



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

**Ю.В. Тихомиров, А.А. Куколева**

## **ФИЗИКА**

**Учебно-методическое пособие  
по выполнению лабораторной работы М-14К**

**«Исследование движения при наличии вязкого трения»**

*для студентов I-II курса  
всех направлений и специальностей  
всех форм обучения*

**Москва  
2017**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

---

**Кафедра физики**

**Ю.В. Тихомиров, А.А. Куколева**

## **ФИЗИКА**

**Учебно-методическое пособие  
по выполнению лабораторной работы М-14К**

**«Исследование движения  
при наличии вязкого трения»**

*для студентов I-II курса  
всех направлений и специальностей  
всех форм обучения*

**Москва – 2017**

ББК 532

Т46

Рецензент канд. техн. наук, проф. С.М. Новиков

Тихомиров Ю.В., Куколева А.А.

Т46            Физика: учебно-методическое пособие по выполнению лабораторной работы М-14К «Исследование движения при наличии вязкого трения». – М.: МГТУ ГА, 2017. – 12 с.

Данное учебно-методическое пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Физика» по Учебному плану для студентов I-II курса всех направлений и специальностей всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 22.12.2016 г. и методического совета 24.01.2017 г.

---

Печать офсетная	Подписано в печать 14.04.2017 г.	
0,70 усл.печ.л.	Формат 60x84/16	0,42 уч.-изд. л.
	Заказ № 1725/131	Тираж 100 экз.

---

*Московский государственный технический университет ГА*

*125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20*

*ООО «ИПП «ИНСОФТ»*

*107140, г. Москва, 3-й Красносельский переулок д.21, стр. 1*

©    Московский государственный  
технический университет ГА, 2017

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-14К

### Движение при наличии вязкого трения

#### 1. Цель работы

Цель работы: изучение физических процессов, происходящих при движении твердого шарообразного тела в вязкой жидкости. Расчет коэффициента вязкости жидкости.

#### 2. Подготовка к работе

Изучите теоретический материал по учебнику [1; 2].

Ознакомьтесь с компьютерной моделью экспериментальной установки и методикой проведения эксперимента по разделу 4 данного описания. Подготовьте ответы на вопросы из раздела 8. Оформите проект отчета по лабораторной работе.

#### 3. Краткая теория

В современной жизни мы постоянно встречаем движение твердых тел в реальных средах, которые взаимодействуют с этими телами (корабль, подводная лодка, автомобиль, самолет и т.п.). Поэтому важно знать, как влияет среда на движение тела в ней.

**Вязкость (внутреннее трение)** — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила. Молекулярно-кинетическая теория объясняет вязкость движением и взаимодействием молекул. В газах вязкость объясняется переносом импульса при соударениях молекул соседних слоев, а также при проникновении молекул с разными скоростями из слоя в слой. В жидкости большую роль играют именно силы межмолекулярного взаимодействия (в целом механизм трения более сложный, чем у газов). Формулы для расчета сил вязкого трения для разных тел (систем) различны и определяются в основном эмпирическим путем.

Существует два режима течения жидкостей. Течение называется **ламинарным (слоистым)**, если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и **турбулентным (вихревым)**, если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. При обтекании жидкостью покоящегося в ней тела, слой жидкости,

примыкающий к поверхности тела, из-за сил молекулярного сцепления теряет скорость (в предельном случае - прилипает к нему и остается практически неподвижным). По мере удаления от тела скорости частиц жидкости возрастают до некоторой величины (как было бы при отсутствии возмущения).

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро растет по мере удаления от поверхности обтекаемого тела, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их средние скорости в различных слоях при турбулентном течении мало отличаются. [1, §31]

«Предсказать» характер течения (обтекания) можно с помощью безразмерной величины, называемой **числом Рейнольдса** (О. Рейнольдс (1842—1912) — английский ученый):

$$Re = \frac{\rho_{ж} \nu \cdot r}{\eta}, \quad (1)$$

где  $\rho_{ж}$  – плотность жидкости,  $\eta$  – ее динамическая вязкость,  $r$  - характерный размер (радиус шарика при обтекании его внешним потоком, радиус трубки при течении по трубе и т.д.)

Величины  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\eta$ ,  $r$  могут меняться в широком диапазоне (течение воздуха в аэродинамической трубе и в капилляре), но, если число  $Re$  для этих случаев одинаково, то эти течения подобны друг другу. Для любой системы существует такое минимальное (критическое) значение  $Re_{кр}$ , ниже которого поток остаётся ламинарным при любых возмущениях, вносимых в поток (возмущения просто затухают при  $Re < Re_{кр}$ ). Если  $Re \geq Re_{кр}$ , то течение турбулентное. Для шарообразного тела, движущегося в вязкой среде  $Re_{кр} \approx 1$ . Для течения по трубе эксперимент дает  $Re_{кр} \approx 1000$ .

При решении практических задач гидродинамики часто выделяют диапазон значений  $Re_{кр}$ , при которых характер обтекания переходный, «промежуточный», то есть может быть как ламинарным, так и турбулентным. Установление движения зависит от ряда других условий, не учитываемых в (1) - например, качество обработки и форма поверхности движущегося тела. Именно по этой причине критические значения  $Re_{кр}$  для выбранной системы в разных источниках информации могут быть различны.

При движении тела в вязкой жидкости молекулы жидкости, находящиеся на поверхности тела, как бы «прилипают» к ней и движутся со скоростью тела (рис. 1), увлекая за собой следующие граничащие слои силами межмолекулярного притяжения. Ньютон показал, что сила внутреннего трения, действующая на соседний слой, прямо пропорциональна модулю градиента скорости  $\text{grad } \nu$  и площади поверхности слоя. При изменении скоростей движения только в направлении  $Z$ , перпендикулярном «скользящей» площадке тела и поверхностям

слоев жидкости (рис. 1), величина градиента скорости ( $\text{grad } v$ ) будет равна  $\frac{\Delta v}{\Delta z}$  (эта величина показывает, как быстро изменяется скорость движения жидкости в направлении  $Z$ ).

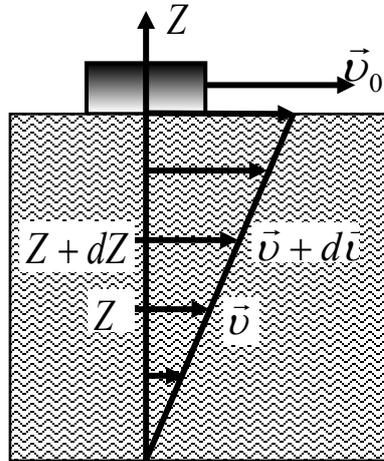


Рис. 1.

Сила сопротивления, действующая на площадку  $S$ , определяется формулой Ньютона:

$$F_c = \eta \cdot \left| \frac{dv}{dz} \right| S \quad (2)$$

где  $\eta$  - коэффициент динамической вязкости (или динамическая вязкость) жидкости. (Не путайте  $\eta$  с кинематической вязкостью  $\nu = \eta/\rho$ , где  $\rho$  - плотность жидкости или газа.)

Для ламинарного обтекания шара при движении в бесконечной вязкой среде сила вязкого трения пропорциональна скорости шара и направлена против его движения:

$$\vec{F}_c = -6\pi\eta r \vec{v}, \quad (3)$$

где коэффициент вязкости жидкости  $\eta$  зависит свойств жидкости.

#### 4. Методика проведения эксперимента

При исследовании движения твердого тела в жидкости используется прозрачный сосуд достаточно большого размера (по сравнению с размером шариков), установленный вертикально и заполненный исследуемой жидкостью. Металлический шарик падает вертикально, а пройденный им путь может быть измерен с помощью линейки. Время движения измеряется с помощью секундомера. В работе коэффициент динамической вязкости (или просто вязкость) определяется так называемым методом Стокса.

На шарообразное тело радиуса  $r$ , свободно падающее со скоростью  $\vec{v}$  в жидкости с плотностью  $\rho_{\text{ж}}$ , будут действовать 3 силы (рис. 2): сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила Архимеда  $F_A = \rho_{\text{ж}}g V_{\text{шара}}$  и сила вязкого трения  $\vec{F}_c$ .

Направим ось  $OY$  вертикально вниз и запишем второй закон Ньютона для движения шарика:

$$ma = mg - F_A - F_C \quad (4)$$

в проекции на ось  $OY$ , используя формулы (2) – (4) из краткой теории получаем:

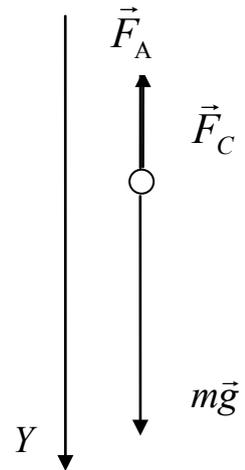


Рис. 2

$$m \frac{dv}{dt} = \rho_{\text{ш}}g \frac{4}{3}\pi r^3 - \rho_{\text{ж}}g \frac{4}{3}\pi r^3 - 6\pi r\eta v \quad (5)$$

Сила вязкого трения увеличивается с ростом скорости, в результате через некоторое время течение становится равномерным (силы вязкости и Архимеда уравновешивают силу тяжести).

Решения этого дифференциального уравнения методом разделения переменных при движении без начальной скорости ( $v_0=0$ ) определяет зависимость скорости от времени следующим образом:

$$v(t) = v_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (6)$$

где  $\tau$  – характерное время установления скорости. Из формулы следует, что с течением времени ( $t \rightarrow \infty$ ) скорость стремится к значению  $v_m$ .

График зависимости  $v(t)$  приведен на рис. 3.

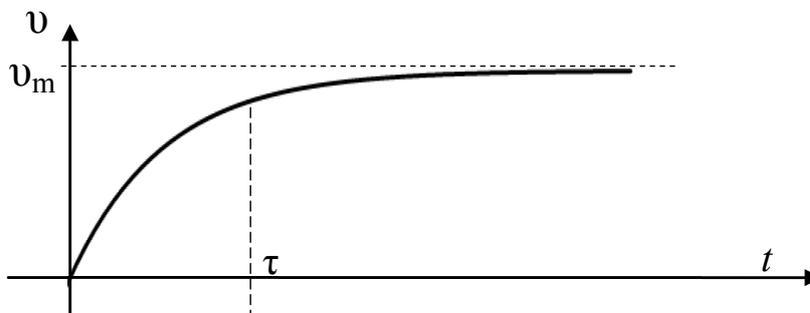


Рис. 3

Значение установившейся скорости  $v_m$  равно

$$v_m = \frac{2r^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{9\eta}. \quad (7)$$

Постоянная времени  $\tau$  (так называемое, время релаксации) равна:

$$\tau = \frac{2\rho_{\text{ш}} r^2}{9\eta}. \quad (8)$$

По прошествии времени  $t \approx (2\div 3)\tau$  движение можно считать равномерным. Формула (6) легко получается, если положить ускорение в (4) равным нулю (убедитесь в этом самостоятельно).

Зависимость пути, пройденного шариком, от времени движения найдем, проинтегрировав по времени выражение для скорости (5):

$$y(t) = v_m (t - \tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})). \quad (9)$$

Путь шарика до условного момента «установления» скорости при  $t = \tau$ :

$$y(\tau) = \frac{v_m}{e} \tau = \frac{4r^4 \rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{81e\eta^2}. \quad (10)$$

Это соотношение позволяет ответить на вопрос, на каком участке пути движение становится равномерным, и надо ли учитывать переходный процесс при исследовании движения на некотором пути  $L$ .

Измеряя время прохождения некоторого пути  $L$  на этапе равномерного движения, легко найти установившуюся скорость:

$$v_m = \frac{L}{t}. \quad (11)$$

Зная значение установившейся скорости, вязкость найдем по (6):

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{9v_m}. \quad (12)$$

В следующей таблице приведены справочные сведения и оценка значений  $\tau$  и  $y(\tau)$  для движения свинцового шарика радиуса 1 мм в некоторых жидкостях. Как видно из таблицы, для выбранных жидкостей и шарика радиусом порядка 1 мм, время  $\tau$  - порядка миллисекунды, а пройденный путь – не превышает 1 см. Таким образом, при длине пути  $\sim 1$  м можно будет не учитывать переходный процесс, происходящий в начале движения шарика.

Таблица 1

	Жидкость	Вязкость, Па·с	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	$\tau$ , мс	$t(1 м)$ , с	$y(\tau)$ , мм
1	Касторовое масло	0,985	960	2	50	$10^{-3}$
3	Глицерин1	1,2	1100	1.5	54	$3 \cdot 10^{-4}$
2	Глицерин2	1,5	1210	1	65	$10^{-4}$
4	Моторное масло SAE-40	0,32	920	7	16	$10^{-2}$

### 5. Описание компьютерной модели

Для работы с моделями и входа в соответствующую программу на лабораторном компьютере следуйте инструкции, размещенной на стене лаборатории возле компьютера.

На рис. 4 изображено окно, которое появляется на экране монитора после запуска соответствующей программы компьютерного моделирования и нажатия кнопки ЭКСПЕРИМЕНТ в нижней части правой половины экрана.

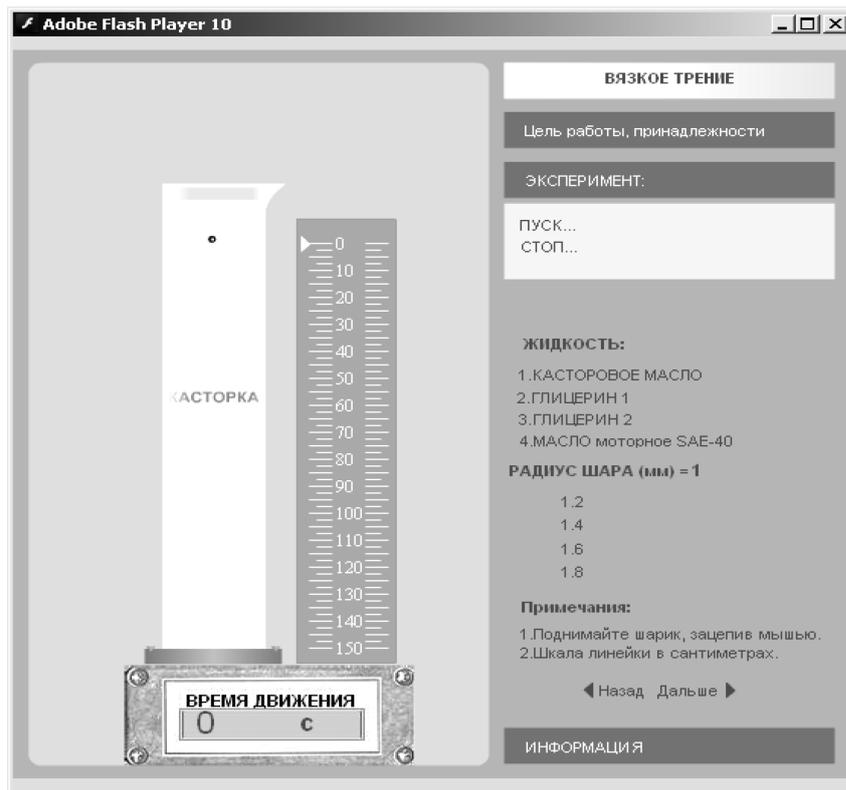


Рис. 4

В левой части окна расположена действующая модель экспериментальной установки, а в правой – сопровождающие комментарии и органы управления экспериментом. Для перехода к измерениям следует нажать кнопку ЭКСПЕРИМЕНТ в нижней части правой половины экрана. При запуске модели установлен радиус свинцового шарика 1 мм.

На рис. 4 справа показано управление экспериментом: кнопки ПУСК и СТОП. Выбор жидкости и радиуса шарика осуществляется нажатием соответствующей надписи («щелчком» левой кнопки компьютерной мыши). Минимальный радиус шарика 1 мм устанавливается при первоначальном входе в эту систему управления экспериментом.

### 6. Порядок выполнения работы

Таблица 2

Бригады	1 и 5	2 и 6	3 и 7	4 и 8
Жидкости	1 и 3	1 и 2	4 и 3	4 и 2

Выберите первую жидкость в соответствии с номером вашей бригады. Запишите название жидкости в первый столбец табл. 3.

### ЭКСПЕРИМЕНТ 1. Исследование характера движения шарика

В результате выполнения этого эксперимента мы должны убедиться, что шарик любого радиуса движется равномерно в любой жидкости, используемой в данной работе. Для этого получим зависимость  $L(t)$  для шарика с максимальным радиусом из возможных в эксперименте. Если движение можно будет считать равномерным для большого шарика, то для меньших шариков это тем более будет так, поскольку время  $\tau$  и  $y(\tau)$  пропорционально  $r^2$  и  $r^4$ .

Начальная координата шарика определяет длину его пути до дна сосуда. Перемещение шарика по вертикали в компьютерной модели осуществляется с помощью мыши («зацепив» его мышью при нажатой левой кнопке). Движение шарика начинается после нажатия кнопки «пуск». Время его движения до дна сосуда отобразится в левом окне экрана снизу.

Измерьте время  $t_1$  движения шарика 2 мм в первой жидкости на пути 1,5 м и внесите в табл. 2. Измерьте время  $t_i$  движения шарика при других значениях длины пути шарика до дна сосуда, приведенных в первой строке таблицы 3. Меняя начальное положение шарика ( $a$ , значит, и длину пройденного до дна сосуда пути), и заполните вторую строку табл. 3.

Таблица 3

Жидкость	Путь $L$ , м	1,5	1,3	1,1	0,9	0,7	0,5	0,3
	Время движения $t_i$ , с							
	Время движения $t_i$ , с							

Замените жидкость и повторите измерение времени движения шарика для разных  $L$ , заполняя третью строку табл. 3.

## ЭКСПЕРИМЕНТ 2. Исследование зависимости скорости шарика от его радиуса

В результате выполнения этого эксперимента мы должны убедиться, что скорость шарика пропорциональна квадрату его радиуса в любой жидкости, используемой в данной работе, и по его результатам найти вязкость жидкости  $\eta$  (по формуле (12)).

Таблица 4

Жидкость	Радиус шарика, мм	1,0	1,2	1,5	1,8	2,0
	$r^2, \text{ м}^2$					
	Время движения $t, \text{ с}$					
	Скорость $v_m, \text{ м/с}$					
	Время движения $t, \text{ с}$					
	Скорость $v_m, \text{ м/с}$					

Выберите первую жидкость. Установите первый шарик на максимальной высоте. Нажав кнопку ПУСК, измерьте время движения  $t$  до дна ( $L = 1,5 \text{ м}$ ). Результат запишите в табл. 4. Выбирая шарики другого радиуса, проведите измерения и запишите в таблицу.

Выберите вторую жидкость и проведите аналогичные действия для всех шариков.

Рассчитайте скорость шарика  $v_m$  по (10) и запишите ее в табл.4.

### 7. Обработка результатов измерений и оформление отчёта

7.1. По результатам, помещенным в табл. 3, постройте графики зависимости пути  $L$  от времени движения  $t$  для первой и второй жидкости.

По результатам табл. 4 постройте графики зависимости времени движения от квадрата радиуса шарика для каждой жидкости.

По результатам обработки графиков  $L(t)$  определите предельную скорость движения первого шарика в каждой жидкости и запишите ответ в стандартной форме.

Для этого откройте папку «Обработка результатов ЛР», расположенную на рабочем столе лабораторного компьютера, запустите файл « $y=ax.xls$ ». Для каждого графика рассчитайте и запишите в табл. 5 угловой коэффициент  $a$  и стандартную погрешность  $\sigma_a$  его определения методом наименьших квадратов. Примите в качестве погрешности определения коэффициента наклона  $a$  стандартную погрешность (т.е.  $\Delta a \approx \sigma_a$ ).

Запишите значение установившейся скорости в таблицу в стандартной форме  $v_m \pm \Delta v_m$ .

Замечание: Мы принимаем величину доверительной вероятности (надежности измерения)  $P = 0,68$  (68%) и, поэтому, коэффициент Стьюдента  $t_{P,n-1} \approx 1,0$ .

Для строгого доказательства того, что зависимость имеет именно линейный характер, необходимо использовать методы теории вероятности и математической статистики, что довольно сложно и выходит за рамки курса физики. Поэтому при обработке результатов первого эксперимента появляется возможность только качественно (не строго) убедиться в линейном характере зависимости  $y(t)$ , что свидетельствует о равномерном (установившемся) характере движения.

Таблица 5

Жидкость	Установившаяся скорость шарика $v_m \pm \Delta v_m$	Число Рейнольдса $Re$

7.2. Зависимость  $v_m(r^2)$  согласно (12) имеет линейный характер, угловой коэффициент которой равен

$$a = \frac{2g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{9\eta}.$$

Обработайте зависимость  $v_m(r^2)$  с помощью программы “ $y=ax.xls$ ”, запишите полученные значения  $a$  и  $\sigma_a$  в Табл. 6. Далее рассчитайте динамическую вязкость жидкостей:

$$\eta = \frac{2g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{9a}.$$

Рассчитайте погрешность и запишите результат в стандартном виде в табл. 6.

Таблица 6

Жидкость	Угл. коэффициент $a$	Абс.ошибка $\sigma_a$	Вязкость(Па·с) $\eta \pm \Delta\eta$	Вязкость(Па·с) из табл.1

Рассчитайте числа Рейнольдса по формуле (1) и запишите в табл. 5.

По полученным результатам эксперимента запишите в отчет выводы по графикам, величине вязкости и характере обтекания жидкостью шарика.

### ***8. Вопросы для подготовки к допуску к лабораторной работе***

1. Запишите уравнение движения шарика при падении в вязкой жидкости? Какие силы действуют на шарик?
2. Как направлена сила вязкости? От каких параметров зависит ее величина? Как она изменяется при движении?
3. Запишите закон Стокса для силы вязкого трения при ламинарном обтекании шарика жидкостью.
4. Как изменяется скорость шарика при движении в вязкой жидкости?
5. Что такое установившаяся скорость шарика?
6. Что является причиной возникновения вязкости в жидкости?
7. Через какое время движение шарика становится равномерным?
8. В каком случае применима формула (11) для расчета коэффициента вязкости  $\eta$ ? Можно ли таким образом определять  $\eta$  в рассматриваемой лабораторной установке для жидкости, у которой  $y(\tau)=0,5$  м? Почему?

### ***9. Литература***

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2008-2014.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. М.: Наука (или другое), 2008-2014 г.