

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра физики

М.А. Бутюгин, А.А. Куколева, К.В. Захарченко

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Учебно-методическое пособие
по изучению дисциплины и контрольные задания

*для студентов
направления 25.04.01
всех форм обучения*

Москва
ИД Академии Жуковского
2020

УДК 53
ББК 53
Б93

Рецензент:

Новиков С.М. – канд. техн. наук, профессор

Бутюгин М.А.

Б93 Физические основы современных технологий [Текст] : учебно-методическое пособие по изучению дисциплины и контрольные задания / М.А. Бутюгин, А.А. Куколева, К.В. Захарченко. – М.: ИД Академии Жуковского, 2020. – 44 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Физические основы современных технологий» по учебному плану для студентов направления 25.04.01 всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 02.09.2020 г. и методического совета 20.09.2020 г.

УДК 53
ББК 53

В авторской редакции

Подписано в печать 09.12.2020 г.

Формат 60x84/16 Печ. л. 2,75 Усл. печ. л. 2,56

Заказ № 705/1008-УМП13 Тираж 100 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993, Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского

125167, Москва, 8-го Марта 4-я ул., д. 6А

Тел.: (495) 973-45-68

E-mail: zakaz@itsbook.ru

© Московский государственный технический
университет гражданской авиации, 2020

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение.....	4
Требования к оформлению контрольных работ.....	5
1. Корпускулярно-волновой дуализм в наномире.....	7
2. Прохождение частиц через потенциальный барьер.....	10
3. Элементы физики кристаллов	13
4. Волны в упругой среде. Акустика. Эффект Доплера.....	18
5. Электрические свойства тел. Поляризация диэлектриков	22
6. Магнитные свойства вещества.	25
7. Классическая теория электропроводности металлов.....	28
8. Распределение Ферми-Дирака. Электроны в металлах и полупроводниках. Эффект Холла. p-n переход.....	30
9. Рентгеновское излучение	34
10. Ядерный гамма - резонанс (ЯГР). Электронный парамагнитный резонанс (ЭПР). Ядерный магнитный резонанс (ЯМР).....	36
11. Теоретические вопросы.....	42
Приложения.....	43
Рекомендуемая литература.....	44

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Физические основы современных технологий» (ФОСТ) относится к математическому и естественнонаучному циклу дисциплин. Она является непосредственным продолжением дисциплины «Физика» и развивает рассматриваемые в физике проблемы на основе современных научных достижений и технических приложений. Являясь частью современной физики как фундаментальной дисциплины, дисциплина ФОСТ логически, содержательно и методически взаимосвязана с другими дисциплинами, модулями и практиками ООП. Дисциплина «Физические основы современных технологий» готовит студентов к эксплуатационной, исследовательской, конструкторской и технологической деятельности на основе использования последних достижений науки и техники, развивает способность использовать в познавательной и профессиональной деятельности современные знания из области естественных наук.

Предлагаемое издание содержит методические указания по изучению дисциплины и решению задач, а также варианты контрольных домашних заданий по курсу «Физические основы современных технологий» для самостоятельной работы студентов направления 25.04.01 всех форм обучения. В пособии приведены задачи для закрепления рассмотренного на лекциях теоретического материала. Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов над решением задач в начале каждой темы приведены краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы. Кроме того, подробно разобраны примеры решения типовых задач. Приложение содержит необходимые для решения задач справочные материалы.

Значения физических величин в справочных материалах и решениях примеров приведены в Международной системе единиц (СИ).

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Выбор варианта задания осуществляется по табл. 1, 2 в соответствии с номером группы и номером студента в списке группы. Преподаватель вправе изменить набор задач. Вместо (или кроме) задач может быть дано задание по вопросам в конце пособия.

2. Условия задач переписываются в тетрадь полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради обязательно оставляются поля шириной 4-5 см. Решение задач и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями. Решения задач рекомендуется сначала сделать в общем виде, а затем произвести численные расчеты. Для полученной расчетной формулы выполнить проверку размерности и записать ответ.

Таблица 1

Варианты заданий для студентов 1-й группы (нечетных групп)

№ вар.	Номера задач									
	1.10	2.10	3.10	4.10	5.10	6.10	7.10	8.10	9.10	10.10
1	1.10	2.10	3.10	4.10	5.10	6.10	7.10	8.10	9.10	10.10
2	1.1	2.1	3.1	4.1	5.1	6.1	7.1	8.1	9.1	10.1
3	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2	9.2	10.2
4	1.3	2.3	3.3	4.3	5.3	6.3	7.3	8.3	9.3	10.3
5	1.4	2.4	3.4	4.4	5.4	6.4	7.4	8.4	9.4	10.4
6	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5
7	1.6	2.6	3.6	4.6	5.6	6.6	7.6	8.6	9.6	10.6
8	1.7	2.7	3.7	4.7	5.7	6.7	7.7	8.7	9.7	10.7
9	1.8	2.8	3.8	4.8	5.8	6.8	7.8	8.8	9.8	10.8
10	1.9	2.9	3.9	4.9	5.9	6.9	7.9	8.9	9.9	10.9
11	1.10	2.1	3.2	4.3	5.4	6.5	7.6	8.7	9.8	10.9
12	1.1	2.2	3.3	4.4	5.5	6.6	7.7	8.8	9.9	10.10
13	1.2	2.3	3.4	4.5	5.6	6.7	7.8	8.9	9.10	10.1
14	1.3	2.4	3.5	4.6	5.7	6.8	7.9	8.10	9.1	10.2
15	1.4	2.5	3.6	4.7	5.8	6.9	7.10	8.1	9.2	10.3
16	1.5	2.6	3.7	4.8	5.9	6.10	7.1	8.2	9.3	10.4
17	1.6	2.7	3.8	4.9	5.10	6.1	7.2	8.3	9.4	10.5
18	1.7	2.8	3.9	4.10	5.1	6.2	7.3	8.4	9.5	10.6
19	1.8	2.9	3.10	4.1	5.2	6.3	7.4	8.5	9.6	10.7
20	1.9	2.10	3.1	4.2	5.3	6.4	7.5	8.6	9.7	10.8
21	1.10	2.2	3.4	4.6	5.8	6.10	7.2	8.4	9.6	10.8
22	1.1	2.3	3.5	4.7	5.9	6.1	7.3	8.5	9.7	10.9
23	1.2	2.4	3.6	4.8	5.10	6.2	7.4	8.6	9.8	10.10
24	1.3	2.5	3.7	4.9	5.1	6.3	7.5	8.7	9.9	10.1
25	1.4	2.6	3.8	4.10	5.2	6.4	7.6	8.8	9.10	10.2
26	1.5	2.7	3.9	4.1	5.3	6.5	7.7	8.9	9.1	10.3

27	1.6	2.8	3.10	4.2	5.4	6.6	7.8	8.10	9.2	10.4
28	1.7	2.9	3.1	4.3	5.5	6.7	7.9	8.1	9.3	10.5
29	1.8	2.10	3.2	4.4	5.6	6.8	7.10	8.2	9.4	10.6
30	1.9	2.1	3.3	4.5	5.7	6.9	7.1	8.3	9.5	10.7

Таблица 2

Варианты заданий для студентов 2-й группы (четных групп)

№ вар.	Номера задач									
1	1.10	2.3	3.6	4.9	5.2	6.5	7.8	8.1	9.4	10.7
2	1.1	2.4	3.7	4.10	5.3	6.6	7.9	8.2	9.5	10.8
3	1.2	2.5	3.8	4.1	5.4	6.7	7.10	8.3	9.6	10.9
4	1.3	2.6	3.9	4.2	5.5	6.8	7.1	8.4	9.7	10.10
5	1.4	2.7	3.10	4.3	5.6	6.9	7.2	8.5	9.8	10.1
6	1.5	2.8	3.1	4.4	5.7	6.10	7.3	8.6	9.9	10.2
7	1.6	2.9	3.2	4.5	5.8	6.1	7.4	8.7	9.10	10.3
8	1.7	2.10	3.3	4.6	5.9	6.2	7.5	8.8	9.1	10.4
9	1.8	2.1	3.4	4.7	5.10	6.3	7.6	8.9	9.2	10.5
10	1.9	2.2	3.5	4.8	5.1	6.4	7.7	8.10	9.3	10.6
11	1.10	2.4	3.8	4.2	5.6	6.10	7.4	8.8	9.2	10.6
12	1.1	2.5	3.9	4.3	5.7	6.1	7.5	8.9	9.3	10.7
13	1.2	2.6	3.10	4.4	5.8	6.2	7.6	8.10	9.4	10.8
14	1.3	2.7	3.1	4.5	5.9	6.3	7.7	8.1	9.5	10.9
15	1.4	2.8	3.2	4.6	5.10	6.4	7.8	8.2	9.6	10.10
16	1.5	2.9	3.3	4.7	5.1	6.5	7.9	8.3	9.7	10.1
17	1.6	2.10	3.4	4.8	5.2	6.6	7.10	8.4	9.8	10.2
18	1.7	2.1	3.5	4.9	5.3	6.7	7.1	8.5	9.9	10.3
19	1.8	2.2	3.6	4.10	5.4	6.8	7.2	8.6	9.10	10.4
20	1.9	2.3	3.7	4.1	5.5	6.9	7.3	8.7	9.1	10.5
21	1.10	2.5	3.10	4.5	5.10	6.5	7.10	8.5	9.10	10.5
22	1.1	2.6	3.1	4.6	5.1	6.6	7.1	8.6	9.1	10.6
23	1.2	2.7	3.2	4.7	5.2	6.7	7.2	8.7	9.2	10.7
24	1.3	2.8	3.3	4.8	5.3	6.8	7.3	8.8	9.3	10.8
25	1.4	2.9	3.4	4.9	5.4	6.9	7.4	8.9	9.4	10.9
26	1.5	2.10	3.5	4.10	5.5	6.10	7.5	8.10	9.5	10.10
27	1.6	2.1	3.6	4.1	5.6	6.1	7.6	8.1	9.6	10.1
28	1.7	2.2	3.7	4.2	5.7	6.2	7.7	8.2	9.7	10.2
29	1.8	2.3	3.8	4.3	5.8	6.3	7.8	8.3	9.8	10.3
30	1.9	2.4	3.9	4.4	5.9	6.4	7.9	8.4	9.9	10.4

1. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ В НАНОМИРЕ

Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. *Корпускулярно-волновой дуализм* является важнейшим внутренним свойством всех материальных объектов природы и заключается в том, что они обладают одновременно корпускулярными и волновыми характеристиками.

Не только фотоны, но и любая движущаяся частица с энергией E и импульсом \vec{p} обладает волновыми свойствами, которые соответствуют длине волны λ_B и частоте ν_B , определяемым формулами:

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad \text{и} \quad \nu_B = \frac{E}{h}. \quad (1.1)$$

Уравнение плоской волны де Бройля (волновая функция) для частицы может быть записано в виде:

$$\psi = A e^{-i(\omega t - kx)} = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}, \quad (1.2)$$

где A – амплитуда волны; $k = \frac{2\pi}{\lambda_B} = \frac{p}{\hbar}$ – волновое число; $i = (-1)^{1/2}$ – мнимая единица, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Начальная фаза волны в (1.2) выбрана равной нулю.

Волны де Бройля можно назвать «волнами материи». По физическому смыслу интенсивность волны (квадрат модуля волновой функции) определяет вероятность обнаружения частиц в некотором объеме, а значит – распределение частиц (материи) в пространстве:

$$dP = |\psi|^2 dV = \psi^* \psi dV.$$

Волны де Бройля могут отражаться, преломляться, интерферировать друг с другом, испытывать дифракцию при взаимодействии с неоднородностями.

2. *Внешний фотоэффект* – это испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация).

Закон сохранения энергии при фотоэффекте имеет вид:

$$E_{\phi} = h\nu = A_e + \frac{mv^2}{2}, \quad (1.3)$$

где $E_{\phi} = h\nu$ – это энергия фотона, A_e – работа выхода электронов из материала, последнее слагаемое в (1.3) – кинетическая энергия вылетевшего электрона.

3. *Давление света* зависит от интенсивности света и от отражающей способности тела ρ .

В квантовой оптике давление света истолковывается как результат передачи телам импульса фотонов при отражении и поглощении света. Давление света D на плоскую поверхность тела S равно численному значению нормальной составляющей суммарного импульса Δp , передаваемого фотонами телу на единицу площади рассматриваемой поверхности за единицу времени Δt :

$$D = \frac{F}{S} = \frac{\Delta p}{\Delta t S}.$$

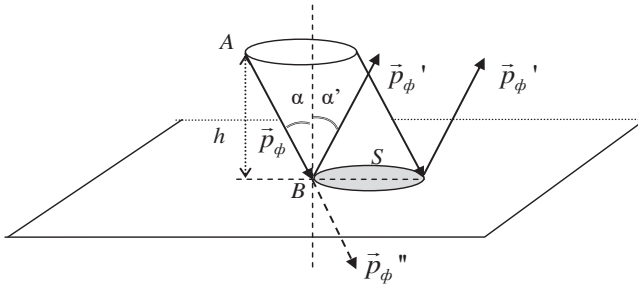


Рис. 1.1.

Пусть монохроматический свет частоты ν падает на поверхность S под углом α (см. рис.1.1). Обозначим N – число фотонов с импульсом \vec{p}_ϕ , падающих за Δt на поверхность площадью S . Все они оказываются в наклонном цилиндре с образующей $|AB|=c\Delta t$ на рис. 1.1. Если ρ - коэффициент отражения света от поверхности, то ρN фотонов зеркально отражаются (\vec{p}_ϕ' - импульс отраженных фотонов), а $(1-\rho)N$ – поглощаются (их импульс \vec{p}_ϕ''). Отраженные фотоны передают поверхности суммарный импульс, направленный нормально к поверхности и численно равный:

$$\Delta p_{\text{отр}} = 2\rho N p_\phi \cos \alpha,$$

где $p_\phi = h\nu/c$ - модуль импульса одного фотона.

Поглощенные поверхностью фотоны передают ей суммарный импульс, нормальная к поверхности составляющая которого численно равна:

$$\Delta p_{\text{погл}} = (1-\rho) \cdot N \cdot p_\phi \cdot \cos \alpha.$$

Если n_0 – концентрация фотонов падающего света, то за время Δt в наклонный цилиндр с основанием S и высотой $h = c\Delta t \cos \alpha$ попадут N фотонов:

$$N = n_0 \cdot S c \Delta t \cos \alpha.$$

Таким образом, давление света:

$$D = \rho n \frac{2h\nu}{c} \cos \alpha + (1 - \rho) n \frac{h\nu}{c} \cos \alpha = (1 + \rho) n \frac{h\nu}{c} \cos \alpha.$$

$$D = (1 + \rho) n_0 \cdot h\nu \cdot \cos^2 \alpha.$$

Учтем, что световой поток (интенсивность света) $I = n_0 \cdot h\nu \cdot c$. Тогда

$$D = (1 + \rho) \frac{I}{c} \cos^2 \alpha. \quad (1.4)$$

Пример решения задачи

Задача. В просвечивающем электронном микроскопе ускоряющее напряжение составляет 10 В. Какова длина волны де Бройля электронов, попадающих на поверхность исследуемого материала?

Решение:

По закону сохранения энергии, пройдя разность потенциалов U , электрон приобретает кинетическую энергию $E = eU$ или $\frac{p^2}{2m} = eU$. Тогда искомую длину волны де Бройля λ_B найдем с помощью этого закона и формулы (1.1):

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}.$$

Выполним расчет: $\lambda_B = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}} \approx 0,4 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 0,4 \text{ нм}.$

Ответ: $\lambda_B \approx 0,4 \text{ нм}.$

Задачи для самостоятельного решения

1.1. При дифракции электронов на кристаллических структурах их длина волны де Бройля должна быть сопоставима с расстоянием между атомами кристалла. Оценить ускоряющую разность потенциалов, которую должны пройти электроны, если межатомное расстояние принять равным 0,3 нм?

1.2. В туннельном контакте магнитной сверхрешетки электроны, имеющие в металле скорость 0,72 мм/с, встречают на своем пути слой диэлектрика толщиной $d = 1 \text{ нм}$. Во сколько раз длина волны де Бройля электрона превышает этот размер?

Примечание: Сверхрешеткой называется периодическая структура, состоящая из тонких чередующихся в одном направлении слоев разных материала-

лов (например, ферромагнетика и диамагнетика), "сверх" в термине "сверхрешетка" указывает на наличие периода, намного превышающего собственный период кристаллической решетки.

1.3. В сканирующем туннельном микроскопе (СТМ) расстояние между иглой и поверхностью исследуемого образца равно 1 нм. Чему равна разность потенциалов между иглой и образцом, если длина волны де Бройля электронов равна этому расстоянию?

1.4. В металлической квантовой точке эффективная длина волны де Бройля электрона в основном состоянии равна 4 нм. Какова кинетическая энергия электрона в этом состоянии?

Примечание: Квантовая точка – это наночастица (например, кристалл полупроводника) – структура размером 2-10 нм, состоящая из 10^3 - 10^5 атомов. В частице столь малых размеров проявляются квантовые эффекты, и поэтому её электрические и другие характеристики сильно зависят от размера и формы.

1.5. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вылетающих из медного электрода, освещаемого монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=250$ нм. Работа выхода электрона из меди $A=4,17$ эВ.

1.6. Ток, протекающий через вакуумный фотоэлемент при его освещении, равен $I = 3 \cdot 10^{-10}$ А. Найти число N электронов, вырываемых светом из катода фотоэлемента в одну секунду.

1.7. Максимальная скорость фотоэлектронов при освещении цезиевого электрода монохроматическим светом оказалась равной $v_{\text{макс}} = 5,5 \cdot 10^7$ см/с. Работа выхода электрона из цезия составляет $A = 1,89$ эВ. Вычислить длину волны света, применявшегося для освещения этого электрода.

1.8. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку $S = 2$ см² за время $t = 30$ с. равен $p_{\text{ф}} = 3 \cdot 10^{-4}$ (г·см/с) Найти для этого пучка энергию, падающую на единицу площади за единицу времени.

1.9. Плоская световая волна с интенсивностью $I = 0,7$ Вт/см² освещает парус космического корабля с круглой зеркальной поверхностью радиуса $R = 10$ м. Коэффициент отражения равен единице. Найти с помощью корпускулярных представлений силу, действующую на парус.

1.10. На абсолютно черную квадратную пластинку со стороной 10 см нормально падает световой поток интенсивностью $I = 5$ кВт/ м². Найти силу давления света на пластинку.

Тема 2. Прохождение частиц через потенциальный барьер.

Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. **Потенциальный барьер** – ограниченная в пространстве область, в которой потенциальная энергия частицы больше, чем по обе стороны от нее. На рис. 2.1 приведен одномерный потенциальный барьер простейшей формы для

случая движения частицы с энергией E вдоль оси $0x$. Максимальное значение потенциальной энергии U_0 называется высотой барьера.

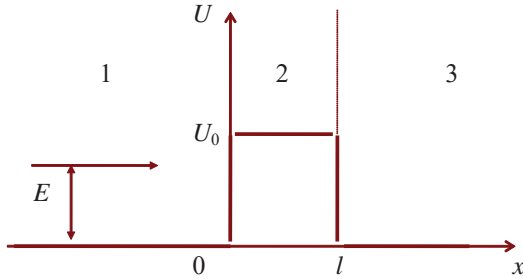


Рис. 2.1

Решение стационарного уравнения Шредингера для частиц, движущихся в области потенциального барьера, приводит к отличным от классической физики выводам. Частицы могут не только отразиться от барьера (как в классической механике), но и с определенной вероятностью проникнуть в область 2 (несмотря на то, что $E < U_0$) и даже пройти сквозь потенциальный барьер и попасть в область 3.

2. Плотность вероятности обнаружить частицу “внутри” потенциального барьера (при $l > x > 0$) убывает экспоненциально в соответствии с формулой

$$|\psi(x)|^2 = C \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}x\right), \quad (2.1)$$

где $C = \text{const}$. Эффективная глубина проникновения в подбарьерную область (при прохождении которой эта вероятность убывает в e -раз) равна

$$l_{\text{эф}} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m(U_0 - E)}}.$$

Если ширина барьера $l < l_{\text{эф}}$, то частица преодолет барьер, даже если ее энергия меньше высоты барьера, что невозможно с точки зрения классической физики.

В области 1 рис. 2.1 наблюдается интерференция падающей и отраженной волн де Бройля частицы.

3. Изменение кинетической энергии частицы при прохождении границы областей 1 и 2 с разной потенциальной энергией приводит к изменению ее волнового числа $k = 2\pi/\lambda$ и длины волны де Бройля. Величина

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1} \quad (2.2)$$

называется коэффициентом преломления волн де Бройля.

Соответствующий коэффициент прохождения (пропускания или прозрачности) D определяется по формуле

$$D \approx e \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\ell\right), \quad (2.3)$$

Вероятность отражения (коэффициент отражения) R и коэффициент прохождения D связаны соотношением

$$D + R = 1. \quad (2.4)$$

Пример решения задачи

Задача. Поток электронов с энергией $E = 4,9$ эВ встречает на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 = 5$ эВ. Вычислить, при какой ширине барьера l коэффициент прохождения D через него будет равен $0,2$?

Решение:

Используем формулу, определяющую коэффициент прохождения D :

$$D \approx e \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\ell\right),$$

Логарифмируем это выражение:

$$\ln D = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \cdot l$$

Из этого равенства после преобразований найдем l :

$$l = \frac{\ln \frac{1}{D}}{\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

Подставим в эту формулу числовые значения входящих в нее величин и получим

$$l = 4,95 \cdot 10^{-10} \text{ м} \approx 0,5 \text{ нм.}$$

Ответ: ширина потенциального барьера приблизительно равна $l \approx 0,5$ нм.

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Моноэнергетический поток электронов ($E = 100$ эВ) падает на потенциальный барьер. Ширина барьера $l = 1$ пм. Определить высоту потенциального барьера U_0 , если известно, что 4 % падающих на барьер электронов отражается.

2.2. Электрон с энергией $E = 4,9$ эВ движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 = 5$ эВ (рис. 2.1). При какой ширине барьера l вероятность прохождения электрона через него будет равна $0,2$?

2.3. Две частицы, позитрон и протон, обе с энергией $E = 5$ эВ, движутся в положительном направлении оси x , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 = 10$ эВ. Ширина барьера $l = 1$ пм. Определите отношение вероятностей прохождения частицами этого барьера.

2.4. Прямоугольный потенциальный барьер (рис. 2.1) имеет ширину $l = 0,1$ нм. При какой разности $(U_0 - E)$ вероятность прохождения электрона через барьер равна $D = 0,9$?

2.5. При какой ширине прямоугольного потенциального барьера l (рис. 2.1) коэффициент прозрачности для электронов равен $D = 0,01$, если разность энергий $(U_0 - E) = 10$ эВ?

2.6. Электрон с энергией $E = 4,9$ эВ движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 = 5$ эВ (рис. 2.1). При какой ширине барьера l вероятность прохождения электрона через него будет равна $D = 0,1$?

2.7. Ширина прямоугольного потенциального барьера (рис. 2.1) равна $l = 0,2$ нм. Полная механическая энергия налетающего на него электрона на 1 эВ меньше высоты барьера. Во сколько раз изменится вероятность прохождения электрона через барьер, если эта разность энергий возрастет в 10 раз?

2.8. Электрон проходит через прямоугольный потенциальный барьер шириной $l = 0,5$ нм (рис. 2.1). Высота U_0 барьера больше энергии E электрона на 1% . Вычислить коэффициент прозрачности барьера D , если энергия электрона: 1) $E = 10$ эВ; 2) $E = 100$ эВ.

2.9. Протон с энергией $E = 5$ эВ движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 = 10$ эВ и шириной $l = 0,1$ нм. Во сколько раз необходимо сузить барьер, чтобы вероятность прохождения его протоном была такой же, как для позитрона при вышеприведенных условиях?

2.10. Процесс α -распада ядра можно смоделировать как прохождения α -частицей через прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 = 10$ МэВ и шириной $l = 10^{-15}$ м. Найдите коэффициент прозрачности барьера D для α -частиц, имеющих энергию $E = 5$ МэВ.

Тема 3. Элементы физики кристаллов

Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

Кристаллы- твёрдые тела, в которых частицы (атомы и молекулы) расположены упорядоченно, образуя трёхмерно-периодическую пространственную укладку-кристаллическую решётку. В периодической структуре кристалла всегда можно выделить элементарную повторяющуюся ячейку.

1. Молярный объем кристалла рассчитывается по формуле

$$V_m = \frac{M}{\rho}, \quad (3.1)$$

где M – молярная масса вещества, ρ – плотность вещества кристалла. Очевидно, что, если a – период кубической решетки кристалла (длина ребра элементарной ячейки кристаллической решётки), то объем ее элементарной ячейки $V = a^3$.

2. Число Z элементарных ячеек в единице объема кристалла

$$Z = \frac{Z_m}{V_m} \quad \text{или} \quad Z = \frac{\rho N_A}{nM}. \quad (3.2)$$

где Z_m – число элементарных ячеек в одном моле вещества, N_A – число Авогадро, n – число атомов, приходящихся на элементарную ячейку.

Число атомов n зависит от типа элементарной ячейки. Рассмотрим простейшие кубические решётки: примитивную кубическую, гранецентрированную кубическую (ГЦК) и объёмно-центрированную кубическую (ОЦК). Элементарные ячейки данных решёток показаны на рис. 3.1.

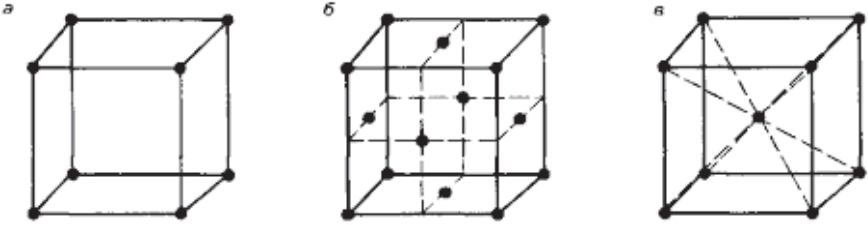


Рис. 3.1 – Элементарные ячейки кубических решёток: (а) – примитивная, (б) – ГЦК, (в) - ОЦК

Элементарная ячейка примитивной (простой) кубической решётки (Рис. 3.1, а) содержит 8 атомов в вершинах куба (узлах решётки). Но каждый из этих атомов принадлежит одновременно 8 соседним ячейкам. Следовательно, на одну элементарную ячейку примитивной кубической решётки приходится один атом.

В гранецентрированной решётке (Рис. 3.1, б) в центре каждой грани элементарной ячейки находится атом, принадлежащий одновременно двум соседним ячейкам. Следовательно, на одну элементарную ячейку приходится три атома, находящиеся в центрах граней. С учётом атомов, расположенных в узлах решётки, число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку ГЦК решётки, равно четырём.

В объёмно-центрированной решётке (Рис. 3.1, в) в центре элементарной ячейки находится один атом, принадлежащий только этой ячейке. С учётом атомов, находящихся в узлах решётки, число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку ОЦК решётки, равно двум.

3. Период a кубической решетки можно рассчитать по формуле:

$$a = \sqrt[3]{\frac{n_p M}{\rho N_A}}, \quad (3.3)$$

где n_p – число атомов, приходящихся на элементарную ячейку,

Приведем расстояние d между **ближайшими** соседними атомами в кубической решетке:

а) в гранцентрированной (между узлом и атомом в центре грани):

$$d = \frac{\sqrt{2}}{2} a; \quad (3.4)$$

б) в объемно-центрированной (между узлом и атомом в центре объема):

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (3.5)$$

4. Принято считать что, параметры элементарной ячейки описываются 6 числами: 3 длинами рёбер (расстояний между атомами-узлами) и 3 углами между рёбрами, принадлежащими одной вершине параллелепипеда. Узлы, направления и плоскости в кристалле обозначаются тремя числами – индексами (рис. 3.2).

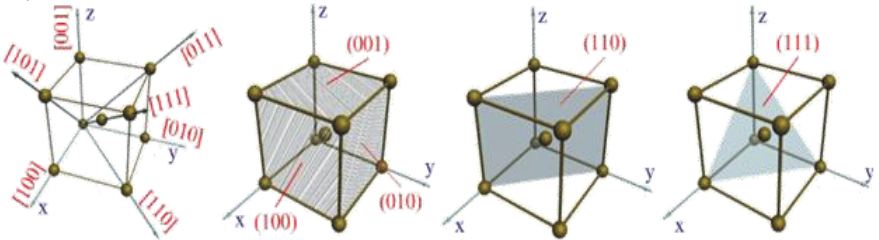


Рис. 3.2

Индексы узлов записывают в двойных квадратных скобках $[[mnp]]$. Для отрицательных индексов над буквой (цифрой) ставится знак минус. Числа m , n и p равны координатам узла в декартовой системе координат, связанной с элементарной ячейкой. Единичные отрезки на осях системы координат равны длинам рёбер элементарной ячейки.

5. Индексы направлений (линии в кристалле, которые проходят через начало координат и выделенные узлы), записываются в одинарных квадратных скобках $[mnp]$. Индекс направления совпадает с индексом узла, через который проходит прямая. Индексы направления задают не одну прямую в кристалле, а семейство параллельных прямых. Изменение всех индексов на обратные по знаку $[\bar{m}\bar{n}\bar{p}]$ означает то же самое направление в кристалле.

6. **Периодом идентичности** называют расстояние между ближайшими узлами вдоль определенной узловой прямой. Период идентичности вдоль прямой, заданной индексами $[mnp]$, в кубической решетке выражается соотношением

$$l = a\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}. \quad (3.6)$$

7. Угол φ между двумя прямыми $[m_1n_1p_1]$ и $[m_2n_2p_2]$ в кубической решетке выражается формулой

$$\cos \varphi = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}. \quad (3.7)$$

8. Индексы плоскостей (индексы Миллера) записывают в круглых скобках (hkl). Изменение всех индексов на обратные по знаку ($\bar{h} \bar{k} \bar{l}$) отвечает тому же семейству плоскостей.

9. Индексы Миллера связаны с минимальными отрезками, отсекаемыми плоскостью на осях координат. Для нахождения этих отрезков следует взять обратные величины индексов Миллера $1/h, 1/k, 1/l$ и привести их к наименьшему целому, кратному каждому из полученных чисел. Полученные значения и есть наименьшие отрезки, отсекаемые плоскостью (hkl) на осях координат.

Индексы Миллера пропорциональны направляющим косинусам вектора нормали к данной плоскости. Поэтому индексы Миллера для некоторого семейства плоскостей совпадают с индексами направлений нормали к этим плоскостям.

10. Угол между двумя плоскостями ($h_1 k_1 l_1$) и ($h_2 k_2 l_2$) определяется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}}. \quad (3.8)$$

А угол между прямой $[mnp]$ и плоскостью (hkl) рассчитывается по формуле:

$$\cos \varphi = \frac{hm + kn + lp}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}. \quad (3.9)$$

Пример решения задачи

Задача. *Определить период a и расстояние d между ближайшими атомами кристалла кальция (решетка кубическая гранецентрированная). Плотность ρ кальция равна $1,55 \cdot 10^3$ кг/м³.*

Решение:

Объем элементарной ячейки кристалла кубической решетки равен $V = a^3$ или отношению молярного объема к числу элементарных ячеек в одном моле $V = V_m/Z_m$. Запишем объем элементарной ячейки в виде:

$$a^3 = V_m/Z_m$$

Молярный объем $V_m = M/\rho$, где ρ – плотность кальция, M – его молярная масса. Число элементарных ячеек в моле $Z_m = N_A/n$, где n – число атомов, приходящихся на одну ячейку. Подставив в формулу (1) выражения V_m и Z_m получим

$$a^3 = nM/(\rho N_A).$$

Далее выражаем период решетки:

$$a = \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}}$$

Подставим в полученную формулу значения величин $M = 40 \text{ г/моль}$, $\rho = 1,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ и учитывая, что $n = 4$ произведем вычисления

$$a = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{1,55 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 0,56 \text{ нм.}$$

Расстояние d между ближайшими соседними атомами в гранцентрированной кубической решетке равно

$$d = a \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,39 \text{ нм.}$$

Ответ: $a = 0,56 \text{ нм}$, $d = 0,39 \text{ нм}$.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Постоянная решётки равна a . Какой объём приходится на один атом

1) примитивной кубической решетки; 2) объемно-центрированной кубической решетки; 3) гранцентрированной кубической решетки?

3.2. Определить число элементарных ячеек в кристалле меди (решетка гранцентрированная, кубическая) объемом $V = 1 \text{ м}^3$:

3.3. Найти плотность ρ кристалла стронция, если известно, что решетка гранцентрированная кубическая, а расстояние d между ближайшими соседними атомами равно $0,43 \text{ нм}$.

3.4. Определить относительную атомную массу A кристалла, если известно, что расстояние d между ближайшими соседними атомами равно $0,304 \text{ нм}$. Решетка объемно-центрированная, кубическая. Плотность ρ кристалла равна 534 кг/м^3 .

3.5. Найти период a решетки и расстояние d между ближайшими соседними атомами кристалла: 1) алюминия (решетка гранцентрированная, кубическая); 2) вольфрама (решетка объемно-центрированная, кубическая).

3.6. Написать индексы Миллера для плоскостей, содержащих узлы с кристаллографическими индексами $[[100]]$, $[[010]]$, $[[001]]$.

3.7. Система плоскостей примитивной кубической решетки задана индексами (111) . Определить расстояние d между соседними плоскостями, если периода решетки равен $0,3 \text{ нм}$.

3.8. Определить период a примитивной кубической решетки, если межплоскостное расстояние d для системы плоскостей, заданных индексами Миллера (111) , при рентгеноструктурном измерении оказалось равным $0,12 \text{ нм}$.

3.9. Определить в кубической решетке угол ϕ между прямой $[111]$ и плоскостью (111) .

3.10. Плоскости в кубической решетке заданы индексами Миллера $[110]$ и $[111]$. Определить угол ϕ между этими плоскостями.

Тема 4. Волны в упругой среде. Акустика.

Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Уравнение плоской волны можно записать в виде:

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad \text{или} \quad \xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad (4.1)$$

где $\xi(x, t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t , ω – частота, v – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость), k – волновое число ($k = 2\pi/\lambda$, где λ – длина волны).

2. Длина волны связана с периодом T колебаний и частотой соотношениями:

$$\lambda = vT = v/\nu. \quad (4.2)$$

3. Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно Δx , определяется по формуле:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x. \quad (4.3)$$

4. Уравнение стоячей волны:

$$\xi(x, t) = A \cos\left(\frac{\omega x}{v}\right) \cdot \cos \omega t = A \cos kx \cdot \cos \omega t. \quad (4.4)$$

5. Фазовая скорость продольных волн в упругой среде (например, скорость звука) определяется следующими соотношениями для твердых, жидких и газообразных сред.

В твердых (жидких) телах:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (4.5a)$$

где E – модуль Юнга для твердых тел или модуль объемного сжатия в жидкостях, ρ – плотность вещества.

В газах:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}, \quad \text{или} \quad v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \quad (4.5b)$$

где γ – показатель адиабаты газа ($\gamma = c_p/c_v$ – отношение удельных теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме), R – газовая постоянная, T – температура, M – молярная масса, p – давление газа.

6. Акустический эффект Доплера состоит в изменении частоты звуковых колебаний ν , воспринимаемых приемником (ухом), в сравнении с частотой звука ν_0 , испускаемого источником, при движении приемника и/или источника относительно среды:

$$v = v_0 \frac{v + u_{\text{пр}}}{v - u_{\text{ист}}}, \quad (4.6)$$

где v – скорость звука в среде, $u_{\text{пр}}$ – скорость прибора относительно среды, $u_{\text{ист}}$ – скорость источника звука относительно среды.

Примечание. Формула (4.6) применима для дозвуковых скоростей источника и приемника.

7. Амплитуда звукового давления

$$p_0 = 2\pi\nu\rho v A = \omega\rho v A, \quad (4.1)$$

где ν – частота звука, ω – круговая частота звука ($\omega = 2\pi\nu$), A – амплитуда колебаний частиц среды, v – скорость звука в среде, ρ – ее плотность.

8. Средняя объемная плотность энергии звукового поля

$$\langle w \rangle = 0,5 \frac{p_0^2}{\rho v^2} = 0,5\rho\omega^2 A^2, \quad (4.7)$$

где ω – круговая частота звуковых волн.

9. Энергия звукового поля, заключенного в некотором объеме V

$$W = \langle w \rangle V. \quad (4.8)$$

10. Поток звуковой энергии

$$\Phi = W/t, \quad (4.9)$$

где W – энергия, переносимая через данную поверхность за время t .

11. Интенсивность звука (плотность потока звуковой энергии)

$$I = \Phi/S. \quad (4.10)$$

12. Интенсивность звука связана со средней объемной плотностью энергии звукового поля соотношением

$$I = \langle w \rangle v, \quad (4.11)$$

где v – скорость звука в среде.

13. Связь мощности N точечного изотропного источника звука с интенсивностью звука

$$I = \frac{N}{4\pi r^2} \quad (4.12)$$

где r – расстояние от источника звука до точки звукового поля, в которой определяется интенсивность.

14. **Акустическое сопротивление** среды является важной характеристикой среды, определяющей условия отражения ультразвука на границе раздела двух сред и его прохождения в другую среду.

Акустическое сопротивление среды – это параметр, характеризующий свойство среды проводить акустическую энергию, оно показывает, насколько трудно «раскачать» систему, степень неподатливости системы воздействию колебаний. Чем больше акустическое сопротивление, тем выше степень сжатия и разрежения среды при данной амплитуде колебания частиц среды. Удельное акустическое сопротивление среды – величина, равная отношению амплитуды

звукового давления в среде ρ_0 колебательной скорости её частиц $u = A\omega$ при прохождении через среду звуковой волны:

$$Z_s = \rho_0 u = \rho v. \quad (4.13)$$

Величина коэффициента отражения звука на границе раздела двух сред определяется только отношением акустических сопротивлений этих сред.

Пример решения задачи

Задача. *Источник звука частотой $\nu = 20$ кГц приближается к неподвижно установленному резонатору, настроенному на акустическую длину волны $\lambda = 1,5$ см. Определить с какой скоростью должен двигаться источник, чтобы возбудить резонатор? Температура воздуха $T = 290$ К.*

Решение:

В соответствии с эффектом Доплера, частота ν звука, воспринимаемая резонатором, зависит от скорости $u_{\text{ист}}$ источника звука и скорости приемника (в данном случае - резонатора) $u_{\text{пр}}$. Эта зависимость определяется формулой

$$\nu = \nu_0 \frac{v + u_{\text{пр}}}{v - u_{\text{ист}}}.$$

Так как резонатор остается неподвижным, для условия задачи получим

$$\nu = \nu_0 \frac{v}{v - u_{\text{ист}}},$$

откуда следует

$$u_{\text{ист}} = v \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu} \right).$$

Скорость звука в воздухе v определим из соотношения

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}.$$

Чтобы волна, приходящая к резонатору, вызвала его колебания, частота ν этих волн должна совпадать с собственной частотой $\nu_{\text{рез}}$ резонатора

$$\nu = \nu_{\text{рез}} = v / \lambda_{\text{рез}}.$$

Подставив два последних выражения в формулу для скорости источника, получим

$$u_{\text{ист}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} - \nu_0 \lambda_{\text{рез}}.$$

Проведя вычисления по этой формуле, найдем

$$u_{\text{ист}} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 290}{29 \cdot 10^{-3}}} - 2 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} = 41 \text{ м/с}.$$

Ответ: $u_{\text{ист}} = 41$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

4.1. Задано уравнение плоской волны $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$, где $A = 0,5$ см, $\omega = 628$ с⁻¹, $k = 2$ м⁻¹. Определить: 1) частоту колебаний ν и длину волны λ ; 2) фазовую скорость v ; 3) максимальные значения скорости v_{\max} и ускорения a_{\max} колебаний частиц среды.

4.2. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 0,5$ кГц и амплитуду $A = 0,25$ мм, распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найти: 1) скорость v распространения волн; 2) максимальную скорость v_{\max} частиц среды.

4.3. Определить скорость v распространения волны в упругой среде, если разность фаз $\Delta\phi$ колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на $\Delta x = 10$ см, равна $\pi/3$. Частота ν колебаний равна 25 Гц.

4.4. Найти мощность N точечного изотропного источника звука, если на расстоянии $r=25$ м от него интенсивность I звука равна 20 мВт/м².

4.5. Поезд проходит мимо станции со скоростью $v = 40$ м/с. Частота ν_0 гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту ν тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется.

4.6. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, высота тона звукового сигнала меняется скачком. Определить относительное изменение частоты $\Delta\nu/\nu$, если скорость поезда равна 54 км/ч.

4.7. Поезд движется со скоростью $v = 120$ км/ч. Он дает свисток длительностью 5 с. Какова будет кажущаяся продолжительность свистка для неподвижного наблюдателя, если: 1) поезд приближается к нему; 2) удаляется? Принять скорость звука в воздухе равной 348 м/с.

4.8. По цилиндрической трубе диаметром $d = 20$ см и длиной $l = 5$ м, заполненной сухим воздухом, распространяется звуковая волна со средней за период интенсивностью $I = 50$ мВт/м². Найти энергию W звукового поля, заключенного в трубе.

4.9. Интенсивность звука $I = 1$ Вт/м². Определить среднюю объемную плотность $\langle w \rangle$ энергии звуковой волны, если звук распространяется в сухом воздухе при нормальных условиях.

4.10. Определить акустическое сопротивление Z_a воздуха в трубе диаметром $d = 20$ см при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 200$ кПа.

4.11. Минимальная интенсивность звука, различаемая человеком при частоте звука 1000 Гц, давлении воздуха 10^5 Па и температуре 25°C, равна 10^{-12} Вт/м². Определить соответствующую амплитуду звуковых колебаний, сравнить её с характерным размером атома (10^{-10} м).

Тема 5. Электрические свойства тел. Поляризация диэлектриков. Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

5.1. Поляризованность диэлектрика (при однородной поляризации)

$$\bar{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_N \bar{p}_i, \quad (5.1)$$

где \bar{p}_i – электрический момент отдельной молекулы, N – число молекул, содержащихся в объёме ΔV . Напомним, что электрический диполь – это система двух разноименно заряженных точечных зарядов $\pm q$, находящихся на расстоянии l (плечо диполя) друг от друга. Во внешнем электрическом поле молекулы (атомы) **неполярного диэлектрика** (например, He , O_2 , N_2 – у них центры положительных и отрицательных зарядов совпадают) «превращаются» в диполи в результате деформации электронного облака. Молекулы **полярных диэлектриков** (их молекулы по строению представляют собой диполи – например, HCl , CO , H_2O), разворачиваются по направлению внешнего электрического поля. В результате возникает суммарная по объёму образца поляризованность материала P , а электрическое поле внутри диэлектрика ослабляется в ϵ раз полем диполей, где ϵ – диэлектрическая проницаемость материала. Подробнее – см. [1,2].

5.2. Связь величины поляризованности с напряженностью E среднего макроскопического поля в диэлектрике:

$$P = \chi_e \epsilon_0 E, \quad (5.2)$$

где χ_e – диэлектрическая восприимчивость, ϵ_0 – электрическая постоянная.

5.3. Напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике связана с напряженностью E_0 внешнего поля соотношениями

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} \quad \text{или} \quad E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}. \quad (5.3)$$

5.4. Напряженность локального поля $E_{\text{лок}}$ для неполярных жидкостей и кубических кристаллов определяется формулами

$$E_{\text{лок}} = E + \frac{P}{3\epsilon_0} \quad \text{или} \quad E_{\text{лок}} = E_0 \frac{\epsilon + 2}{3\epsilon}. \quad (5.4)$$

5.5. Индуцированный дипольный момент молекулы

$$p = \alpha \epsilon_0 E_{\text{лок}}, \quad (5.5)$$

где α – поляризуемость молекулы ($\alpha = \alpha_c + \alpha_a$), α_c – электронная поляризуемость (смещение электронной плотности в атомах, **молекулах**, ионах относительно **атомных** ядер частиц под действием внешнего электрического поля напряженностью E), α_a – атомная поляризуемость (обусловлена смещением в поле E атомов разного типа в **молекуле**).

5.6. Связь диэлектрической восприимчивости χ с поляризуемостью молекулы α определяется формулой:

$$\frac{\chi}{\chi+3} = \alpha \frac{n}{3}, \quad (5.6)$$

где n – концентрация молекул.

5.7. Уравнение Мосотти-Клаузиуса связывает диэлектрическую проницаемость диэлектрика с поляризуемостью составляющих его молекул

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \alpha \frac{n}{3} \quad \text{или} \quad \frac{M(\varepsilon - 1)}{\rho(\varepsilon + 2)} = \alpha \frac{N_A}{3}, \quad (5.7)$$

где M – молярная масса, ρ – плотность среды.

5.8. Ориентационная поляризуемость полярной молекулы

$$\alpha_{op} = p^2 / (3\varepsilon_0 \kappa T), \quad (5.8)$$

где p – дипольный момент молекулы, κ – постоянная Больцмана, T – температура.

5.9. Пьезоэлектрический эффект – эффект возникновения поляризации диэлектрика под действием механических напряжений (*прямой пьезоэлектрический эффект*). Существует и *обратный пьезоэлектрический эффект* — возникновение механических деформаций под действием электрического поля.

$$P = d \cdot \sigma, \quad (5.9)$$

где P – поляризованность вещества, d – пьезомодуль, σ – механическое напряжение. Пьезоэлектрический модуль (**пьезомодуль**) d – это отношение электрического заряда q , возникающего на обкладках пьезоэлемента, к вызывающей его деформацию силе F : $d = q/F$.

ПЭ применяется в различных электро-механических преобразователях (датчики вибраций, акустическиеприемники-излучатели и многое другое).

Пример решения задачи

Задача. В атоме кислорода, находящемся на расстоянии $r = 1 \text{ нм}$ от альфа-частицы, индуцирован электрический момент $p = 1,5 \cdot 10^{-32} \text{ Кл}\cdot\text{м}$. Определить поляризуемость атома кислорода.

Решение:

Индуцированный дипольный момент молекулы определяется формулой,

$$p = \alpha \varepsilon_0 E_{\text{лок}}, \quad (1)$$

где $E_{\text{лок}}$ – напряженность локального электрического поля, созданного альфа-частицей в месте нахождения атома.

Поляризуемость атома:

$$\alpha = \frac{p}{\varepsilon_0 E_{\text{лок}}}. \quad (2)$$

Напряженность определяется формулой

$$E_{\text{лок}} = \frac{2e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \quad (3)$$

Подставив выражение $E_{\text{лок}}$ из формулы (3) в (2), получим

$$\alpha = \frac{2\pi r^2 p}{e}. \quad (4)$$

Выполнив расчет по этой формуле, получим

$$\alpha = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-18} \cdot 1,5 \cdot 10^{-32} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,9 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3.$$

Ответ: $\alpha = 5,9 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3$.

Задачи для самостоятельного решения

5.1. Молекула HF обладает электрическим дипольным моментом $p = 6,4 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Межъядерное расстояние в ней $d = 92$ пм. Найти заряд Q такого диполя и объяснить, почему найденное значение Q существенно отличается от значения элементарного заряда $|e|$.

5.2. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 мм, разность потенциалов $U = 1,8$ кВ, заполняющий конденсатор диэлектрик – стекло. Определить диэлектрическую восприимчивость χ стекла и поверхностную плотность σ поляризационных (связанных) зарядов на поверхности стекла.

5.3. Эбонитовая плоскопараллельная пластина помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E_0 = 2$ МВ/м. Грани пластины перпендикулярны линиям напряженности. Определить поверхностную плотность σ связанных зарядов на гранях пластины.

5.4. Определить поляризованность P стекла, помещенного во внешнее электрическое поле напряженностью $E_0 = 5$ МВ/м.

5.5. Диэлектрик поместили в электрическое поле напряженностью $E_0 = 20$ кВ/м. Чему равна поляризованность P диэлектрика, если напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике оказалась равной 4 кВ/м?

5.6. Во внешнем электрическом поле напряженностью $E_0 = 40$ МВ/м поляризованность P жидкого азота оказалась равной 109 мкКл/м². Определить:

1) диэлектрическую проницаемость ϵ жидкого азота;

2) индуцированный электрический момент p одной молекулы. Плотность ρ жидкого азота принять равной 804 кг/м³.

5.7. Определить поляризуемость α атомов углерода в алмазе, если диэлектрическая проницаемость ϵ алмаза равна 5.6 и его плотность $\rho = 3500$ кг/м³.

5.8. Атом ксенона (поляризуемость $\alpha = 5,2 \cdot 10^{-29}$ м³) находится на расстоянии $r = 1$ нм от протона. Определить индуцированный в атоме ксенона электрический момент p .

5.9. Пьезомодуль кварца равен $2,31 \cdot 10^{-12}$ Кл/Н. Вычислить напряжённость электрического поля, возникающего внутри кристалла кварца, если его сдавить с механическим напряжением 1 МПа.

5.10. Пьезомодуль кварца равен $2,31 \cdot 10^{-12}$ Кл/Н. С каким механическим напряжением надо сдавить кристалл толщиной 1 мм, чтобы получить разность потенциалов 1 В?

Тема 6. Магнитные свойства вещества.

Магнитный момент. Намагниченность. Магнитная восприимчивость. (краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы)

1. **Намагниченность** \vec{J} – величина, равная отношению магнитного момента молекул к объему, в котором заключены эти молекулы:

$$\vec{J} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N \vec{\mu}_i}{\Delta V}, \quad (6.1)$$

где $\vec{\mu}_i$ – магнитный момент i -й молекулы, N – число молекул, содержащихся в объеме ΔV .

Намагниченность \vec{J} в изотропном магнетике пропорциональна напряженности магнитного поля \vec{H} :

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (6.2)$$

где χ – магнитная восприимчивость (безразмерна).

2. Удельная магнитная восприимчивость $\chi_{уд}$ определяется соотношением

$$\chi_{уд} = \frac{\chi}{\rho}, \quad (6.3)$$

где ρ – плотность вещества.

3. **Молярная магнитная восприимчивость** определяется соотношением

$$\chi_m = \frac{M}{\rho} \chi, \quad (6.4)$$

где M – молярная масса.

4. **Магнетон Бора** μ_B – элементарный магнитный момент равен

$$\mu_B = e\hbar/(2m), \quad (6.5)$$

где e и m – заряд и масса электрона.

5. Магнитная индукция \vec{B} , напряженность \vec{H} и намагниченность в изотропном магнетике связаны соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}), \quad (6.6)$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

6. **Магнитная восприимчивость парамагнитных веществ** при $\mu_M B \ll kT$ равна

$$\chi = \frac{\mu_0 n \mu_M^2}{3kT}, \quad (6.7)$$

где n – концентрация молекул, μ_M – магнитный момент молекулы.

7. **Ферромагнетики** — вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, т. е. они намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного

поля, проявляют явление гистерезиса (подробнее – см. [1,2]). Потери энергии на цикл перемагничивания ферромагнетика:

$$\Delta W \approx 2 \cdot B_{ост} \cdot H_{коэр} \cdot V, \quad (6.8)$$

где $B_{ост}$ – остаточная индукция магнитного поля ферромагнетика, $H_{коэр}$ – коэрцитивность (коэрцитивная сила) ферромагнетика, V – объём ферромагнетика.

Ферромагнетики используются для производства постоянных магнитов, сердечников электромагнитов и трансформаторов.

Пример решения задачи

Задача 1. *Определить магнитный момент μ_m молекулы Cr_2O_3 (в магнетонах Бора) при температуре $t = 27$ °С. Молярная восприимчивость χ_m окиси хрома равна $5,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{моль}$.*

Решение:

Магнитная восприимчивость χ парамагнитных веществ определяется формулой

$$\chi = \frac{\mu_0 n \mu_M^2}{3kT},$$

где n – концентрация молекул, μ_M – магнитный момент молекулы.

С учетом того, что концентрация молекул $n = \rho N_A / M$, получим

$$\chi = \frac{\mu_0 \rho N_A \mu_M^2}{3kTM}.$$

Магнитную восприимчивость χ можно выразить через молярную χ_m .

Воспользуемся взаимосвязью молярной магнитной восприимчивости с магнитной восприимчивостью:

$$\chi_m = \frac{M}{\rho} \chi = \frac{\mu_0 N_A \mu_M^2}{3kT}.$$

Отсюда выражение для магнитного момента:

$$\mu_M = \sqrt{\frac{3kT\chi_m}{\mu_0 N_A}}.$$

Подставляя в последнюю формулу числовые значения условия задачи, получим

$$\mu_M = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 5,8 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 3,09 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

То же в магнетонах Бора ($\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$):

$$\mu_M = 3,34 \mu_B.$$

Ответ: $\mu_M = 3,34 \mu_B$.

Задачи для самостоятельного решения

6.1. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53$ пм. Вычислить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция B поля равна $0,1$ Тл.

6.2. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать направления векторов p_m и L .

6.3. Определить намагниченность J тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора μ_B , и концентрация атомов $n = 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

6.4. Магнитная восприимчивость χ марганца равна $1,21 \cdot 10^{-1}$. Вычислить намагниченность J и молярную намагниченность J_m марганца в магнитном поле напряженностью $H = 100$ кА/м. Плотность марганца 7200 кг/м^3 .

6.5. Найти магнитную восприимчивость χ AgBr, если его молярная магнитная восприимчивость $\chi_m \approx 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$. Плотность бромида серебра равна $6,47 \text{ г/см}^3$.

6.6. Определить магнитную восприимчивость χ и молярную магнитную восприимчивость χ_m платины, если удельная магнитная восприимчивость $\chi_{уд} = 1,30 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$. Плотность платины 21500 кг/м^3 .

6.7. Магнитная восприимчивость χ алюминия равна $2,1 \cdot 10^{-5}$. Определить его удельную магнитную $\chi_{уд}$ и молярную χ_m восприимчивость. Плотность алюминия $2,7 \text{ г/см}^3$.

6.8. Удельная парамагнитная восприимчивость $\chi_{уд}$ трехоксида ванадия (V_2O_3) при $t = 17$ °С равна $1,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{кг}$. Определить магнитный момент μ_m (в магнетонах Бора), приходящийся на одну молекулу V_2O_3 , если плотность ртрезоксида ванадия равна $4,87 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

6.9. Прямоугольный ферромагнитный брусок объемом $V = 10 \text{ см}^3$ приобрел в магнитном поле напряженностью $H = 800$ А/м магнитный момент $p_m = 0,8 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Определить магнитную проницаемость μ ферромагнетика.

6.10. Оценить затраты энергии за один цикл перемагничивания до насыщения в трансформаторе с пермалловым сердечником, если остаточная индукция магнитного поля пермаллоя $B_{ост} = 0,6$ Тл, а коэрцитивная сила $H_{коэр} = 1,8$ А/М. Масса сердечника $m = 1$ г, плотность пермаллоя $\rho = 8600 \text{ кг/м}^3$.

Тема 7. Классическая теория электропроводности металлов. Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

В классической теории электропроводности предполагается, что электроны проводимости в металлах ведут себя подобно молекулам идеального газа. В отсутствие электрического поля в промежутках между соударениями с ионами решетки они движутся совершенно свободно со средней скоростью хаотического теплового движения $\langle u_T \rangle$:

$$\langle u_T \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{3m}}, \quad (7.1)$$

где k_B – постоянная Больцмана, T – температура, m – масса электрона, пробегая в среднем некоторый путь $\langle \lambda \rangle$. При включении электрического поля \vec{E} у электронов появляется ускорение

$$\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}, \quad (7.2)$$

и за среднее время $\langle \tau \rangle$ пробега этого пути электроны приобретают дополнительную скорость $\langle v_{max} \rangle = a \langle \tau \rangle$. В результате их движение представим как направленный дрейф со средней скоростью $\langle v_d \rangle = 0,5 \langle v_{max} \rangle$. Учитывая, что

$$\langle \tau \rangle = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u_T \rangle}, \quad (7.3)$$

можно среднюю скорость направленного движения записать в виде:

$$\langle v_d \rangle = \frac{eE \langle \lambda \rangle}{2m \langle u_T \rangle}. \quad (7.4)$$

Плотность возникающего в результате электрического тока определяется выражением

$$j = en \langle v_d \rangle, \quad (7.5)$$

где n – концентрация электронов проводимости. В итоге можно записать:

$$\vec{j} = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle V_T \rangle} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (7.6)$$

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle V_T \rangle}, \quad (7.7)$$

где σ – **удельная проводимость** материала проводника.

Формула (7.6) называется **законом Ома** в дифференциальной форме.

Тепло, выделяющееся в единицу времени в единице объема проводника – **закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме**:

$$q = \sigma \cdot E^2 = \rho \cdot j^2. \quad (7.8)$$

Пример решения задачи

Задача. Электрический ток силой $I = 8$ А протекает по стальной проволоке круглого сечения. Радиус сечения $r = 0,5$ мм. Рассчитать скорость направленного движения (дрейфа) электронов в проволоке. Принять концентрацию электронов проводимости равной $n = 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

Решение:

Используя формулу (7.5), выразим среднюю скорость направленного движения через плотность тока:

$$\langle v \rangle = \frac{j}{en}, \text{ где } j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi \cdot r^2}.$$

Тогда средняя скорость

$$\langle v \rangle = \frac{I}{en\pi \cdot r^2}.$$

Произведем вычисления:

$$\langle v \rangle = \frac{8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29} \cdot 3,14 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}} = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Проверка размерности:

$$[v] = \left[\frac{I}{en \cdot r^2} \right] = \frac{A}{\text{Кл} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{м}^2} = \frac{A \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: Скорость направленного движения (дрейфа) электронов в проволоке равна $v = 6,4 \cdot 10^{-4}$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

7.1. Разность потенциалов между концами медной проволоки длиной $L = 10$ м равна 1 В. Сколько времени потребуется электрону проводимости, чтобы проделать путь от одного конца проволоки к другому, если удельное электропроводное сопротивление меди равно 17 нОм·м, а концентрация электронов проводимости в меди равна 10^{29} м^{-3} .

7.2. Удельная проводимость меди $\sigma = 5,9 \cdot 10^7$ (Ом·м)⁻¹. Чему равна средняя длина свободного пробега свободных электронов в меди, если их средняя скорость хаотического теплового движения равна 1,3 Мм/с, а объемная концентрация $n = 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

7.3. Изолированный алюминиевый провод намотали в один слой на круглую катушку радиусом $R = 50$ см. Определить суммарный момент импульса-

электронов проводимости в проводе относительно оси катушки, если по проводу пропускать ток силой $I = 10$ А. Катушка содержит $N = 300$ витков провода.

7.4. Допустимая сила тока в алюминиевой проволоке с площадью сечения $S = 1 \text{ мм}^2$ равна $I = 7$ А. При этом электроны проводимости имеют среднюю скорость дрейфа $\langle V \rangle = 0,24$ мм/с. Определить количество электронов проводимости, приходящееся на один атом алюминия.

7.5. Металлический проводник движется с ускорением $a = 100 \text{ м/с}^2$. Используя модель свободных электронов, определить напряженность электрического поля в проводнике.

7.6. По медному проводу течет ток плотности $j = 1 \text{ А/мм}^2$. Оценить, какой путь пройдет электрон, переместившись вдоль провода на расстояние $L = 10$ мм. Принять, что концентрация свободных электронов в меди равна 10^{29} м^{-3} , а средняя скорость хаотического теплового движения электронов равна 100 км/с .

7.7. По медному проводу течет ток плотности $j = 1 \text{ А/мм}^2$. Оценить, какую энергию на каждый метр длины провода передает каждый электрон ионам. Принять, что концентрация свободных электронов в меди равна 10^{29} м^{-3} , а средняя скорость хаотического теплового движения электронов равна 100 км/с .

7.8. Найти суммарный импульс электронов в прямом проводе длины $L = 1000$ м, по которому течет ток силой $I = 70$ А.

7.9. При протекании электрического тока по металлической проволоке напряженность электрического поля внутри нее равна $0,05 \text{ В/м}$. Скорость дрейфа электронов проводимости при этом равна $0,5 \text{ мм/с}$. Определить среднюю частоту соударений электронов проводимости с ионами решетки.

7.10. По медному проводу длиной $L = 100$ м течет ток силой $I = 5$ А. Определить сумму электрических сил, действующих на все свободные электроны в данном проводе, если концентрация электронов проводимости в меди равна 10^{29} м^{-3} , а удельное электросопротивление меди $\rho = 17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

Тема 8. Распределение Ферми-Дирака. Электроны в металлах и полупроводниках. Эффект Холла. p - n -переход.

Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

8.1. Распределение Ферми-Дирака

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + 1} \quad (8.1)$$

Величина $\langle n_i \rangle$ представляет собой среднее число электронов, находящихся в конкретном квантовом состоянии с энергией E_i , E_F - химический потенциал системы фермионов, т.е. работа, которую необходимо совершить, чтобы изменить число частиц в системе на одну. В случае электронов величина E_F называется *энергией Ферми или уровнем Ферми*.

8.2. **Энергия Ферми** – это энергетический уровень, определяющий среднюю энергию электронов (или других носителей заряда), участвующих в создании тока проводимости.

В металлах - это максимальная энергия электронов при $T = 0$ К, а при $T > 0$ К - это энергетический уровень, который занимает электрон с вероятностью, равной $1/2$. Значение энергии Ферми в металле с концентрацией свободных электронов n можно найти по формуле

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 n \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (8.2)$$

где \hbar – постоянная Планка, $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, m – масса электрона, а среднее значение энергии свободных электронов $\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F$.

8.3. **Уровень Ферми в полупроводнике** лежит при абсолютном нуле в запрещенной зоне. Положение уровня Ферми характеризует концентрацию примесных центров и температуру полупроводника. Можно сказать, что положение уровня Ферми определяет электрофизические свойства полупроводника.

Используя функцию распределения Ферми-Дирака, можно получить выражение для концентрации электронов проводимости n_e в чистом полупроводнике при температуре T :

$$n_e \sim T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (8.3)$$

где ΔE – ширина запрещенной зоны.

8.4. **Удельная электропроводность** σ собственных полупроводников определяется выражением

$$\sigma = en \cdot (b_n + b_p), \quad (8.4)$$

где e – заряд электрона, n – концентрация носителей заряда (электронов и дырок), b_n и b_p – подвижность электронов и дырок.

Поскольку подвижность электронов и дырок при их рассеянии на колебаниях кристаллической решетки падает с температурой пропорционально $T^{-3/2}$, то, с учётом (8.3), для чистых полупроводников электропроводность σ изменяется по закону

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (8.5)$$

где $\sigma_0 \approx \text{const}$.

8.5. ***p-n* переход**—область контакта двух полупроводников с разными типами проводимости: дырочной (***p***, от англ. *positive* — положительная) и электронной (***n***, от англ. *negative*— отрицательная). Сила тока в *p-n* - переходе определяется формулой

$$I = I_0 \cdot [\exp(eU/kT) - 1], \quad (8.6)$$

где U – напряжение на *p-n* - переходе, $I_0 \approx \text{const}$.

8.6. **Эффект Холла** - явление возникновения поперечной разности потенциалов (называемого также холловским напряжением) при помещении проводника или полупроводника с постоянным током в магнитное поле. Это результат действия силы Лоренца (магнитного поля) на движущуюся в процессе создания тока заряженную частицу. Напряжение на гранях образца при эффекте Холла равно

$$U_H = R_H B j l, \quad (8.7)$$

где R_H – постоянная Холла, B - индукция магнитного поля, l - ширина пластины, j - плотность тока.

Постоянная Холла R_H для полупроводников (типа германия) определяется выражением

$$R_H = 3\pi / (8en), \quad (8.8)$$

где n - концентрация носителей заряда.

Эффект Холла позволяет определить концентрацию носителей заряда в материалах, а также их подвижность. Датчики на основе эффекта Холла используются для измерения напряженности магнитного поля и в других различных измерительных устройствах. Кроме того, датчики Холла устанавливают в электростартерах двигателей внутреннего сгорания, охлаждающих системах ПК, навигационных системах мобильных телефонов, в измерительных приборах для вычисления количества заряда.

Пример решения задачи

Задача. *Образец из чистого полупроводника нагревают на $\Delta T = 125$ К от температуры $T_1 = 250$ К. При этом его удельная электрическая проводимость увеличивается в 800 раз. Как она изменится при последующем нагревании еще на $\Delta T = 125$ К?*

Решение:

Используя формулу температурной зависимости удельной электрической проводимости чистого полупроводника, запишем отношение ее значения σ_2 при температуре $T_2 = T_1 + \Delta T$ к значению σ_1 при температуре T_1 :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} \quad \text{или} \quad \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{\Delta E}{2k} \frac{\Delta T}{T_1 T_2}.$$

Аналогичное соотношение для значений σ_3 при температуре $T_3 = T_1 + 2\Delta T$ и σ_2 имеет вид:

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right)} \quad \text{или} \quad \ln \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right) = \frac{\Delta E}{2k} \frac{\Delta T}{T_2 T_3}.$$

Решая полученную систему уравнений (исключая ширину запрещенной зоны ΔE), находим

$$\ln \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{\Delta E}{2k} \frac{\Delta T}{T_2 T_3} = \frac{\Delta T}{T_2 T_3} \frac{T_1 T_2}{\Delta T} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{T_1}{T_3} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{T_1}{T_1 + 2\Delta T} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1}.$$

Учитывая, что $T_1 + 2\Delta T = 2T_1$, упростим это выражение

$$\ln \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{T_1}{T_1 + 2\Delta T} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \ln \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}.$$

Тогда
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \approx 28,3.$$

Ответ:
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \approx 28,3.$$

Задачи для самостоятельного решения

8.1. Исходя из классической теории электропроводности металлов, определить среднюю кинетическую энергию электронов в металле, если отношение удельной теплопроводности λ к удельной проводимости σ равно $\lambda/\sigma = 6,7 \cdot 10^{-6}$ Вт·Ом/К.

8.2. Во сколько раз число свободных электронов, приходящихся на один атом металла при $T = 0$ К, больше в алюминии, чем в меди, если уровни Ферми соответственно равны $E_{FAl} = 11,7$ эВ, $E_{FCu} = 7,0$ эВ?

8.3. Собственный полупроводник (германий) имеет при некоторой температуре удельное сопротивление $\rho = 0,48$ Ом·м. Определить концентрацию n носителей заряда, если подвижности b_n и b_p электронов и дырок соответственно равны $0,36$ и $0,16$ м²/(В·с).

8.4. Удельная проводимость полупроводника кремния $\sigma = 112$ См/м. Определить подвижность b_p дырок и их концентрацию n_p , если постоянная Холла $R_H = 3,66 \cdot 10^{-4}$ м³/Кл. Принять, что полупроводник обладает только дырочной проводимостью.

8.5. В германии часть атомов замещена атомами сурьмы. Рассматривая дополнительный электрон примесного атома по модели Бора, оценить его энергию связи E и радиус орбиты. Диэлектрическая проницаемость германия ϵ равна 16 .

8.6. Полупроводник в виде тонкой пластины шириной $l = 1$ см и длиной $L = 10$ см помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости пластины. К концам пла-

стины (по направлению L) приложено постоянное напряжение $U = 300$ В. Определить холловскую разность потенциалов U_H на гранях пластины, если постоянная Холла $R_H = 0,1$ м³/Кл, удельное сопротивление $\rho = 0,5$ Ом·м.

8.7. Тонкая пластина из кремния шириной $l = 2$ см помещена перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,5$ Тл). При плотности тока $j = 2$ мкА/мм², направленного вдоль пластины, холловская разность потенциалов U_H оказалась равной 2,8 В. Определить концентрацию n носителей заряда.

8.8. Тонкая пластина из кремния шириной $l = 2$ см помещена перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,5$ Тл). При плотности тока $j = 2$ мкА/мм², направленного вдоль пластины, холловская разность потенциалов U_H оказалась равной 2,8 В. Определить скорость направленного движения носителей заряда.

8.9. Прямое напряжение U , приложенное к p - n -переходу, равно 2 В. Во сколько раз возрастет сила тока через p - n -переход, если изменить температуру от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 273$ К?

8.10. Сопротивление R_1 полупроводникового кристалла PbS при температуре $t_1 = 20$ °С равно 10^4 Ом, $\Delta E = 0.8$ эВ. Определить его сопротивление R_2 при температуре $t_2 = 80$ °С.

Тема 9. Рентгеновское излучение.

Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

Самым распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка, в которой электроны, сильно ускоренные электрическим полем бомбардируют анод (металлическая мишень из тяжелых металлов), испытывая на нем резкое торможение. При торможении электронов на аноде их кинетическая энергия (равная работе разогнавшего их электрического поля) переходит в энергию излучения фотонов.

9.1. Коротковолновая граница λ_{\min} **сплошного** рентгеновского спектра излучения

$$\lambda_{\min} = (hc)/(eU), \quad (9.1)$$

где e - заряд электрона (модуль), h - постоянная Планка, c - скорость света, U - ускоряющее напряжение на рентгеновской трубке.

9.2. При достаточно большой энергии бомбардирующих анод электронов на фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии — линейчатый спектр, определяемый материалом анода и называемый **характеристическим рентгеновским спектром (излучением)**. Его частоты определяются законом Мозли:

$$\omega = CR \cdot (Z - \sigma)^2, \quad (9.2)$$

где ω - частота рентгеновского спектра, σ - постоянная экранирования, Z - атомный номер элемента, излучающего этот спектр, C - постоянная спектральной

ной серии (для K_α - линий $C=3/4$, $\sigma=1$), R - постоянная Ридберга ($R = 2,07 \cdot 10^{-16} \text{ с}^{-1}$).

Характеристическое излучение обусловлено переходами электронов между внутренними оболочками атомов, при этом каждому элементу присущ свой строго определенный набор спектральных линий. Наиболее интенсивные линии принадлежат К- серии. Линия K_α возникает при переходе электрона с Луровня ($n=2$) на К уровень ($n=1$).

Энергия фотона K_α - линии рентгеновского излучения

$$E_{K\alpha} = 0,75 \cdot E_H (Z - 1)^2, \quad (9.3)$$

где E_H - энергия ионизации атома водорода.

В дифрактометрии при определении характеристик кристаллической решётки по картине дифракции рентгеновских лучей на атомных плоскостях необходимо монохроматическое излучение. Обычно для этого используют характеристическое излучение K_α , полученное на трубках с анодами из меди, молибдена, кобальта и др. элементов.

Пример решения задачи

Задача. Определить длину волны $\lambda_{K\alpha}$ и энергию линии рентгеновского спектра $E_{K\alpha}$ излучаемого вольфрамом при бомбардировке его быстрыми электронами.

Решение:

Длина волны рентгеновского излучения может быть определена по закону Мозли с учетом: $\omega = 2\pi c/\lambda$, $C = 1$ и $\sigma = 1$.

$$\lambda_{K\alpha} = 2\pi c/R(Z - 1)^2. \quad (1)$$

Подставив в эту формулу значения $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $R = 2,07 \cdot 10^{-16} \text{ с}^{-1}$ и $Z_W = 74$ получим

$$\lambda_{K\alpha} = (2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8) / (2,07 \cdot 10^{-16} \cdot (74-1)^2) = 2,28 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Энергию можно определить по формуле

$$E_{K\alpha} = 2\pi\hbar c / \lambda_{K\alpha}. \quad (2)$$

Вычислим значение $E_{K\alpha}$.

$$E_{K\alpha} = (2 \cdot 3,14 \cdot 1,01 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8) / (2,28 \cdot 10^{-11}) = 8,7 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 54,4 \cdot 10^3 \text{ эВ.}$$

Ответ: длина волны рентгеновского излучения $\lambda_{K\alpha} = 2,28 \cdot 10^{-11} \text{ м}$, энергия фотона $E_{K\alpha} = 54,4 \cdot 10^3 \text{ эВ}$.

Задачи для самостоятельного решения

9.1. Определить скорость v электронов, падающих на анод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны λ_{\min} в сплошном спектре рентгеновского излучения равна 1 нм.

9.2. Определить коротковолновую границу λ_{\min} сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением $U = 30 \text{ кВ}$.

9.3. Вычислить наибольшую длину волны λ_{\min} в K -серии характеристического рентгеновского спектра скандия.

9.4. При исследовании линейчатого рентгеновского спектра некоторого элемента было найдено, что длина волны λ_{\min} линии K_{α} равна 76 пм. Какой это элемент?

9.5. Какую наименьшую разность потенциалов U_{\min} нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием ($Z = 23$), чтобы в спектре рентгеновского излучения появились все линии K -серии ванадия? Граница K -серии для ванадия $\lambda_{\min} = 226$ пм.

9.6. Определить энергию фотона, соответствующего линии K_{α} в характеристическом спектре марганца ($Z = 25$).

9.7. Какова должна быть минимальная скорость электронов в рентгеновской трубке, чтобы при их падении на мишень из вольфрама в спектре излучения наблюдалась K_{α} -линия? Следует ли учитывать релятивистские эффекты при расчёте скорости?

9.8. Рентгеновская трубка работает под напряжением $U = 1$ МВ. Определить наименьшую длину волны λ_{\min} рентгеновского излучения.

9.9. Вычислить длину волны λ_{\min} и энергию E фотона, принадлежащего K_{α} -линии в спектре характеристического рентгеновского излучения платины.

9.10. При каком наименьшем напряжении U_{\min} на рентгеновской трубке начинают появляться линии серии K меди?

Тема 10. Ядерный гамма-резонанс (ЯГР). Электронный парамагнитный резонанс (ЭПР). Ядерный магнитный резонанс (ЯМР)

10.1. Гамма-излучение и Ядерный Гамма-Резонанс (ЯГР)

Гамма (γ) излучение возникает при ядерных реакциях, торможении и распаде заряженных частиц. При радиоактивных распадах различных ядер γ -кванты имеют энергии от 10 кэВ до 5 МэВ (длина волны порядка 10^{-12} м). Дискретный характер γ -спектра обусловлен дискретностью энергетических уровней ядер атомов. Если вся энергия при ядерных превращениях (переходе из возбужденного состояния в основное) E выделяется в виде γ -кванта, то частота излучения ν определяется из известного соотношения $E = h\nu$.

При испускании или поглощении гамма-кванта E_0 **свободным ядром** массы m_{γ} (то есть не связанным с другими атомами) оно получает согласно закону сохранения импульса импульс отдачи $p = E_0/c$ и соответствующую этому импульсу энергию отдачи $R = p^2/(2m_{\gamma})$. На эту же величину оказывается меньше энергия испущенного гамма-кванта. Таким образом, резонансное поглощение наблюдается для фотонов с энергией, равной $E_0 + R$, а излучение: $E_0 - R$. Энергия отдачи ядра при испускании гамма-кванта:

$$R = \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_a c^2}, \quad (10.1)$$

где $\hbar\omega$ – энергия гамма-фотона, m_a – масса ядра.

В итоге, для одинаковых ядер линии испускания и поглощения разнесены на величину $2R$, и условие резонанса может быть выполнено только в случае совмещения этих линий, либо их частичного перекрытия.

Резонансное поглощение γ -излучения ядрами возникает в том случае, если частота кванта совпадает с частотой поглощения ядра атомов поглотителя (нет энергии отдачи). Такое резонансное поглощение возможно только для ядер атомов, входящих в состав кристаллических решеток.

Эффект Мёссбауэра (ЯГР)— это резонансное испускание и поглощение гамма-лучей без отдачи. Ширина линии излучения очень мала, что позволяет измерять энергии с относительной точностью 10^{-15} - 10^{-17} . Такая точность измерений дает возможность подробно изучать энергии магнитного дипольного и электрического квадрупольного взаимодействий ядра с электронами оболочки. Эти свойства обусловили применение эффекта Мессбауэра в качестве метода исследований в физическом материаловедении, химии, минералогии и биологии (например, при анализе свойств Fe -содержащих групп в белках).

Резонансные спектры гамма излучения-поглощения различных материалов имеют сложный характер, поэтому для изучения структуры этих спектров используется эффект Доплера.

Относительное изменение частоты излучения ядра атома, обусловленное эффектом Доплера определяется как :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{v}{c} \cos\varphi, \quad v \ll c. \quad (10.2)$$

где \vec{v} - скорость движения источника излучения, c – скорость электромагнитного излучения (скорость света), φ – угол между вектором \vec{v} и направлением наблюдения.

10.2. Электронный парамагнитный резонанс (ЭПР)

Парамагнетиками называются вещества, атомы которых в отсутствие внешнего магнитного поля имеют отличный от нуля магнитный момент \vec{p}_m . Существование этого магнитного момента связано как с орбитальным движением электронов в атомах, так и со спиновыми магнитными моментами этих электронов. При внесении парамагнитного вещества в магнитное поле магнитные моменты атомов ориентируются в направлении линий индукции магнитного поля \vec{B} .

Магнитный момент неспаренного электрона во внешнем магнитном поле может ориентироваться двумя способами - по полю и против поля. Таким

образом, наложение внешнего магнитного поля приводит к разделению электронов по этим двум группам. Каждой из ориентаций магнитных моментов электронов соответствует энергия соответственно E_+ и E_- .

Разница энергии электронов определяется выражением:

$$\Delta E = E_+ - E_- = g \cdot \mu_B \cdot B. \quad (10.4)$$

где g – это так называемый фактор Ланде (коэффициент, зависящий от состояния атома), для свободного электрона $g = 2$; μ_B – это элементарный магнитный момент (магнетон Бора), который равен

$$\mu_B = e\hbar/(2m), \quad (10.5)$$

e и m – заряд и масса электрона.

У атома, помещенного в магнитное поле, спонтанные переходы между подуровнями одного и того же уровня маловероятны. Однако, если на парамагнетик кроме постоянного магнитного поля B действует переменное электромагнитное поле (10^9 - 10^{12} Гц), частота ν которого удовлетворяет соотношению:

$$h\nu = \hbar\omega = \Delta E = g \cdot \mu_B \cdot B, \quad (10.6)$$

то оно сообщит электронам нижних уровней E_- дополнительную энергию, равную энергии перехода на уровень E_+ (то есть разности энергий между расщепленными подуровнями – рис. 8.1).

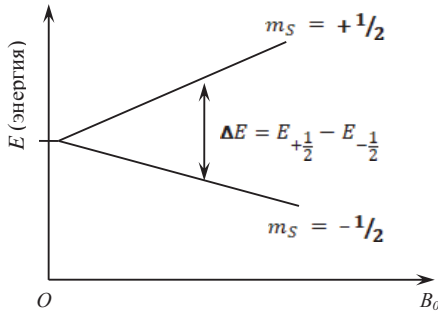


Рис. 8.1

Такая электромагнитная волна будет «перебрасывать» электроны с нижних уровней на верхние, затрачивая на это часть своей энергии. Наблюдаемое поглощение энергии электромагнитного поля (волн) радиочастотного диапазона (10^9 - 10^{12} Гц) называют **электронным парамагнитным резонансом (ЭПР)**.

Формула (10.6) определяет энергию резонансно-поглощаемого кванта ЭМ волны. Соответствующая частота фотона с учетом (10.5) определяется соотношением

$$\omega = g \cdot e / (2m) B = \gamma B, \quad (10.7)$$

где $\gamma = g \cdot e / (2m)$ – это, так называемое, гиромагнитное отношение атома - отношение величины его полного магнитного и механического моментов.

Метод ЭПР даёт уникальную информацию о парамагнитных центрах. Он однозначно различает примесные ионы, изоморфно входящие в решётку, от микровключений. При этом получается полная информация о данном ионе в кристалле: валентность, координация, локальная симметрия, гибридизация электронов, сколько и в какие структурные положения электронов входит, ориентирование осей кристаллического поля в месте расположения этого иона, полная характеристика кристаллического поля и детальные сведения о химической связи. И, что очень важно, метод позволяет по интенсивности ЭПР определить концентрацию парамагнитных центров в областях кристалла с разной структурой.

10.3. Ядерный магнитный резонанс (ЯМР)

ЯМР - резонансное поглощение или излучение электромагнитной энергии веществом, содержащим ядра с ненулевым спином, во внешнем магнитном поле B_0 на частоте ν (называемой частотой ЯМР), обусловленное переориентацией магнитных моментов ядер. Механизм явления похож на ЭПР, но вместо электронов поглощение энергии электромагнитной волны осуществляют нуклоны (протоны и нейтроны).

Магнитный момент ядра определяется соотношением

$$\mu_I = g \cdot \mu_{\text{я}} \sqrt{I(I+1)}, \quad (10.8)$$

где g – ядерный фактор Ланде; $\mu_{\text{я}}$ – ядерный магнетон ($\mu_{\text{я}} = e\hbar/2m_p$); e – заряд электрона; \hbar – постоянная Планка; m_p – масса протона; I – полное спиновое квантовое число ядра.

При помещении ядер во внешнее магнитное поле B_0 энергетические уровни нуклонов за счет энергии взаимодействия с этим полем расщепляются на два подуровня:

$$E_{\pm} = E_0 \pm g \cdot \mu_{\text{я}} B_0 / 2.$$

Разница в энергии нуклонов определяется выражением:

$$\Delta E = E_+ - E_- = g \cdot \mu_{\text{я}} B_0. \quad (10.9)$$

В переменном электромагнитном поле происходит резонансное поглощение энергии нуклоном (аналогично ЭПР – см. п. 10.2)

$$\omega_0 = \Delta E/\hbar = \gamma_{\text{я}} B_0, \quad (10.10)$$

где B_0 – магнитная индукция постоянного внешнего магнитного поля, а $\gamma_{\text{я}} = g\mu_{\text{я}}/\hbar$ – ядерное гиромагнитное отношение.

ЯМР-методы позволяют получить информацию о молекулярном строении химических веществ, измерить концентрацию растворов в очень широком интервале.

Большинство последних инноваций в ЯМР спектроскопии сделаны в так называемой ЯМР спектроскопии белков, которая становится очень важной техникой в современной биологии и медицине. На основе этого явления построен метод магнитно-резонансной томографии (МРТ-исследования и диагностика), широко применяемый в настоящее время.

Пример решения задачи

Задача. Резонансное поглощение энергии нейтроном наблюдается при магнитной индукции B_0 поля, равной 0,682 Тл, и частоте ν_0 переменного магнитного поля, равной 19,9 МГц. Вычислить g -фактор для нейтрона.

Известно, что направления собственного механического и магнитного моментов (спина) нейтрона противоположны.

Решение:

Используем формулу, определяющую частоту кванта внешнего ЭМ поля ω_0 , при котором происходит резонансное поглощение

$$\omega_0 = \gamma_{\text{я}} B_0, \quad (1)$$

где $\gamma_{\text{я}}$ – гиромагнитное отношение ядра, B_0 – индукция магнитного поля. Гиромагнитное отношение определяется соотношением

$$\gamma_{\text{я}} = g\mu_{\text{я}}/\hbar, \quad (2)$$

где g – ядерный фактор Ланде, $\mu_{\text{я}}$ – ядерный магнетон, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Ядерный магнетон равен

$$\mu_{\text{я}} = e\hbar/2m_p = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}, \quad (3)$$

где e – заряд электрона, m_p – масса протона.

Подставим выражения (2) и (3) в формулу (1) и учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$ получим

$$g = \frac{2\pi\nu_0 \cdot 2m_p}{B_0 \cdot e} \quad (4)$$

Выполнив расчет по формуле (4) определим g

$$g = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 19,9 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}}{0,682 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,82.$$

Учитывая условие задачи о направлении спинового механического и магнитного моментов, запишем ответ.

Ответ: Ядерный фактор Ланде для нейтрона равен $g = 3,82$.

Задачи для самостоятельного решения

10.1. Определить магнитную индукцию поля B_0 , при которой происходит резонансное поглощение энергии радиочастотного поля свободным электроном (g -фактор равен 2), если для наблюдения электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) используется фиксированная частота $\nu_0 = 9,0$ ГГц.

10.2. Свободный электрон находится в постоянном магнитном поле ($B_0 = 1$ Тл). Определить частоту ν_0 переменного магнитного поля, при которой происходит резонансное поглощение энергии электроном (g -фактор для свободного электрона равен 2).

10.3. Стандартные спектрометры для наблюдения электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) имеют на одном из диапазонов фиксированную частоту $\nu_0 = 9,9$ ГГц. Определить магнитную индукцию поля B_0 , при которой происходит резонансное поглощение энергии радиочастотного поля свободным электроном (g -фактор равен 2).

10.4. Определить частоту ν_0 переменного магнитного поля, при которой происходит резонансное поглощение энергии протоном. Свободный протон находится в постоянном магнитном поле $B_0 = 0,5$ Тл. (g -фактор равен 5,58).

10.5. Свободный протон находится в постоянном магнитном поле $B_0 = 1$ Тл. Определить частоту ν_0 переменного магнитного поля, при которой происходит резонансное поглощение энергии протоном (g -фактор равен 5,58).

10.6. Ядро атома железа ^{57}Fe с энергией возбуждения $E = 14,4$ кэВ перешло в основное состояние, испустив гамма-фотон. Найти относительное изменение $\Delta E/E$ энергии гамма-фотона, возникающее вследствие отдачи свободного ядра.

10.7. Вычислить энергию R , которую приобретает атом вследствие отдачи, в трех случаях: 1) при излучении в видимой части спектра ($\lambda = 500$ нм); 2) при рентгеновском излучении ($\lambda = 0,5$ нм); 3) при гамма-излучении ($\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ нм). Массу атома во всех случаях считать одинаковой и равной 100 а. е.

10.8. Свободное ядро атома калия ^{40}K испустило гамма-фотон с энергией $E = 30$ кэВ. Определить относительное смещение $\Delta E/E$ спектральной линии, обусловленное отдачей ядра.

10.9. Ядро атома цинка ^{67}Zn с энергией возбуждения $E = 93$ кэВ перешло в основное состояние, испустив гамма-фотон. Найти относительное изменение $\Delta E/E$ энергии гамма-фотона, возникающее вследствие отдачи свободного ядра.

10.10. Энергия возбуждения E ядра атома иридия ^{191}Ir равна 129 кэВ. При какой скорости v сближения источника и мишени, содержащей свободные ядра ^{191}Ir , можно вследствие эффекта Доплера скомпенсировать сдвиг полос поглощения и испускания, обусловленных отдачей ядер?

11. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

Опишите **кратко** явление, направление науки, устройство, где используется явление, и т.п. по номеру вопроса, в соответствии с таблицей вариантов. Объем **рукописи** должен быть в пределах 1 – 2 стр. тетради.

- 11.1. Фотоэффект и оптоэлектронные системы.
- 11.2. Гигантское и туннельное магнитосопротивления.
- 11.3. Квантовые гироскопы в авиации.
- 11.4. Магнитные сверхрешетки в электронной технике
- 11.5. Графен, его свойства и перспективы применения.
- 11.6. Микроэлектромеханические системы. МЭМС гироскопы.
- 11.7. Эффект Холла. Магнитоэлектроника.
- 11.8. Спинтроника.
- 11.9. Эффект Фарадея. Магнитооптика
- 11.10. Высокотемпературная сверхпроводимость.
- 11.11. Электронная оптика. Электронный микроскоп.
- 11.12. Основы работы туннельного микроскопа.
- 11.13. Тепловое излучение. Тепловизионные методы диагностики.
- 11.14. Мультиферроики.
- 11.15. Термоэлектрические преобразователи.
- 11.16. Масс-спектрокопия
- 11.16. Лазерные дальномеры.
- 11.18. Пьезоэффект. Пьезоэлементы и их применение.
- 11.19. Рентгеновское излучение. Рентгеновская диагностика.
- 11.20. Рентгеновский томограф.
- 11.21. Ультразвук. Ультразвуковая диагностика.
- 11.22. Метаматериалы.
- 11.23. Плазма. Ионные и плазменные двигатели.
- 11.24. Магнитная диагностика.
- 11.25. Эффект Керра. Жидкие кристаллы. Жидкокристаллические мониторы
- 11.26. Поляризация ЭМВ волн. Эллипсометрия.
- 11.27. Оптические квантовые генераторы в информационных системах.
- 11.28. Электронный парамагнитный резонанс.
- 11.29. Ядерный магнитный резонанс.
- 11.30. Ядерный гамма резонанс.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 1

Основные физические постоянные

Название	Обозначение и величина
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9$ Н·м ² /Кл ²
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Постоянная Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрон-вольт	1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж

Таблица 2

Плотность ρ и молярная масса μ некоторых металлов,
у которых на каждый атом приходится в среднем
по одному свободному электрону

Металл	Литий	Калий	Рубидий	Цезий	Медь	Серебро	Золото
$\rho,$ кг/м ³	530	870	1530	1870	8900	10500	19300
$M,$ кг/моль	0,0069	0,0391	0,0855	0,1329	0,0635	0,1079	0,1970

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**а) основная литература:**

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Пособие. Кн. 1-5.- М.: Наука. Физматлит. 2008-2016.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. Пособие. – М.: Изд. Академия. 2016. – 560 с.

б) дополнительная литература:

3. Новиков С.М. Сборник заданий по общей физике: – М.: ООО «Издательство Оникс». 2008-2009 – 510 с.
5. Фахльман Б. Химия новых материалов и технологий.– Долгопрудный: Интеллект, 2011. – 464 с.
6. Калинин Б. А. Физическое материаловедение. Учебник для вузов. Т.1-6. – М.: МИФИ, 2007. – 636 с.
7. Миронов, В. Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии : учебное пособие для студентов старших курсов высших учебных заведений / В. Миронов ; Российская академия наук, Ин-т физики микроструктур г. Нижний Новгород. – М.: Техносфера, 2009. - 143 с.
8. Васильев Р. Б., Дирин Д. Н. Квантовые точки: синтез, свойства, применение. — Методические материалы. – М.: ФНМ МГУ, 2007. – 34 с.