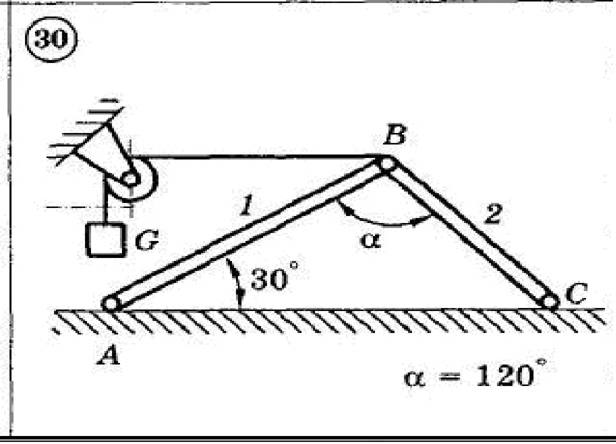

25
A
C
60°
α
1
2
B
G
α = 30°


26
B
1
60°
G
α
A
2
C
α = 30°


27
1
A
B
60°
G
α
2
C
α = 120°


28
C
2
A
α
60°
1
B
G
α = 30°


29
60°
A
α
1
B
G
C
2
α = 150°


30
B
1
2
G
α
30°
C
A
α = 120°

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Груз весом **G** = 2 кН (рис. 1) удерживается краном, состоящим из двух невесомых стержней в шарнирах ***AB*** и ***AC***, прикрепленных к вертикальной стене и составляющих с ней углы $\boldsymbol{\alpha_1}$ = 60º и α_2= 40°. В точке ***A*** подвешен блок, через который перекинут грузовой трос, идущий к блоку в точке **D** и составляющий со стеной угол $\boldsymbol{\alpha_3}$ = 60°.

Весом троса и блока, а также размерами блока можно пренебречь. Определить усилия в стержнях.

Решение. Рассмотрим находящийся в равновесии груз (рис. 2).

На него действуют две силы: сила тяжести $\breve{\mathbf{G}}$ и сила натяжения троса $\check{\mathbf{N}}_1$. Поскольку система сил уравновешена, можно сделать очевидный вывод: сила натяжения троса направлена по оси троса, является растягивающей и по модулю равна весу груза $\mathbf{N_1 = G}$.

Если для любого блока (рис. 3) пренебречь трением на его оси, то силы натяжения ветвей его троса одинаковы $\mathbf{N_1{=}N_2}$ (что легко видеть из уравнения моментов относительно центра блока).

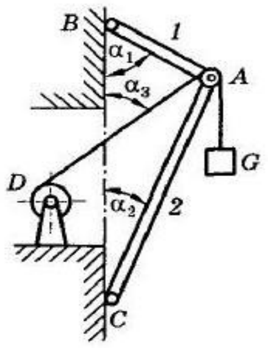


Рис. 1

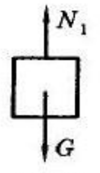


Рис. 2

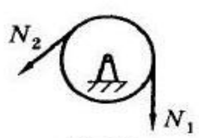


Рис. 3

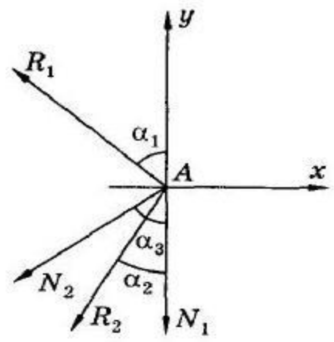


Рис. 4

Теперь в качестве объекта равновесия можно рассмотреть мысленно вырезанный узел в точке ***A*** (или, что-то же самое, блок с прилежащей к нему частью троса). На этот узел будут действовать силы натяжения ветвей троса $\mathbf{N_1}$ и $\mathbf{N_2}$ и реакции $\mathbf{R_1}$ и $\mathbf{R_2}$ стержней ***AB*** и ***AC*** (рис. 4).

Реакции опорных стержней направим по оси этих стержней, считая их изначально растянутыми.

Составим теперь уравнения равновесия в виде проекций сил на оси **x** и **y**, учитывая, что силы $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ и $\mathbf{N_2}$ составляют углы $\boldsymbol{\alpha_1}$, $\boldsymbol{\alpha_2}$ и $\boldsymbol{\alpha_3}$ с осью **y**.

$$\sum F_{kx} = 0; \quad -R_1\sin\alpha_1 - N_2\sin\alpha_3 - R_2\sin\alpha_2 = 0;$$
$$\sum F_{ky} = 0; \quad R_1\cos\alpha_1 - N_2\cos\alpha_3 - R_2\cos\alpha_2 - N_1 = 0$$

Отсюда, учитывая, что $\mathbf{N_1 = N_2}$ = 2 кН, получаем

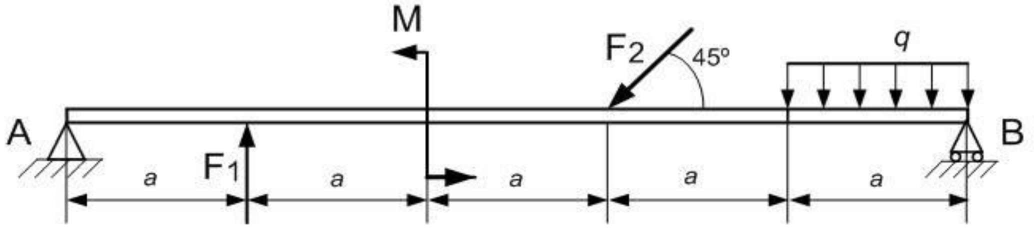
$$R_1\sin\alpha_1 + R_2\sin\alpha_2 = -N_2\sin\alpha_3 = -\sqrt{3};$$
$$R_1\cos\alpha_1 - R_2\cos\alpha_2 = N_2\cos\alpha_3 + N_1 = 3.$$

Решая эту систему уравнений, находим $\mathbf{R_1}$ = 0,611 кН, $\mathbf{R_2}$ = -3,52 кН. Знак «минус» у величины реакции $\mathbf{R_2}$ означает, что она имеет направление, противоположное принятому, то есть стержень ***AC*** не растянут, а сжат. Ответ: $\mathbf{R_1}$ = 0,611 кН; $\mathbf{R_2}$ = -3,52 кН.

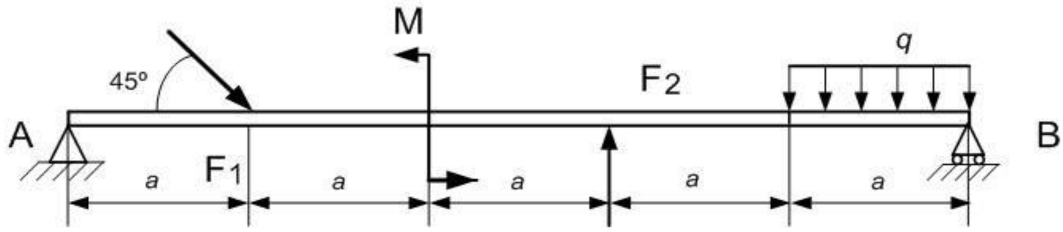
ЗАДАНИЕ С2
ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

Для представленных на схемах 1—30 балок определить реакции опор. Приведенные на схемах нагрузки имеют следующие величины: сила **F₁**=10 кН, сила **F₂** = 5 кН, момент пары сил ***M*** = 20 кН·м, интенсивность распределенной силы **q** = 2 кН/м, **q₁** = 3 кН/м, **q₂** = 4 кН/м, a = 4 м.

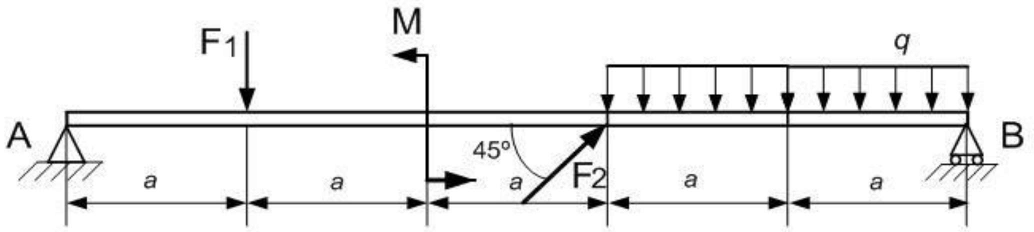
1



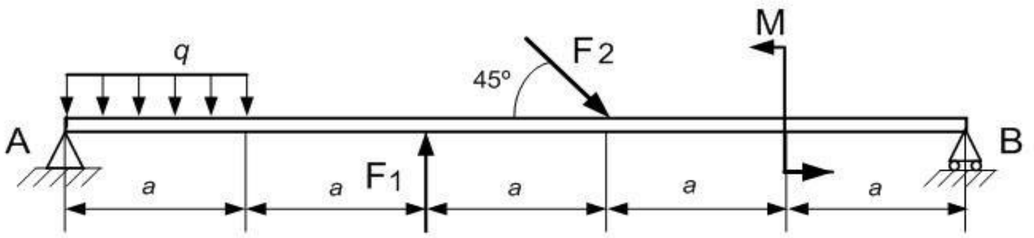
2



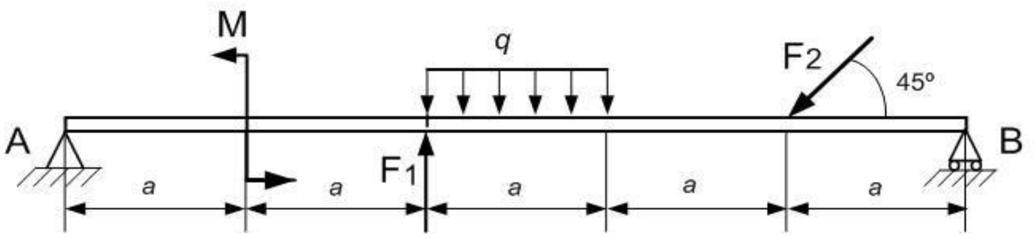
3



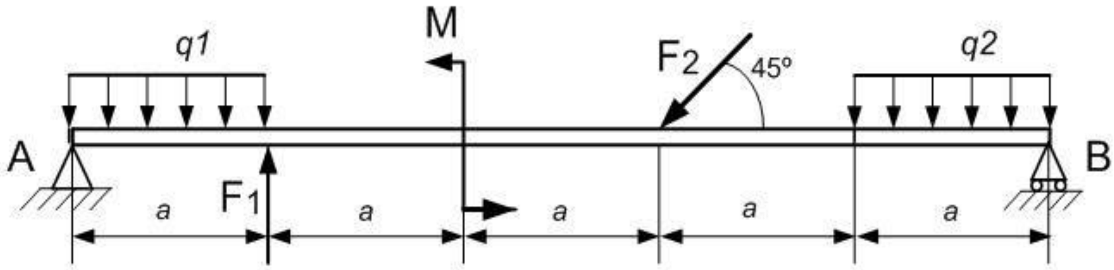
4



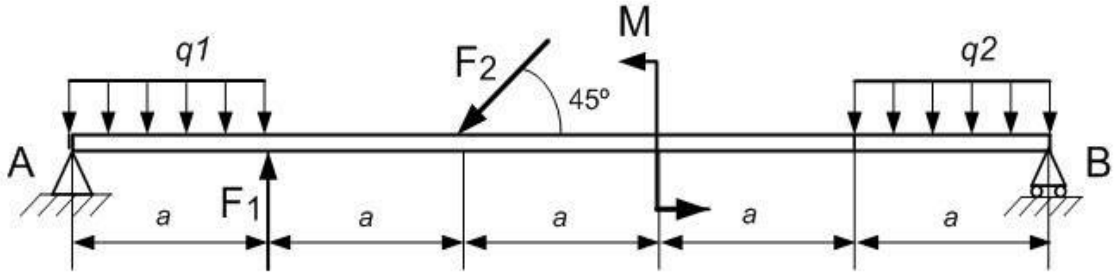
5



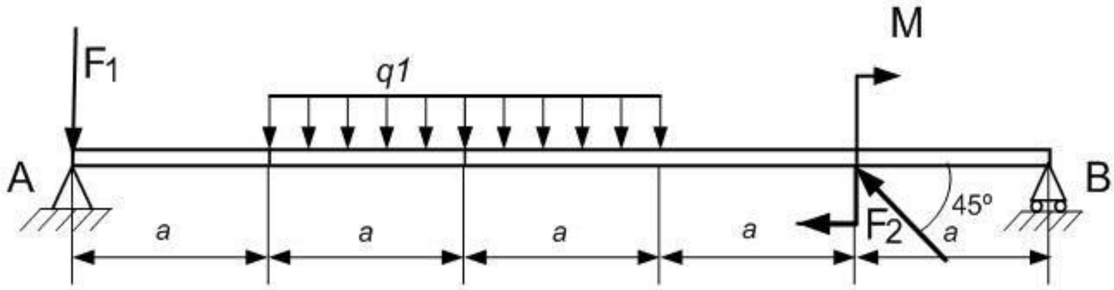
6


q1
M
F2
45º
q2
A
B
F1
a
a
a
a
a

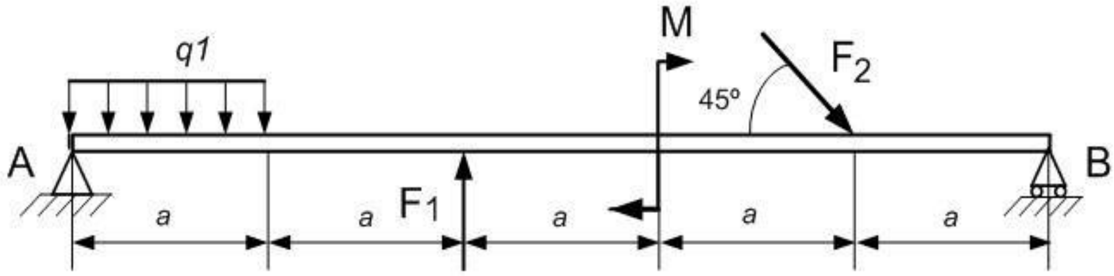
7


q1
F2
M
45º
q2
A
B
F1
a
a
a
a
a

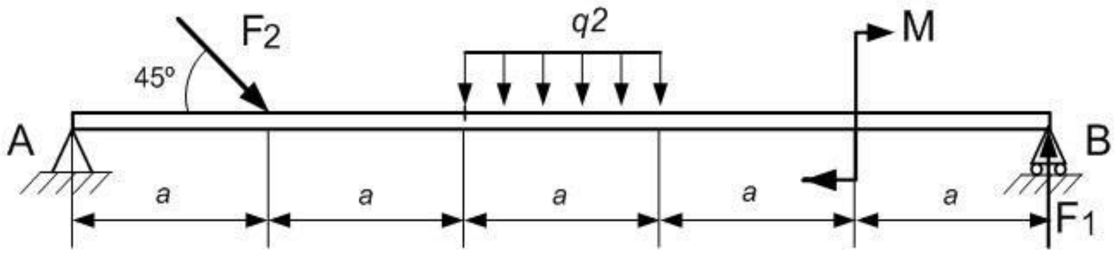
8


F1
M
q1
A
B
45º
F2
a
a
a
a
a
a

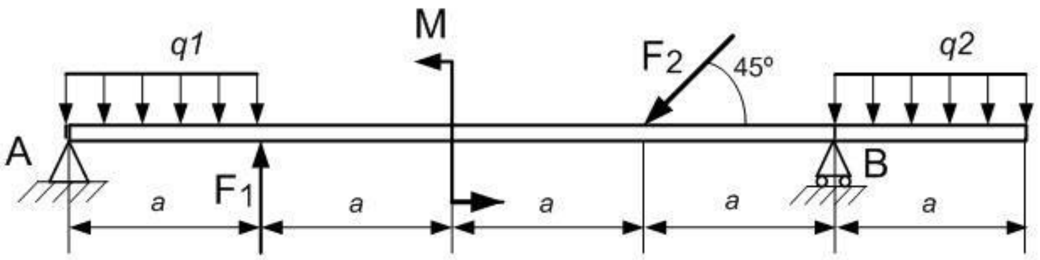
9


q1
M
F2
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

10

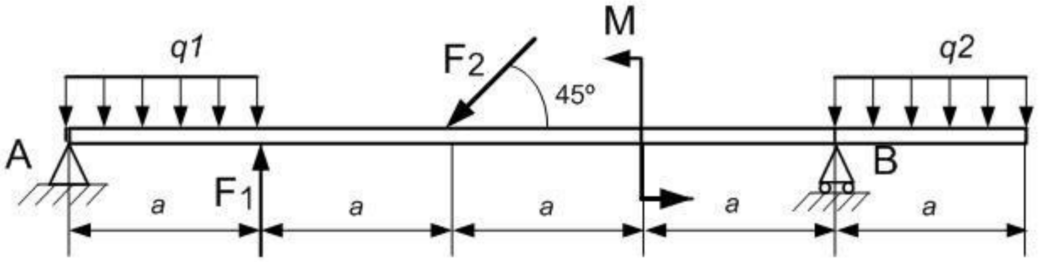

F2
q2
M
45º
A
B
a
a
a
a
a
F1

11



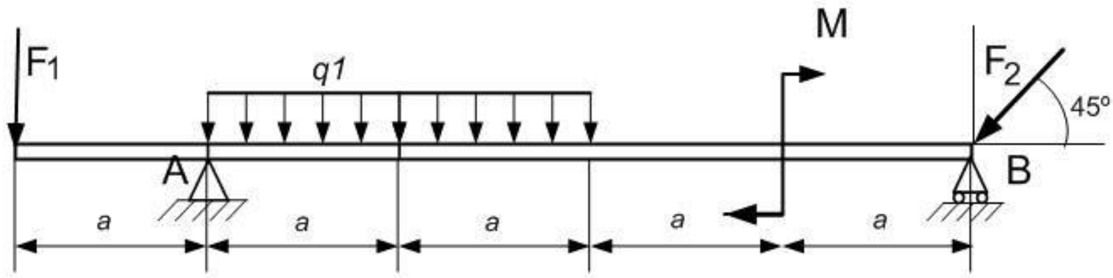
q1
M
F2
45º
q2
A
F1
B
a
a
a
a
a

12



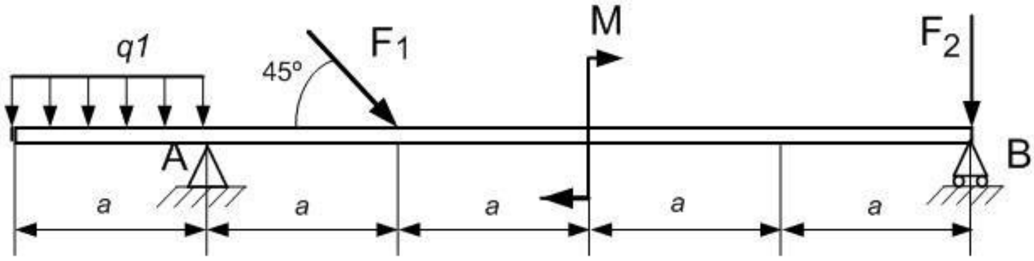
M
q1
F2
q2
45º
A
F1
B
a
a
a
a
a

13



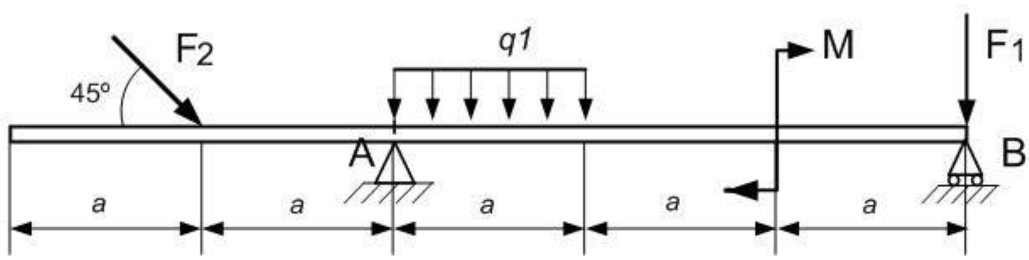
F1
M
F2
q1
45º
A
B
a
a
a
a
a

14



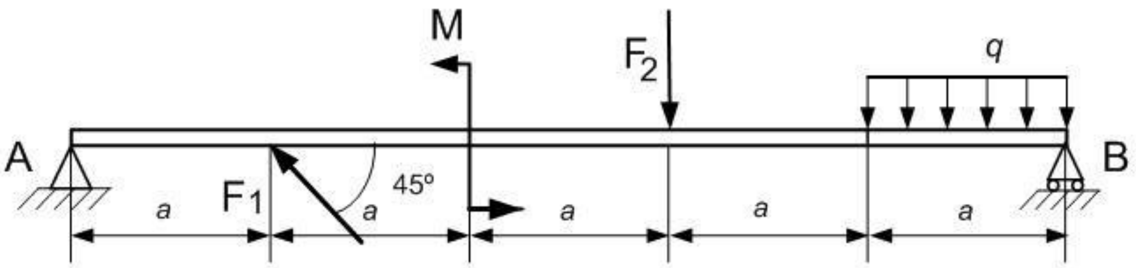
M
q1
F1
F2
45º
A
B
a
a
a
a
a

15

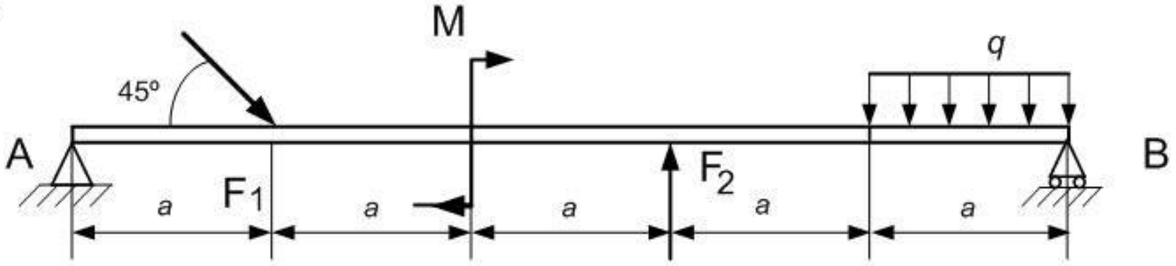


F2
q1
M
F1
45º
A
B
a
a
a
a
a

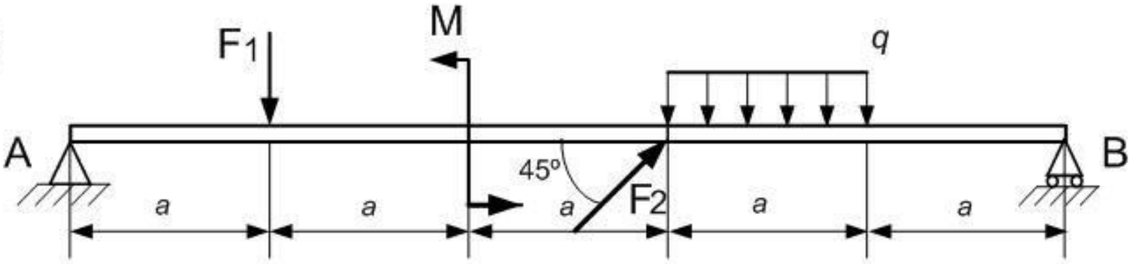
16


M
F2
q
A
B
F1
45º
a
a
a
a
a

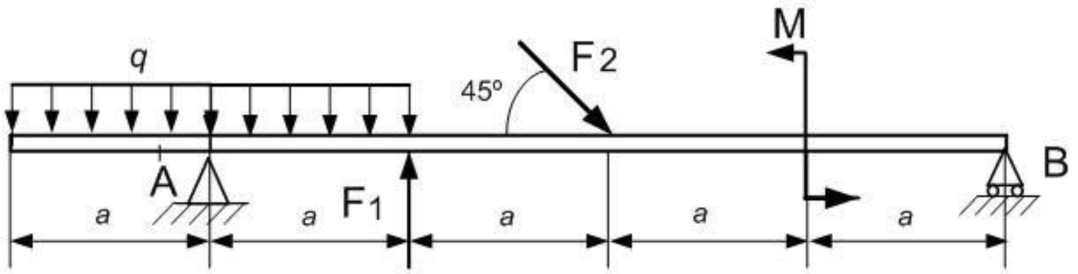
17


M
q
45º
A
B
F1
F2
a
a
a
a
a

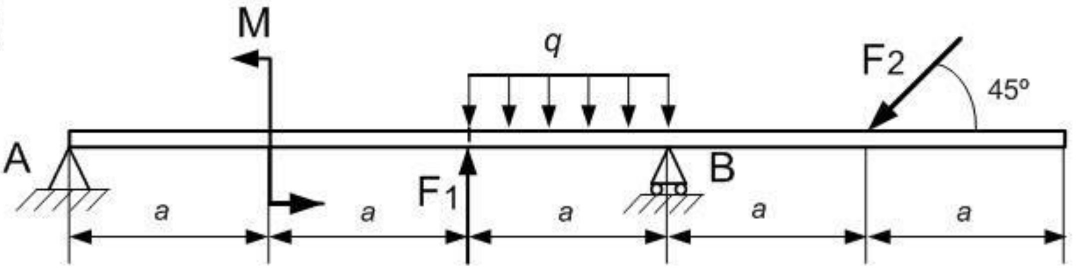
18


F1
M
q
A
B
45º
F2
a
a
a
a
a

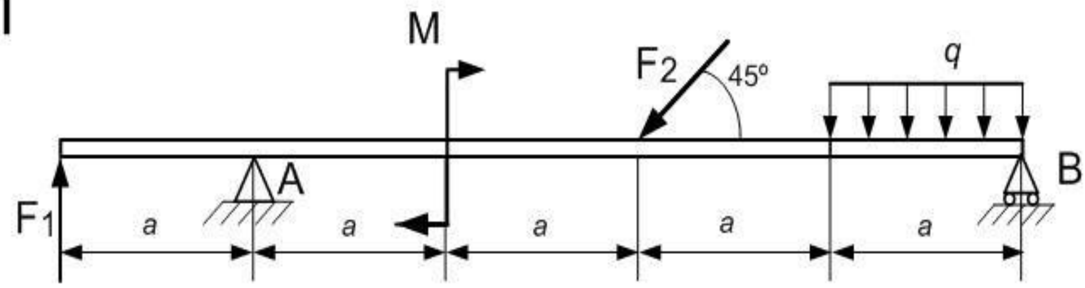
19


M
q
F2
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

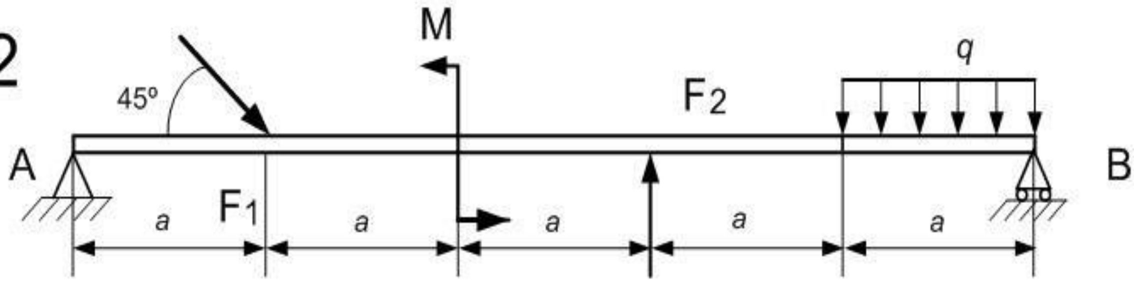
20


M
q
F2
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

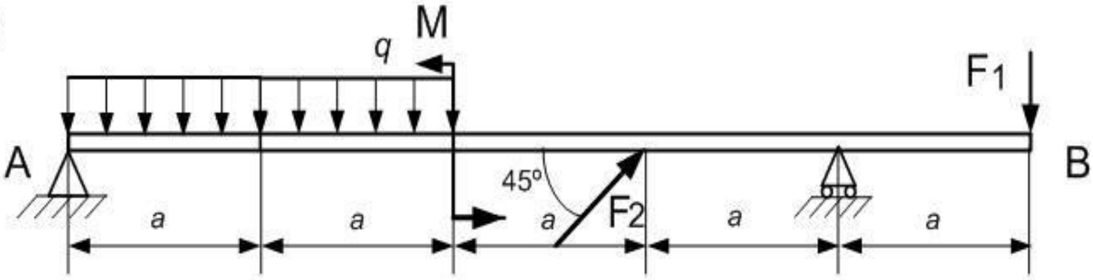
21


M
F2
45º
q
A
B
F1
a
a
a
a
a

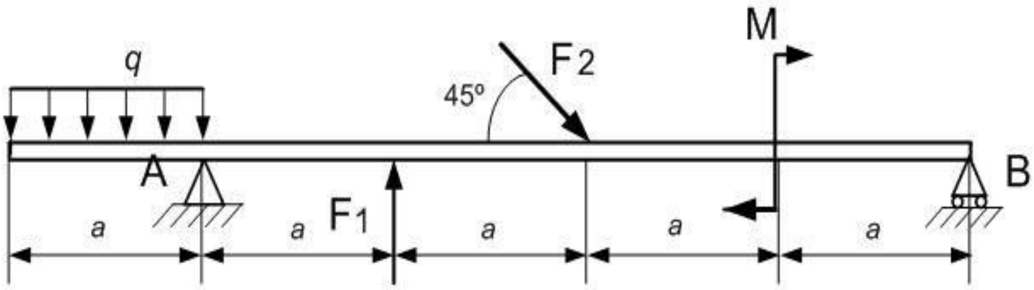
22


M
45º
q
F2
A
B
F1
a
a
a
a
a

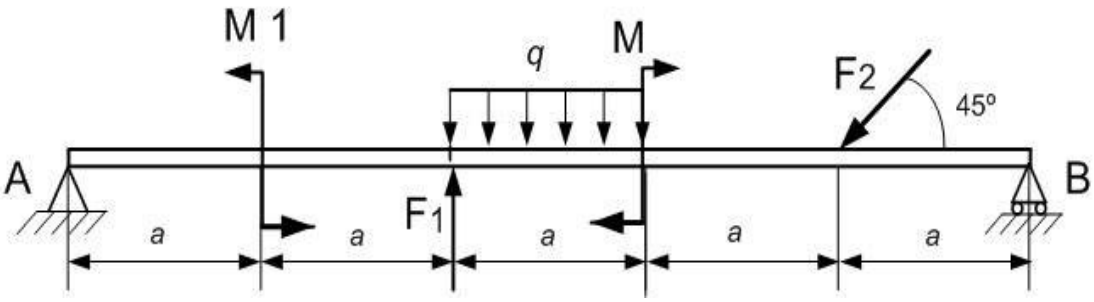
23


M
q
F1
A
B
45º
F2
a
a
a
a
a
a

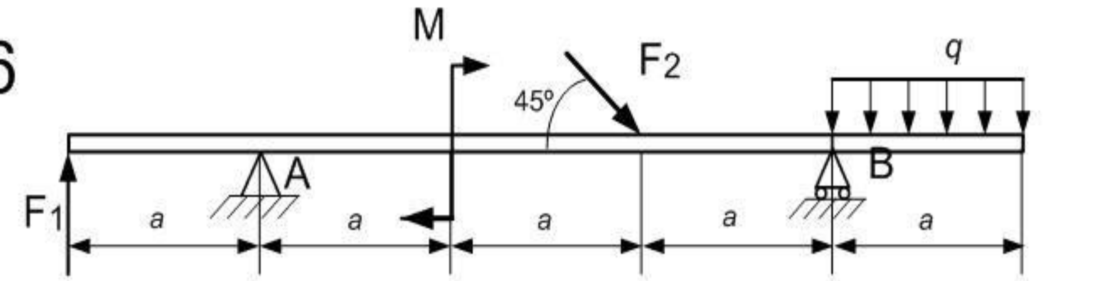
24


M
q
F2
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

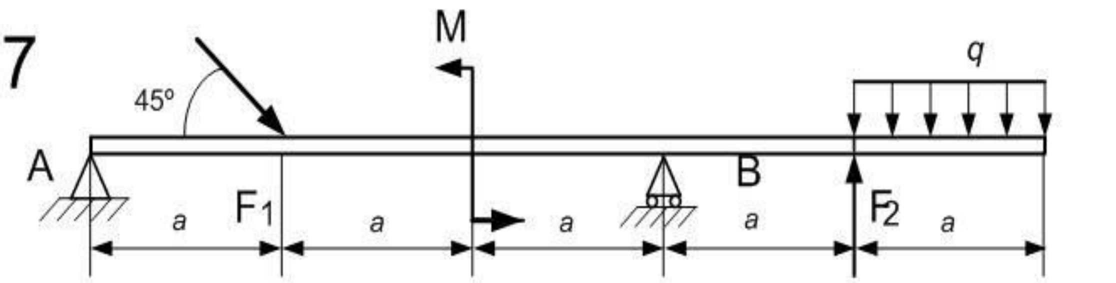
25


M 1
q
M
F2
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

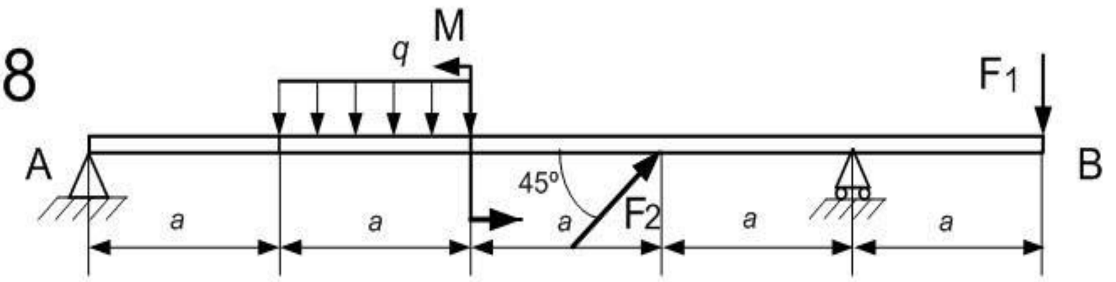
26


M
F2
q
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

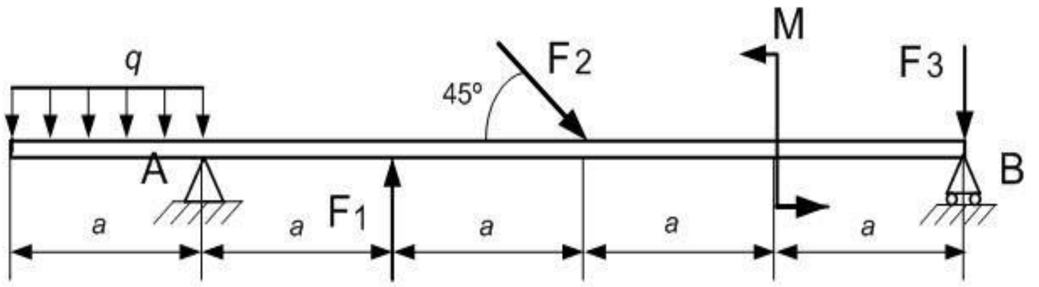
27


M
q
45º
A
B
F1
F2
a
a
a
a
a

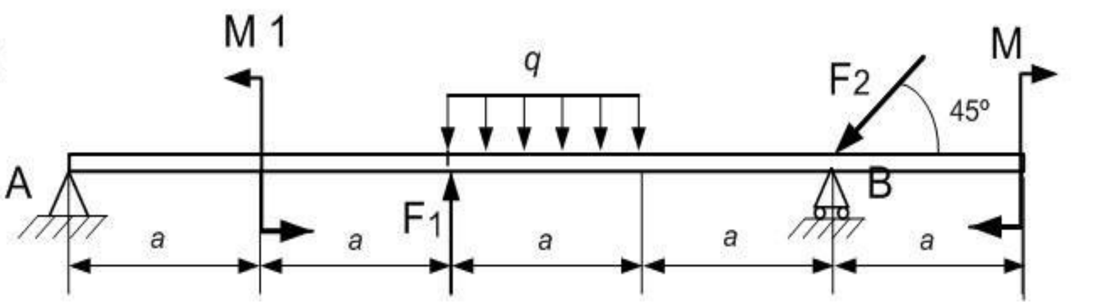
28


M
q
F1
A
B
45º
F2
a
a
a
a
a

29

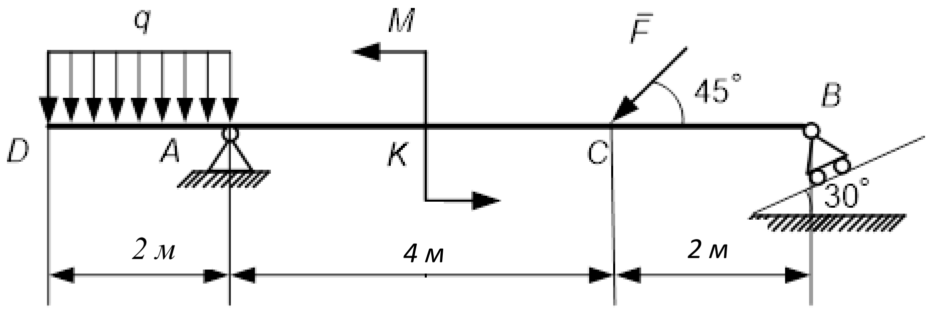

M
q
F2
F3
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

30

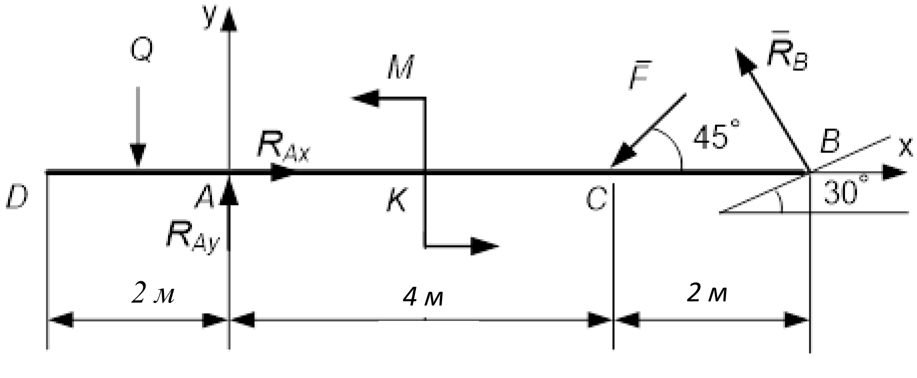

M 1
q
M
F2
45º
A
B
F1
a
a
a
a
a

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

Определить реакции связей балки. В точке **A** балка имеет неподвижную шарнирную опору, в точке **B** подвижную шарнирную опору. В точке **C** на балку действует сосредоточенная сила **F** = 5 кН, направленная под углом 45°, в точке **K** – пара сил, момент которой M= 2 кН·м. На участке **DA** действует равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью **q** = 1 кН/м.



Решение. Рассмотрим балку **AB** как объект равновесия и установим тип связей: в точке **A** движение балки ограничивается неподвижным цилиндрическим шарниром, в точке **B** – подвижным. Выберем систему координат и совместим ее начало с точкой **A**. Заменяем действие шарниров в точках **A** и **B** реакции связей $\mathbf{R_A}$ и $\mathbf{R_B}$. Реакция неподвижной опоры в точке **A** даст две составляющие по осям $\mathbf{R_{Ax}}$ и $\mathbf{R_{Ay}}$. Подвижная шарнирная опора даст одну силу реакции опоры $\mathbf{R_B}$, направленную перпендикулярно линии действия, т.к. опора расположена под углом 30°. Учитывая, что все силы расположены в плоскости **xAy** система сил является плоской. Составим расчетную схему балки, указывая все активные и реактивные силы, действующие на нее.



Для плоской системы сил составляем три независимых уравнения равновесия. Задача содержит три неизвестные реакции $\mathbf{R_{Ax}}$, $\mathbf{R_{Ay}}$ и $\mathbf{R_B}$. Таким образом количество уравнений совпадает с числом неизвестных.

Составим три уравнения равновесия плоской системы сил:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0; \quad \mathbf{R_{Ax}} – F \cos 45° - \mathbf{R_B} \cos 60° = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0; \quad \mathbf{R_{Ay}} – Q - F \cos 45° + \mathbf{R_B} \cos 30° = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_A(\overline{F}_k) = 0; \quad Q\cdot 1 + M – F \cos 45°\cdot 4 + \mathbf{R_B} \cos 30°\cdot 6 = 0$$

Сосредоточенная сила $\overline{Q}$ является равнодействующей распределенной нагрузки **q** на участке балки DA, т.е. Q = q DA = 1·2 (кН) точкой приложения будет середина участка DA вектор $\overline{Q}$ сонаправлен с вектором **q**. Реакция $\mathbf{R_B}$ в точке **B** направлена перпендикулярно к опорной плоскости в сторону, противоположную действию балки на опору.

Из уравнения моментов находим $\mathbf{R_B}$:

$$\mathbf{R_B} = \frac{-Q\cdot 1 - M + F\cdot cos45°\cdot 4}{6\cdot cos30°} = \frac{-2\cdot 1 - 2 + 5\cdot 0{,}707\cdot 4}{6\cdot 0{,}866} = 1{,}95 \text{ кН};$$

из уравнения проекций на ось x находим составляющую реакции опоры в точке **A**:

$\mathbf{R_{Ax}}$ = F cos 45° + R_B cos 60° = 5 · 0,707 + 1,95 · 0,5 = 4,52 кН;

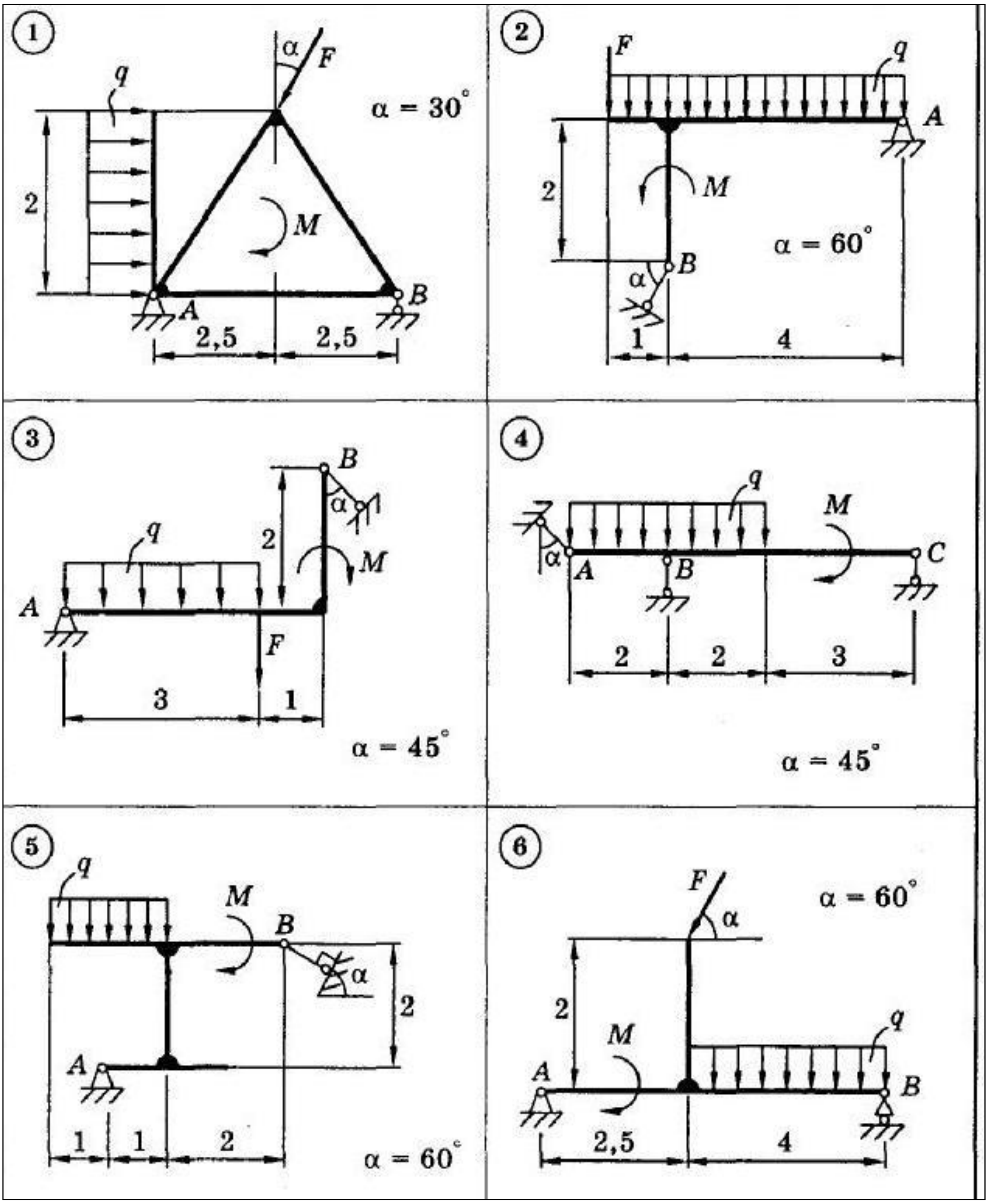
из уравнения проекций на ось y:

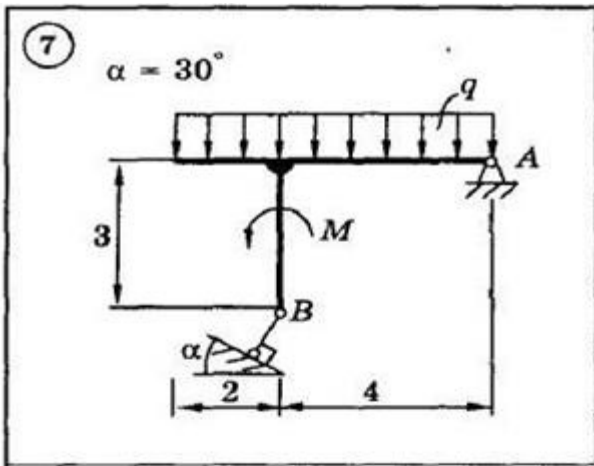
$\mathbf{R_{Ay}}$ = Q + F · cos 45° - R_B cos 30° = 2 + 5 · 0,707 – 1,95 · 0,866 = 3,85 кН;

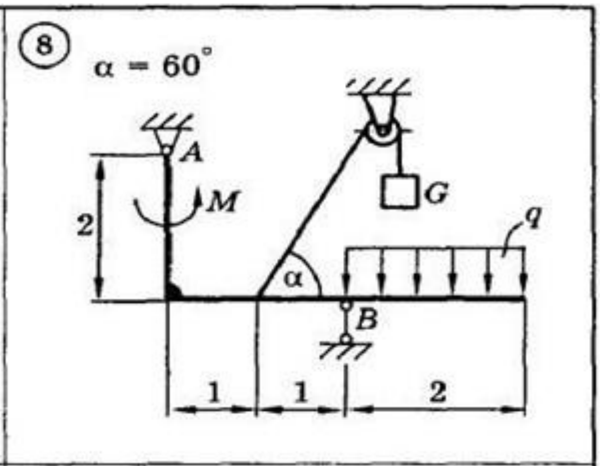
Если значение реакций получаются отрицательными, то это означает, что истинное направление реакций противоположно выбранному ранее.

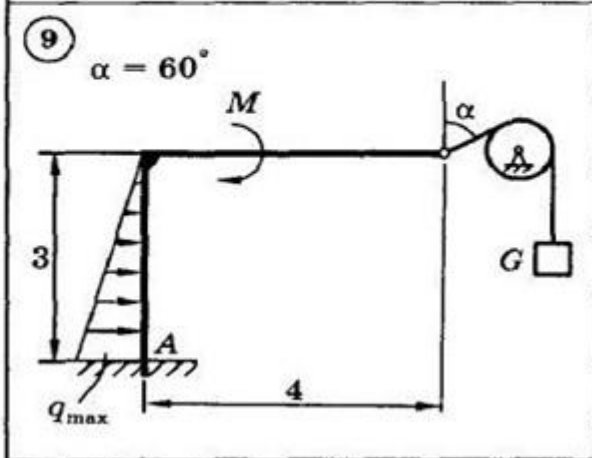
ЗАДАНИЕ С3
ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

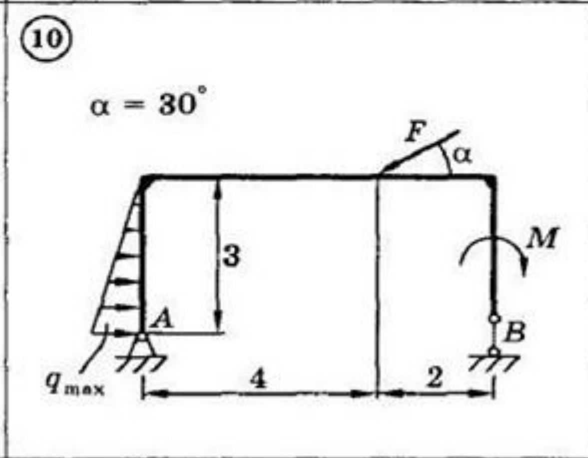
Для представленных на схемах 1—30 тел определить реакции опор. Приведенные на схемах нагрузки имеют следующие величины: вес груза **G** = 10 кН, сила **F** = 10 кН, момент пары сил ***M*** = 20 кН·м, интенсивность распределенной силы **q** = 5 кН/м, а также $\mathbf{q_{max}}$ = 5 кН/м. Размеры указаны в метрах. Весом тела следует пренебречь. метрах. Весом тела следует пренебречь.

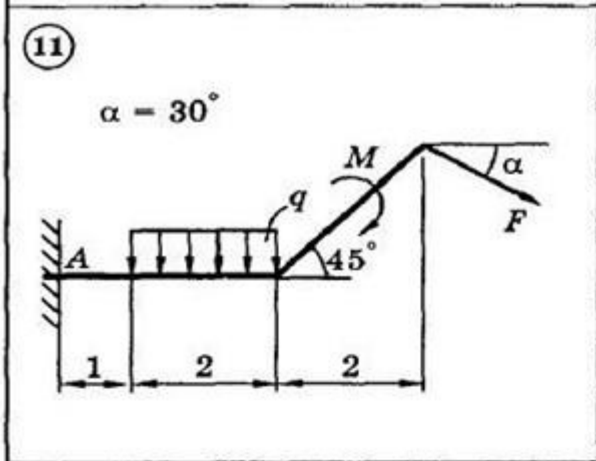


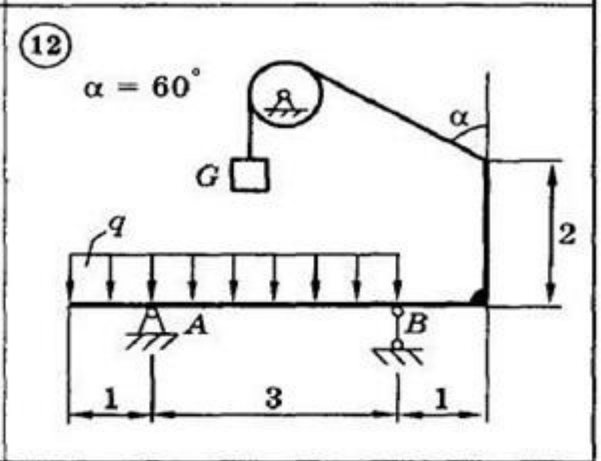

7
α = 30°
q
A
3
M
B
α
2
4

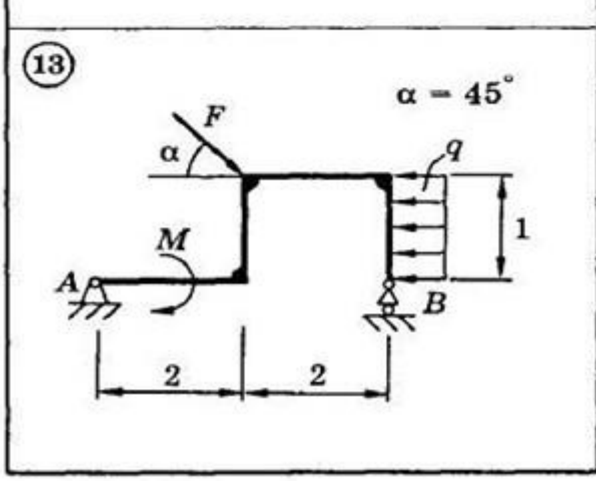

8
α = 60°
A
2
M
G
q
α
B
1
1
2

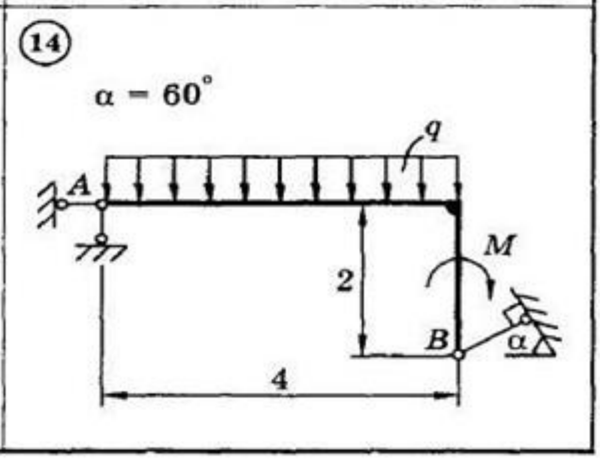

9
α = 60°
M
α
3
G
A
4
q max

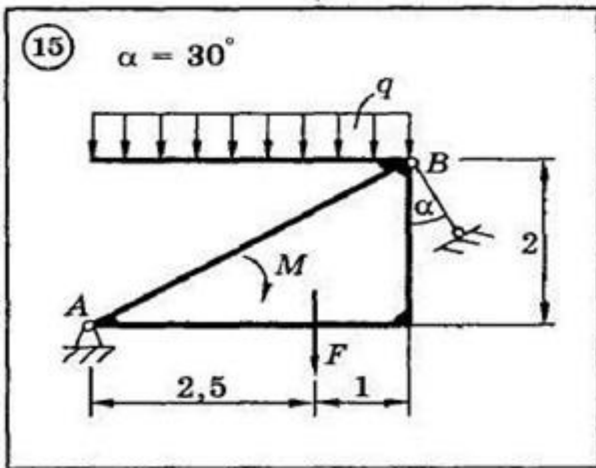

10
α = 30°
F
α
3
M
A
B
q max
4
2

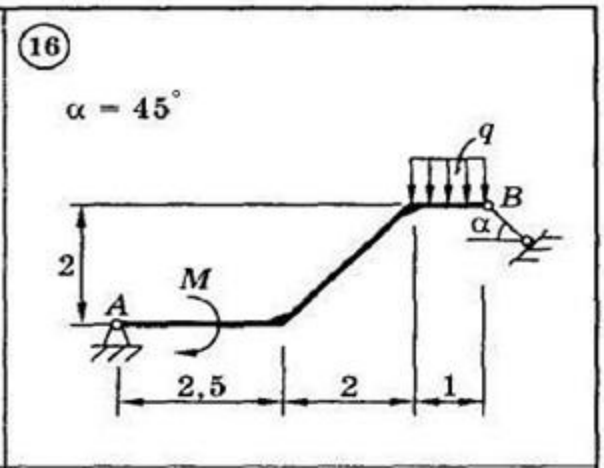

11
α = 30°
M
α
q
F
A
45°
1
2
2

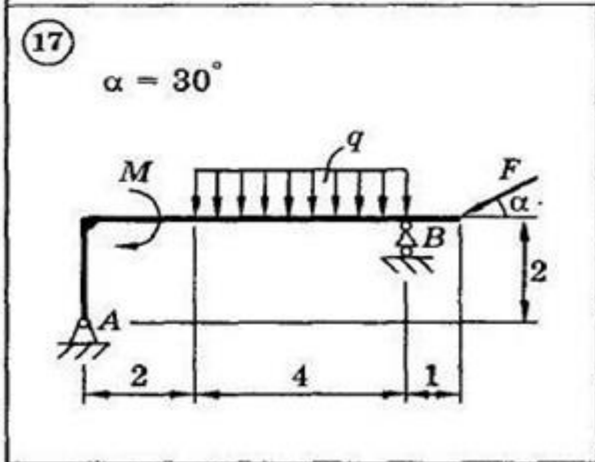

12
α = 60°
α
G
2
q
A
B
1
3
1

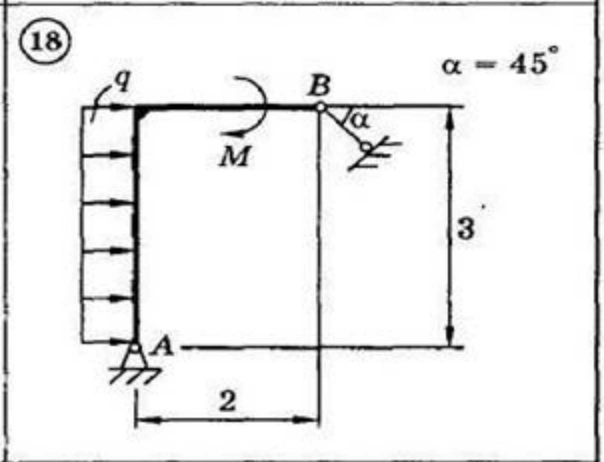

13
α = 45°
F
α
q
1
M
A
B
2
2

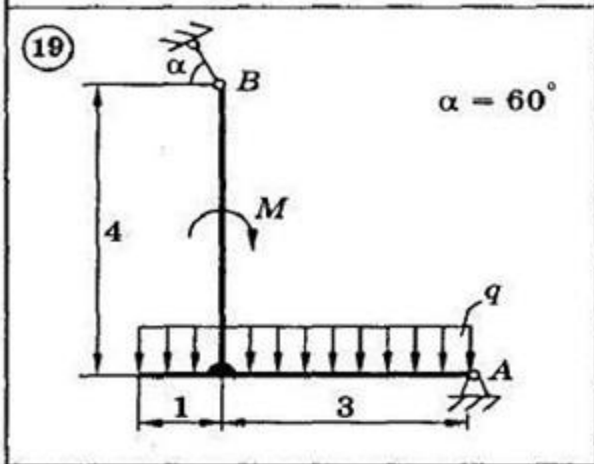

14
α = 60°
q
A
M
2
B
α
4

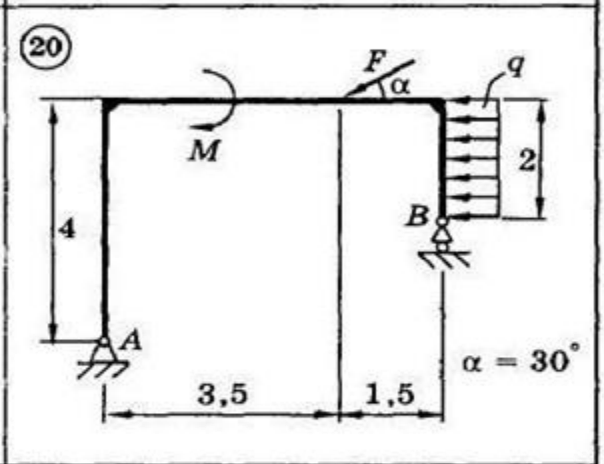

15
α = 30°
q
B
α
2
M
A
F
2,5
1

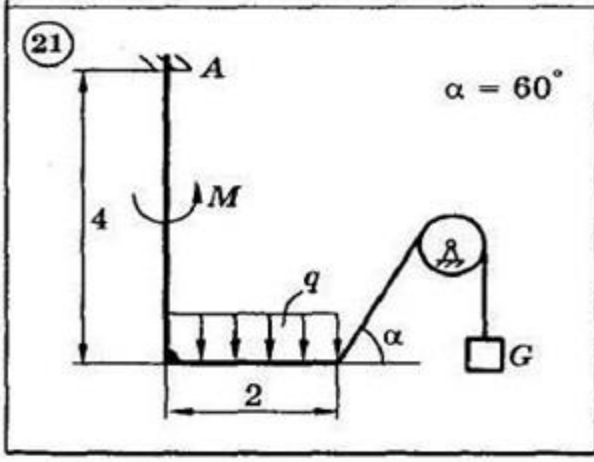

16
α = 45°
q
B
α
2
M
A
2,5
2
1

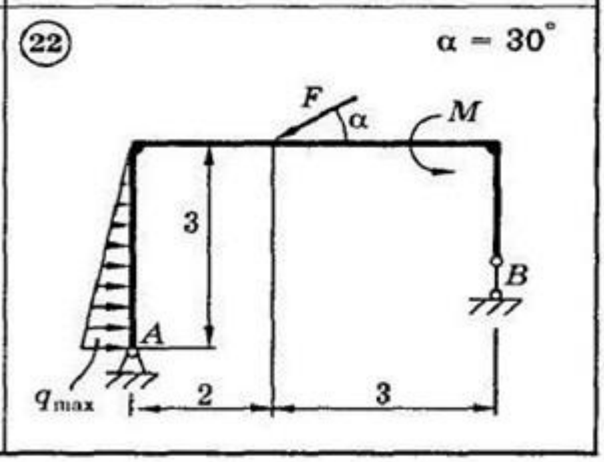

17
α = 30°
q
F
M
α
B
2
A
2
4
1

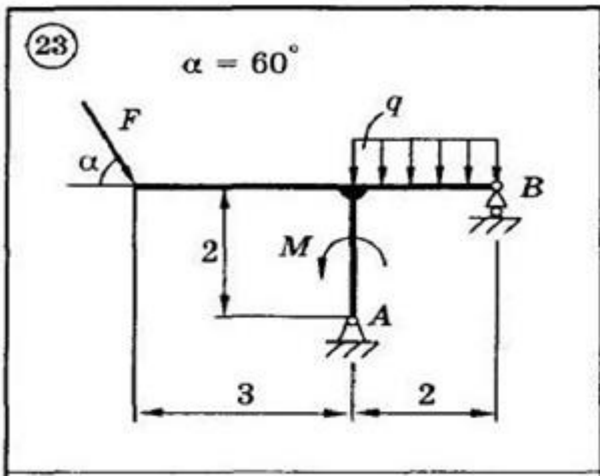

18
α = 45°
q
B
α
M
3
A
2

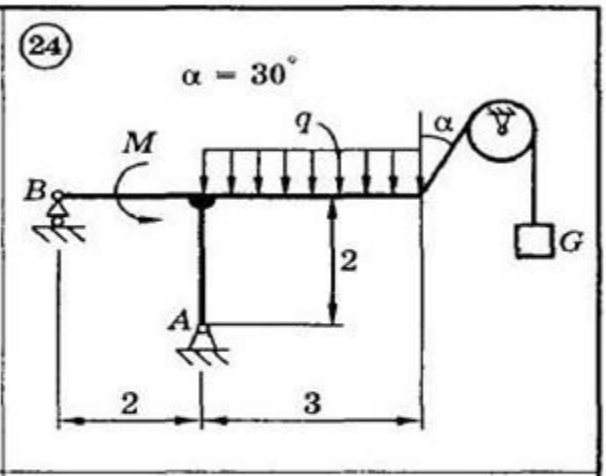

19
α
B
α = 60°
4
M
q
A
1
3

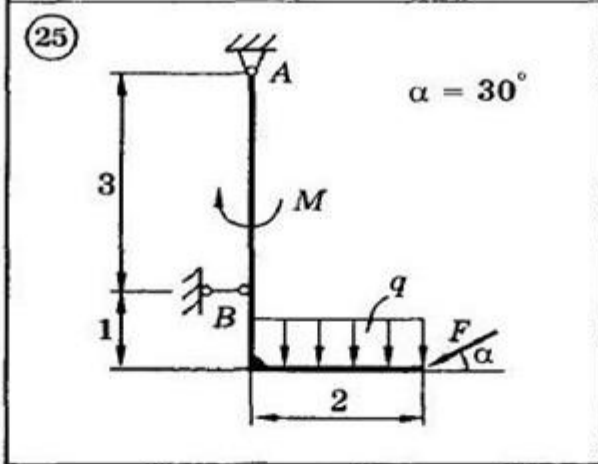

20
F
α
q
M
2
B
4
A
α = 30°
3,5
1,5

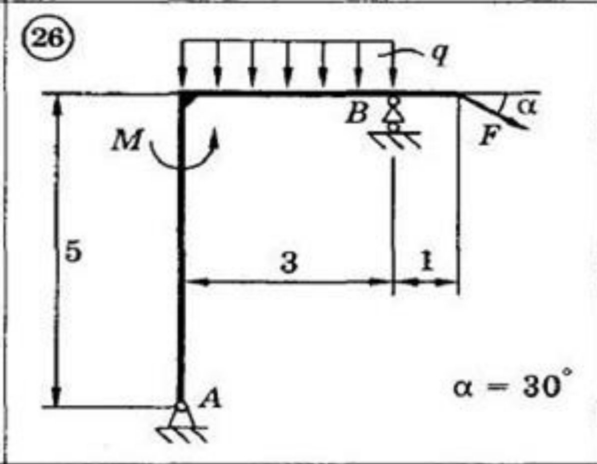

21
A
α = 60°
4
M
q
α
G
2

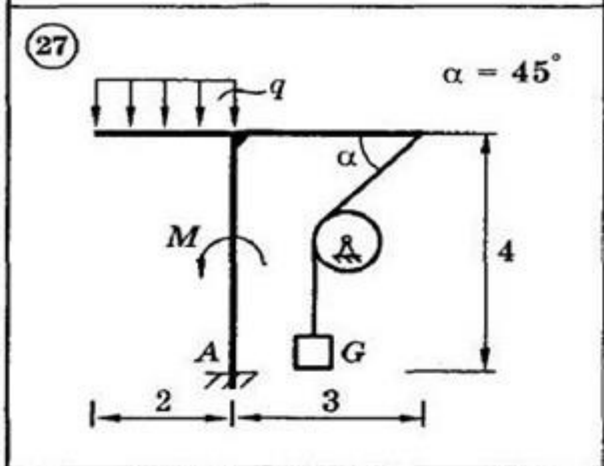

22
α = 30°
F
α
M
3
B
A
q_{max}
2
3

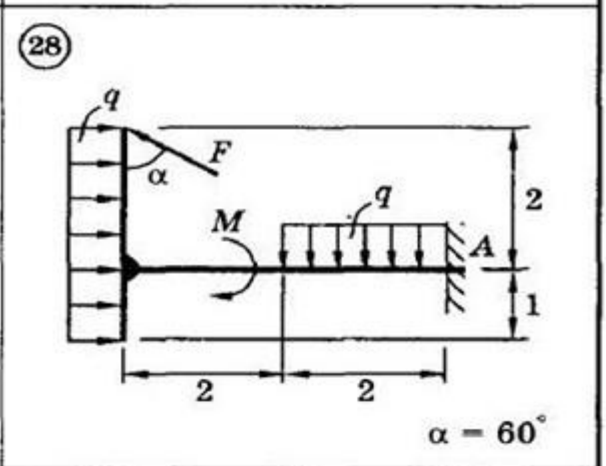

23
α = 60°
F
α
q
B
2
M
A
3
2

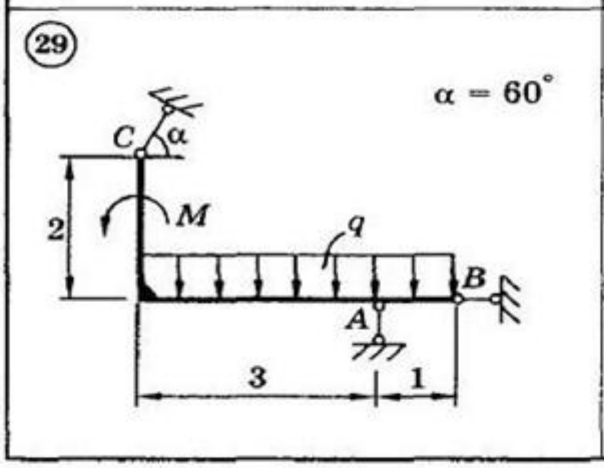

24
α = 30°
M
q
α
B
G
2
A
2
3

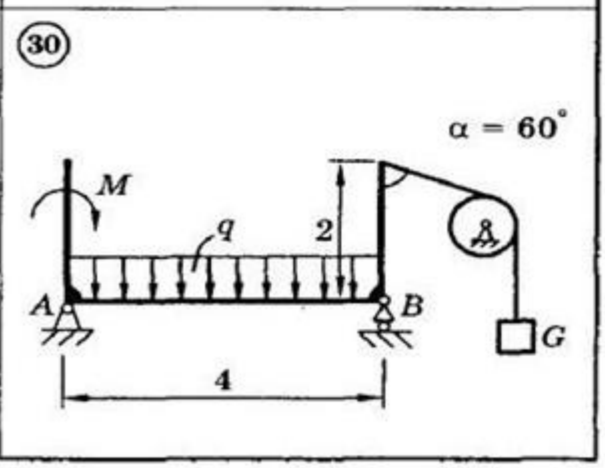

25
A
α = 30°
3
M
q
B
1
F
α
2


26
q
B
α
M
F
5
3
1
A
α = 30°


27
α = 45°
q
α
M
4
A
G
2
3


28
q
F
α
2
M
q
A
1
2
2
α = 60°


29
α = 60°
C
α
2
M
q
B
A
3
1


30
α = 60°
M
q
2
A
B
G
4

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

Определить реакции в заделке невесомой консольной балки (рис. 5), находящейся под действием пары сил с моментом $\boldsymbol{M}$ = 4 кН•м и линейно распределенной нагрузки с максимальной интенсивностью $\mathbf{q_{max}}$ = 1,5 кН/м. Длина балки $\boldsymbol{l}$ = 12 м.

Решение. Воспользуемся принципом освобождаемости от связей, отбросим связи и введем реакции, которые для заделки будут представлять собой две составляющие силы реакции по осям X_A и $\mathbf{Y_A}$ и пару с моментом M_A - моментом заделки (рис. 6).

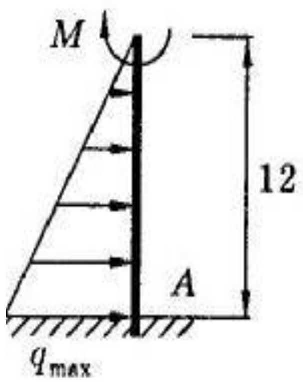


Рис. 5

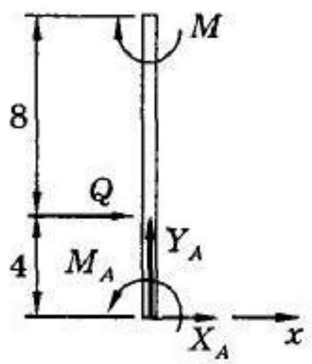


Рис. 6

Кроме того, распределенную силу заменим сосредоточенной, равной в данном случае площади треугольника нагрузки:

$$Q = \frac{1}{2} q_{\max} l = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 12 = 9 \text{ кН},$$

и проходящей через центр тяжести этого треугольника, то есть на расстоянии 1/3 от основания и 2/3 от вершины (4 м и 8 м).

Для расчетной схемы составляем три уравнения равновесия: $\Sigma\ \mathbf{F_K=0}$ на декартовы оси **x** и **y** и $\Sigma\ \mathbf{M_A(F_K)=0}$ относительно точки *A:*

$$x : X_A + Q = 0; \quad y : Y_A = 0;$$
$$M_A : M_A - Q \cdot 4 - M = 0.$$

Решая эти уравнения, получаем

$$X_A = -Q = -9 \text{ кН}; \quad Y_A = 0;$$
$$M_A = Q \cdot 4 + M = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Таким образом, реакция в заделке представлена силой 9 кН, направленной влево, и парой с моментом 40 кН·м, действующей против часовой стрелки.

Ответ: X_A = - 9кН; Y_A = 0; M_A = 40 кН•м.

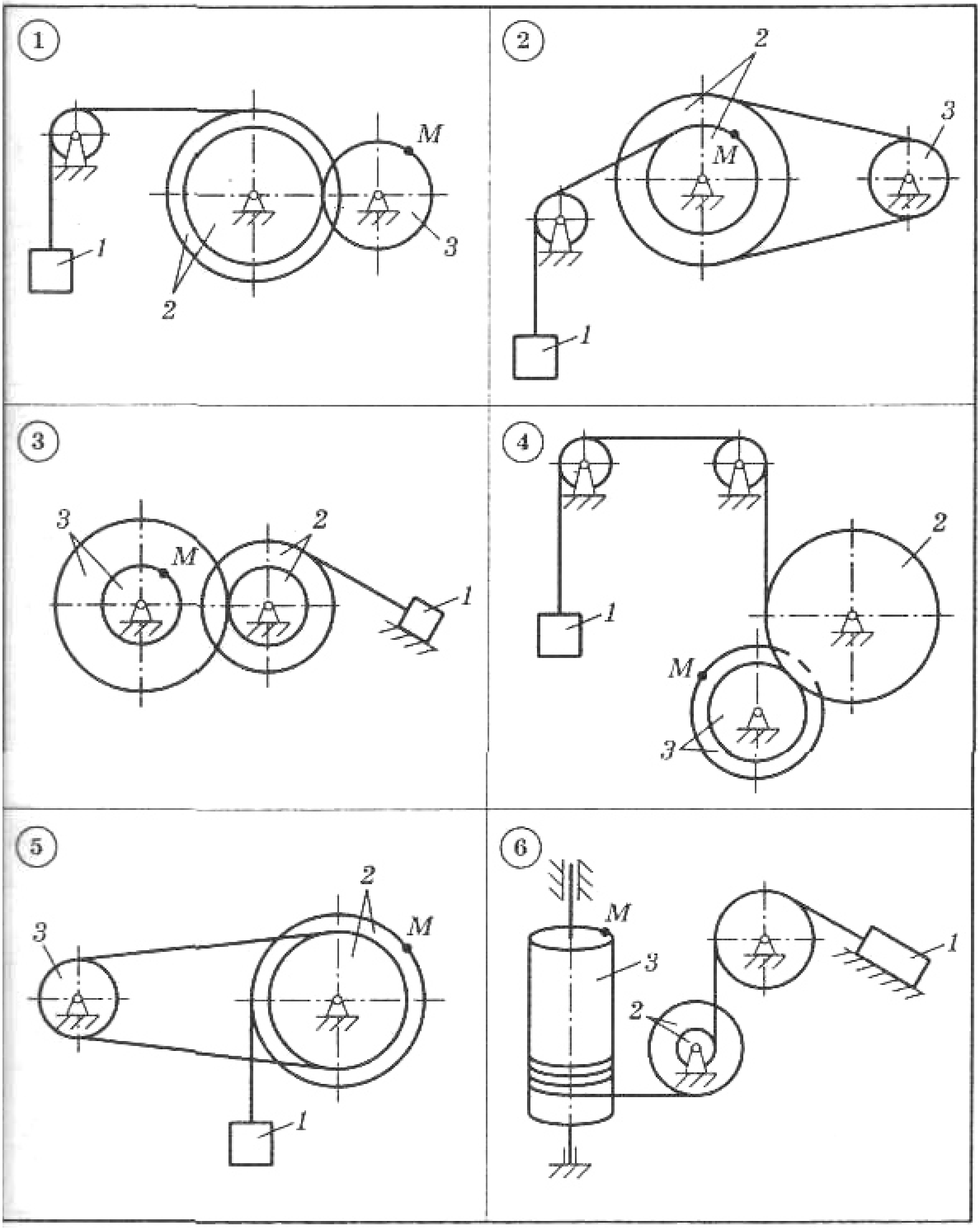
КИНЕМАТИКА
ЗАДАНИЕ К1

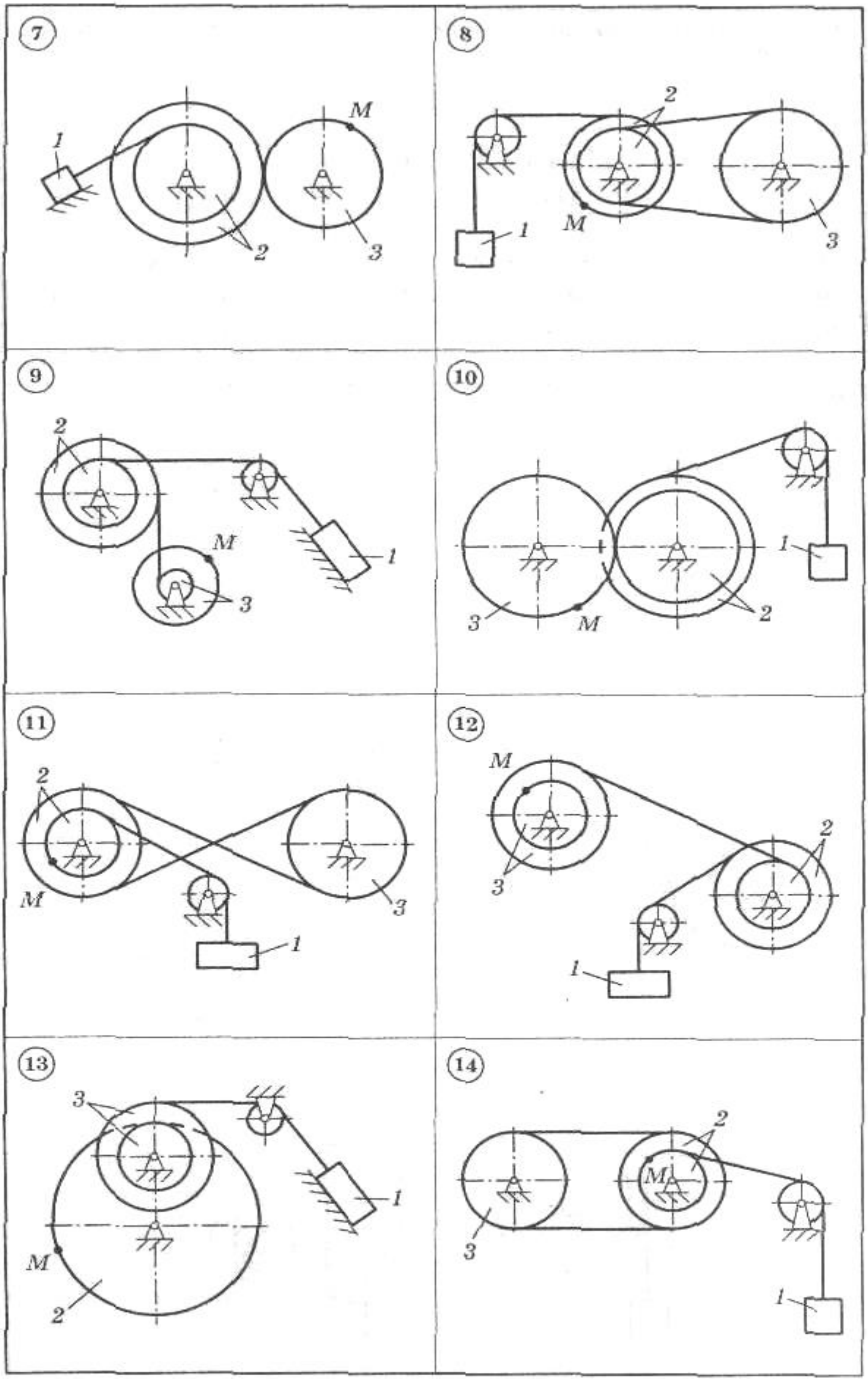
ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

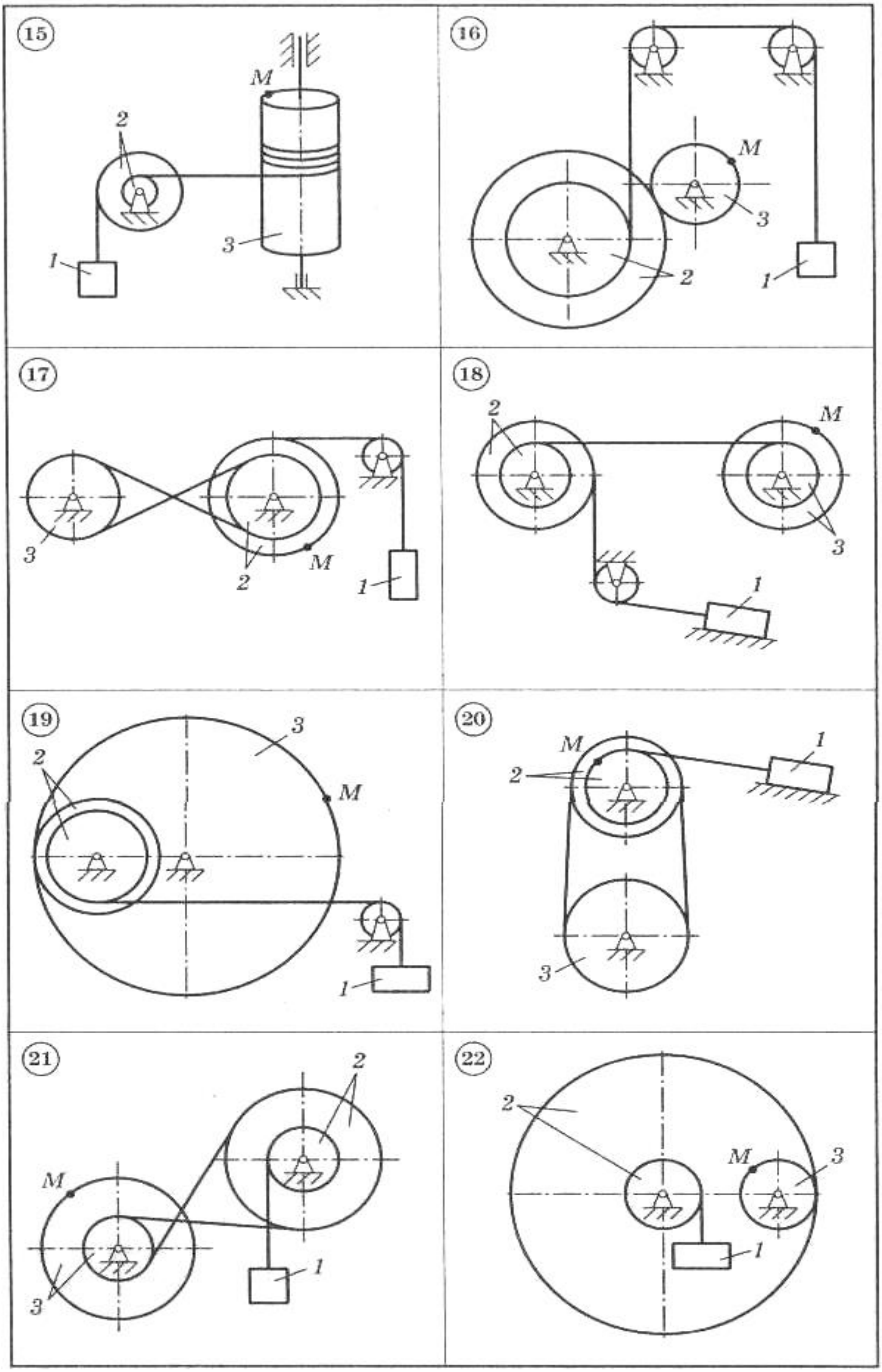
Для приведенных ниже схем механизмов 1-30 по известным характеристикам движения груза ***1*** – скорости v_{1x} и ускорению a_{1x}, или по заданному уравнению движения тела ***1*** - $x(t)$, или по заданному уравнению движения вала ***3*** - $\varphi_3(t)$ определить и показать на рисунке скорость и ускорение точки ***M***, а также скорость и ускорение груза ***1*** в данный момент времени. Исходные данные, включая радиусы шестерен, шкивов и барабанов, приведены в таблице.

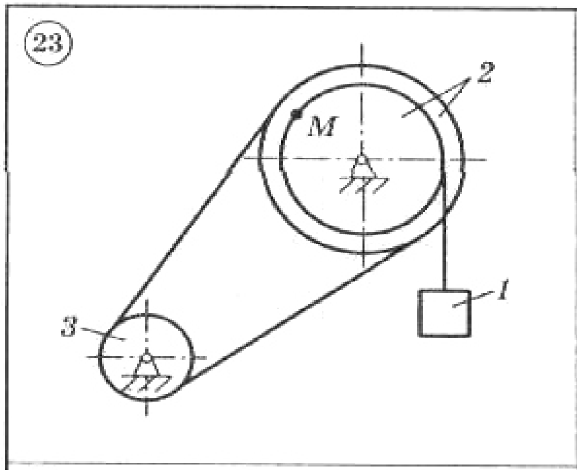
№ вар.	Характеристики или уравнения движения	Радиусы, см				Время, с
		R_2	r_2	R_3	r_3	
1	v_{1x} =0,5 м/с; a_{1x} = -0,7 м/с^2	60	45	36	-	-
2	$\varphi_3 = 3t^2 + 5$ рад	40	25	20	-	1
3	$x = 5t^2$ м	20	10	30	10	0,5
4	v_{1x} =0,25 м/с; a_{1x} = 0,6 м/с^2	80	-	60	45	-
5	$\varphi_3 = 0{,}5t^3 - 2t^2$ рад	20	15	10	-	2
6	$x = 12{,}8t^3$ м	40	20	100	-	0,25
7	v_{1x} =-0,5 м/с; a_{1x} = 1,0 м/с^2	100	60	75	-	-
8	$\varphi_3 = t - 2e^{0,5t}$ рад	30	20	40	-	1
9	$x = 42t - 0{,}6t^3$ м	40	30	30	15	5
10	v_{1x} =1,0 м/с; a_{1x} = 2,0 м/с^2	60	45	60	-	-
11	$\varphi_3 = t^3 - 7t$ рад	15	10	15	-	2
12	$x = 42t - 5t^2$ м	30	15	40	20	4
13	v_{1x} =0,6 м/с; a_{1x} = -0,9 м/с^2	80	-	45	30	-
14	$\varphi_3 = 4t - 0{,}5t^2$ рад	15	10	15	-	3
15	$x = 4(1+e^{-0,8t})$ м	50	20	60	-	1
16	v_{1x} =1,5 м/с; a_{1x} = 4,5 м/с^2	100	60	30	-	-
17	$\varphi_3 = 5[1-\cos(\pi t/6)]$ рад	20	15	15	-	1
18	$x = 5t - 0{,}5t^3$ м	32	16	32	16	2
19	v_{1x} =0,4 м/с; a_{1x} = 0,4 м/с^2	45	35	105	-	-
20	$\varphi_3 = 8\sin(\pi t/3)$ рад	15	10	20	-	1
21	$x = 5t - 15\sin(\pi t/6)$ м	40	18	40	18	2
22	v_{1x} =0,8 м/с; a_{1x} = 12,8 м/с^2	35	10	10	-	-
23	$\varphi_3 = 10t - 2t^2$ рад	20	15	10	-	2
24	$x = 0{,}5[1-\cos(\pi t)]$ м	40	20	40	15	1/6
25	v_{1x} =0,8 м/с; a_{1x} = 4,8 м/с^2	40	30	15	-	-

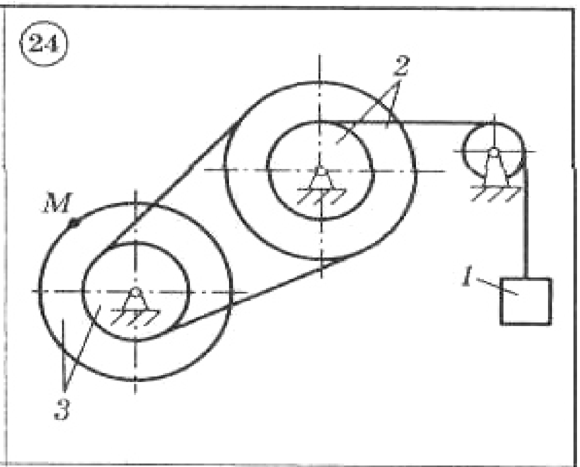
26	$\varphi_3 = t^2 - e^t$ рад	15	10	20	-	0,5
27	$x = 22t - 5t^2$ м	25	20	50	25	2
28	$v_{1x} = 0{,}7$ м/с; $a_{1x} = -4{,}9$ м/с^2	15	-	40	35	-
29	$\varphi_3 = t^3 - t^2 - 5t$ рад	25	15	10	-	1
30	$x = 4t - 0{,}6e^{5t}$ м	30	15	20	-	0,1

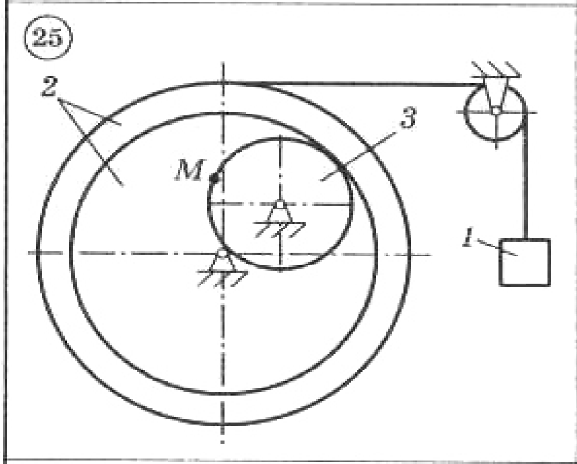


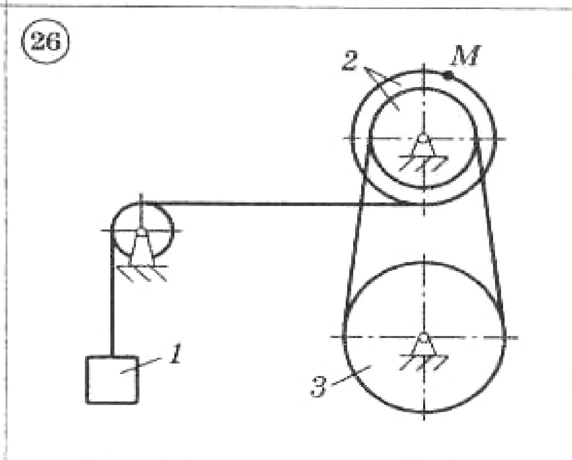

7
1
M
2
3
8
2
1
M
3
9
2
M
1
3
10
1
3
M
2
11
2
M
1
3
12
M
2
3
1
13
3
1
M
2
14
2
M
3
1

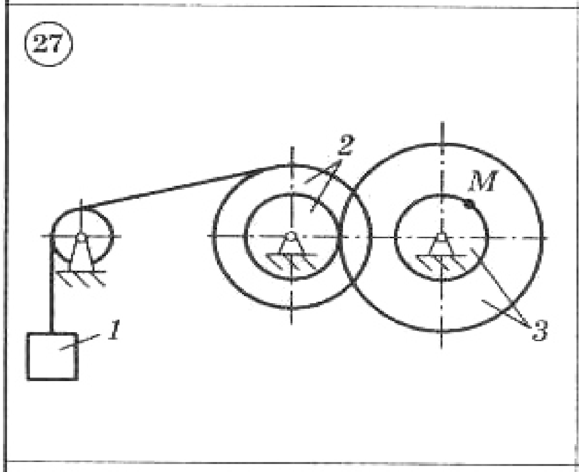

15
M
2
3
1
16
M
3
2
1
17
3
2
M
1
18
2
M
3
1
19
3
2
M
1
20
M
1
2
3
21
2
M
3
1
22
2
M
3
1

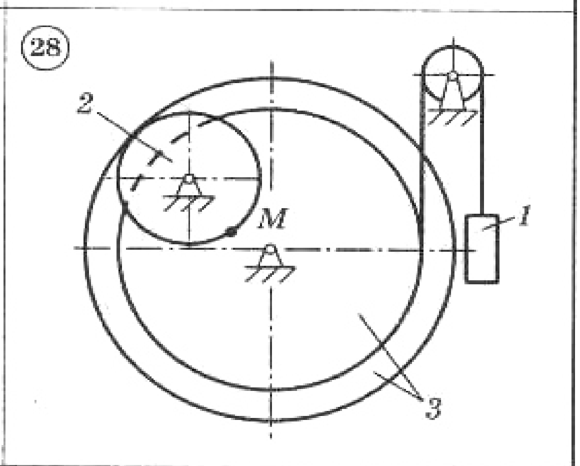

23
2
M
1
3

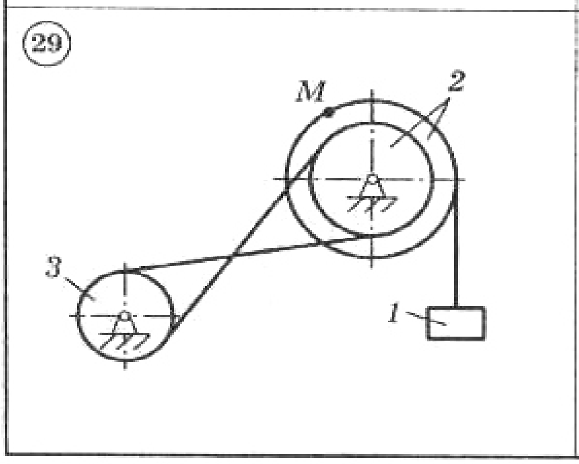

24
2
M
1
3

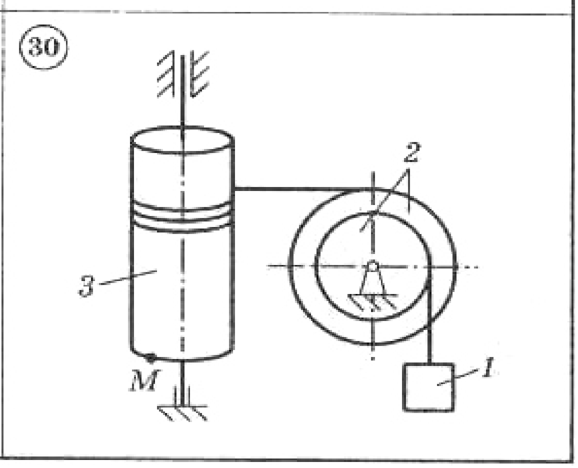

25
2
3
M
1


26
2
M
1
3


27
2
M
1
3


28
2
M
1
3


29
M
2
3
1


30
2
3
M
1

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Лебедка (рис. 7), поднимающая груз по наклонной плоскости, состоит из двух валов ***1*** и ***2*** с шестернями (зубчатыми колесами), числа зубьев которых равны соответственно z_1 =12 и z_2=48. К валу ***2*** прикреплен барабан радиусом ***r*** = 0,3 м, на который наматывается грузовой трос. Вал ***1*** вращается равноускоренно с угловым ускорением ε_1 = 8 c^{-2}. Определить скорость, ускорение и перемещение груза, а также ускорение точки ***B*** барабана в момент времени ***t*** = 1 с. В начальный момент времени система находилась в покое.

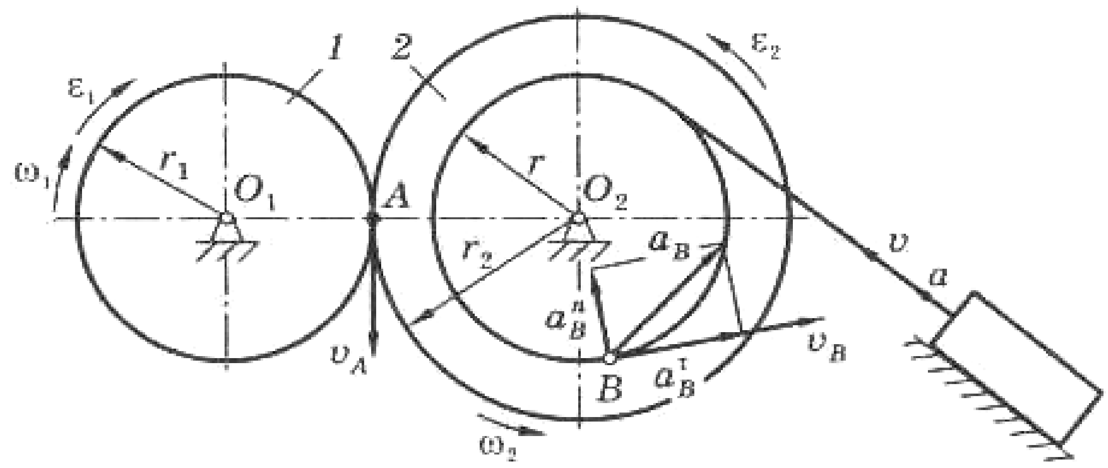


Рис. 7.

Решение. Найдем угловую скорость ω_1 ведущего вала ***1*** из условия, что он вращается с угловым ускорением ε_1 = const, учитывая, что $\frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_1$.

Интегрируя последнее уравнение по времени, получаем $\omega_1 = \int \varepsilon_1 dt = \varepsilon_1 + C_1$.

Постоянную интегрирования получаем из начального условия: при ***t*** = 0 ω_1 = 0 (система находилась в покое), следовательно, C_1 =0.

Итак, угловая скорость вала ***1*** определяется уравнением $\omega_1 = \varepsilon_1 t = 8t$.

При t = 1 с получаем ω_1 = 8 c^{-1}.

Шестерни ***1*** и ***2*** взаимодействуют без проскальзывания. Поэтому скорости точек их касания (точка ***A***) будут одинаковы: $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$.

Отсюда находим угловую скорость ω_2 вала ***2***, учитывая, что $\frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}$:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2} = \omega_1 \frac{z_1}{z_2} = 2t\big|_{t=1c} = 2\ c^{-1}.$$

Угловое ускорение вала ***2*** равно $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = 2\ c^{-2}$.

Поскольку трос нерастяжим и относительно барабана не проскальзывает, то скорость груза v будет равна скорости любой из точек на ободе барабана, в частности, скорости точки ***B***: $v = v_B = \omega_2 r = 0{,}6t\big|_{t=1c} = 0{,}6$ м/с.

Ускорение точки ***B*** равно векторной сумме касательного (вращательного) и нормального (центростремительного) ускорений:

$$\bar{\alpha}_B = \bar{\alpha}_B^{\tau} + \bar{\alpha}_B^{n}.$$

Направление вращательного ускорения определяется направлением углового ускорения ε_2, а его модуль равен $\alpha_B^{\tau} = \varepsilon_2 r = 0{,}6$ м/с^2. Центростремительное ускорение направлено к оси вращения вала ***2*** и равно по модулю $\alpha_B^{n} = \omega_2^2 r = 1{,}2$ м/с^2.

Модуль ускорения точки ***B***

$$\alpha_B = \sqrt{\left(\alpha_B^{\tau}\right)^2 + \left(\alpha_B^{n}\right)^2} = 1{,}34\ \text{м/с}^2.$$

Ускорение груза можно найти, взяв производную по времени от его скорости, так как это касательное ускорение: $\alpha = \dot{v} = 0{,}6$ м/с^2.

Перемещение груза определяется интегрированием модуля скорости по времени:

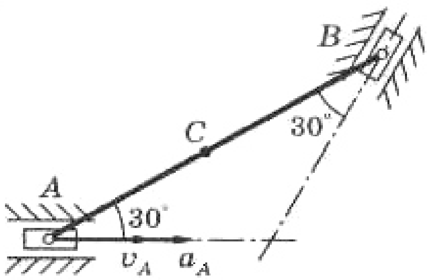
$$s = \int_0^t v dt = 0{,}3t^2\big|_{t=1c} = 0{,}3\ \text{м}.$$

Ответ: v =0,6 м/с; $a = 0{,}6$ м/с^2; s = 0,3 м; $a_B = 1{,}34$ м/с^2.

ЗАДАНИЕ К2
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

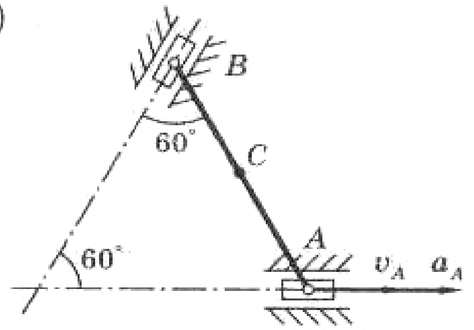
Для представленных на схемах 1-30 механизмов, состоящих из шатуна ***AB*** длиной 2 м и двух ползунов, по заданным величинам скорости и ускорения ползуна A определить скорость и ускорение ползуна B и средней точки C шатуна, а также угловую скорость и угловое ускорение шатуна.

1



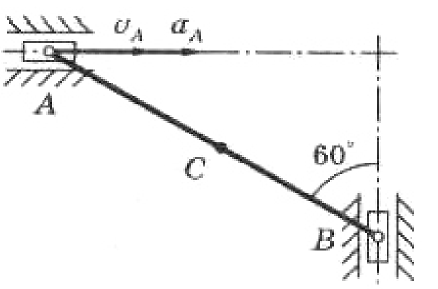
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

2



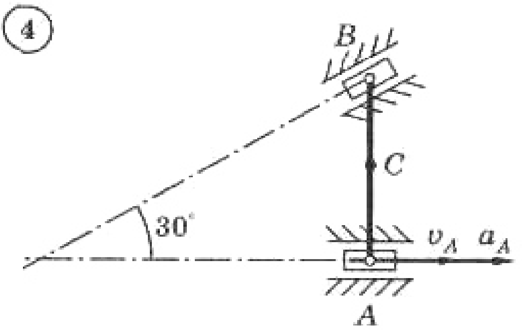
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

3



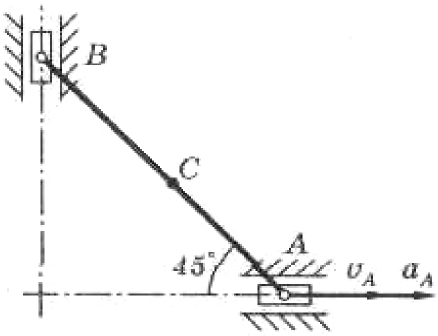
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

4



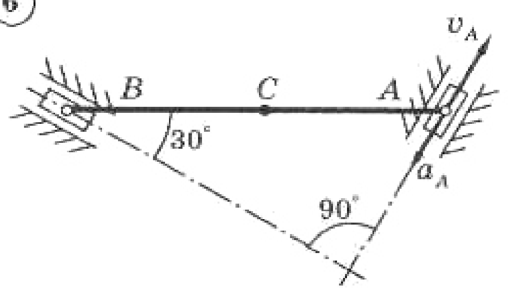
$v_A = 0,9$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

5



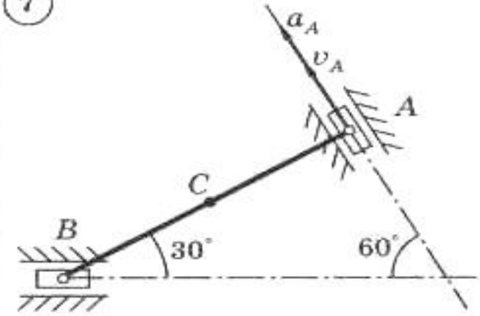
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

6



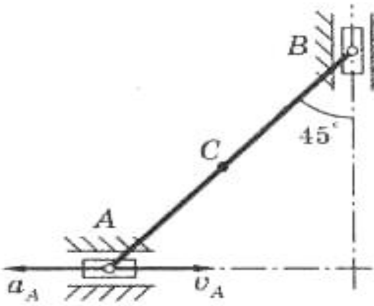
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

7



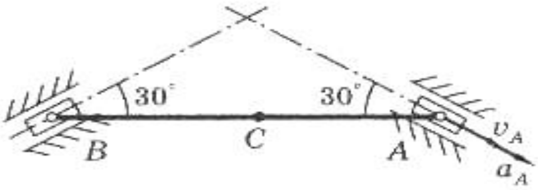
$\upsilon_A = 0{,}3$ м/с; $a_A = 1$ м/с^2

8



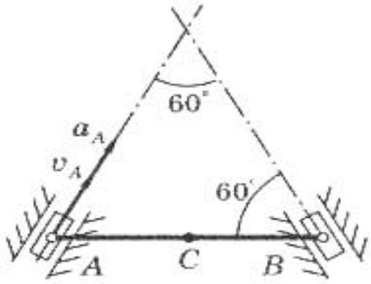
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 4$ м/с^2

9



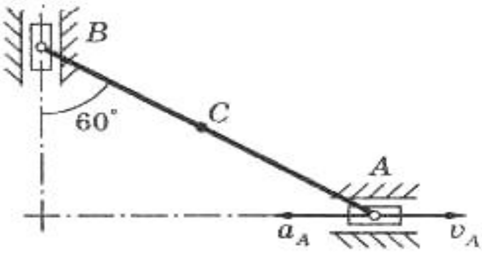
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

10



$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

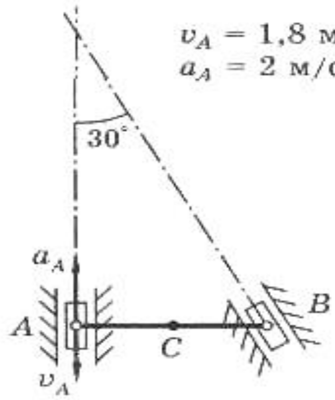
11



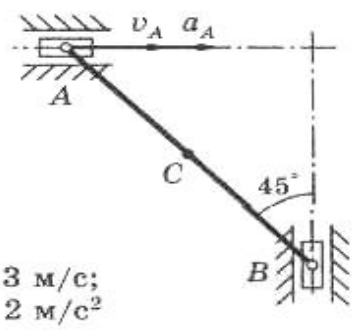
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

12

$\upsilon_A = 1{,}8$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

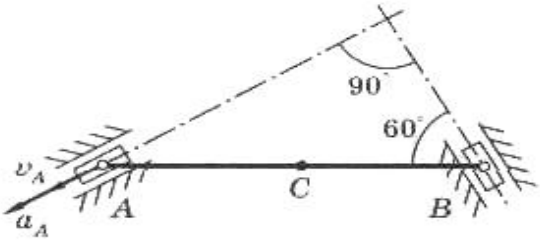


13



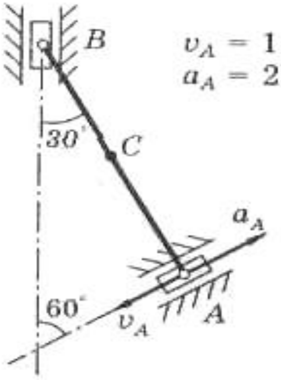
$\upsilon_A = 3$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

14



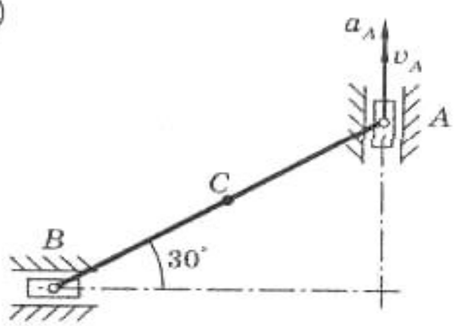
$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(15)



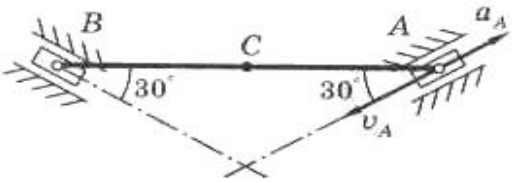
$\upsilon_A = 1{,}5$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

(16)



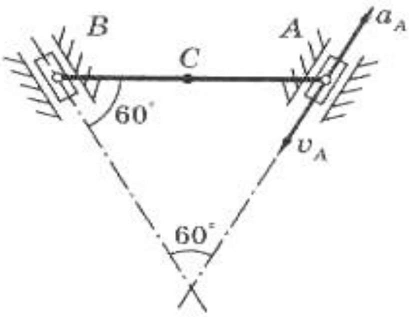
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(17)



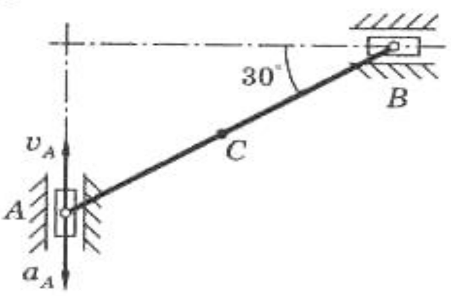
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(18)



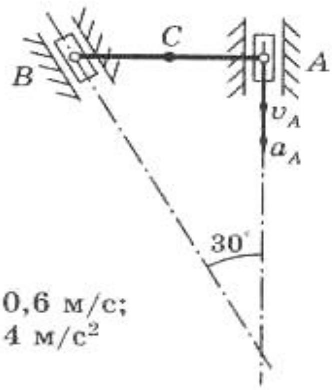
$\upsilon_A = 4$ м/с; $a_A = 4$ м/с^2

(19)



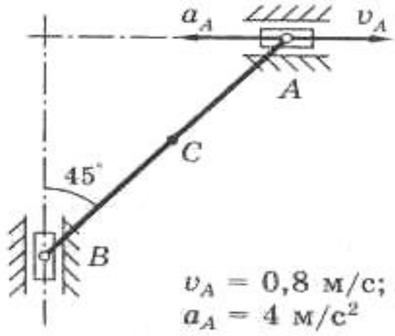
$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 4$ м/с^2

(20)



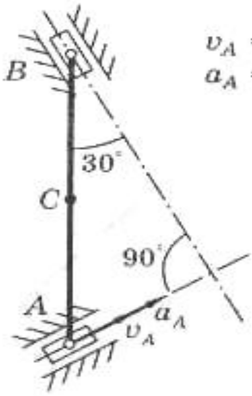
$\upsilon_A = 0{,}6$ м/с;
$a_A = 4$ м/с^2

(21)



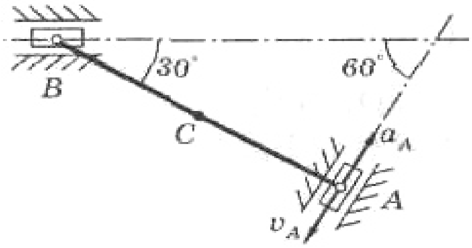
$\upsilon_A = 0{,}8$ м/с;
$a_A = 4$ м/с^2

(22)



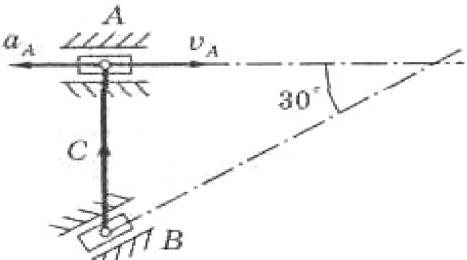
$\upsilon_A = 2$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

23



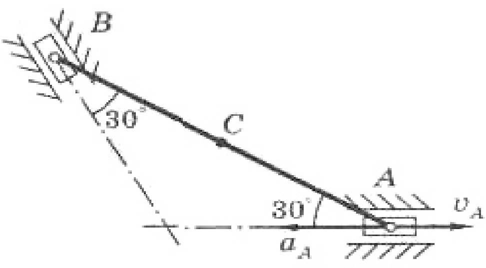
$\upsilon_A = 0{,}9$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

24



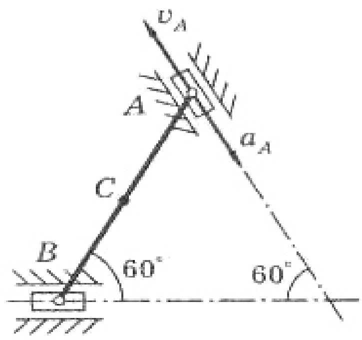
$\upsilon_A = 1{,}2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

25



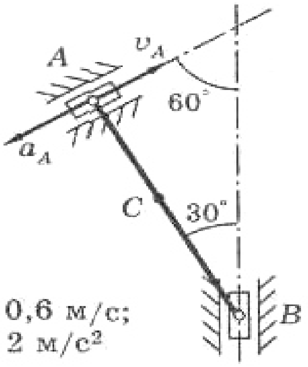
$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

26



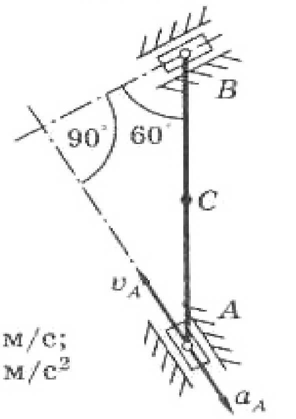
$\upsilon_A = 0{,}8$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

27



$\upsilon_A = 0{,}6$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

28



$\upsilon_A = 4$ м/с;
$a_A = 1$ м/с^2

29

$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

30

$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кривошип ***OA*** длиной 0,2 м вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_{OA} = 10$ с$^{-1}$ и приводит в движение шатун ***AB*** длиной 1 м. Ползун ***B*** движется по вертикали. Найти угловую скорость и угловое ускорение шатуна, а также скорость и ускорение ползуна в момент, когда кривошип и шатун взаимно перпендикулярны и образуют с вертикалью угол 45° (рис. 8).

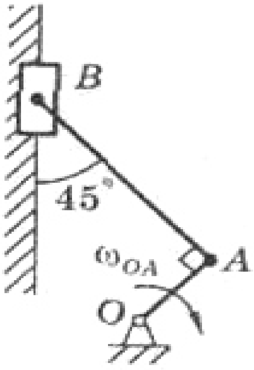


Рис. 8

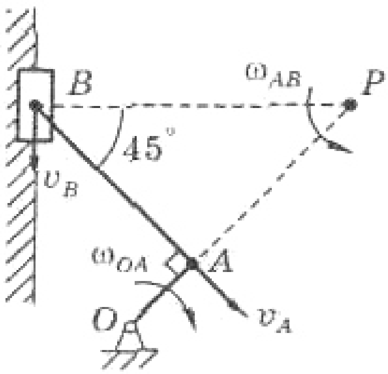


Рис. 9

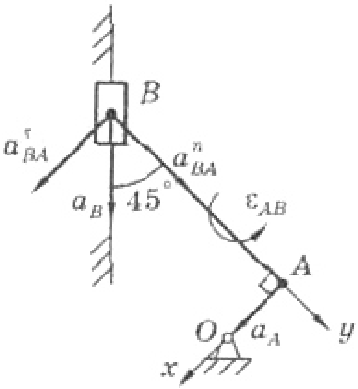


Рис. 10

Решение:

1. Определение скоростей. Вычислим скорость точки ***A*** как точки вращающегося кривошипа:

$$v_A = \omega_{OA}|OA| = 2 \text{ м/с}.$$

Она направлена перпендикулярно ***OA*** (рис. 9).

Скорость v_B ползуна направлена по направляющей вертикально.

Для шатуна ***AB***, совершающего плоское движение, теперь известны направления скоростей двух его точек: ***A*** и ***B***. Восставляя перпендикуляры к векторам этих скоростей, находим точку ***P*** их пересечения – МЦС шатуна.

Используя известную формулу для скоростей точек при плоском движении, получаем $v_A = \omega_{AB}|AP|$; $v_B = \omega_{AB}|BP|$.

Из треугольника ***ABP*** имеем $|AP| = 1$ м; $|BP| = \sqrt{2}$ м, и тогда

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{|AP|} = 2 \text{ с}^{-1}; \quad v_B = 2\sqrt{2} \text{ м/с}.$$

2. Определение ускорений.

Вычислим сначала ускорение точки ***A*** как точки кривошипа:

$$\overline{\alpha}_A = \overline{\alpha}_A^{\tau} + \overline{\alpha}_A^{n}.$$

Здесь вращательное ускорение

$\alpha_A^\tau = \varepsilon_{OA} \left| OA \right| = 0$, так как $\varepsilon_{OA} = \dot{\omega}_{OA} = 0$, поскольку $\omega_{OA} = const$.

Тогда полное ускорение точки ***A*** равно центростремительному

$$\alpha_A = \alpha_A^n = \omega_{OA}^2 |OA| = 20 \text{ м/с}^2$$

и направлено к оси вращения – точке ***O*** (рис. 10).

Для вычисления ускорения точки ***B*** воспользуемся теоремой о сложении ускорений, взяв точку ***A*** в качестве полюса:

$$\bar{\alpha}_B = \bar{\alpha}_A + \bar{\alpha}_{BA} = \bar{\alpha}_A + \bar{\alpha}_{BA}^\tau + \bar{\alpha}_{BA}^n . \qquad (*)$$

Центростремительное ускорение точки ***B*** в относительном вращении вокруг точки ***A*** по модулю равно

$\alpha_{BA}^n = \omega_{AB}^2 |AB| = 4$ м/с^2, и направлено от точки ***B*** к полюсу – точке ***A***.

Модуль вращательного ускорения α_{BA}^τ определяется по формуле

$\alpha_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \left| AB \right|$ и пока не может быть вычислен, поскольку неизвестна величина углового ускорения ε_{AB}. Направление вектора $\bar{\alpha}_{BA}^\tau$ также не может быть определено однозначно, так как неизвестно направление углового ускорения, т.е. неизвестно, ускоренным или замедленным является поворот шатуна. Примем пока этот поворот ускоренным, тогда направление $\bar{\varepsilon}_{OA}$ совпадает с направлением $\bar{\omega}_{OA}$, а вектор $\bar{\alpha}_{BA}^\tau$ направим перпендикулярно отрезку ***BA*** по ходу углового ускорения.

Вектор ускорения точки ***B*** направлен по вертикальной прямолинейной направляющей. Будем пока считать движение ползуна ускоренным и направим ускорение $\bar{\alpha}_B$ в ту же сторону, что и скорость $\bar{v}_B$ (рис. 8, 9).

Теперь в равенстве (*) все ускорения имеют определенное направление, и мы можем записать это уравнение в проекциях на выбранные оси:

x: $\alpha_B \sin 45^o = \alpha_A + \alpha_{BA}^\tau$; y: $\alpha_B \cos 45^o = \alpha_{BA}^n$.

Из последнего уравнения получаем $\alpha_B = \alpha_{BA}^n \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ м/с^2, тогда из первого уравнения $\alpha_{BA}^\tau = \alpha_B \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \alpha_A = -16$ м/с^2.

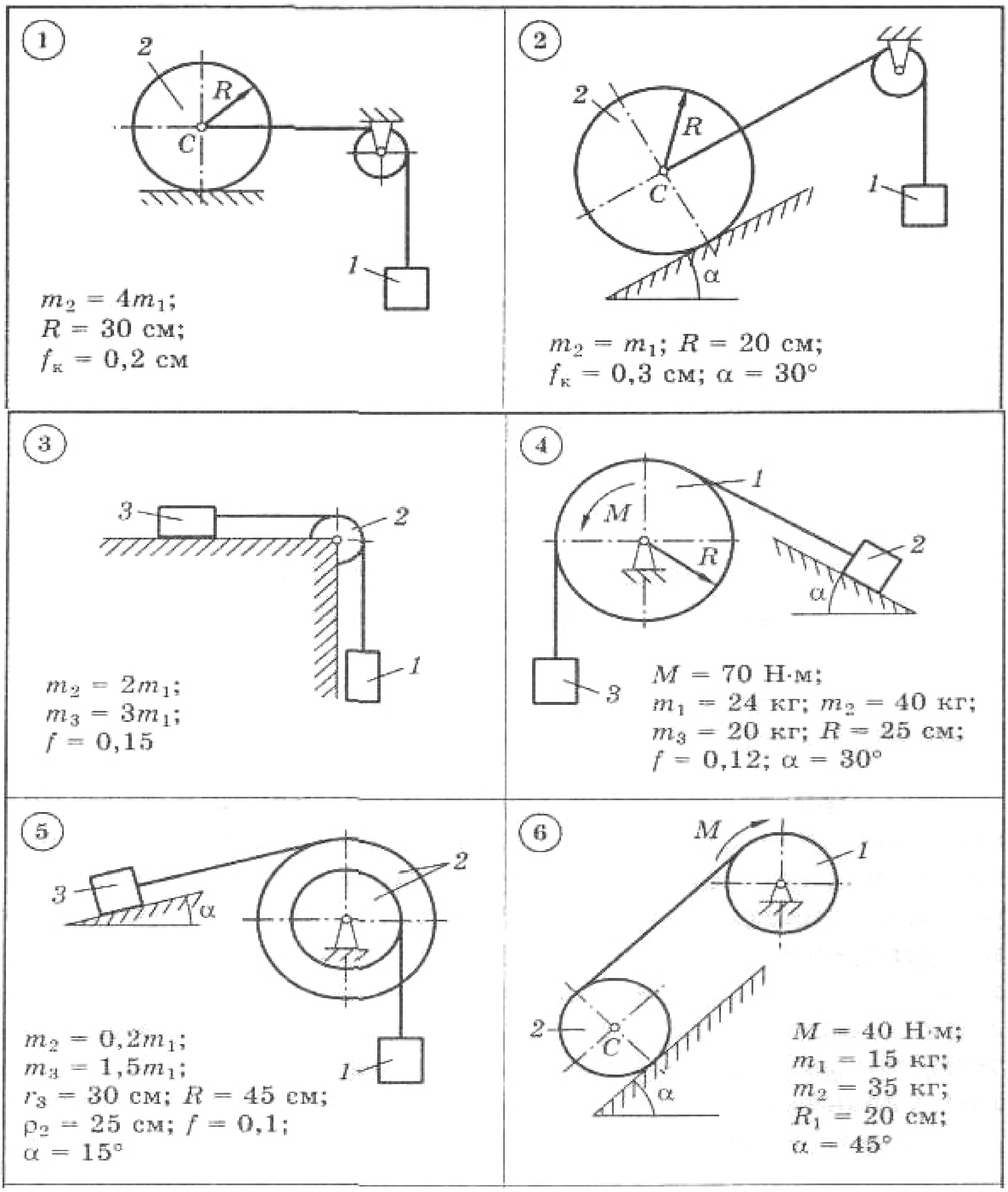
Отсюда следует, что $\varepsilon_{AB} = \dfrac{\alpha_{AB}^\tau}{|AB|} = -16$ с$^{-2}$.

Отрицательные знаки у величин α_{BA}^τ и ε_{AB} показывают, что их истинные направления противоположны принятым.

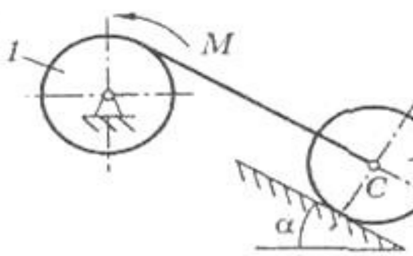
О т в е т: $\omega_{AB} = 2$ с$^{-1}$; $\varepsilon_{AB} = -16$ с$^{-2}$; $v_B = 2\sqrt{2}$ м/с; $\alpha_B = 4\sqrt{2}$ м/с^2.

ДИНАМИКА
ЗАДАНИЕ Д1
ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Для приведенных на схемах 1-30 механических систем, используя теорему об изменении кинетической энергии в интегральной форме, определить угловую скорость (варианты 4, 6, 7, 9, 11, 18, 25, 26, 28) или линейную скорость (остальные варианты) тела 1 после его заданного перемещения $\varphi_1 = 2\ \pi$ рад или $s_1 = 2$ м. Движение начинается из состояния покоя.

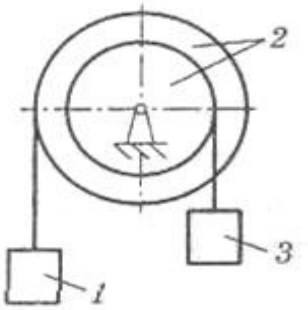


7



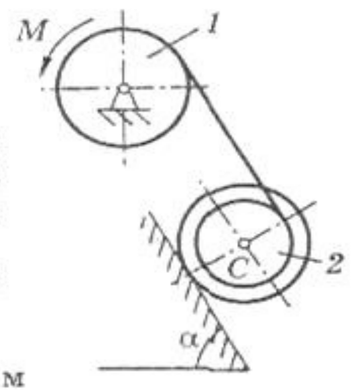
$M = 120$ Н·м;
$m_1 = 30$ кг; $m_2 = 42$ кг;
$R_1 = 40$ см; $\alpha = 30°$

8



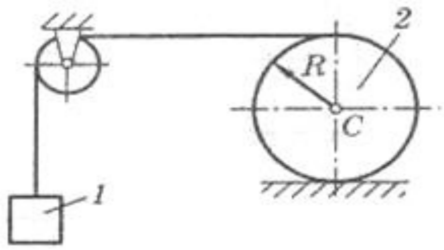
$m_2 = 0{,}5m_1$; $m_3 = 2m_1$;
$r_2 = 25$ см; $R_2 = 55$ см;
$\rho_2 = 40$ см

9



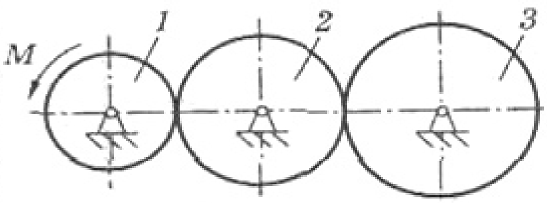
$m_1 = 15$ кг;
$m_2 = 32$ кг;
$R_1 = 20$ см;
$r_2 = 15$ см;
$R_2 = 40$ см;
$\rho_2 = 20$ см;
$\alpha = 60°$;
$M = 120$ Н·м

10



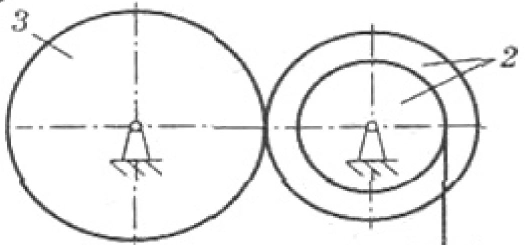
$m_2 = 6m_1$; $R = 45$ см;
$f_к = 0{,}2$ см

11



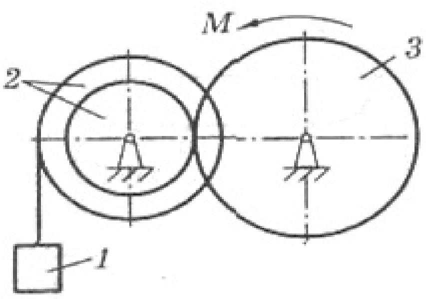
$m_1 = 20$ кг; $m_2 = 10$ кг;
$m_3 = 40$ кг; $M = 60$ Н·м;
$R_1 = 30$ см

12



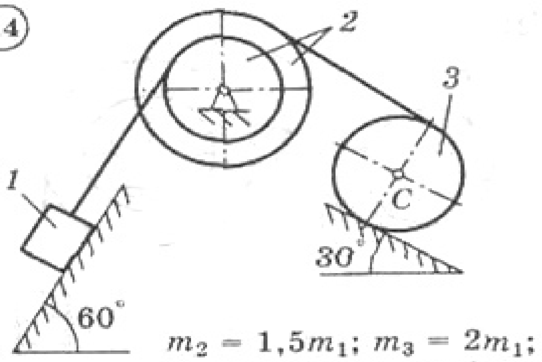
$m_2 = m_1$; $m_3 = 2m_1$;
$r_2 = 30$ см; $R_2 = 50$ см;
$\rho_2 = 40$ см

13



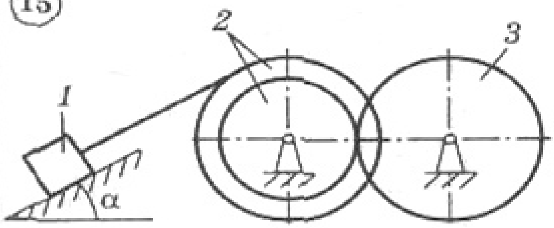
$M = 220$ Н·м; $m_1 = 20$ кг;
$m_2 = 8$ кг; $m_3 = 15$ кг; $r_2 = 40$ см;
$R_2 = 60$ см; $R_3 = 70$ см; $\rho_2 = 50$ см

14



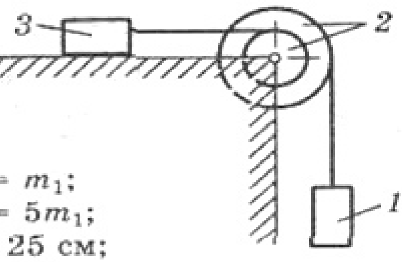
$m_2 = 1{,}5m_1$; $m_3 = 2m_1$;
$r_2 = 35$ см; $R_2 = 55$ см;
$\rho_2 = 40$ см

15



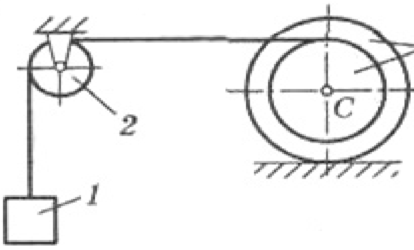
$m_2 = 2m_1$; $m_3 = 4m_1$;
$r_2 = 30$ см; $R_2 = 50$ см;
$\rho_2 = 40$ см; $f = 0{,}2$; $\alpha = 30°$

16



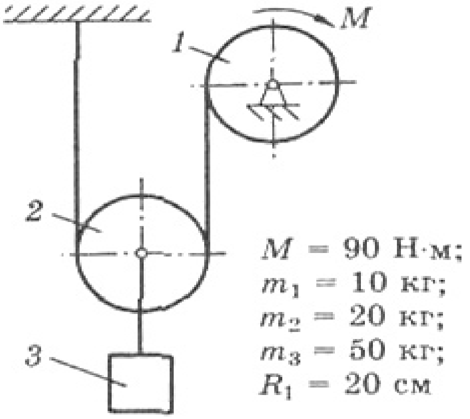
$m_2 = m_1$;
$m_3 = 5m_1$;
$r_2 = 25$ см;
$R_2 = 45$ см;
$\rho_2 = 35$ см;
$f = 0{,}2$

17



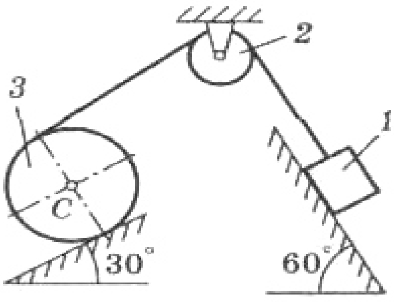
$m_2 = 3m_1$; $m_3 = 7m_1$;
$r_3 = 30$ см; $R_3 = 50$ см;
$\rho_3 = 40$ см

18



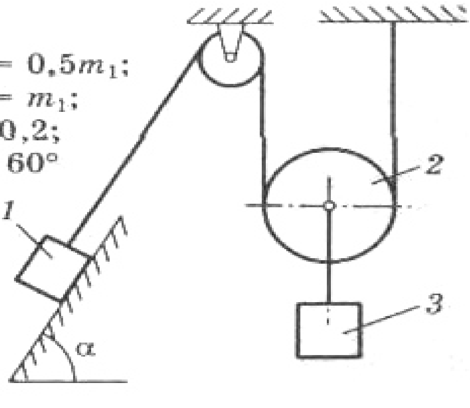
$M = 90$ Н·м;
$m_1 = 10$ кг;
$m_2 = 20$ кг;
$m_3 = 50$ кг;
$R_1 = 20$ см

19



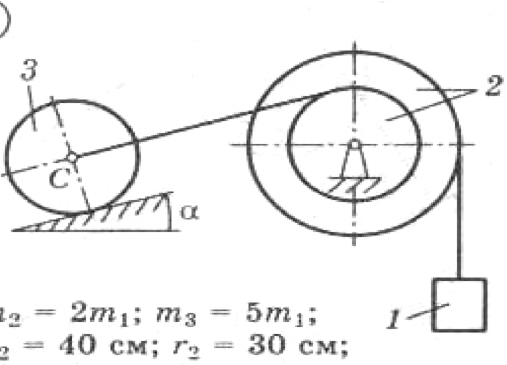
$m_2 = 0{,}6m_1$; $m_3 = 3m_1$

20



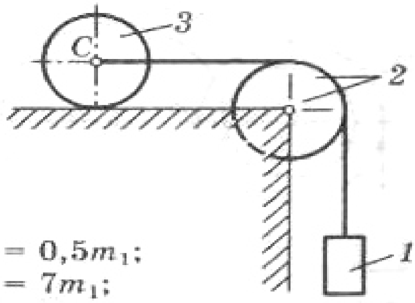
$m_2 = 0{,}5m_1$;
$m_3 = m_1$;
$f = 0{,}2$;
$\alpha = 60°$

21



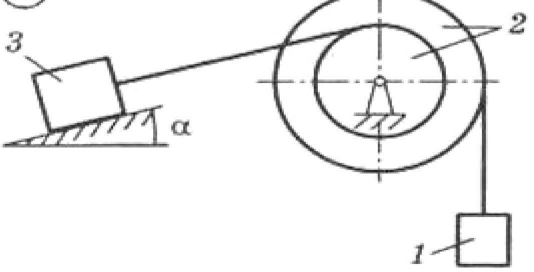
$m_2 = 2m_1$; $m_3 = 5m_1$;
$\rho_2 = 40$ см; $r_2 = 30$ см;
$R_2 = 50$ см; $\alpha = 15°$

22



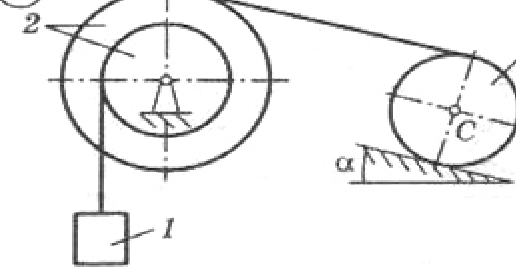
$m_2 = 0{,}5m_1$;
$m_3 = 7m_1$;
$R_3 = 40$ см;
$f_к = 0{,}25$ см

(23)



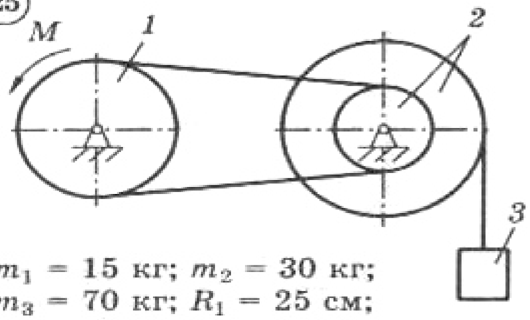
$m_2 = 1{,}5m_1$; $m_3 = 6m_1$;
$r_2 = 20$ см; $R_2 = 45$ см;
$\rho_2 = 30$ см; $f = 0{,}1$; $\alpha = 15°$

(24)



$m_2 = m_1$; $m_3 = 2{,}5m_1$;
$r_2 = 35$ см; $R_2 = 45$ см;
$\rho_2 = 40$ см; $\alpha = 15°$

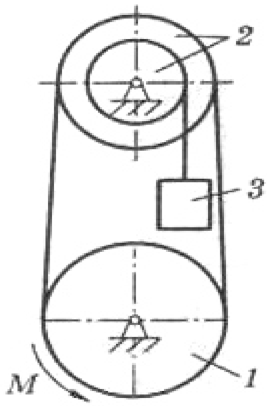
(25)



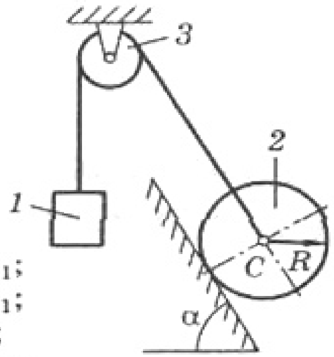
$m_1 = 15$ кг; $m_2 = 30$ кг;
$m_3 = 70$ кг; $R_1 = 25$ см;
$R_2 = 40$ см; $r_2 = 20$ см;
$\rho_2 = 30$ см; $M = 480$ Н·м

(26)

$m_1 = 20$ кг;
$m_2 = 30$ кг;
$m_3 = 50$ кг;
$R_1 = 50$ см;
$r_2 = 25$ см;
$R_2 = 45$ см;
$\rho_2 = 35$ см;
$M = 180$ Н·м

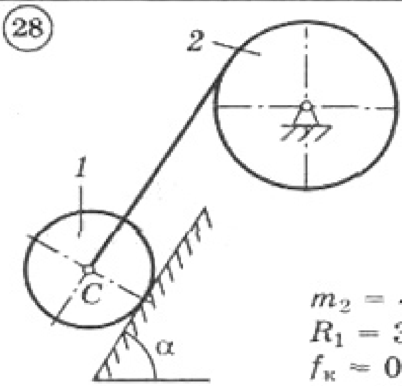


(27)



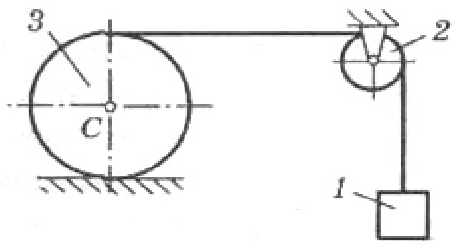
$m_2 = 0{,}5m_1$;
$m_3 = 0{,}5m_1$;
$R = 25$ см;
$f_к = 0{,}28$ см;
$\alpha = 60°$

(28)



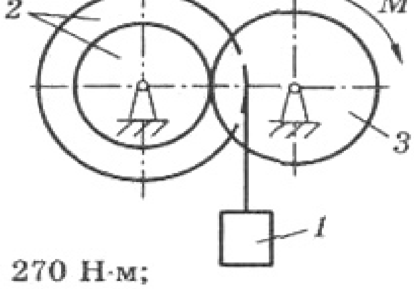
$m_2 = 4m_1$;
$R_1 = 30$ см;
$f_к = 0{,}3$ см;
$\alpha = 60°$

(29)



$m_2 = 2m_1$; $m_3 = 6m_1$;
$R_3 = 50$ см; $f_к = 0{,}25$ см

(30)



$M = 270$ Н·м;
$m_1 = 45$ кг; $m_2 = 20$ кг;
$m_3 = 15$ кг; $r_2 = 30$ см;
$R_2 = 50$ см; $r_3 = 35$ см; $\rho_2 = 40$ см

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Грузоподъемная установка (рис. 11) состоит из барабана с осевым моментом инерции J = 44 кг·м^2 и радиусом r = 20 см, невесомого и нерастяжимого троса и груза массой m = 10^3 кг, перемещающегося по наклонной плоскости, составляющей угол α = 30^o с горизонтом, с коэффициентом трения f = 0,2. К барабану приложен постоянный вращающий момент M = 3 кН·м. Определить угловую скорость барабана после того, как он повернется на угол φ = 10 рад, если движение началось из состояния покоя.

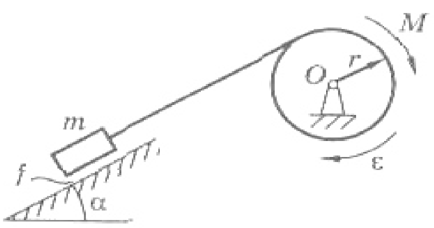


Рис. 11

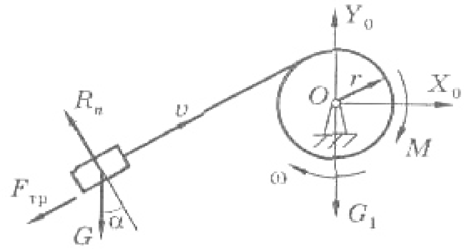


Рис. 12

Решение. Кинетическая энергия системы (поступательно движущийся груз и вращающийся барабан, рис. 12)

$$T = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}J\omega^2.$$

Кинематическая связь, наложенная на скорость груза и угловую скорость барабана, определяется условиями нерастяжимости троса и отсутствием проскальзывания троса относительно барабана: $\upsilon = \omega r$. Тогда

$$T = \frac{1}{2}(mr^2 + J)\omega^2.$$

Итак, кинетическая энергия системы

$$T = \frac{1}{2}J_{пр}\omega^2,$$

В постановке данной задачи идет речь о конечном перемещении системы, поэтому следует применить теорему об изменении кинетической энергии в интегральной форме:

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^{n} A_k^e + \sum_{k=1}^{n} A_k^i.$$

Начальная кинетическая энергия системы T_0 = 0, так как движение началось из состояния покоя.

Перейдем к вычислению величин работ.

Внутренние силы в данной системе не работают:

$$\sum_{k=1}^{n} A_k^i = 0$$

(неизменяемая система), поэтому изменение кинетической энергии будет определяться только работами внешних сил. Внешние силы и соответствующие перемещения показаны на рис. 13 (перемещение груза $\bar{s}$ и перемещение барабана φ).

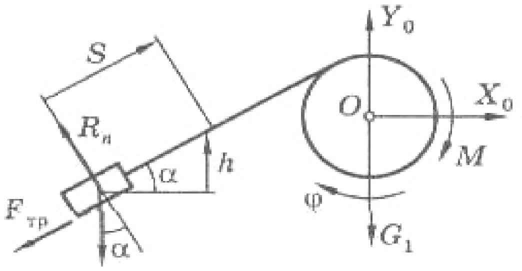


Рис. 13

Сила тяжести барабана $\bar{G}_1$ и составляющие реакции на его оси $\bar{X}_o$ и $\bar{Y}_o$ работы не совершают, так как нет перемещения у точки их приложения – точки O). Также равна нулю работа нормальной реакции груза $\bar{R}_n$, поскольку она перпендикулярна перемещению груза.

Не нулевая работа будет только у силы тяжести груза $\bar{G}$, силы трения $\bar{F}_{тр}$ и вращающего момента M. Величину этих работ вычисляем по формулам, соответствующим постоянным силам и моментам:

$A_G = \bar{G}\,\bar{s} = Gs\cos(\alpha + 90^o) = -Gs\sin\alpha = -Gh;$

$A_{F_{тр}} = \bar{F}_{тр}\,\bar{s} = F_{тр}\,s\cos 180^o = -\ F_{тр}s;$

$A_M = M\varphi.$

Интегрируя уравнение кинематической связи $\upsilon = \omega r$, получаем соотношение для перемещений $s = \varphi r$. Тогда суммарная работа запишется в виде

$$\sum_{k=1}^{n} A_k^e = [M - (G\sin\alpha + F_{тр})r]\varphi.$$

Выражение в квадратных скобках – приведенный вращающий момент

$$M_{пр} = M - (G\sin\alpha + F_{тр})r = 1680 \text{ Н·м},$$

и тогда правая часть записи теоремы имеет вид

$$\sum_{k=1}^{n} A_k^e = M_{пр}\varphi.$$

Приравнивая правую и левую части теоремы, получаем

$$\frac{1}{2} J_{пр}\omega^2 = M_{пр}\varphi,$$

откуда искомая угловая скорость

$$\omega = \sqrt{2\frac{M_{пр}}{J_{пр}}\varphi} = 27{,}6 \text{ с}^{-1}.$$

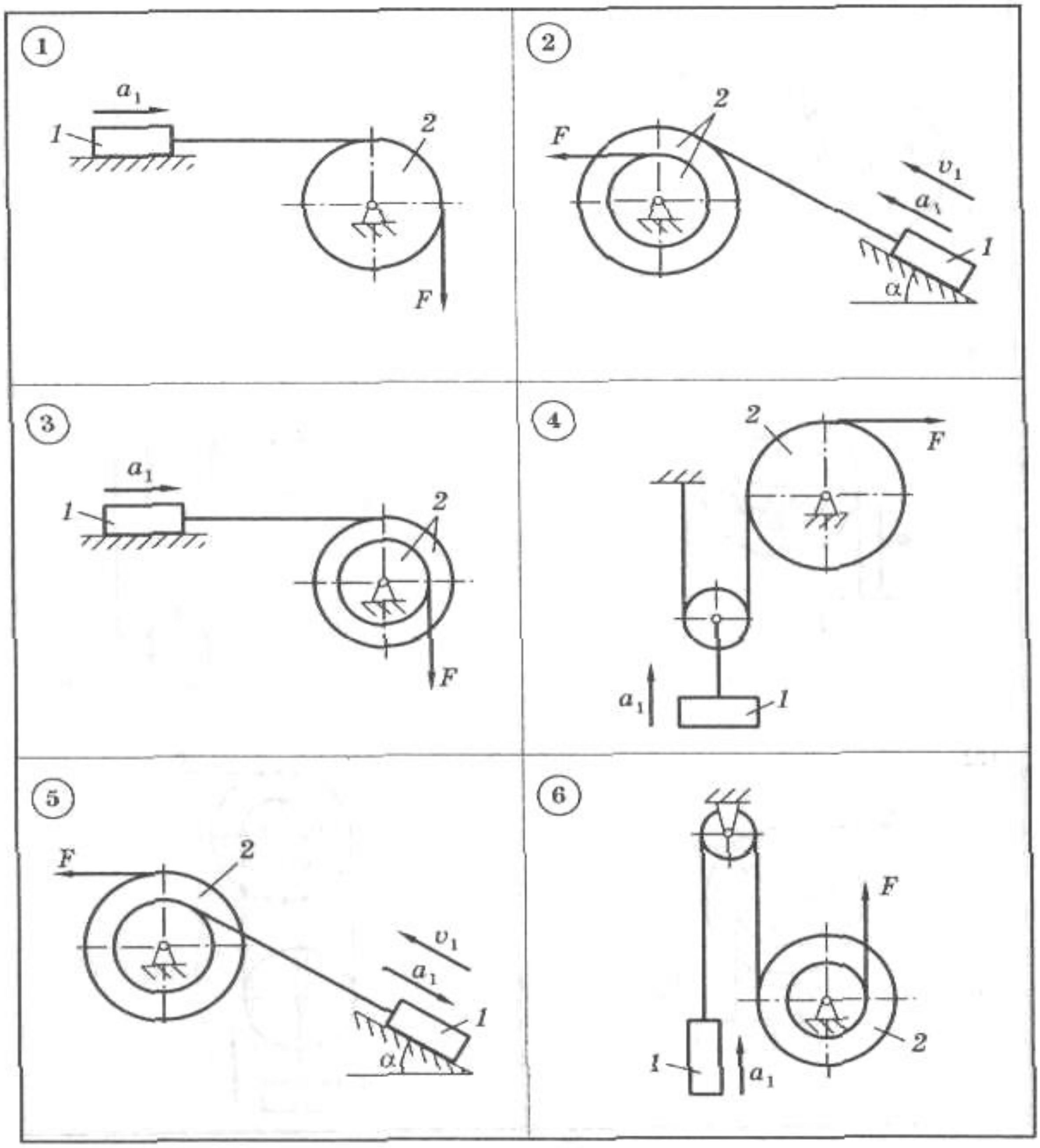
О т в е т : $\omega = 27{,}6$ с$^{-1}$.

ЗАДАНИЕ Д2
ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА

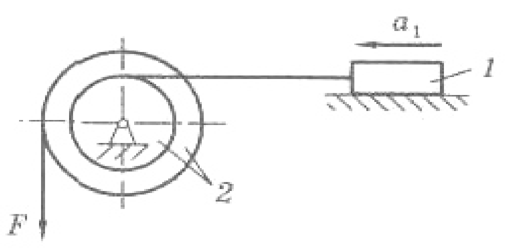
Для приведенных на схемах 1-30 механических систем, используя принцип Даламбера, определить величину силы F, необходимую для перемещения груза с заданным ускорением a_1, а также усилие в грузовом тросе. Исходные данные: массы груза m_1 и барабана m_2, радиус барабана R_2 (у двойного барабана имеется также r_2), его радиус инерции ρ_2 (если он не указан, тело считать однородным цилиндром), угол α и коэффициент трения скольжения f приведены в таблице. Непронумерованные блоки и катки считать невесомыми. Трением на осях барабана и блоков можно пренебречь.

№ вар.	m_1, кг	m_2, кг	ρ_2, см	R_2, см	r_2, см	α, град	f	a_1, м/с
1	1000	200					0,15	2,0
2	500	100	20	40	20	30	0,2	1,5
3	600	80	30	30	20		0,15	3,5
4	500	100						2,0
5	200	50	25	30	15	45	0,1	3,0
6	1000	150	40	20	10			2,7
7	400	100	30	35	15		0,25	1,5
8	1000	200	40	20	15			1,0
9	1500	150	20	30	20			1,7
10	700	100				30	0,2	2,0
11	750	100	30	40	25			3,0
12	700	80						2,5
13	800	200	40	30	10			2,0
14	500	85	35	20	15			1,5
15	500	100	25	30	25			1,0
16	520	100				45	0,1	2,0
17	620	150	15	30	20		0,25	0,9
18	700	70	40	40	30		0,25	1,0
19	800	50	20	25	10			1,5
20	500	80	35	30	10	30	0,2	1,8
21	600	60	20	30	25			2,0
22	1000	150				45	0,15	3,0

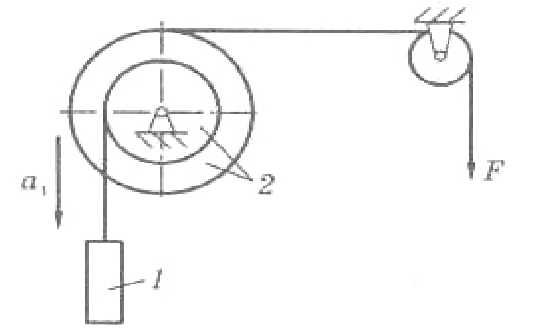
№ вар.	m_1, кг	m_2, кг	ρ_2, см	R_2, см	r_2, см	α, град	f	a_1, м/с
23	1500	200	35	35	25	45	0,2	3,5
24	1000	160	45	30	15			2,5
25	700	80						1,5
26	500	100	15	40	20			1,0
27	350	75					0,2	2,0
28	450	75	20	45	25	30	0,1	3,0
29	550	85				60	0,2	2,5
30	600	100	30	25	10			1,5



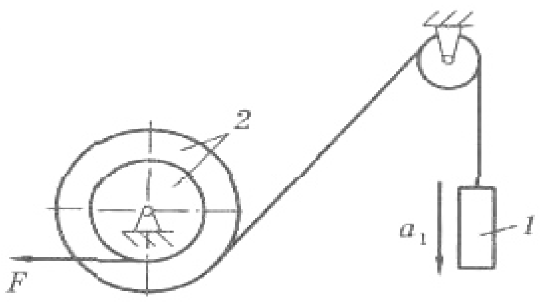
7



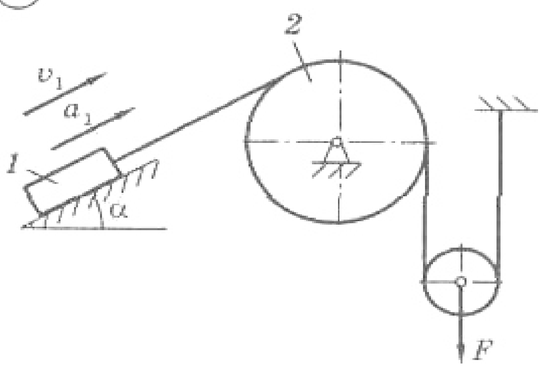
8



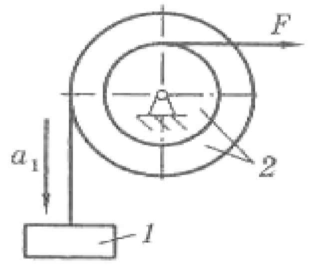
9



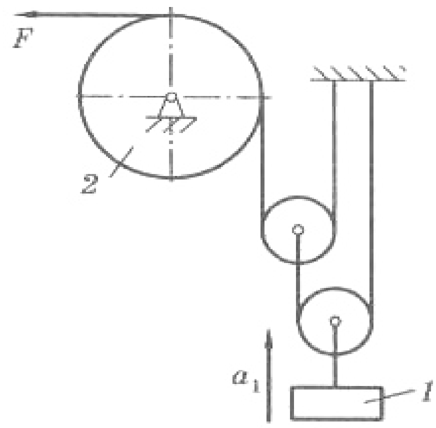
10



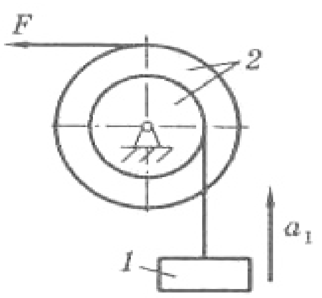
11



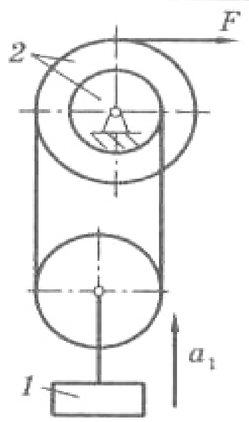
12

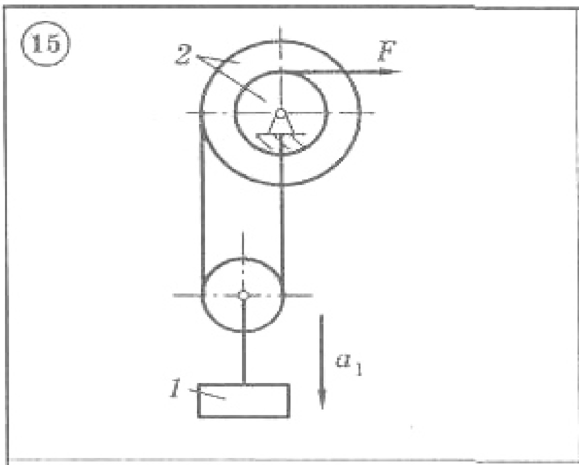


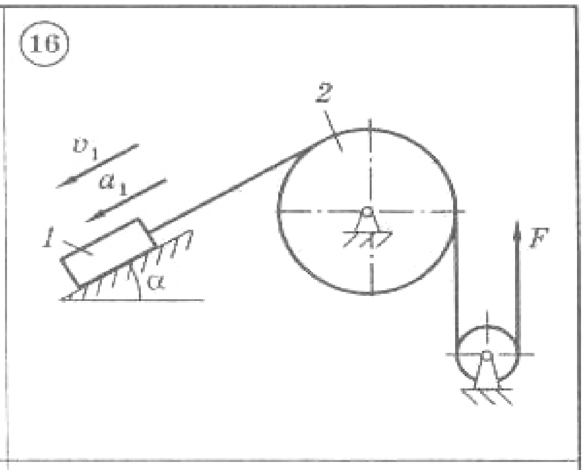
13

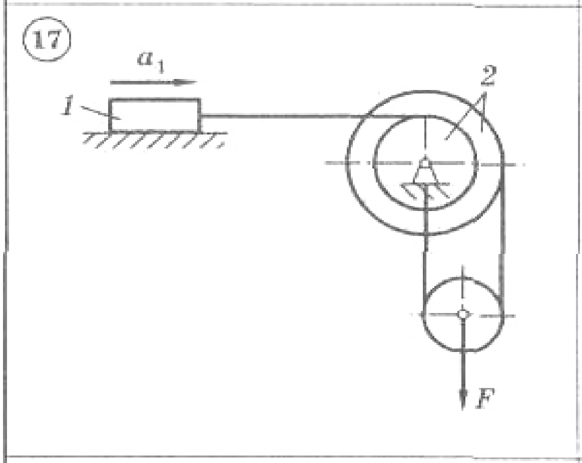


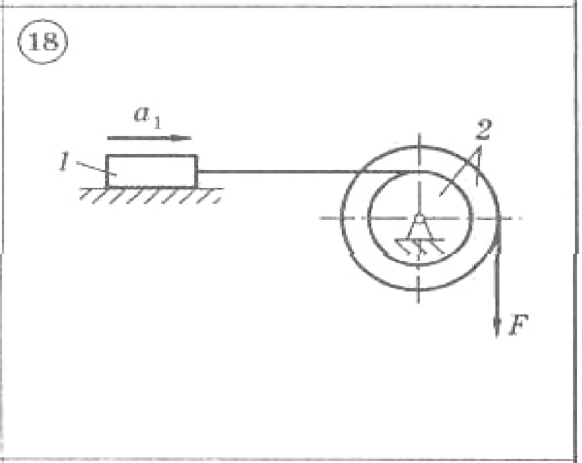
14

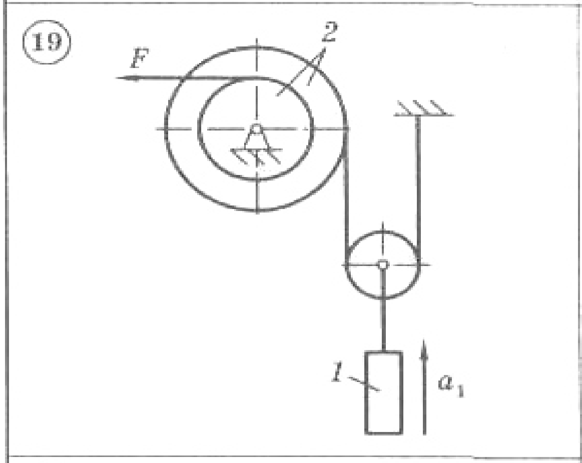


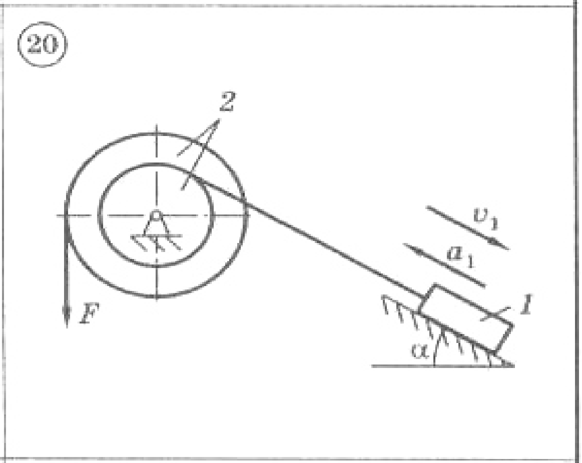

15
2
F
a_1
1

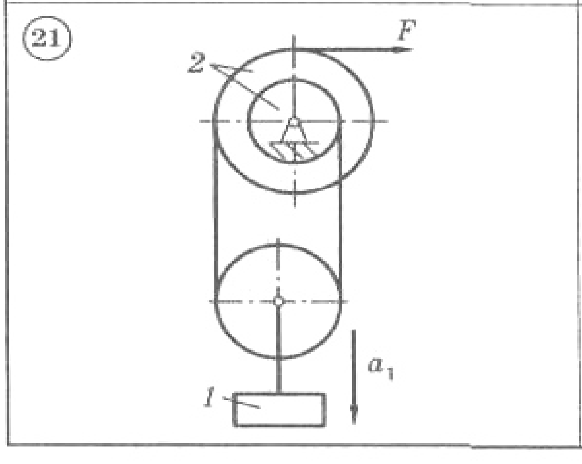

16
2
υ_1
a_1
1
α
F

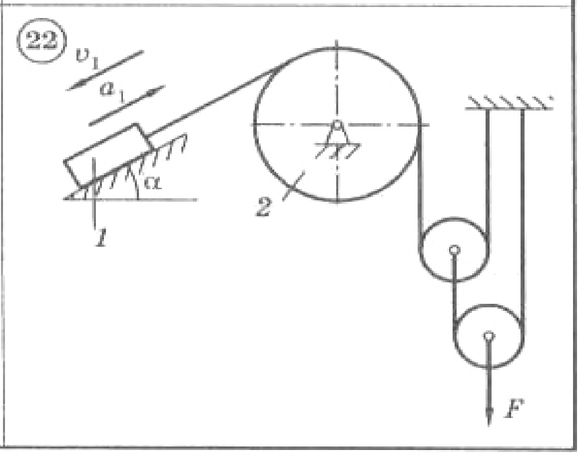

17
a_1
1
2
F


18
a_1
1
2
F

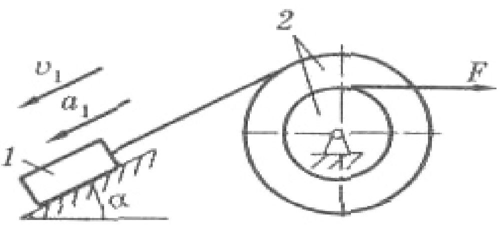

19
F
2
1
a_1


20
2
υ_1
a_1
1
F
α

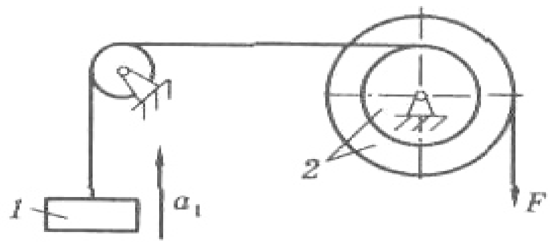

21
F
2
a_1
1


22
υ_1
a_1
α
2
1
F

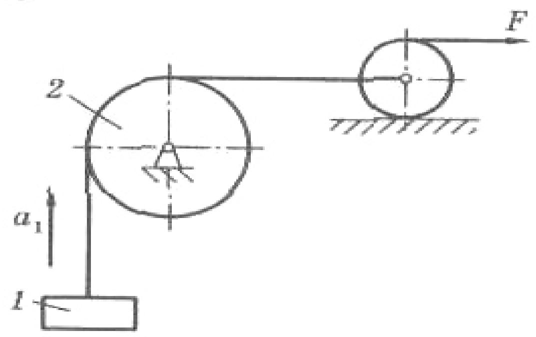
23



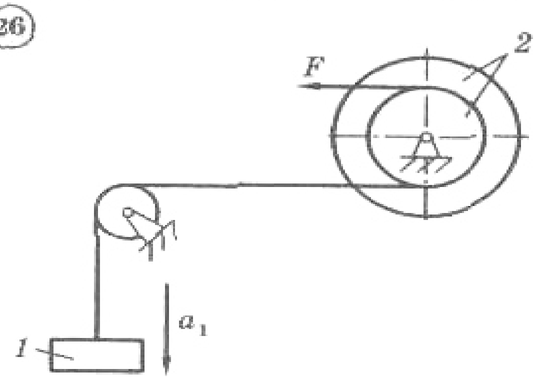
24



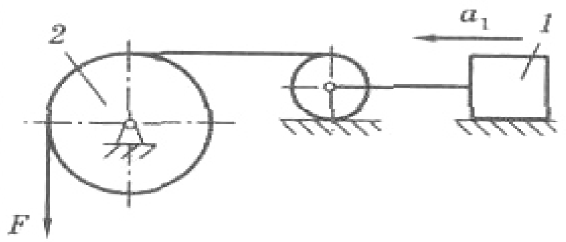
25



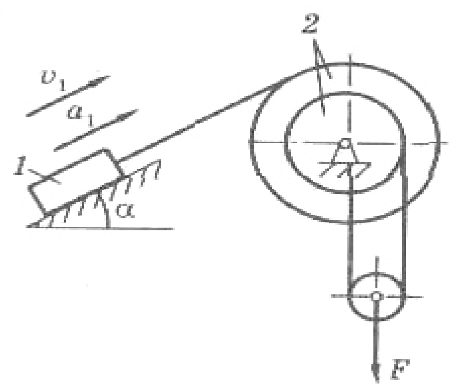
26



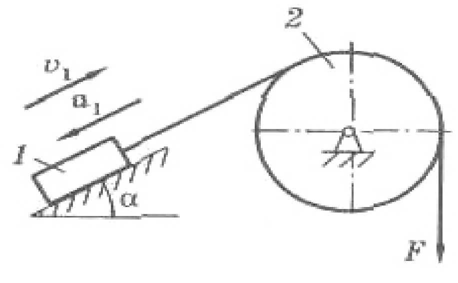
27



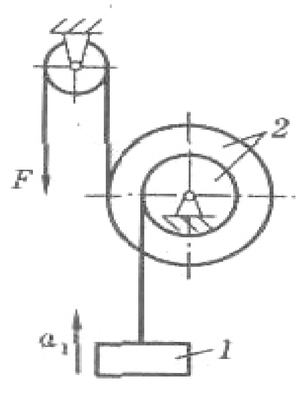
28



29



30



ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА

Горизонтальная платформа, на которой лежит груз массой 8 кг, опускается вертикально вниз с ускорением 4,8 м/с^2. Найти силу давления груза на платформу во время их совместного спуска.

Решение. Рассмотрим движение груза. На него действует сила тяжести $Q = mg$ и реакция платформы N, равная по величине и противоположная по направлению силе давления груза на платформу. Поэтому, найдя реакцию $\overline{N}$, мы определим искомую силу. Приложим к грузу (рис. 14) силу инерции Ф, по модулю равную $\Phi = ma$ и направленную противоположно $\overline{a}$. Тогда система сил $\overline{Q}, \overline{N}, \overline{\Phi}$ является уравновешенной, и для нее можно записать условие равновесия: $\sum F_{kx} = Q - N - \Phi = 0$, откуда

$$N = Q - \Phi = m(g - a) = 8(9{,}8 - 4{,}8) = 40 \text{ Н}.$$

Мы видим, что при ускорении, направленном вниз, сила дваления груза на платформу меньше силы тяжести (78,4 Н) груза (если бы ускорение было направлено вверх, то сила давления была бы больше силы тяжести груза).

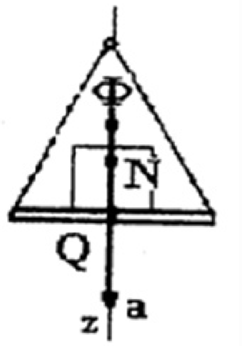


Рис. 14

СОДЕРЖАНИЕ

Введение…………………………………………………………………. 3
Правила оформления контрольных (расчетно-графических) работ……………………………………………………………………………3
Литература……………………………………………………………..3
Задание С1 Плоская система сходящихся сил…………………………....4
Задание С2 Произвольная плоская система сил…………………………..9
Задание С3 Произвольная плоская система сил……………………….....17
Задание К1 Простейшие виды движения твердого тела………………...22
Задание К2 Плоскопараллельное движение твердого тела……………..29
Задание Д1 Теорема об изменении кинетической энергии……………..35
Задание Д2 Принцип Даламбера……………………………………….41

ОБРАЗЕЦ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ.

Вариант №

Выполнил:
Студент______________
Группа_______________

Проверил:
Преподаватель___________

Москва 2021