

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра технической эксплуатации
радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта

Н.В. Гевак, Е.Б. Биктеева

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторных работ

*для студентов
специальности 25.05.03
всех форм обучения*

Москва
ИД Академии Жуковского
2021

УДК 681.5.01
ББК 6ф6.5
Г27

Рецензент:

Кудинов А.Т. – канд. техн. наук, доцент

Гевак Н.В.

Г27

Теория автоматического управления [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению лабораторных работ / Н.В. Гевак, Е.Б. Биктева. – М.: ИД Академии Жуковского, 2021. – 48 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Теория автоматического управления» по учебному плану для студентов специальности 25.05.03 всех форм обучения.

В учебно-методическом пособии приведены лабораторные работы практического цикла изучения дисциплины «Теория автоматического управления». Каждая лабораторная работа включает основные теоретические сведения, организационно-методические указания по подготовке и проведению работы, требования к отчету и контрольные вопросы.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 20.02.2021 г. и методического совета 20.02.2021 г.

УДК 681.5.01
ББК 6ф6.5

В авторской редакции

Подписано в печать 20.05.2021 г.

Формат 60x84/16 Печ. л. 3 Усл. печ. л. 2,79

Заказ № 763/0429-УМП31 Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А
Тел.: (495) 973-45-68
E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический
университет гражданской авиации, 2021

Содержание

| | Стр. |
|--|------|
| Общие организационно-методические указания по подготовке и проведению лабораторных работ | 4 |
| Лабораторная работа №1 Исследование типовых линейных динамических звеньев..... | 6 |
| Лабораторная работа №2 Исследование устойчивости линейных систем автоматического управления | 13 |
| Лабораторная работа №3 Исследование качества систем управления в установившемся режиме..... | 20 |
| Лабораторная работа №4 Исследование качества систем автоматического управления в переходном режиме | 26 |
| Лабораторная работа №5 Исследование системы фазовой автоподстройки частоты методом информационного параметра. | 30 |
| Лабораторная работа №6 Исследование нелинейных систем.... | 40 |
| Список рекомендованной литературы | 46 |
| Приложение А | 47 |
| Приложение Б..... | 48 |

Общие организационно-методические указания по подготовке и проведению лабораторных работ

Для решения задач анализа и синтеза систем автоматического управления (САУ) в настоящее время широко используется моделирование САУ на персональных электронных вычислительных машинах (ПЭВМ) с использованием специального программного обеспечения (MathCAD, MATLAB & Simulink и др.).

Применительно к радиотехническим автоматическим системам можно выделить следующие задачи моделирования:

1. Анализ линейных режимов работы радиотехнических САУ при детерминированных входных воздействиях.
2. Анализ нелинейных режимов работы радиотехнических САУ в реальном масштабе времени.
3. Статистический анализ радиотехнических САУ.
4. Синтез оптимальных параметров радиотехнических систем методом пространства состояния.

Предлагаемые лабораторные работы позволят студентам закрепить знания по теории автоматического управления, привить навыки по исследованию установившихся и переходных процессов радиотехнических следящих систем различной структуры в линейном и нелинейном режимах работы, оценить влияние параметров элементов систем и корректирующих устройств на устойчивость и качество работы таких систем; оценить вероятность срыва слежения, закрепить знания по статистическому анализу радиотехнических САУ.

Разнообразные по своему назначению радиотехнические следящие системы могут быть представлены с помощью обобщённой структурной схемы, представленной на рис.1. Сумматор изображён на ней в виде кружка, разделённого на секторы, а закрашенный сектор (или сектор со знаком минус) отображает операцию вычитания. На структурной схеме приняты следующие обозначения:

$\lambda(t)$ - отслеживаемый параметр сигнала (задающее воздействие);

$n(t)$ - помехи, действующие на систему;

$x(t)$ - ошибка слежения;

$F(x)$ - дискриминационная характеристика;

$\xi(x, t)$ - флюктуационная составляющая сигнала на выходе дискриминатора;

$W(p)$ - передаточная функция звена, входящего в состав радиотехнической следящей системы;

$y(t)$ - выходной сигнал системы.

Часть схемы, охваченная штриховой линией, является математическим эквивалентом дискриминатора и отображает формирование выходного напряжения дискриминатора, зависящего от ошибки слежения.

Программа исследования радиотехнической следящей системы состоит из двух частей.

Часть 1: Исследование радиотехнической следящей системы при детерминированных входных воздействиях.

Часть 2: Исследование радиотехнической следящей системы при случайных входных воздействиях.

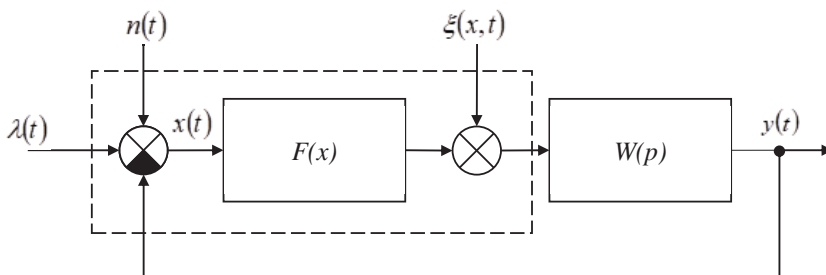


Рис.1. Обобщённая структурная схема радиотехнической следящей системы

При подготовке к лабораторным работам следует:

- ознакомиться с описанием лабораторной работы и рекомендуемой литературой;
- выполнить расчёты и графические построения, указанные в домашнем задании;
- подготовить ответы на контрольные вопросы;
- изучить методику выполнения эксперимента.

Студенты допускаются к выполнению лабораторной работы после представления результатов домашней подготовки и ответа на вопросы преподавателя по теме выполняемой работы. После выполнения работы необходимо представить результаты эксперимента преподавателю. Оформление отчёта производится на отдельных листах согласно требованиям ЕСКД. Зачёт по работе выставляется после защиты студентом оформленного отчёта по лабораторной работе.

Лабораторная работа №1

Исследование типовых линейных динамических звеньев

Цель работы – освоение методов определения временных и частотных характеристик типовых линейных динамических звеньев.

Время – 4 часа.

Краткие теоретические сведения

Процессы в системах радиоавтоматики описываются линейными дифференциальными уравнениями вида:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + \dots + b_0 x(t), \quad (1.1)$$

где левая часть уравнения описывает преобразование выходного сигнала объекта управления, а правая часть описывает преобразования входного воздействия.

Решение дифференциального уравнения (1.1) связано с вычислительными трудностями, а во многих случаях, например – в следящих системах, не может быть осуществлено, т.к. не известно управляющее воздействие.

Для исследования систем радиоавтоматики используются следующие основные характеристики: передаточная функция, переходная и импульсная переходная функции, комплексный коэффициент передачи, частотная характеристика.

Преобразованием Лапласа называется функциональное преобразование вида

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$

Применим к (1) преобразование Лапласа, получим:

$$D(p)Y(p) = N(p)X(p) + M_n(p),$$

где

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0,$$

$$N(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0;$$

$Y(p)$ - преобразование Лапласа для выходного сигнала системы;

$X(p)$ - преобразование Лапласа для входного сигнала;

M_n - многочлен, отображающий начальные условия.

Введём обозначения:

$$W(p) = \frac{N(p)}{D(p)}; \quad W_n(p) = \frac{M_n(p)}{D(p)}.$$

Тогда $Y(p) = W(p)X(p) + W_n(p)$.

Функция $W(p)$ характеризует динамические свойства системы радиоавтоматики, она не зависит от управляющего воздействия и полностью определяется параметрами системы a_i и b_i . Эту функцию называют **передаточной**. Тогда при нулевых начальных условиях

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}.$$

Переходная характеристика есть реакция динамического элемента на воздействие в виде единичной ступенчатой функции:

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{W(p)}{p} \right]$$

Переходный процесс, возникающий в системе радиоавтоматики при действии единичного импульса, называют **импульсной переходной функцией** (*импульсная переходная функция, весовая функция, импульсная характеристика*):

$$g(t) = L^{-1}(W(P))$$

К основным показателям качества переходного процесса в системе радиоавтоматики относятся следующие параметры:

1) **длительность переходного процесса** t_n , равная интервалу времени с момента подачи сигнала до момента времени, когда выходной сигнал не будет отличаться от его установившегося значения более чем **на 5%**;

2) **перерегулирование** γ , равное отношению максимального значения выходного сигнала в переходном процессе к установившемуся значению:

$$\gamma = \frac{y_{\max}}{y_y};$$

3) **время установления первого максимума выходного сигнала** t_p , характеризующее скорость изменения выходного сигнала в переходном процессе;

4) **частота колебаний в переходном процессе** $\omega_i = \frac{2\pi}{T}$, где T - период колебаний.

Установившееся значение выходного сигнала системы вычисляется следующим образом:

при единичном входном сигнале $y_y = \lim_{p \rightarrow 0} pW_3(p) \cdot \frac{1}{p} = W_3(0)$, где $W_3(p)$ - передаточная функция замкнутой системы.

В астатических системах радиоавтоматики установившееся значение выходного сигнала в переходном процессе равно единице, в статических системах - $\frac{K}{1+k}$.

Частотные показатели качества работы систем радиоавтоматики определяются по амплитудно-частотной характеристике замкнутой системы.

К частотным показателям качества работы систем радиоавтоматики относятся следующие параметры:

1) **полоса пропускания** ω_n - диапазон частот, в котором амплитудно-частотная характеристика больше или равна единице. Если амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы радиоавтоматики во всём диапазоне частот меньше единицы, то полоса пропускания отсчитывается по уровню 0,7.

2) **резонансная частота** ω_p - частота, соответствующая максимуму амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы, эта частота характеризует частоту колебаний в переходном процессе;

3) **показатель колебательности** M - максимальное значение амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы. Можно показать, что колебательность системы связана с запасом устойчивости по фазе выражением:

$$M = \frac{1}{\sin \Delta \varphi}$$

где $\Delta \varphi$ – запас устойчивости по фазе.

Подготовка к работе

Для каждого типового динамического звена (см. табл. 1) при известных числовых значениях параметров, соответствующих номеру варианта (табл. 2) определить:

- начальные и конечные значения переходных характеристик звеньев, используя выражения $h(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} W(s)$; $h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} W(s)$;
- характерные точки асимптотических ЛАЧХ звеньев: $L = 20 \lg k$, $\lg \omega = \lg \left(\frac{1}{T_i} \right)$;
- начальные и конечные значения ФЧХ звеньев.

Содержание работы

Для изучения влияния параметров передаточных функций звеньев на динамические характеристики звеньев выполняются опыты, указанные в табл. 3.

Таблица 1 – Исследуемые звенья

| № п/п | Название звена | Передаточная функция |
|-------|---|--|
| 1 | Интегрирующее идеальное | $W(s) = \frac{k}{s}$ |
| 2 | Апериодическое устойчивое | $W(s) = \frac{k}{1 + sT}$ |
| 3 | Дифференцирующее (реальное) | $W(s) = \frac{ks}{1 + sT}$ |
| 4 | Фазосдвигающее | $W(s) = \frac{k(1 - sT)}{1 + sT}$ |
| 5 | Апериодическое неустойчивое | $W(s) = \frac{k}{-1 + sT}$ |
| 6 | Инерционно-форсирующее | $W(s) = \frac{k(1 + sT_1)}{1 + sT_2}$ |
| 7 | Колебательное устойчивое / консервативное | $W(s) = \frac{k}{1 + 2\xi Ts + s^2 T^2}$ |
| 8 | Колебательное неустойчивое | $W(s) = \frac{k}{1 - 2\xi Ts + s^2 T^2}$ |

Таблица 2 – Числовые значения параметров исследуемых звеньев

| Вариант | k_0 | T_0 | ξ_0 | T_1 | T_2 |
|---------|-------|-------|---------|-----------|-----------|
| 1 | 1,1 | 0,16 | 0,25 | $2,0 T_0$ | $0,1 T_0$ |
| 2 | 1,2 | 0,18 | 0,27 | $2,5 T_0$ | $0,2 T_0$ |
| 3 | 1,3 | 0,20 | 0,29 | $3,0 T_0$ | $0,3 T_0$ |
| 4 | 1,4 | 0,22 | 0,31 | $3,5 T_0$ | $0,4 T_0$ |
| 5 | 1,5 | 0,24 | 0,33 | $4,0 T_0$ | $0,5 T_0$ |
| 6 | 1,6 | 0,26 | 0,35 | $4,5 T_0$ | $0,1 T_0$ |
| 7 | 1,7 | 0,28 | 0,37 | $5,0 T_0$ | $0,2 T_0$ |
| 8 | 1,8 | 0,32 | 0,39 | $2,3 T_0$ | $0,3 T_0$ |
| 9 | 1,9 | 0,34 | 0,41 | $3,8 T_0$ | $0,4 T_0$ |
| 10 | 2,1 | 0,36 | 0,43 | $4,2 T_0$ | $0,5 T_0$ |
| 11 | 2,2 | 0,38 | 0,45 | $5,4 T_0$ | $0,6 T_0$ |
| 12 | 2,3 | 0,42 | 0,47 | $2,7 T_0$ | $0,7 T_0$ |
| 13 | 2,4 | 0,44 | 0,49 | $3,3 T_0$ | $0,8 T_0$ |
| 14 | 2,5 | 0,46 | 0,51 | $4,6 T_0$ | $0,9 T_0$ |
| 15 | 2,6 | 0,48 | 0,53 | $5,6 T_0$ | $0,7 T_0$ |
| 16 | 2,7 | 0,11 | 0,55 | $2,1 T_0$ | $0,6 T_0$ |
| 17 | 2,8 | 0,13 | 0,57 | $3,7 T_0$ | $0,8 T_0$ |
| 18 | 2,9 | 0,15 | 0,59 | $4,3 T_0$ | $0,6 T_0$ |
| 19 | 3,1 | 0,17 | 0,61 | $5,1 T_0$ | $0,9 T_0$ |
| 20 | 3,2 | 0,19 | 0,63 | $3,9 T_0$ | $0,5 T_0$ |

Таблица 3 – План выполнения работы

| Номер опыта | Номер звена | Параметры | Номер опыта | Номер звена | Параметры |
|-------------|-------------|---------------------|-------------|-------------|-------------------------------------|
| 1 | 1 | $k = k_0$ | 11 | 5 | $k = k_0; T = T_0$ |
| 2 | 1 | $k = 2k_0$ | 12 | 5 | $k = k_0; T = 2T_0$ |
| 3 | 2 | $k = k_0; T = T_0$ | 13 | 6 | $k = k_0; T_1 = 2T_0; T_2 = 0,5T_0$ |
| 4 | 2 | $k = 2k_0; T = T_0$ | 14 | 6 | $k = k_0; T_1 = 0,5T_0; T_2 = 2T_0$ |
| 5 | 2 | $k = k_0; T = 2T_0$ | 15 | 7 | $k = k_0; T = T_0; \xi = \xi_0$ |
| 6 | 3 | $k = k_0; T = T_0$ | 16 | 7 | $k = k_0; T = 2T_0; \xi = \xi_0$ |
| 7 | 3 | $k = 2k_0; T = T_0$ | 17 | 7 | $k = k_0; T = T_0; \xi = 2\xi_0$ |
| 8 | 3 | $k = k_0; T = 2T_0$ | 18 | 7 | $k = k_0; T = T_0; \xi = 5\xi_0$ |
| 9 | 4 | $k = k_0; T = T_0$ | 19 | 7 | $k = k_0; T = T_0; \xi = 0$ |
| 10 | 4 | $k = k_0; T = 2T_0$ | 20 | 8 | $k = k_0; T = T_0; \xi = \xi_0$ |
| | | | 21 | 8 | $k = k_0; T = T_0; \xi = 5\xi_0$ |

Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Цель работы.
2. Для каждого исследуемого звена приводятся:
 - а) передаточная функция с указанием числовых значений параметров в соответствии с номером варианта;
 - б) расчетные и асимптотические ЛАЧХ; расчетные ЛФЧХ для различных значений параметров (на одном рисунке);
 - в) графики переходных функций для различных значений параметров (на одном рисунке);
 - г) выводы о характере влияния параметров передаточной функции на динамические характеристики звена.
3. Ответы на контрольные вопросы в соответствии с номером варианта (табл. 4).

Таблица 4 - Контрольные вопросы к лабораторной работе №1

| Вариант | Формулировка вопроса |
|---------|--|
| 1 | Что называется переходной функцией линейного динамического звена? |
| 2 | Зависит ли переходная функция звена от величины входного сигнала? Каким начальным условиям она соответствует? |
| 3, 12 | Как по передаточной функции линейного динамического звена определить начальное и конечное значения его переходной функции? |
| 4 | Существуют ли переходные процессы в идеальных звеньях: безынерционном, интегрирующем и дифференцирующем? |
| 5, 11 | Укажите связь между переходной функцией динамического звена и его передаточной функцией. |
| 6, 15 | Что называется весовой функцией динамического звена? Как она связана с его переходной функцией? |
| 7 | Какой вид имеют графики весовых функций для аperiodического и реального дифференцирующего звеньев? |
| 8, 10 | Укажите вид дифференциального уравнения аperiodического звена. |

| Вариант | Формулировка вопроса |
|---------|--|
| 9, 17 | В каких диапазонах частот свойства реального дифференцирующего звена близки к свойствам идеального дифференцирующего? |
| 5, 12 | В каких диапазонах частот свойства реального дифференцирующего звена близки к свойствам безынерционного? |
| 2, 18 | При каких значениях коэффициента демпфирования график АЧХ колебательного звена не имеет максимума? |
| 3 | Как изменяется вид переходного процесса в колебательном звене при уменьшении постоянной времени? |
| 4, 16 | При каких сочетаниях параметров звено второго порядка будет иметь комплексные корни характеристического уравнения? |
| 17 | Как зависит время затухания переходного процесса в апериодическом звене от параметров его передаточной функции? |
| 13, 20 | Как по графику переходной функции апериодического звена определить параметры его передаточной функции? |
| 7, 14 | Какой физический смысл имеют амплитудная и фазовая частотные характеристики ЛДЗ? |
| 9, 18 | Почему нельзя реализовать идеальное дифференцирующее звено? |
| 1, 19 | Какие из звеньев первого порядка являются не минимально-фазовыми? В чем проявляются особенности их частотных характеристик? |
| 16, | Сколько асимптот имеет ЛАЧХ колебательного звена при $\xi > 1$? |
| 19, 20 | Какой вид имеет АФЧХ неустойчивого колебательного звена? |
| 8, 14 | Какой вид имеет весовая функция звена второго порядка в случае кратных отрицательных полюсов передаточной функции? |
| 6, 11 | При каких сочетаниях коэффициентов a_0 , a_1 и a_2 характеристического уравнения переходный процесс в колебательном звене будет монотонным и устойчивым? |
| 10 | По каким формулам строятся асимптоты ЛАЧХ колебательного звена? |
| 13, 15 | При каких сочетаниях параметров звено второго порядка общего вида будет иметь комплексные полюса? |

Лабораторная работа №2

Исследование устойчивости линейных систем автоматического управления

Цель работы: исследование устойчивости непрерывных линейных систем автоматического управления.

Время – 4 часа.

Краткие теоретические сведения

Устойчивость линейной системы управления является необходимым условием ее работоспособности, ее внутренним свойством, не зависящим от вида и величины внешних воздействий.

В устойчивой линейной системе свободная составляющая процессов с течением времени затухает, а в неустойчивой – неограниченно возрастает. Поэтому воспроизведение задающего воздействия возможно только в устойчивой системе.

Признаком нахождения линейной системы на колебательной границе устойчивости является периодическое изменение всех координат процесса. Этот признак используется для экспериментального определения граничных значений параметров.

Процессы в системах радиоавтоматики описываются дифференциальными уравнениями вида:

$$y(t) = \frac{B(s)}{A(s)}x(t), \quad (2.1)$$

где

$s = \frac{d}{dt}$ - символ дифференцирования и соответственно $s^n = \frac{d^n}{dt^n}$,

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0,$$

$$B(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0,$$

$x(t)$, $y(t)$ - входной и выходной сигналы системы.

Решение уравнения (2.1) можно представить в виде $y(t) = y_c(t) + y_e(t)$, где $y_e(t)$ - решение, определяемое внешним воздействием $x(t)$; $y_c(t)$ - собственные колебания системы, являющиеся решением уравнения

$$A(s)y_c(t) = (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0)y_c(t) = 0. \quad (2.2)$$

После прекращения внешнего воздействия $y_e(t) = 0$ дальнейшее поведение системы определяется её собственными затухающими колебаниями $y_c(t)$. Решение $y_c(t)$ уравнения (2.2.) записывается в виде:

$$y_c(t) = \sum_{k=1}^n c_k e^{p_k t}, \quad (2.3)$$

где p_k - корни характеристического уравнения

$$A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0, \quad (2.4)$$

которое получается приравниванием полинома $A(s)$ нулю и заменой в нём оператора дифференцирования $s = \frac{d}{dt}$ комплексной переменной p .

Представим характеристическое уравнение замкнутой САУ в виде функции комплексного переменного

$$D(p) = a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0$$

Сделаем замену $p \rightarrow j\omega$, получим уравнение комплексного вектора

$$D(j\omega) = a_m (j\omega)^m + a_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + a_0.$$

Конец вектора при изменении угловой частоты колебаний от нуля до бесконечности опишет на комплексной плоскости некоторую кривую – годограф, эта кривая называется **кривой Михайлова**. Для построения кривой Михайлова необходимо в функции $D(p)$ заменить $p \leftarrow j\omega$ и разделить на действительную и мнимую части

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(j\omega)$$

где вещественная частотная часть содержит четные части, а мнимая – нечетные.

Критерий Михайлова формулируется следующим образом.

Система n -го порядка будет устойчива, если годограф $D(j\omega)$, начинаясь на действительной положительной оси, огибает против часовой стрелки начало координат, проходя последовательно n квадрантов.

Правильная (по порядку) последовательность прохождения квадрантов приводит к тому, что корни уравнений $U(\omega) = 0$ и $V(\omega) = 0$ для устойчивой системы должны по мере роста ω чередоваться: сначала $V(0) = 0$, затем $U(\omega_1) = 0$, далее $V(\omega_2) = 0$, потом опять $U(\omega_3) = 0$ и т.д., при этом $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots < \omega_n$.

Для оценки устойчивости системы радиоавтоматики по критерию Гурвица необходимо из коэффициентов характеристического уравнения (1.4) составить матрицу Гурвица.

Матрица Гурвица имеет вид:

$$\begin{pmatrix} a_{n-1}, a_{n-3}, a_{n-5}, \dots, 0 \\ a_n, a_{n-2}, a_{n-4}, \dots, 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & \dots & \dots & \dots, a_0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Для оценки устойчивости системы радиоавтоматики необходимо вычислить определители Гурвица, которые получают из матрицы (2.5) путём вычёркивания равного числа строк и столбцов в левом верхнем углу матрицы. Например, первый определитель имеет вид:

$$\Delta_1 = a_{n-1},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}.$$

Система радиоавтоматики устойчива, если при $a_n > 0$

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_n > 0. \quad (2.6)$$

Так как $a_0 > 0$, то для проверки устойчивости системы достаточно уточнить знаки только до Δ_{n-1} определителя. Если $\Delta_n = 0$, то система радиоавтоматики находится на границе устойчивости. Возможны два случая:

1) свободный член характеристического уравнения равен нулю, что соответствует нейтрально устойчивой системе;

2) $\Delta_{n-1} = 0$, что соответствует колебательной границе устойчивости.

Из условия $\Delta_{n-1} = 0$ вычисляется критический коэффициент усиления $K_{кр}$ соответствующий границе устойчивости. Отношение

$$\alpha = \frac{K_{кр}}{K}$$

называют запасом устойчивости по усилению, где $K = S_d$ - крутизна дискриминационной характеристики. Для нормального функционирования системы необходимо, чтобы $\alpha \geq 2$.

Критерий Найквиста применяется для оценки устойчивости замкнутой САУ при известной амплитудно-фазовой частотной характеристики разомкнутой системы. Необходимая АФЧХ может быть получена как аналитически, так и экспериментально.

Разомкнутая САУ может быть устойчивой, неустойчивой и находиться на границе устойчивости:

- если САУ состоит из устойчивых звеньев, то она будет устойчивой в разомкнутом состоянии;
- при наличии хотя бы одного неустойчивого элемента разомкнутая система может быть неустойчивой;
- при наличии одного интегрирующего звена разомкнутая система находится на границе устойчивости.

Сформулируем **критерий Найквиста**. Чтобы замкнутая система САУ была устойчивой, необходимо и достаточно соблюдение следующих условий:

- 1) при устойчивости разомкнутой системы САУ (или находящейся на границе устойчивости) АФЧХ при изменении частоты ω от 0 до ∞ не должна охватывать точку с координатами $(-1, j0)$;
- 2) при неустойчивости разомкнутой системы АФЧХ при изменении ω от минус до плюс бесконечности, должна охватывать точку $(-1, j0)$ столько раз, сколько корней характеристического уравнения разомкнутой системы лежит справа от мнимой оси плоскости корней.

Содержание работы

В работе исследуются четыре типа системы S , которые отличаются видом объекта управления (O) и регулятора (P):

$$S_1 \rightarrow (O_1 - P_1); S_2 \rightarrow (O_1 - P_2); S_3 \rightarrow (O_2 - P_1); S_4 \rightarrow (O_2 - P_2).$$

Структурная схема исследуемых систем приведена на рис. 2.

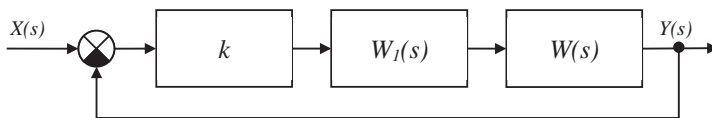


Рис. 2. Структурная схема исследуемой системы

Модели и неизменяемые параметры системы указаны в табл. 5, изменяемые параметры системы приведены в табл. 6.

Таблица 5 – Модели и неизменяемые параметры элементов системы

| Объект управления | | | Регулятор | | | | Усилитель сигнала ошибки |
|-------------------|--------------------------|-------|-------------|-------------------------|-------|-------|--------------------------|
| Обозначение | $W_0(s)$ | k_0 | Обозначение | $W_1(s)$ | T_1 | T_2 | |
| O_1 | $\frac{k_0}{s(1+sT_0)}$ | 10 | P_1 | $\frac{1}{1+sT_1}$ | 0,01 | – | k_p |
| O_2 | $\frac{k_0}{s(-1+sT_0)}$ | 10 | P_2 | $\frac{1+sT_2}{1+sT_1}$ | 0,01 | 0,1 | k_p |

Таблица 6 – Параметры системы

| Вариант | k_p | T_0 | Вариант | k_p | T_0 |
|---------|-------|-------|---------|-------|-------|
| 1 | 4,6 | 0,46 | 6 | 4,7 | 0,43 |
| 2 | 4,8 | 0,47 | 7 | 4,9 | 0,42 |
| 3 | 5,0 | 0,48 | 8 | 5,1 | 0,41 |
| 4 | 5,2 | 0,49 | 9 | 5,3 | 0,46 |
| 5 | 5,4 | 0,50 | 10 | 5,5 | 0,47 |
| 11 | 5,6 | 0,45 | 16 | 5,7 | 0,48 |
| 12 | 5,8 | 0,44 | 17 | 5,9 | 0,49 |
| 13 | 6,0 | 0,43 | 18 | 4,4 | 0,50 |
| 14 | 4,3 | 0,42 | 19 | 4,3 | 0,45 |
| 15 | 4,5 | 0,41 | 20 | 4,2 | 0,44 |

Для каждой из четырех систем необходимо получить:

1. АФЧХ разомкнутой системы.
2. ЛЧХ разомкнутой системы.
3. Годограф Михайлова.
4. Область устойчивости в плоскости параметров k_p и T_1 .
5. Графики переходных характеристик:
 - а) для любых двух точек плоскости параметров k_p и T_1 , принадлежащих границе области устойчивости;
 - б) для заданных значений параметров k_p и T_1 .

Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Цель работы.
2. Для каждого типа системы привести:
 - а) математическое описание системы: структурная схема системы, передаточные функции звеньев с указанием числовых значений параметров;
 - б) передаточную функцию замкнутой системы и характеристическое уравнение замкнутой системы с числовыми значениями коэффициентов;
 - в) проверку устойчивости системы по критерию Гурвица;
 - г) вычисление граничного значения коэффициента усиления при заданном T_1 ;
 - д) проверку устойчивости системы по критерию Найквиста с использованием АФЧХ и ЛЧХ разомкнутой системы;
 - е) определение значений запасов устойчивости;
 - ж) проверку устойчивости системы по критерию Михайлова;
 - з) уравнение колебательной границы области устойчивости в плоскости параметров k_p и T_1 ; границу устойчивости, построенную в плоскости параметров k_p и T_1 с заштрихованной областью устойчивости.
 - и) выводы.
3. Ответы на контрольные вопросы в соответствии с вариантом (табл. 7).

Таблица 7 – Контрольные вопросы к лабораторной работе №2

| Вариант | Формулировка вопроса |
|-----------|--|
| 1, 9 | Какой смысл имеет понятие "устойчивость системы"? |
| 2, 15 | Можно ли судить об устойчивости линейной системы по ее временным характеристикам? |
| 3, 14, 16 | Можно ли по частотным характеристикам замкнутой линейной системы исследовать ее устойчивость? |
| 4, 13, 17 | Можно ли по частотным характеристикам разомкнутой линейной системы исследовать ее устойчивость? |
| 5, 12 | Что представляют собой критерии устойчивости? |
| 6, 11, 18 | Сохраняется ли свойство устойчивости или неустойчивости системы при охвате ее отрицательной обратной связью? |

| Вариант | Формулировка вопроса |
|----------------|---|
| 7, 10, 16 | Как по нулям и полюсам передаточной функции системы проанализировать ее устойчивость? |
| 8, 15, 19 | Всегда ли по частотным характеристикам разомкнутой системы можно судить об устойчивости замкнутой системы? |
| 3, 9, 20 | Изменится ли свойство устойчивости замкнутой системы при смене знака обратной связи? |
| 2, 10, 17 | Могут ли совпадать все корни характеристического уравнения для разомкнутой и замкнутой системы? |
| 4, 11, 19 | Какие особенности имеет применение критерия Найквиста для систем, содержащих один или несколько интеграторов? |
| 5, 12, 20 | Как влияют величины внешнего воздействия и начального условия по выходной координате на устойчивость линейной системы? |
| 6, 13, 18 | К чему приводит компенсация «правых» нулей и полюсов объекта управления с помощью последовательного корректирующего устройства? |
| 1, 7, 14 | Как влияет на устойчивость одноконтурной линейной системы управления величина коэффициента усиления? |
| 8, 15 | В каких случаях можно судить об устойчивости исходной системы по ее линеаризованной математической модели? |

Лабораторная работа №3

Исследование качества систем управления в установившемся режиме

Цель работы исследование точности систем управления при воспроизведении типовых воздействий и некоторых методов ее повышения.

Время - 4 часа.

Краткие теоретические сведения

Точность систем в установившихся режимах оценивается величиной ошибки при типовых воздействиях. В линейных системах повышение точности достигается увеличением коэффициента усиления разомкнутой цепи, повышением порядка астатизма, введением инвариантных связей и неединичных обратных связей.

Различают следующие типы ошибок (с точки зрения входного воздействия):

- статическая ошибка (ошибка по положению) – ошибка, возникающая в системе при обработке единичного воздействия;
- кинетическая ошибка (ошибка по скорости) – ошибка, возникающая в системе при обработке линейно – возрастающего воздействия;
- инерционная ошибка (ошибка по ускорению) – ошибка, возникающая в системе при обработке квадратичного воздействия.

С точки зрения ошибок, системы можно классифицировать на статические и астатические.

Передаточная функция **статической** системы имеет вид

$$K(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} = K^*(p).$$

Передаточная функция **астатической** системы имеет вид

$$K(p) = \frac{K^*(p)}{p^v}.$$

где $K^*(p)$ - передаточная функция, не содержащая интегрирующих звеньев, а v – порядок астатизма.

В качестве примера рассмотрим статическую систему ($v=0$) и определим выражения для соответствующих ошибок.

Статическая ошибка определяется следующим соотношением:

$$\varepsilon_c = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{x_0}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}} = \frac{x_0}{1 + \frac{b_0}{a_0}} = \frac{x_0}{1 + k}$$

Кинетическая ошибка определяется следующим соотношением:

$$\varepsilon_k = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{x_0}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}} = \infty.$$

Инерционная ошибка определяется следующим соотношением:

$$\varepsilon_i = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{x_0}{p^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}} = \infty.$$

Содержание работы

В работе исследуются шесть вариантов системы при постоянном, линейном и гармоническом входных сигналах. Структурная схема исследуемой системы приведена на рис. 3. Передаточные функции и неизменяемые параметры элементов системы приведены в табл. 8, изменяемые параметры элементов системы представлены в табл. 9. План экспериментов приведен в табл. 10. Для заданных вариантов системы (см. табл.10) необходимо определить зависимость статической ошибки от величины внешнего воздействия при различных параметрах системы.

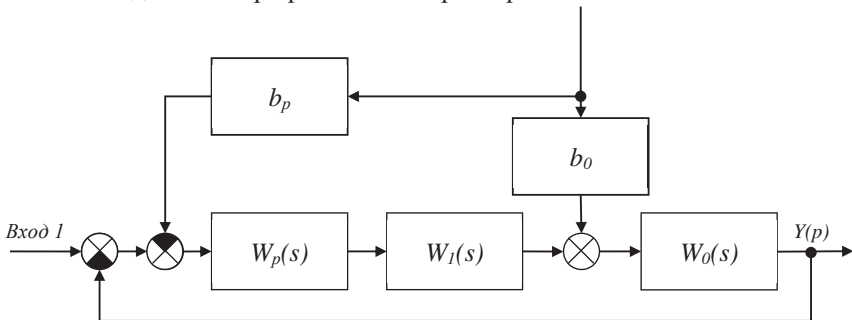


Рис. 3. Структурная схема исследуемой системы

Таблица 8 – Модели и неизменяемые параметры систем

| Объект управления (ОУ) | | | | Регулятор (Р) | Усилитель (У) | |
|--------------------------|-------|-------|-------|---------------------|--------------------------|-------|
| $W_0(s)$ | k_0 | T_0 | b_0 | $W_p(s)$ | $W_1(s)$ | T_1 |
| $\frac{k_0}{(1 + sT_0)}$ | 10 | 0,5 | 0,8 | k_p | $\frac{k_1}{(1 + sT_1)}$ | 0,1 |
| $\frac{k_0}{s}$ | 10 | – | 0,8 | $k_p + \frac{k}{s}$ | $\frac{k_1}{(1 + sT_1)}$ | 0,1 |

Таблица 9 – Изменяемые параметры системы

| Вариант | k_p | k_1 | Величина постоянного внешнего воздействия | | Скорость линейного входного сигнала | |
|---------|-------|-------|---|-----|-------------------------------------|------|
| | | | | | | |
| 1 | 2,0 | 0,5 | 0,5 | 5,0 | 0,72 | 7,85 |
| 2 | 2,2 | 0,52 | 0,6 | 5,2 | 0,74 | 7,55 |
| 3 | 2,4 | 0,54 | 0,7 | 5,4 | 0,76 | 7,35 |
| 4 | 2,6 | 0,56 | 0,8 | 5,6 | 0,78 | 7,15 |
| 5 | 2,8 | 0,58 | 0,9 | 5,8 | 0,82 | 6,95 |
| 6 | 3,0 | 0,60 | 1,0 | 6,0 | 0,84 | 6,75 |
| 7 | 2,0 | 0,62 | 1,2 | 6,2 | 0,86 | 6,55 |
| 8 | 2,2 | 0,64 | 1,2 | 6,4 | 0,88 | 6,35 |
| 9 | 2,4 | 0,66 | 1,3 | 6,6 | 0,92 | 6,15 |
| 10 | 2,6 | 0,68 | 1,4 | 6,8 | 0,94 | 5,95 |
| 11 | 2,8 | 0,56 | 1,5 | 7,0 | 0,96 | 5,75 |
| 12 | 3,0 | 0,58 | 1,6 | 7,2 | 0,98 | 5,55 |
| 13 | 2,0 | 0,60 | 1,7 | 7,4 | 1,25 | 5,35 |
| 14 | 2,2 | 0,62 | 1,8 | 7,6 | 1,35 | 5,15 |
| 15 | 2,4 | 0,5 | 1,9 | 7,8 | 1,45 | 4,95 |
| 16 | 2,6 | 0,52 | 2,0 | 8,0 | 1,55 | 4,75 |
| 17 | 2,8 | 0,54 | 2,2 | 8,2 | 1,65 | 4,55 |
| 18 | 3,0 | 0,68 | 2,4 | 8,4 | 1,75 | 4,35 |
| 19 | 2,2 | 0,56 | 2,6 | 8,6 | 1,85 | 4,15 |
| 20 | 2,4 | 0,58 | 2,8 | 8,8 | 1,95 | 4,00 |

Таблица 10 – План выполнения работы

| Система | Опыт | Структура | | | Вход | Параметры | | | Воздействие | | |
|---------|------|------------------------|------------------------------------|------------------------------|------|------------|----------------|------------------|-------------|------|------|
| | | ОУ | P | Компен- сирующая связь | | k_{Π} | $k_{\text{И}}$ | b_p | Пост. | Лин. | Гарм |
| S_1 | 1 | $\frac{k_0}{1 + sT_0}$ | k_{Π} | нет | 1 | k_{Π} | 0 | 0 | + | + | + |
| | 2 | | | | | $2k_{\Pi}$ | 0 | 0 | + | + | + |
| | 3 | | | | 2 | k_{Π} | 0 | 0 | + | + | + |
| | 4 | | | | | $2k_{\Pi}$ | 0 | 0 | + | + | + |
| S_2 | 5 | $\frac{k_0}{1 + sT_0}$ | k_{Π} | есть | 2 | k_{Π} | 0 | $b_{\text{НОМ}}$ | + | + | + |
| S_3 | 6 | $\frac{k_0}{1 + sT_0}$ | $k_{\Pi} + \frac{k_{\text{И}}}{s}$ | нет | 1 | 1 | k_{Π} | 0 | + | + | |
| | 7 | | | | | k_{Π} | $2k_{\Pi}$ | 0 | | + | |
| | 8 | | | | 2 | 1 | k_{Π} | 0 | + | + | |
| | 9 | | | | | k_{Π} | $2k_{\Pi}$ | 0 | | + | |
| S_4 | 10 | $\frac{k_0}{s}$ | k_{Π} | нет | 1 | k_{Π} | 0 | 0 | + | + | |
| | 11 | | | | | $2k_{\Pi}$ | 0 | 0 | | + | |
| | 12 | | | | 2 | k_{Π} | 0 | 0 | + | + | |
| | 13 | | | | | $2k_{\Pi}$ | 0 | 0 | + | | |
| S_5 | 14 | $\frac{k_0}{s}$ | k_{Π} | есть | 2 | k_{Π} | 0 | $b_{\text{НОМ}}$ | + | + | |
| S_6 | 15 | $\frac{k_0}{s}$ | $k_{\Pi} + \frac{k_{\text{И}}}{s}$ | нет | 1 | 1 | k_{Π} | 0 | | + | |
| | 16 | | | | 2 | 1 | k_{Π} | 0 | | + | |
| | 17 | | | | | k_{Π} | $2k_{\Pi}$ | 0 | | + | |

В устойчивой системе при подаче на любой ее вход *постоянного воздействия* после окончания переходного процесса устанавливается статический режим. В каждом опыте измеряется величина статической ошибки для двух значений входного воздействия из таблицы вариантов (см. табл. 9). При наличии компенсирующей связи статическая ошибка системы при

действию возмущения будет зависеть и от коэффициента компенсирующей связи b_p .

Значение этого коэффициента подбирается экспериментально из условия обеспечения наименьшей статической ошибки – $b_{ном}$.

В устойчивой системе при подаче на любой ее вход *линейного воздействия* после окончания переходного процесса устанавливается статический режим. Но при этом ошибка системы может оказаться как постоянной (в том числе и нулевой), так и линейно-нарастающей. Это зависит от порядка астатизма системы относительно рассматриваемого входного воздействия. В каждом опыте измеряется величина статической ошибки для двух значений скорости входного воздействия из таблицы вариантов (см. табл. 9).

В устойчивой системе при подаче на любой ее вход *гармонического воздействия* сигнал ошибки (как и все остальные переменные) изменяются по гармоническому закону с частотой воздействия. В каждом опыте измеряются величины амплитуд выхода системы и ошибки, а также величины относительных фазовых сдвигов, так как точность системы при обработке гармонического воздействия определяется величиной амплитуды ошибки при заданных параметрах (частоте и амплитуде) сигнала, поданного на любой вход, а также амплитудно-фазовыми искажениями при воспроизведении задающего воздействия.

Примечания:

1. Частота входного гармонического воздействия определяется таким образом, чтобы величина относительного сдвига была примерно равна 0,1.
2. Коэффициент $b_{ном}$ подбирается экспериментально из условия обеспечения минимальной амплитуды ошибки.

Содержание отчета

1. Цель работы.

Для каждой исследованной системы:

- а) математическое описание системы (структурная схема, передаточные функции и их параметры из таблицы вариантов);
- б) формулы для получения первого ненулевого коэффициента ошибки относительно первого и второго входов и порядок астатизма системы по входам;

в) для статической системы – формула зависимости ошибки от величины входного сигнала и ее график; для системы с астатизмом первого порядка – формула зависимости ошибки от скорости входного сигнала и ее график;

г) формула зависимости амплитуды ошибки от коэффициента регулятора и ее график;

д) формула для расчета зависимости амплитуды и фазы выходного сигнала от коэффициента регулятора и графики этих зависимостей;

е) выводы.

2. Для системы с пропорциональным регулятором и компенсирующей связью привести формулу для расчета коэффициента компенсации, обеспечивающего астатизм первого порядка по возмущению.

3. Ответы на контрольные вопросы в соответствии с вариантом (табл. 11).

Таблица 11 – Контрольные вопросы к лабораторной работе №3

| Вариант | Формулировка вопроса |
|---------|---|
| 1–7 | <ul style="list-style-type: none">• Какой режим работы называется установившимся?• Какие показатели используются для оценки точности системы? |
| 8–15 | <ul style="list-style-type: none">• Что влияет на вид выходного сигнала системы в установившемся режиме?• Влияет ли повышение порядка астатизма на устойчивость одноконтурных систем управления? |
| 16–20 | <ul style="list-style-type: none">• Какие типовые воздействия используются при оценке точности системы?• Что определяет точность системы при обработке гармонического входного воздействия? |

Лабораторная работа №4

Исследование качества систем автоматического управления в переходном режиме

Цель работы - определение показателей качества переходных процессов в системе при типовых задающих воздействиях

Время - 4 часа.

Краткие теоретические сведения

Качество САУ определяется не только точностью воспроизведения задающего воздействия, но и характером протекания переходных процессов.

Для оценки качества переходных процессов в линейных системах используется несколько групп показателей:

- прямые показатели качества – числовые характеристики переходной функции замкнутой системы;
- частотные показатели качества – параметры частотных характеристик разомкнутой или замкнутой системы;
- интегральные показатели качества – функционалы интегрального вида от переходной составляющей ошибки при ступенчатом входном сигнале.
- корневые показатели качества – параметры области локализации характеристических корней (полосов) замкнутой системы.

В общем случае между этими показателями не существует строгой аналитической зависимости. Но для типовых систем такие зависимости могут быть приближенно найдены в графическом или аналитическом виде. При таком подходе к оценке качества систем управления значения показателей качества переходных процессов зависят только от структуры и параметров системы и не зависят от входных сигналов. Несмотря на ограниченность такого подхода, он широко используется для сравнительного анализа различных вариантов систем на этапе их динамического синтеза. Параметры типовой системы могут изменяться в широких пределах, что позволяет исследовать взаимосвязь различных показателей качества.

Содержание работы

Исследуется линейная система, структурная схема которой показана на рис. 3. Система состоит из объекта управления (ОУ), усилителя мощности

(УМ), регулятора (Р) и блока вычисления интегральной квадратичной ошибки (БВИКО).

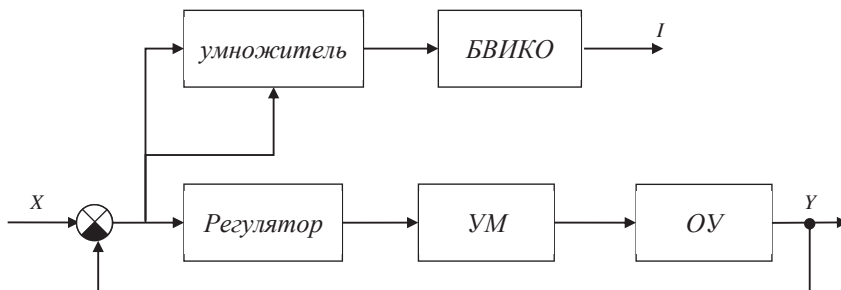


Рис. 4. Функциональная схема исследуемой системы

Передаточные функции блоков системы и их неизменяемые параметры приведены в табл. 12. Остальные параметры заданы в таблице вариантов заданий (табл. 13). План экспериментов приведен в табл. 14.

Таблица 12 - Модели и неизменяемые параметры системы

| Регулятор | Объект управления | | Усилитель мощности | | БВИКО | |
|---|-------------------|-------|------------------------|-------|-----------------|-------|
| $W_p(s)$ | $W_0(s)$ | k_0 | $W_1(s)$ | T_1 | $W_2(s)$ | k_2 |
| $k_{\text{п}} + \frac{k_{\text{и}}}{s}$ | $\frac{k_0}{s}$ | 5 | $\frac{k_1}{1 + sT_1}$ | 0,04 | $\frac{k_2}{s}$ | 10 |

Таблица 13 - Изменяемые параметры системы

| Вариант | k_1 | $k_{\text{и}}$ | $k_{\text{п}}$ | Вариант | k_1 | $k_{\text{и}}$ | $k_{\text{п}}$ |
|---------|-------|----------------|----------------|---------|-------|----------------|----------------|
| 1 | 0,7 | 0,66 | 1,00 | 11 | 2,5 | 0,20 | 0,30 |
| 2 | 0,8 | 0,62 | 0,93 | 12 | 2,7 | 0,18 | 0,27 |
| 3 | 0,9 | 0,55 | 0,80 | 13 | 2,9 | 0,17 | 0,25 |
| 4 | 1,1 | 0,45 | 0,60 | 14 | 3,1 | 0,16 | 0,24 |
| 5 | 1,3 | 0,30 | 0,57 | 15 | 3,3 | 0,15 | 0,23 |
| 6 | 1,5 | 0,33 | 0,50 | 16 | 3,5 | 0,14 | 0,21 |
| 7 | 1,7 | 0,29 | 0,44 | 17 | 3,7 | 0,13 | 0,20 |
| 8 | 1,9 | 0,26 | 0,39 | 18 | 3,9 | 0,12 | 0,18 |
| 9 | 2,1 | 0,23 | 0,35 | 19 | 4,1 | 0,11 | 0,16 |
| 10 | 2,3 | 0,21 | 0,32 | 20 | 4,5 | 0,10 | 0,14 |

Таблица 14 - План экспериментов

| Номер опыта | Группа опытов | $k_{и}$ | T_1 |
|-------------|---------------|-----------|---------|
| 1 | 1 | $k_{и}$ | T_1 |
| 2 | | $2k_{и}$ | $2T_1$ |
| 3 | | $4k_{и}$ | $4T_1$ |
| 4 | | $5k_{и}$ | $5T_1$ |
| 5 | | $6k_{и}$ | $6T_1$ |
| 6 | 2 | $k_{и}$ | $2T_1$ |
| 7 | | $4k_{и}$ | $2T_1$ |
| 8 | | $6k_{и}$ | $2T_1$ |
| 9 | | $8k_{и}$ | $2T_1$ |
| 10 | | $16k_{и}$ | $2T_1$ |
| 11 | 3 | $2k_{и}$ | T_1 |
| 12 | | $2k_{и}$ | $4T_1$ |
| 13 | | $2k_{и}$ | $6T_1$ |
| 14 | | $2k_{и}$ | $8T_1$ |
| 15 | | $2k_{и}$ | $16T_1$ |

В соответствии с табл. 14 проводится *три группы опытов*: в первой выполняется одновременное изменение коэффициента усиления регулятора и постоянной времени усилителя, во второй группе – увеличивается только коэффициент усиления усилителя, в третьей – увеличивается только постоянная времени. В каждом случае оцениваются показатели качества. В каждом опыте необходимо:

- получить частотные (ЛЧХ разомкнутой системы, АЧХ замкнутой системы) и временные (переходные) характеристики системы;
- определить по полученным характеристикам прямые и частотные показатели качества (частоту среза, резонансную частоту, полосу пропускания, запасы устойчивости, показатель колебательности, перерегулирование, время регулирования);
- с выхода блока БВИКО получить значение, пропорциональное величине интегральной квадратичной ошибки I .

Содержание отчета

1. Цель работы.
 2. Для каждой исследованной системы:
 - а) математическое описание системы (структурная схема, передаточные функции и их параметры из таблицы вариантов);
 - б) семейства расчетных и асимптотических ЛЧХ для каждой группы опытов;
 - в) семейства переходных характеристик для каждой группы опытов;
 - г) таблицу полученных показателей качества и графики зависимостей: $L_{\text{зап}}(M)$; $\varphi_{\text{зап}}(M)$; $\sigma(M)$; $I(M)$;
 - д) выводы.
- Ответы на контрольные вопросы (табл. 15).

Таблица 15 - Контрольные вопросы к лабораторной работе №4

| Вариант | Формулировка вопроса |
|---------------|--|
| 1, 7, 11,17 | Влияют ли начальные условия на качество переходного процесса в линейной системе? |
| 2, 8, 12,18 | Какие показатели используются для оценки качества переходных процессов? |
| 3, 9, 13, 19 | Какие показатели можно определить по графику переходной функции? |
| 4, 10, 14, 20 | Какие параметры переходной функции характеризуют запас устойчивости? |
| 1, 5, 11,15 | Что представляют собой частотные показатели качества? |
| 2, 6, 12, 16 | Какие свойства системы характеризуют величина и расположение резонансного пика АЧХ замкнутой системы? |
| 3, 7, 13, 17 | Можно ли увеличить быстродействие системы, не уменьшая запаса устойчивости? |
| 4, 8, 14,18 | Какое свойство системы характеризует частота среза? |
| 5, 9, 15,19 | Как влияет расположение нулей передаточной функции замкнутой системы на качество переходного процесса? |
| 6, 10, 16, 20 | Что представляют собой интегральные оценки качества? |

Лабораторная работа №5

Исследование системы фазовой автоподстройки частоты методом информационного параметра

Цель работы:

- исследование частотных характеристик радиоустройства на примере анализа спектральных характеристик системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) методом информационного параметра;
 - исследование динамических характеристик радиоустройства на примере моделирования переходных процессов в системе ФАПЧ методом рекуррентно-разностных уравнений;
 - приобретение навыков по математическому моделированию и исследованию спектральных и динамических характеристик с использованием ЭВМ;
 - закрепление знаний о методах моделирования спектральных и динамических характеристик для решения радиотехнических задач;
 - приобретение навыков оформления результатов исследования.
- Время – 4 часа.

Краткие теоретические сведения

1. Моделирование спектральных характеристик системы ФАПЧ.

При моделировании спектральных характеристик системы ФАПЧ входное воздействие и входящие в петлю звенья должны быть представлены в спектральном виде. Причем подаваемый на вход сигнал можно отобразить в виде информационного параметра, как огибающую спектральной структуры входного воздействия. В виде информационного параметра также представляется огибающая генератора, управляемого напряжением (ГУН), входящего в состав петли ФАПЧ (рис. 5).

Будем считать, что петля ФАПЧ представляет структуру синтезатора частот, в цепи обратной связи которого стоит делитель с переменным коэффициентом деления (в диапазоне $N1 \dots N2$). На вход петли ФАПЧ подается высокостабильный сигнал с кварцевого генератора (ГОЧ). С выхода ГУН частота делится на коэффициент деления, задаваемый кодом, поступающим на входные шины ДПКД. Полученная в результате частота подается на фазовый дискриминатор и сравнивается с частотой ГОЧ. Разность частот, пройдя

фильтр нижних частот (ФНЧ), сформируется в постоянное напряжение, которое скорректирует частоту ГУН. Причем коррекция частоты проводится таким образом, чтобы снизить разбаланс частоты ГОЧ с поделенной частотой ГУН.

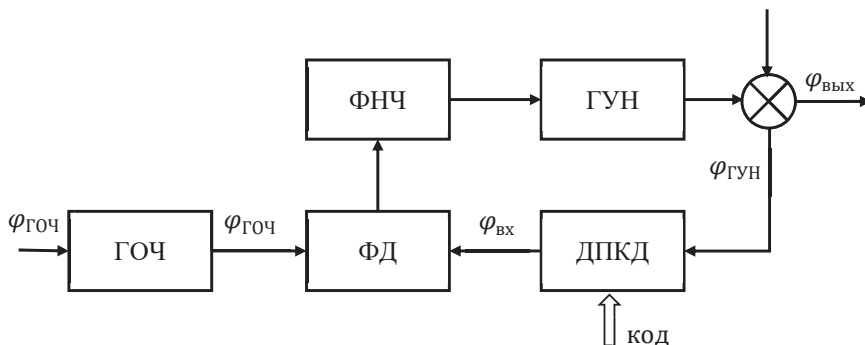


Рисунок 5 – Функциональная схема системы ФАПЧ

Режим работы петли ФАПЧ, когда частоты, поступающие на входы фазового детектора, становятся синхронными (равными), называются режимом синхронизации. Причем, если система входит в режим синхронизации, то она считается устойчивой и имеет затухающий процесс установления. Длительность переходного процесса определяется как время, протекающее от момента приложения на вход единичного скачка до момента, после которого отклонение от положения равновесия переходной характеристики не превышает заданной допустимой ошибки.

Система ФАПЧ представляется следующими полосовыми характеристиками: полосой пропускания; полосой захвата; полосой удержания.

Область начальных отстроек ГУН, в которых обеспечивается режим синхронизации, называется полосой удержания. Под полосой захвата понимают область начальных отстроек ГУН, в которой при любых начальных условиях устанавливается режим синхронизации (или удержания). Полосой пропускания принято считать значение частоты АЧХ системы ФАПЧ, когда ее значение составляет 0,707 от коэффициента передачи системы на частоте 1 Гц. Причем полоса пропускания определяет инерционность системы, поэтому от

нее зависит быстродействие системы и время установления (переходного процесса).

Согласно [3] результирующее значение спектральной плотности мощности шума на выходе системы ФАПЧ определится выражением

$$S_{\text{вых}}(\omega) = S_{\text{вн}}(\omega)[W(j\omega)]^2 + S_{\text{внут}}(\omega)[1 - W(j\omega)]^2 \quad (5.1)$$

где $S_{\text{внут}}(\omega)$ и $S_{\text{вн}}(\omega)$ – соответственно спектральные плотности фазовых шумов от внешних и внутренних источников, $W(j\omega) = K(j\omega)/[1 + K(j\omega)]$ – комплексный коэффициент передачи замкнутой системы ФАПЧ.

Считается, что внутренние шумы практически определяются флуктуационными возмущениями ГУН, а внешние шумы – как источниками, находящимися вне петли и приведенными к источнику опорного генератора - $S_{\text{ГОЧ}}(\omega)$, так и источниками флуктуаций внутри петли, такие как возмущения в ДПКД, ФД и ФНЧ. Причем высокостабильные кварцевые генераторы выпускаются только для ряда фиксированных частот, а поскольку частота сравнения может быть любой, то после ГОЧ (перед фазовым дискриминатором) ставят делитель с фиксированным коэффициентом деления (ДФКД). Следует отметить, что фазовые шумы ДПКД, ДФКД, ФНЧ не превышают минус 150 дБ/Гц, и поэтому ими, как правило, пренебрегают. Вследствие этого, основными источниками внешних и внутренних шумовых воздействий являются соответственно флуктуационные возмущения ГОЧ и ГУН. Внешние воздействия будут определяться соотношением

$$S_{\text{вых}}(\omega) = \frac{S_{\text{ГОЧ}}(\omega)}{R^2} + S_{\text{ДФКД}}(\omega) - S_{\text{ДПКД}}(\omega) + \frac{S_{\text{ФД}}(\omega) + S_{\text{ФНЧ}}(\omega)}{K_{\text{ФД}}^2} \quad (5.2)$$

Выберем управляемый и опорный автогенераторы с выходными частотами соответственно $f_{\text{ГУН}} = 10^3$ МГц, $f_{\text{ГОЧ}} = 10^3$ МГц и шумовыми характеристиками

$$S_{\text{ГУН}}(\nu) = 10^{0,7} \left(\frac{2\pi T_0}{\nu}\right)^3 + 10^{-3} \left(\frac{2\pi T_0}{\nu}\right)^2 + 10^{-15,5} \quad (5.3)$$

$$S_{\text{ГОЧ}}(\nu) = 10^{-7,82} \left(\frac{2\pi T_0}{\nu}\right)^3 + 10^{-9,86} \left(\frac{2\pi T_0}{\nu}\right)^2 + 10^{-12,7} \frac{2\pi T_0}{\nu} + 10^{-16,8} \quad (5.4)$$

где $\nu = \omega T_0$ - нормированная частота относительно периода повторения.

Учитывая (4), получим нормированное значение спектральной плотности шумов внешнего воздействия

$$S_{вн}(\nu) = S_{ФД}(\nu) + \frac{S_{ГУН}(\nu)}{R^2} = 10^{-14,7} \frac{2\pi T_0}{\nu} + 10^{-16,0} + \frac{10^{-7,82} \left(\frac{2\pi T_0}{\nu}\right)^3 + 10^{-9,86} \left(\frac{2\pi T_0}{\nu}\right)^2 + 10^{-12,7} \frac{2\pi T_0}{\nu} + 10^{-16,8}}{R^2} \quad (5.5)$$

Выберем период дискретизации ФД равным $T_0 = 10^{-7}$ с. Тогда $R=1$, а $N=100$. Для заданных величин результаты моделирования представлены на рис 6, где обозначены кривые: 1 – результирующая характеристика $S_{вн}(\nu)$; 2 – ЛАЧХ замкнутого кольца ФАПЧ; 3 – ЛАЧХ комплексного коэффициента передачи $|1 - W(j\nu)|$; 4 – спектральная плотность шумов $S_{ГУН}(\nu)$; 5 – спектральная плотность шумов $S_{вн}(\nu)$; 6 – спектральная плотность шумов $S_{ГУН}(\nu)|1 - W(j\nu)|^2$.

Полученная шумовая характеристика на выходе петли ФАП отображает известные законы фильтрации данной системы. Так, до полосы пропускания петли система прозрачна для внешних шумовых составляющих, а за полосой пропускания спектральную характеристику ГУН с учетом подавления составляющих коэффициентом усиления системы K_0 .

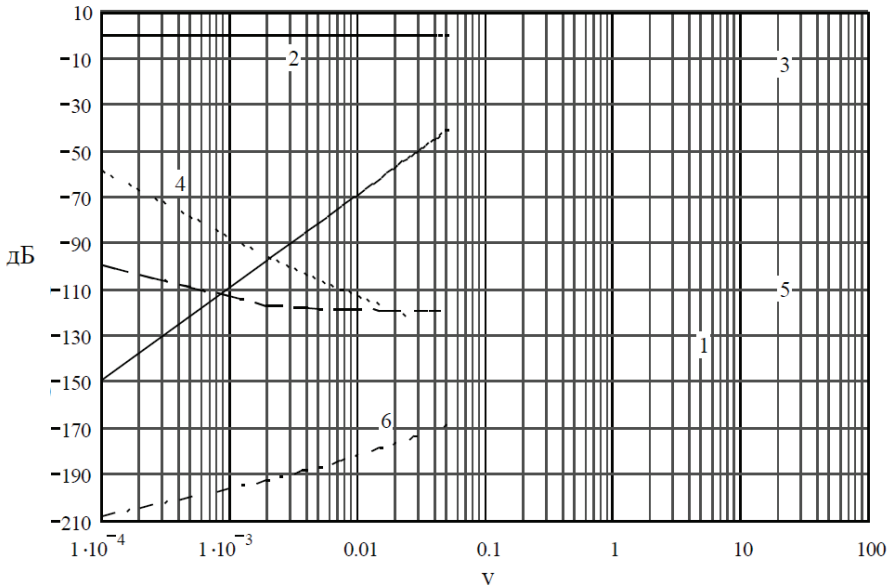


Рисунок 6 – Результаты моделирования

Полученные характеристики отображают известные законы фильтрации систем автоматического регулирования. Так внешние воздействия на систему ФАПЧ (от ГОЧ) проходят на выход с коэффициентом умножения петли (относительное умножение на N). То есть для внешних воздействий петля ФАПЧ является фильтром низких частот. Для внутренних возмущений петля является фильтром высоких частот. Таким образом, за полосой пропускания частотная характеристика системы будет определяться спектральными характеристиками управляемого генератора.

2. Моделирование процесса установления системы фазовой автоподстройки с астатизмом второго порядка, изображенной на рис. 7.

При моделировании используем метод решения дифференциальных уравнений для стационарной системы.

Функция передачи разомкнутой системы ФАПЧ равна

$$K(p) = \frac{K_0(1+pT_1)}{p^2(1+pT_2)} \quad (5.6)$$

где K_0 – коэффициент усиления разомкнутой петли ФАПЧ, T_1 и T_2 – постоянные времени ФНЧ. Как следует из (6), на частотах менее $1/T_{1,2}$ выражения в скобках числителя и знаменателя можно приравнять единице, так как $1 \gg pT_1$ и $1 \gg pT_2$. Поэтому начальный участок асимптоты частотной характеристики будет иметь наклон 40 дБ/дек, так как будет определяться соотношением $1/p^2$. Выражение в скобках числителя является форсирующим звеном, и на частотной выходной характеристике петли ФАПЧ определяет точку излома асимптоты с 40 дБ/дек на 20 дБ/дек на частоте $1/T_1$. Причем излом должен быть до пересечения частотной характеристики с единичным усилением системы. Такое положение является неперменным условием устойчивости системы, определяемые требованиями классической устойчивости систем автоматического регулирования. Выражение в скобках знаменателя является интегрирующим звеном, и определяет точку излома асимптоты с 20 дБ/дек на 40 дБ/дек на частоте $1/T_2$ на участке частотной характеристики после пересечения этой характеристикой единичного усиления.

Причем расстояния точек излома по оси частот от пересечения частотной характеристики с единичным усилением будут определять запасы устойчивости по амплитуде и фазе.

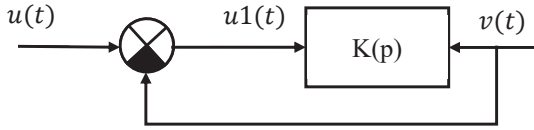


Рисунок 7 – Системы фазовой автоподстройки с астатизмом второго порядка

Представив (6) как отношение выходного и входного сигналов, а оператор Лапласа (p), как производную по времени, запишем систему уравнений замкнутой системы

$$\frac{v(t)}{u1(t)} = \frac{K_0(1 + \frac{1}{dt} T_1)}{\frac{1}{dt^2}(1 + \frac{1}{dt} T_2)}$$

$$u1(t) = u(t) - v(t)$$

Подставив второе уравнение в первое, получим дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\frac{d^3v(t)}{dt^3} T_2 + \frac{d^2v(t)}{dt^2} = K_0 u(t) - K_0 v(t) + \frac{du(t)}{dt} T_1 K_0 - \frac{dv(t)}{dt} T_1 K_0 \quad (7)$$

Используя правило, при котором дифференциальному уравнению для дискретного аналога системы соответствует уравнение в конечных разностях порядка m, составим систему разностных уравнений

$$\nabla^3 v[n] = \nabla^2 v[n] - \nabla^2 v[n-1] = v[n] - 3v[n-1] + 3v[n-2] - v[n-3]$$

$$\nabla^2 v[n] = \nabla v[n] - \nabla v[n-1] = v[n] - 2v[n-1] + v[n-2] \quad (8)$$

$$\nabla v[n] = v[n] - v[n-1]$$

Заменяя в (7) производные уравнениями в конечных разностях (8), получим в программном обеспечении MathCAD

$$v_{n+3} = a1 \cdot v_{n+2} + a2 \cdot v_{n+1} + a3 \cdot v_n + b0 \cdot u_{n+3} + b1 \cdot u_{n+2}$$

$$\text{где } a1 = \frac{3T_2 + 2 + K_0 T_1}{c}; a2 = \frac{-(3T_2 + 1)}{c}; a3 = \frac{T_2}{c}; b0 = \frac{K_0(1 + T_1)}{c}$$

$$b1 = \frac{-K_0 T_1}{c}; c = T_2 + 1 + K_0(1 + T_1)$$

По приведенным соотношениям в MathCAD был построен график переходного процесса от скачка входного напряжения $u(t) = 1$ при $t > 0$ (рис. 4). При этом были приняты параметры [3]: $K_0 = 0,29$; $T_1 = 3,44$; $T_2 = 0,59$.

Заметим, что система устойчива, так как входит в режим синхронизации, а переходной процесс имеет затухающий характер.

Данный способ анализа воздействий на систему достаточно простой и экономичный, однако позволяет определять выходные величины только для целочисленных отсчетов.

Для получения отсчетов в промежутке целочисленных значений используются: явное и неявное преобразование Эйлера, а также билинейное преобразование. В этом случае в (6) оператор Лапласа заменяется соответственно на переменные: $p = (z - 1)/\Delta t$; $p = (z - 1)/z \cdot \Delta t$; $p = 2(z - 1)/(z + 1)\Delta t$. Далее проводятся операции для получения дробно-рационального уравнения, от которого находят рекуррентно-разностное выражение. При воздействии на полученное соотношение единичного скачка получают реакцию, которая описывает переходной процесс.

Подготовка к работе

На этапе подготовки к лабораторной работе студенты должны, используя литературу и материалы лекций углубить свои знания. При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо вспомнить материалы предшествующих учебных дисциплин (радиотехнические цепи сигналы, радиоавтоматика и т.д.), и изучить материалы данной дисциплины по следующим вопросам:

- методы анализа спектральных и динамических характеристик радиоустройств;
- систему команд и операторов MathCAD, необходимых для моделирования спектральных и динамических характеристик радиоустройств, а также рекуррентно-разностных уравнений;
- принципы составления программ для моделирования спектральных и динамических характеристик.

Изучить и запомнить встроенные функции и ключевые слова для анализа спектральных и динамических характеристик, моделируемых в лабораторной работе.

Вспомнить алгоритмы численного интегрирования, использующие билинейное преобразование и преобразование Эйлера.

Используя явное преобразование Эйлера, определить коэффициенты для рекуррентного уравнения системы ФАПЧ с астатизмом второго порядка, в результате найти значения на выходе системы при входных воздействиях.

Студенты на предстоящую лабораторную работу, используя литературу [1-5], а также среду MathCAD в соответствии с индивидуальным заданием на лабораторную работу, готовят компьютерную программу для проведения расчетов. Данные для моделирования, в соответствии с вариантом, приведены в таблице 16.

Преподаватель перед проведением лабораторной работы проводит контрольный опрос студентов и определяет степень их готовности к лабораторной работе. Затем преподаватель контролирует работу студентов при выполнении заданий и отвечает на возникающие у студентов вопросы.

Содержание работы

При выполнении лабораторной работы студенты должны:

- ознакомиться с описанием лабораторной работы;
- изучить вопросы, указанные в п. 2 настоящего описания;
- ознакомиться с алгоритмом составления рекуррентных разностных уравнений в программном обеспечении MathCAD;
- составить листинг программы моделирования для ПК с учетом применения программного обеспечения MathCAD;
- выполнить моделирование спектральных характеристик петли ФАПЧ, используя нормированную псевдочастоту $\nu = \omega \cdot T_0$, где ω – угловая частота, T_0 – период частоты сравнения фазового дискриминатора.
- определить полосу пропускания, показатель колебательности, уровень шумов;
- смоделировать переходной процесс петли ФАПЧ;
- определить величину перерегулирования и длительность переходного процесса;
- оформить отчет;
- защитить результаты лабораторной работы.

Отчет о выполненной лабораторной работе должен быть оформлен каждым студентом индивидуально

Таблица 16 – Числовые значения параметров исследуемых звеньев

| Вариант | k_0 | T_0 | T_1 |
|---------|-------|-------|-----------|
| 1 | 1,1 | 0,16 | $2,0 T_0$ |
| 2 | 1,2 | 0,18 | $2,5 T_0$ |
| 3 | 1,3 | 0,20 | $3,0 T_0$ |
| 4 | 1,4 | 0,22 | $3,5 T_0$ |
| 5 | 1,5 | 0,24 | $4,0 T_0$ |
| 6 | 1,6 | 0,26 | $4,5 T_0$ |
| 7 | 1,7 | 0,28 | $5,0 T_0$ |
| 8 | 1,8 | 0,32 | $2,3 T_0$ |
| 9 | 1,9 | 0,34 | $3,8 T_0$ |
| 10 | 2,1 | 0,36 | $4,2 T_0$ |
| 11 | 2,2 | 0,38 | $5,4 T_0$ |
| 12 | 2,3 | 0,42 | $2,7 T_0$ |
| 13 | 2,4 | 0,44 | $3,3 T_0$ |
| 14 | 2,5 | 0,46 | $4,6 T_0$ |
| 15 | 2,6 | 0,48 | $5,6 T_0$ |
| 16 | 2,7 | 0,11 | $2,1 T_0$ |
| 17 | 2,8 | 0,13 | $3,7 T_0$ |
| 18 | 2,9 | 0,15 | $4,3 T_0$ |
| 19 | 3,1 | 0,17 | $5,1 T_0$ |
| 20 | 3,2 | 0,19 | $3,9 T_0$ |

Содержание отчета

Отчет должен включать в себя следующие пункты:

1. Индивидуальное задание на выполнение лабораторной работы.
2. Основные расчетные соотношения.
3. Листинг программы для проведения расчетов.
4. Выполнить моделирование спектральных и динамических характеристик радиоустройств.
5. Составить программу моделирования, содержащую переменные величины.

6. Произвести набор и отладку программы, после чего выполнить экспериментальную часть работы.
7. Краткие теоретические сведения.
8. Выводы по работе.

Таблица 17 – Контрольные вопросы к лабораторной работе №5

| Вариант | Формулировка вопроса |
|----------------|--|
| 1, 7, 9 | Какой смысл вложен в понятие псевдочастота? Какое преимущество дает анализ с использованием псевдочастоты? |
| 2, 8,15 | Поясните влияние параметров системы ФАПЧ на характер выходной частотной характеристики. |
| 3, 14, 16 | Чем характеризуется устойчивость системы ФАПЧ? |
| 4, 13, 17 | В какую характеристику заключен информационный параметр системы ФАПЧ? |
| 5, 12,14 | Как определяется выходная спектральная характеристика системы ФАПЧ? |
| 6, 11, 18 | Какие соотношения необходимо выдерживать между полосой пропускания и частотой сравнения петли ФАПЧ для обеспечения устойчивости? |
| 7, 10, 16 | Поясните суть понятий запаса по амплитуде и запаса по фазе? С какой целью закладываются данные параметры? |
| 8, 15, 19 | Что заложено в понятие быстродействие системы ФАПЧ? |
| 3, 9, 20 | Какое воздействие используется для определения длительности переходного процесса? |
| 2, 10, 17 | Приведите алгоритм вычисления переходного процесса. |
| 4, 11, 19 | Какие преобразования используются для построения переходного процесса петли ФАПЧ на ПК? |
| 5, 12, 20 | Какие возмущения подавляются до полосы пропускания, а какие после полосы пропускания петли ФАПЧ? |
| 6, 13, 18 | Какое основное фильтрующее преимущество петли ФАПЧ? |

Лабораторная работа №6

Исследование нелинейных систем

Цель работы – исследование характеристик нелинейных динамических звеньев.

Время – 4 часа.

Краткие теоретические сведения

Одним из свойств нелинейных систем является то, что их устойчивость может зависеть от входных сигналов и от начальных условий. Например, некоторая нелинейная система может быть устойчивой при входном сигнале $r_1(t)$, но неустойчивой при входном сигнале $r_2(t)$.

Несколько характерных особенностей нелинейных систем.

1. **Предельный цикл.** Периодические незатухающие колебания в нелинейной системе называются предельным циклом. В общем случае предельный цикл не является синусоидальным. В линейной стационарной системе периодические незатухающие колебания являются синусоидальными, а их амплитуда определяется как величиной внешнего воздействия, так и начальными условиями. В нелинейных системах амплитуда незатухающих колебаний не зависит от внешнего воздействия и от начальных условий.

2. **Частота вынужденных колебаний при периодическом входном воздействии.** При подаче на вход нелинейной системы периодического воздействия частота вынужденных колебаний на выходе может быть либо субгармоникой, либо гармоникой входного сигнала. Например, если частота входного воздействия равна 10 Гц, то на выходе колебания могут иметь частоту 5 Гц (субгармоника) или 30 Гц (гармоника).

3. **Явление скачкообразного резонанса.** Это явление проиллюстрировано на рисунке 8, где приведены амплитудно-частотные характеристики линейной и нелинейной системы.

Предположим, что на вход нелинейной системы подан синусоидальный сигнал с постоянной амплитудой. Тогда при увеличении частоты входного сигнала при некотором ее значении может произойти резкий скачок амплитуды выходного сигнала. Если затем уменьшать частоту входного сигнала, то произойдет обратный скачок амплитуды выходного сигнала, но уже при другом значении частоты. Это явление называется скачкообразным резонансом.

4. Множество состояний равновесия. В устойчивой линейной системе при отсутствии входного воздействия все переменные состояния с течением времени стремятся к нулю (к началу координат пространства состояний). В устойчивой нелинейной системе могут существовать несколько различных состояний равновесия, отличных от $x = 0$, к которым система стремится с течением времени при отсутствии входного воздействия. К какому именно из этих состояний стремится система зависит от начальных условий. Это условие эквивалентно тому, что если нелинейную систему вывести из некоторого положения равновесия, она может вернуться в любое из других положений равновесия в зависимости от величины возмущения.

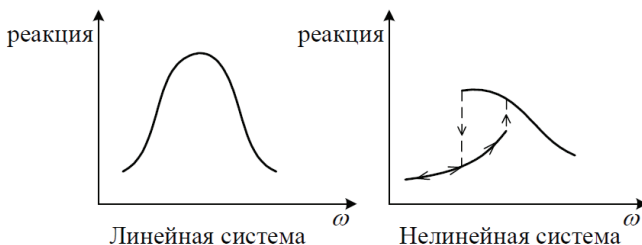


Рисунок 8 – Явление скачкообразного резонанса

Метод описывающей функции. Метод описывающей функции применим к системам, которые содержат только одну нелинейность. Такая система показана на рисунке 9. На схеме НЭ – нелинейность систем, $G(s)$ – это объект регулирования, в общем случае может включать в себя передаточные функции регулятора и датчика.

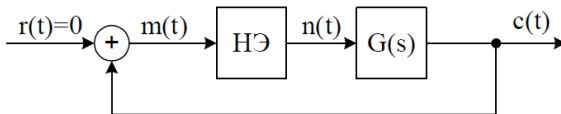


Рисунок 9 – Нелинейная система

Заметим, что входной сигнал системы равен нулю, такую систему будем называть свободной. Если эта система является стационарной, то ее называют автономной.

Предположим, что на вход данной системы подан синусоидальный сигнал

$$m(t) = M \sin \omega t$$

Тогда в установившемся режиме сигнал $n(t)$ будет периодическим, но несинусоидальным. Такой сигнал можно представить в виде ряда Фурье:

$$n(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k\omega t$$

Если нелинейность симметрична относительно амплитуды входного сигнала, то можно ограничиться случаем, когда $A_0=0$. Предположим также, что $G(s)$ соответствует фильтру низких частот, так, что $|G(j\omega)|$ имеет малые значения для высших гармоник сигнала $n(t)$ по сравнению с его значением для основной частоты. Тогда выходной сигнал $c(t)$ можно записать в виде

$$c(t) = C \sin(\omega t + \theta)$$

Это допущение лежит в основе метода описывающей функции. Высшими гармониками в сигнале $n(t)$ тогда можно пренебречь, так как они оказывают малое влияние на $c(t)$. В результате сигнал $n(t)$ можно аппроксимировать выражением

$$n(t) \approx A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t = A_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + B_1 \sin \omega t = N_1 \sin(\omega t + \varphi).$$

Таким образом, сигнал $n(t)$ можно аппроксимировать синусоидой той же частоты, что и $m(t)$, но имеющей другую амплитуду и фазу. Поэтому нелинейность можно представить в виде комплексного коэффициента усиления

$$N(M, \omega) = \frac{B_1 + jA_1}{M} = \frac{N_1 e^{j\varphi}}{M}$$

Описывающая функция $N(M, \omega)$ в общем случае зависит как от амплитуды, так и от частоты входной синусоиды.

Отметим два допущения, связанных с определением описывающей функции:

- 1) входной сигнал нелинейности является синусоидальным;
- 2) линейная система, следующая за нелинейностью, является фильтром низких частот и ослабляет высшие гармоники.

Содержание работы

1. С помощью метода описывающей функции исследовать возможность возникновения в данной системе предельного цикла.
2. Определить амплитуду и частоту колебаний.
3. Исследовать устойчивость предельного цикла.
4. Варианты заданий

Схема для вариантов 1, 2, 3 приведена на рис. 10. Нелинейность имеет вид идеального реле.

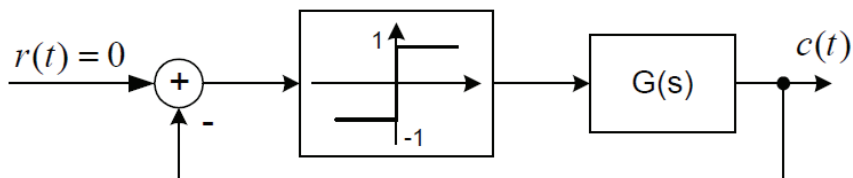


Рисунок 10 – Схема для вариантов 1, 2, 3

Схема для вариантов 4, 5, 6 приведена на рис. 11. Нелинейный элемент представлен в виде усилителя с насыщением.

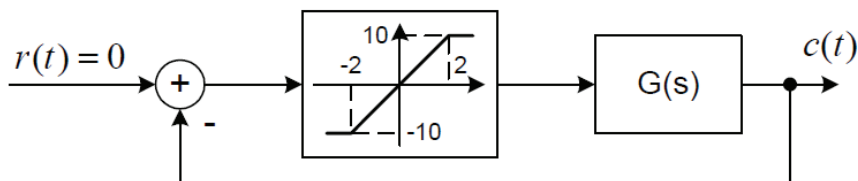


Рисунок 11 - Схема для вариантов 4,5,6

Передаточные функции объекта $G(s)$ для разных вариантов приведены в таблице 18.

Таблица 18 – Передаточные функции объекта регулирования $G(s)$

| | Варианты | | | | | |
|--------|----------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $G(s)$ | $\frac{100}{s(s+1)(s+10)}$ | $\frac{(s+1)^2}{2s^3}$ | $\frac{2(s+5)^2}{s^2(s+1)}$ | $\frac{12}{s(s+2)^2}$ | $\frac{(s+1)^2}{2s^3}$ | $\frac{2(s+5)^2}{s^2(s+1)}$ |

Содержание отчета

1. Название работы.
2. Цель работы.
3. Структурная схема исследуемой САР.
4. Записать вид описывающей функции для нелинейного элемента заданной системы.
5. Преобразованная схема нелинейной системы.
6. Построить функции $G(j\omega)$ и $-1/N(M)$ на комплексной плоскости.
7. Определить амплитуду M и частоту ω предельного цикла, соответствующие точке пересечения графиков $G(j\omega)$ и $-1/N(M)$. Определить период колебаний $T = 2\pi/\omega$.
8. Записать выражение для выходного сигнала $s(t)$, подставив вычисленные значения амплитуды M и частоты ω .
9. Сделать вывод об устойчивости предельного цикла.

Таблица 19 – Контрольные вопросы к лабораторной работе №6

| Вариант | Формулировка вопроса |
|---------|---|
| 1, 6 | Какая система называется нелинейной? |
| 2, 5 | Назовите основные типы нелинейностей? |
| 3, 4 | Что такое неоднозначная нелинейность? |
| 4, 3 | Какие вы знаете способы построения статических характеристик при параллельном и последовательном соединении нелинейных элементов? |
| 5, 2 | Что такое стационарная система? |
| 6, 1 | Назовите основные свойства нелинейных систем. |
| 6, 5 | Что такое описывающая функция? |

| Вариант | Формулировка вопроса |
|---------|--|
| 5, 4 | Как используют описывающую функцию? |
| 4, 1 | Что такое предельный цикл? |
| 3, 6 | От чего зависит устойчивость предельного цикла? |
| 2, 4 | Какие существуют методы анализа нелинейных систем? |
| 1, 5 | В чем заключается метод гармонической линеаризации? |
| 3, 6 | В чем заключается метод фазовой плоскости? |
| 2, 5 | Какие существуют способы подавления автоколебаний в нелинейных системах? |

Список рекомендованной литературы

1. Затучный Д.А. Автоматика и управление. Учебное пособие. – М.: МГТУ ГА, 2011.
2. Власов, К.П. Теория автоматического управления. Основные положения. Программы расчета / К.П. Власов. — М.: Гуманитарный Центр, 2013. - 544 с.
3. Прохладин Г.Н. Моделирование систем и процессов. Часть 1. М.: МГТУ ГА. 2009.
4. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов / А.А. Ерофеев. — СПб.: Политехника, 2008. - 302 с.
5. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. учебник и практикум для академического бакалавриата / Д.П. Ким. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 276 с.
6. Коновалов, Б.И. Теория автоматического управления: Учебное пособие. 4-е изд., стер / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев. - СПб.: Лань, 2016. - 224 с.
7. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления: учеб. пособие. - СПб.: Профессия, 2007.
8. Первачёв С.В. Радиоавтоматика. - М.: Радио и связь. 1982.
9. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.1, Учебное пособие. – СПб: СЗТУ, 2005. 74 с.
10. Французова Г.А., Шпилева О.Я., Юркевич В.Д. Сборник задач по теории автоматического управления. Часть 1: Учебное пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – 78 с.
11. Сборник задач по теории автоматического управления: учебно-методическое пособие для студентов технических специальностей / сост. В.А. Бороденко. – Павлодар : Кереку, 2009. – 112 с.
12. Певзнер Л.Д. Практикум по теории автоматического управления. Учебное пособие/Л.Д. Певзнер. – М.: Высшая школа, 2006. – 590 с.

Приложение А

(справочное)

Таблица А.1 – Оригиналы и изображения типовых функций

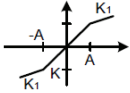
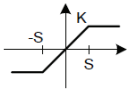
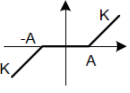
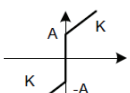
| № пп | Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа L) | Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа L ⁻¹) |
|---------|--|--|
| 1 | $x(t) \xrightarrow{L} X(p)$ | $X(p) \xrightarrow{L^{-1}} x(t)$ |
| 2 | $\dot{x}(t) \xrightarrow{L} pX(p) - x(0)$ | |
| 3 | $\ddot{x}(t) \xrightarrow{L} p^2X(p) - px(0) - \dot{x}(0)$ | |
| 4 | $t^n \xrightarrow{L} \frac{n!}{p^{n+1}}$ | $\frac{1}{p^n} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$ |
| 5 | $t^n e^{at} \xrightarrow{L} \frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$ $e^{at} \xrightarrow{L} \frac{1}{p-a}$ $te^{at} \xrightarrow{L} \frac{1}{(p-a)^2}$ $t^2 e^{at} \xrightarrow{L} \frac{2}{(p-a)^3}$ | $\frac{1}{(p-a)^n} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$ $\frac{1}{p-a} \xrightarrow{L^{-1}} e^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^2} \xrightarrow{L^{-1}} te^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^3} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{2} t^2 e^{at}$ |
| 6 | $\sin bt \xrightarrow{L} \frac{b}{p^2 + b^2}$ | $\frac{1}{p^2 + b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{b} \sin bt$ |
| 7 | $\cos bt \xrightarrow{L} \frac{p}{p^2 + b^2}$ | $\frac{p}{p^2 + b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \cos bt$ |
| 8 | $t \sin bt \xrightarrow{L} \frac{2pb}{(p^2 + b^2)^2}$ | $\frac{p}{(p^2 + b^2)^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{2b} t \sin bt$ |
| 9 | $t \cos bt \xrightarrow{L} \frac{p^2 - b^2}{(p^2 + b^2)^2}$ | $\frac{p^2 - b^2}{(p^2 + b^2)^2} \xrightarrow{L^{-1}} t \cos bt$ |
| 10 | $e^{at} \sin bt \xrightarrow{L} \frac{b}{(p-a)^2 + b^2}$ | $\frac{1}{(p-a)^2 + b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{b} e^{at} \sin bt$ |
| 11 | $e^{at} \cos bt \xrightarrow{L} \frac{p-a}{(p-a)^2 + b^2}$ | $\frac{p-a}{(p-a)^2 + b^2} \xrightarrow{L^{-1}} e^{at} \cos bt$ |
| 12 | $1 - e^{-\frac{t}{\alpha}} \xrightarrow{L} \frac{1}{p(1 + \alpha p)}$ | |

Приложение Б

(обязательное)

Таблица Б.1 – Описывающие функции

$$N_s(x) = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cos(\arcsin \frac{1}{x}) \right]$$

| Нелинейность | $N(M, \omega)$ | |
|--|--|-----------------------|
| 1 | 2 | |
|  | K_2 , $K_1 + (K_2 - K_1)N_s\left(\frac{M}{A}\right)$ | $M \leq A$ $M > A$ |
|  | K , $KN_s\left(\frac{M}{S}\right)$ | $M \leq S$ $M > S$ |
| Ограничение | $\frac{4A}{\pi M}$ | |
| Идеальное реле | | |
|  | 0, $K \left[1 - N_s\left(\frac{M}{A}\right) \right]$ | $M \leq A$ $M > A$ |
| Зона нечувствительности | $K + \frac{4A}{\pi M}$ | |
|  | 0, $\frac{4B}{\pi M} \sqrt{1 - \left(\frac{A}{M}\right)^2}$ | $M \leq A$ $M > A$ |
| Идеальное реле с зоной нечувствительности | | |