

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра физики

С.К. Камзолов, С.М. Новиков

ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие

по выполнению лабораторной работы М-10

«Изучение законов динамики абсолютно твердого тела
на установке «Маятник Максвелла»

*для студентов I курса
всех направлений и специальностей
всех форм обучения*

Москва
ИД Академии Жуковского
2020

УДК 53
ББК 53
К18

Рецензент:

Куколева А.А. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Камзолов С.К.

К18 Физика [Текст] : учебно-методическое пособие по выполнению лабораторной работы М-10 «Изучение законов динамики абсолютно твердого тела на установке «Маятник Максвелла» / С.К. Камзолов, С.М. Новиков. – М.: ИД Академии Жуковского, 2020. – 12 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Физика» по учебному плану для студентов I курса всех направлений и специальностей всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 19.12.2019 г. и методического совета 14.01.2020 г.

УДК 53
ББК 53

В авторской редакции

Подписано в печать 29.06.2020 г.

Формат 60x84/16 Печ. л. 0,75 Усл. печ. л. 0,7

Заказ № 566/0225-УМП09 Тираж 100 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского
125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А

Тел.: (495) 973-45-68

E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический
университет гражданской авиации, 2020

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-10
**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ
 АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА
 НА УСТАНОВКЕ «МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА»**

1. Цель работы

Целью работы является изучение законов динамики абсолютно твердого тела и измерение динамических характеристик тела, совершающего сложное движение.

2. Подготовка к работе

Изучите теоретический материал по лекциям или учебнику [1, 2]: модель абсолютно твердое тело, уравнения динамики для поступательного и вращательного движения твердого тела, работа и энергия при вращательном движении, законы сохранения. Ознакомьтесь с конструкцией лабораторного стенда и принципом измерений по методическому описанию. Ответьте на вопросы из раздела 7 данного описания. Оформите проект отчета по лабораторной работе.

3. Краткая теория

Второй абстракцией (после модели «материальная точка»), с которой приходится иметь дело в механике, является модель **абсолютно твердое тело** (АТТ) – тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Всякое движение АТТ можно разложить на два основных вида движения – поступательное и вращательное. В частности, можно сложное движение АТТ рассматривать как поступательное движение центра масс АТТ и вращательное движение АТТ вокруг оси, проходящей через его центр масс. Сам центр масс АТТ движется так, как двигалась бы материальная точка с массой, равной массе тела, под действием суммы всех приложенных к телу сил (на основании **второго закона Ньютона**). Динамика вращательного движения АТТ описывается аналогичным уравнением, которое называется **уравнением динамики вращательного движения АТТ**. В частном случае, имеющем место в данной лабораторной работе, при прямолинейном движении центра масс вдоль оси Oy с вращением АТТ вокруг оси Oz , проходящей через его центр масс, эти уравнения динамики имеют вид:

$$\begin{cases} Oy: & ma_{\text{цм}} = \sum_i F_{iy}, \\ Oz: & I_z \varepsilon_z = \sum_i M_{iz}, \end{cases} \quad (1)$$

где m – масса тела (или мера инерции в поступательном движении), I_z – момент инерции АТТ относительно оси вращения Oz (или мера инерции АТТ во враща-

тельном движении вокруг оси Oz), $a_{\text{цм}}$ – ускорение центра масс тела, ε_z – **угловое ускорение** вращательного движения АТТ вокруг оси Oz , F_{iy} – действующие на тело силы, $M_{i,z}$ – моменты действующих сил относительно оси вращения. Как следует из (1) в результате действия момента силы у тела появляется угловое ускорение. При этом угловая скорость тела либо увеличивается, либо уменьшается. В общем случае **момент силы** \vec{M} относительно некоторой точки A определяется векторным произведением радиус-вектора \vec{r} , проведенным из точки A в точку приложения силы, на силу \vec{F} :

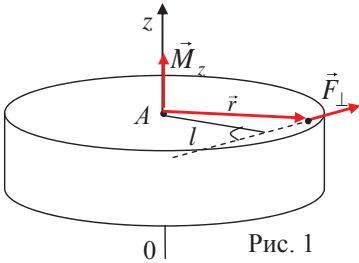


Рис. 1

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. В частном случае, изображенном на рис. 1, момент силы относительно оси вращения Oz можно определить по формуле:

$$M_z = l \cdot F_\perp, \quad (2)$$

где F_\perp – модуль составляющей вектора силы, перпендикулярной оси Oz , l – плечо силы относительно оси Oz , (кратчайшее расстояние от оси вращения до **линии** действия силы). Если вектор \vec{F}_\perp образует с направлением оси Oz правую винтовую систему, то M_z имеет положительный знак.

Величина момента инерции твердого тела I_z зависит от массы тела и ее распределения относительно оси вращения. Задача расчета момента инерции сводится к суммированию (в случае дискретного распределения массы) или к интегрированию (при непрерывном распределении массы в объеме V) по формулам:

$$I_z = \sum_i m_i r_i^2 \quad \text{или} \quad I_z = \int_V \rho r^2 dV, \quad (3)$$

где r_i – радиус вращения массы m_i вокруг оси Oz , ρ – плотность материала, r – радиус вращения элемента объема dV , имеющего массу ρdV . Из формул (3) следует, что момент инерции обладает свойством **аддитивности** – момент инерции тела, состоящего из нескольких частей, равен сумме моментов инерции этих частей. В большинстве случаев после суммирования или интегрирования формула для расчета момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, приобретает вид:

$$I_0 = kmR^2, \quad (4)$$

где $k \leq 1$ – коэффициент, зависящий от формы тела, m – масса тела, R – радиус вращения точки тела, максимально удаленной от оси. Например, для обруча или тонкостенного цилиндра радиуса R коэффициент $k = 1$, для однородного диска $k = 1/2$, для шара $k = 2/5$.

Очевидно, что вращающееся АТТ обладает кинетической энергией. В данной лабораторной работе кинетическую энергию АТТ удобно представить в виде суммы кинетической энергии, связанной с поступательным движением

центра масс, и кинетической энергии, связанной с вращательным движением вокруг оси Oz , проходящей через центр масс:

$$T = \frac{m v_{\text{цм}}^2}{2} + \frac{I_{Oz} \omega^2}{2}, \quad (5)$$

где ω – угловая скорость вращения, $v_{\text{цм}}$ – скорость центра масс.

4. Описание установки и методика проведения эксперимента

Схема лабораторного стенда изображена на рис. 2. Основным элементом стенда является диск 1, через центр которого проходит цилиндрическая ось 2. На эту ось наматываются две симметрично расположенные нити 3. На диске закрепляется сменное кольцо 4. В исходном положении (показано пунктиром на правой части рис. 2), диск удерживается электромагнитом 5. При отключении электромагнита диск начинает двигаться вниз с одновременным раскручиванием нитей.

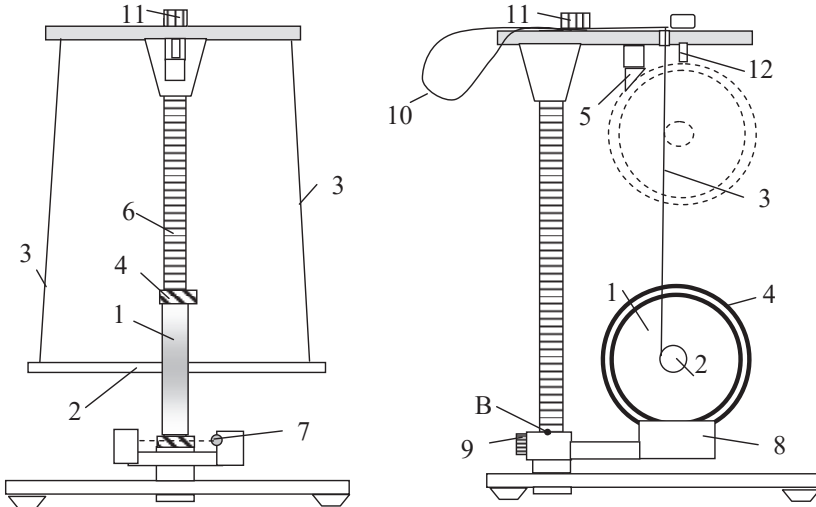


Рис 2. Схема лабораторного стенда: 1 – диск; 2 – ось диска; 3 – нити; 4 – сменное кольцо; 5 – электромагнит; 6 – стойка установки; 7 – фотодатчик; 8 – корпус фотодатчика; 9 – винт крепления корпуса фотодатчика; 10 – петля из нити; 11 – винт крепления нити; 12 – стопорный винт.

Сложное движение диска можно представить как наложение двух независимых движений – поступательного и вращательного вокруг оси, проходящей через его центр масс. Расстояние, проходимое центром масс диска за счёт поступательного движения, отсчитывается по вертикальной шкале на стойке установки 6. Отсчёт времени поступательного движения производится по милли-

секундомеру, на который подаётся сигнал от фотодатчика 7 (блок питания с секундомером на рисунке не показан). В тот момент, когда край сменного кольца 4, закрепленного на опускающемся диске, пересекает световой луч фотодатчика 7 (пунктирная прямая линия на левом рис. 2), отсчет времени прекращается.

В используемой экспериментальной установке кинематические характеристики поступательного и вращательного движений диска являются взаимозависимыми. Рассмотрим точку касания поверхности цилиндрической оси диска к прямому участку нити (точка А на рис. 3). Так как нить в этом месте неподвижна, то скорость точки А, принадлежащей образующей оси диска, тоже равна нулю, т.е. $v_A = 0$. Скорость этой же точки можно представить как сумму скорости поступательного движения центра масс диска $\vec{v}_{\text{цм}}$ и скорости вращательного движения точки А $\vec{v}_{\text{вр}}$ в системе отсчета, связанной с центром масс. Т.е.

$\vec{v}_A = \vec{v}_{\text{цм}} + \vec{v}_{\text{вр}} = 0$. Отсюда следует, что по величине эти скорости равны, но противоположно направлены, т.е. $v_{\text{цм}} = v_{\text{вр}}$. Тогда угловая скорость вращения диска связана со скоростью поступательного движения центра масс соотношением

$$\omega = \frac{v_{\text{цм}}}{r}. \quad (6)$$

Аналогичное соотношение можно получить и для ускорений

$$\varepsilon = \frac{a_{\text{цм}}}{r}, \quad (7)$$

где $a_{\text{цм}}$ – ускорение центра масс диска, ε – угловое ускорение диска, r – радиус оси диска, на которую наматываются нити.

На диск со сменным кольцом в процессе движения действуют две внешние силы (рис. 3): сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нитей \vec{F} . Если пренебречь изменением массы за счет раскручивания нитей и силой сопротивления при движении диска в воздухе, уравнения (1) для нашего случая принимают вид:

$$\begin{cases} 0y: & ma_{\text{цм}} = mg - F, \\ 0z: & I_z \varepsilon_z = rF, \end{cases} \quad (8)$$

где $0z$ – ось координат, направленная через центр масс вдоль оси диска, m – суммарная масса диска, оси диска и сменного кольца, I_z – момент инерции диска с осью и сменным кольцом, r – плечо силы натяжения нити относительно оси $0z$. Ускорение центра масс диска в данной работе можно измерить экспериментально. Поэтому для решения системы (8) удобно, воспользовавшись формулой (7), выразить угловое ускорение через ускорение поступательного движения центра масс диска. Тогда система уравнений (8) примет вид:

$$\begin{cases} 0y: & ma_{\text{цм}} = mg - F, \\ 0z: & I_z \frac{a_{\text{цм}}}{r} = rF. \end{cases}$$

Решая ее, можно получить расчетную формулу для момента инерции системы:

$$I_z = \left(\frac{g - a_{\text{цм}}}{a_{\text{цм}}} \right) mr^2. \quad (9)$$

Кроме того, можно получить зависимость ускорения от параметров системы:

$$a_{\text{цм}} = \frac{mgr^2}{(mr^2 + I_z)}. \quad (10)$$

Из нее следует, что при неизменной массе и моменте инерции движение центра масс является равноускоренным по закону:

$$y = \frac{a_{\text{цм}} t^2}{2}. \quad (11)$$

Тогда, измеряя время опускания диска на известное расстояние y , можно рассчитать ускорение центра масс системы. Затем с помощью формулы (9) получить значение момента инерции I_z .

Свойство аддитивности позволяет записать момент инерции системы в виде суммы:

$$I_z = I_{\text{д}} + I_{\text{к}},$$

где $I_{\text{к}}$ – момент инерции сменного кольца, $I_{\text{д}}$ – момент инерции диска с осью без кольца. Используя формулу (4), эту сумму можно представить в виде:

$$I_z = I_{\text{д}} + km_{\text{к}}R^2 \text{ или } I_z = kR^2 m_{\text{к}} + I_{\text{д}}, \quad (12)$$

где $m_{\text{к}}$ – масса сменного кольца, R – внешний радиус сменного кольца (для всех колец они одинаковые). Это уравнение аналогично математической записи уравнения прямой линии $y = ax + b$, где $y = I_z$, $x = m_{\text{к}}$, $a = kR^2$ – угловой коэффициент прямой, $b = I_{\text{д}}$ – пересечение прямой с осью y . Его можно использовать для определения момента инерции диска с осью без кольца $I_{\text{д}}$ и коэффициента k в формуле 4. Для этого по результатам эксперимента с помощью формулы (9) рассчитываются моменты инерции системы с различными сменными кольцами I_z . Затем строится график зависимости I_z от $m_{\text{к}}$. Пример такого графика приведен на рис. 4. Определив по полученному графику величину b (y – пересечение) и угловой коэффициент a (как отношение катетов

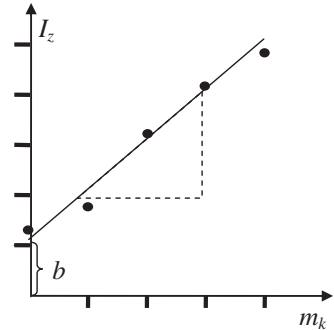


Рис. 4

и угловой коэффициент a (как отношение катетов

вспомогательного прямоугольного треугольника с учетом масштаба и размерностей) можно получить значения коэффициента k в формуле (4) и момента инерции диска с осью без сменного кольца I_D .

5. Порядок выполнения работы

5.1. Получите у лаборанта сменные кольца и закрепите кольцо с максимальной массой на диске 1 (рис. 2). Запишите массу кольца m_k и суммарную массу кольца и диска с осью $m = m_k + m_0$ в табл. 1. Величина массы диска с осью приведена в верхней части таблицы, значение массы кольца выгравировано на его поверхности.

5.2. Ослабьте винт крепления 9 (рис.2) и передвиньте корпус фотодатчика 8 в нижнее положение, где вновь зафиксируйте его винтом 9. Определите по шкале на стойке 6 уровень луча фотодатчика y_ϕ (точка В на рис. 2). Запишите его значение в табл. 1.

5.3. Отрегулируйте длину нитей 3 с помощью регулировочного винта 11 (рис. 2) так, чтобы при опускании край кольца пересекал световой луч в конце пути, но не касался при этом корпуса фотодатчика. Ось 2 при этом должна оставаться горизонтальной. За дополнительными пояснениями по регулировке длины нитей можно обратиться к преподавателю.

5.4. Включите блок питания установки в сеть (тумблер включения расположен на его задней панели). Нажмите кнопку «Сброс» (или «Стоп», если на используемой модели кнопка «Сброс» отсутствует) на передней панели блока питания, которая включит электромагнит.

5.5. Аккуратно накрутите нити 3 на ось 2 диска (избегая перекоса и чрезмерного натяжения нитей) до прикосновения сменного кольца **сначала к стопорному винту 12**, а затем и к электромагниту 5, как показано пунктиром на правой части рис. 2.

5.6. Прислоните один катет прямоугольного треугольника к стойке 6 и, перемещая треугольник вдоль стойки, коснитесь вторым катетом нижней кромки сменного кольца. Определите по шкале на стойке 6 уровень нижней кромки сменного кольца y_0 . Это значение примите за начало отсчета расстояния, пройденного центром масс кольца, и запишите его в табл. 1.

5.7. Нажмите кнопку «Пуск» (или «Старт») на панели секундомера, освобождая диск с кольцом от действия электромагнита. После того как диск опустится до нижнего положения и начнет подниматься, остановите его вращение рукой. Запишите показание миллисекундомера t_1 в соответствующую ячейку табл. 1. Нажмите кнопку «Сброс» (или «Стоп») на передней панели блока питания, которая вновь включит электромагнит.

5.8. Проведите еще два измерения времени опускания диска с этим сменным кольцом (по п.п. 5.5 и 5.7). Запишите новые показания миллисекундомера t_2 и t_3 в табл. 1. Направление накручивания нитей во всех случаях должно быть одинаковым.

Замечание: в случае большого расхождения показаний миллисекундомера в какой-либо тройке измерений проделайте контрольное измерение времени опускания диска с кольцом.

5.9. Повторите серии измерений (п.п. 5.1, 5.5, 5.7, 5.8) с остальными сменными кольцами и без кольца. Запишите соответствующие результаты в табл. 1. (При проведении опыта без сменного кольца придерживайте в верхнем положении диск рукой и отпустите его одновременно с нажатием кнопки «Пуск» или «Старт»).

6. Обработка результатов измерений и оформление отчёта

6.1. По данным табл. 1 для каждой тройки измеренных значений времени опускания диска рассчитайте среднюю величину $t_{\text{ср}}$. Результаты запишите в соответствующие ячейки табл. 1.

6.2. Рассчитайте расстояние, проходимое центром масс диска $h = y_{\text{ф}} - y_0$. Учтите, что при движении диска без сменного кольца перемещение его центра масс до срабатывания фотоэлемента увеличивается на 1,6 см. Запишите результаты в табл. 1.

6.3. С помощью формулы (11) рассчитайте ускорения центра масс диска $a_{\text{цм}}$ при его движении со сменными кольцами и без сменного кольца. Результаты запишите в табл. 1.

6.4. С помощью формулы (9) рассчитайте моменты инерции I_z для каждой серии экспериментов. Необходимое для расчета значение радиуса оси диска приведено в верхней части таблицы 1 (погрешностью в его значении можно пренебречь, т.к. измерение производилось микрометром). Результаты запишите в табл. 1.

6.5. По данным табл. 1 постройте график зависимости момента инерции системы от массы сменного кольца $I_z(m_k)$. Правила построения и оформления графиков приведены на стенде в лаборатории. По размеру график должен занимать полную страницу ученической тетради (А5).

6.6. Определите графически угловой коэффициент $a_{\text{гр}}$ построенной прямой (см. рис. 4 и указания на стенде в лаборатории) и с его помощью рассчитайте коэффициент k в формуле (12). Необходимое для расчета значение внешнего радиуса сменного кольца приведено в табл. 1.

6.7. Согласуйте полученные результаты с преподавателем и получите разрешение на их компьютерную обработку методом наименьших квадратов, используя программу Microsoft Excel. Откройте папку «Обработка результатов ЛР», расположенную на рабочем столе компьютера, и запустите файл «Расчет $y = ax + b$ МНК.xls». Затем руководствуйтесь приведенными в файле пояснениями, введя обозначения $y_i = I_{z_i}$ и $x_i = m_{k_i}$. Запишите результаты расчетов в табл. 1 в стандартной форме $a \pm \Delta a$, приняв в качестве погрешности определения коэффициента наклона a стандартную погрешность (т.е. $\Delta a \approx \sigma_a$).

Замечание: последнее означает, что мы принимаем величину доверительной вероятности (надежности измерения) $P = 0,68$ (68%), а коэффициент Стьюдента $t_{P,n-1} \approx 1,0$.

6.8. Запишите в табл. 1 рассчитанное компьютером значение момента инерции диска с осью $I_d \pm \Delta I_d$, которое соответствует координате b точки пересечения графика и оси y (с учетом допущения и замечания к п. 6.7).

6.9. Используя полученное в п. 6.7 значение коэффициента наклона графика $I_z(m_k)$, рассчитайте коэффициент k в формуле (12) и погрешность его определения. Погрешностью величины R можно пренебречь.¹ Запишите результаты расчета в стандартной форме:

$$k \pm \Delta k, \delta k = \dots \%,$$

где δk - относительная погрешность.

6.10. Для одного из экспериментов со сменным кольцом рассчитайте значения скорости центра масс $v_{цм}$ и угловой скорости ω системы в конце спуска. Результаты запишите в табл. 2. (Студенты одной бригады делают расчеты для разных сменных колец.)

6.11. Рассчитайте отношение кинетической энергии вращательного движения вокруг центра масс к суммарной кинетической энергии поступательного и вращательного движения в конце спуска. Результат запишите в табл. 2.

6.12. По полученным экспериментальным результатам запишите в отчет выводы, в которых укажите что изучалось в данной лабораторной работе, графики каких функций были построены, какие величины определялись, какие экспериментальные результаты получены в стандартной форме.

¹ Из формулы (12) следует, что $k = \frac{a}{R^2}$. Если пренебречь погрешностью величины R , то погрешность Δk и относительную погрешность δk определения коэффициента k можно рассчитать по формулам $\Delta k = \frac{\Delta a}{R^2}$ и $\delta k = \delta a$. Подробные сведения из теории ошибок приведены на стенде в лаборатории или в [3].

Таблица 1

$y_{\phi} = \dots$ М, $y_0 = \dots$ М			$m_0 = 0,122$ кг			$r = 0,004$ м, $R = 0,053$ м		
$m_k,$ кг	$m,$ кг	$h,$ м	$t_1,$ с	$t_2,$ с	$t_3,$ с	$t_{CP},$ с	$a_{цм},$ м/с ²	$I_z,$ кг·м ²
$a = \dots$ м ²								
$k = \dots \dots$, $\delta k = \dots$ %								
$I_d = \dots$ кг·м ²								

Таблица 2

$m,$ кг	$I_z,$ кг·м ²	$v_{цм},$ м/с	$\omega,$ с ⁻¹	$T_{вр},$ Дж	$T_{пост},$ Дж	$\frac{T_{вр}}{T_{вр} + T_{пост}}$

7. Вопросы для подготовки к допуску к лабораторной работе

- 7.1. Поясните модель «абсолютно твердое тело».
- 7.2. Поясните взаимосвязь скорости центра масс АТТ и угловой скорости его вращения относительно оси, проходящей через центр масс, для маятника Максвелла.
- 7.3. Запишите закон динамики вращательного движения для АТТ с неподвижной осью вращения.
- 7.4. Каков физический смысл момента инерции тела?
- 7.5. Запишите формулы для расчета моментов инерции тел при дискретном и непрерывном распределении массы.
- 7.6. Почему в формуле (4) всегда коэффициент $k \leq 1$?
- 7.7. Каков предполагаемый вид графика зависимости момента инерции системы от массы сменного кольца $I_z(m_k)$?
- 7.8. Какой смысл имеет пересечение графика $I_z(m_k)$ с осью ординат?
- 7.9. Какой закон определяет движение центра масс системы под действием внешних сил?
- 7.10. Напишите формулу для расчета кинетической энергии АТТ, вращающегося вокруг неподвижной оси.
- 7.11. Поясните понятия момента силы и момента импульса относительно некоторой оси в пространстве.
- 7.12. Запишите закон сохранения механической энергии для опускающегося маятника Максвелла.

8. Литература

- 8.1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа (или другое), 2010-2020.
- 8.2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – М.: Наука (или другое), 2010-2020 г.
- 8.3. Ильясова Т.М. Физика: Пособие по выполнению лабораторной работы М-1м «Обработка результатов измерений на примере математического маятника». – М.: МГТУ ГА, 2015. – 14 с.