

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

А.В. Самохин, Ю.И. Дементьев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

ПОСОБИЕ
по выполнению лабораторных работ

*для студентов I курса
направления 09.03.01
очной формы обучения*

Москва-2016

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

**Кафедра высшей математики
А.В. Самохин, Ю.И. Дементьев**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

ПОСОБИЕ
по выполнению лабораторных работ

*для студентов I курса
направления 09.03.01
очной формы обучения*

Москва-2016

ББК 517
С17

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доцент О.Г. Илларионова

С17 Самохин А.В., Дементьев Ю.И.
Математическая логика. Пособие по выполнению лабораторных работ. - М.: МГТУ ГА, 2016. - 12 с.

Данное пособие издаётся в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математическая логика» по учебному плану для студентов I курса направления 09.03.01 очной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 14.09.2016 г. и методического совета 25.10.2016 г.

Лабораторная работа №1 Нормальные формы высказываний

```
> restart; with(Logic);
  [&and, &iff, &implies, &nand, &nor, &not, &or, &xor,
  BooleanSimplify, Canonicalize, Contradiction, Dual,
  Environment, Equivalent, Export, Implies, Import, Normalize,
  Random, Satisfy, Tautology, TruthTable]
```

Генерация случайных булевых функций

```
> a := Random([x, y], form = CNF)
      a := x &or y
```

```
> d := Random({x, y, z}, form = MOD2)
      d := x y z + x y + x z + y z + x + y
```

```
> c := Random([x, y, z], form = DNF)
      c :=
      ((y &and z) &and &not(x) &or (y &and &not(x))
      &and &not(z)) &or (z &and &not(x)) &and &not(y)
```

```
> b := Random({x, y})
      b :=
      ((x &and y &or x &and &not(y)) &or y &and &not(x))
      &or &not(x) &and &not(y)
```

Преобразование стандартного Maple к булевой форме и многочлену Жегалкина

```
> Export(`&and`(a, b, c) &or b, form = boolean)
      (x or y) and (x and y or x and not y or y and not x or not (x
      or y)) and (y and z and not x or y and not x and not z or z
      and not x and not y) or x and y or x and not y or y and not
      x or not (x or y)
```

```
> Export(`&nor`(a, b, c) &and b, form = boolean)
      not (x or y or x and y or x and not y or y and not x or not (x
      or y) or y and z and not x or y and not x and not z or z
      and not x and not y) and (x and y or x and not y or y and
      not x or not (x or y))
```

> Export(`¬`(a) &or b, form = MOD2)
 $1 + (1 + (x + 1)(y + 1))^2 (xy + 1)(x(y + 1) + 1)(y(x + 1) + 1)$

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

> Equivalent(a &and (a &or b), a)
 true

Таблицы истинности

> T1 := TruthTable(a &xor b, [x, y, z]); T1_{true, false, true}
 T1 := table([(false, false, true) = true, (false, true, true) = false,
 (false, true, false) = false, (true, false, true) = false, (true, true,
 true) = false, (true, false, false) = false, (false, false, false)
 = true, (true, true, false) = false])
 false

> T2 := TruthTable(`¬`(a) &nor b &ifff c, [x, y, z]); T2_{true, false, false}
 T2 := table([(false, false, true) = false, (false, true, true) = false,
 (false, true, false) = false, (true, false, true) = true, (true, true,
 true) = true, (true, false, false) = true, (false, false, false) = true,
 (true, true, false) = true])
 true

> T3 := TruthTable(a &ifff b, [x, y, z], form = MOD2); T3_{1, 0, 1}
 T3 := table([(1, 1, 0) = 1, (0, 0, 1) = 0, (1, 0, 0) = 1, (0, 1, 0) = 1,
 (1, 1, 1) = 1, (0, 1, 1) = 1, (0, 0, 0) = 0, (1, 0, 1) = 1])

Преобразование к стандартному виду Maple

> Import(a or b or c, form = boolean)
 ((x &or y) &or (((x &and y &or x &and ¬(y)) &or y
 &and ¬(x)) &or ¬(x) &and ¬(y)))
 &or (((y &and z) &and ¬(x) &or (y &and ¬(x))
 &and ¬(z)) &or (z &and ¬(x)) &and ¬(y))

> Import(not (a xor b) \Rightarrow c, form = boolean)

Logic:- $\&implies(\¬((x \&or y) \&xor(((x \&and y \&or x \&and \¬(y)) \&or y \&and \¬(x)) \&or \¬(x) \&and \¬(y)))$,
 $((y \&and z) \&and \¬(x) \&or (y \&and \¬(x)) \&and \¬(z)) \&or (z \&and \¬(x)) \&and \¬(y))$

> Import(x (y + 1) + z + 1, form = MOD2)

$\¬(x \&and \¬(y) \&xor z)$

Двойственное выражение

> Dual((a $\&and$ $\¬$ (a)) = false)

$(x \&and y \&or \¬(x \&and y)) = true$

> Dual(a $\&implies$ b)

Logic:- $\&implies(\¬(x \&and y)$,
 $\¬(((x \&or y) \&and (x \&or \¬(y))) \&and (y \&or \¬(x))) \&and (\¬(x) \&or \¬(y)))$

> Dual($\¬$ (a) $\&nor$ b $\&iff$ c)

$\¬(x \&and y) \&nand(((x \&or y) \&and (x \&or \¬(y))) \&and (y \&or \¬(x))) \&and (\¬(x) \&or \¬(y))$
 $\&xor(((y \&or z) \&or \¬(x)) \&and ((y \&or \¬(x)) \&or \¬(z))) \&and ((z \&or \¬(x)) \&or \¬(y))$

Тавтологии и противоречия

> Tautology((a $\&and$ b $\&or$ $\¬$ (a)) $\&or$ $\¬$ (b))

true

> Tautology((a $\&iff$ b) $\&or$ b, 'p')

true

> Tautology(a $\&or$ $\¬$ (a), 'p')

true

> Contradiction((a $\&or$ $\¬$ (a $\&and$ b)) $\&nor$ b)

true

> Contradiction((a $\&iff$ b) $\&or$ b, 'p')

false

> Contradiction($\¬$ (a) $\&and$ a, 'p')

true

Преобразование к канонической форме

> Canonicalize(a &iff b, form = MOD2)

$$x y + x + y$$

> Canonicalize(a &iff b, {x, y, z}, form = CNF)

$$((x \text{ \&or } y) \text{ \&or } z) \text{ \&and } ((x \text{ \&or } y) \text{ \&or } \text{\¬}(z))$$

> Canonicalize(a &iff b, {x, y, z}, form = DNF)

$$\begin{aligned} &(((x \text{ \&and } y) \text{ \&and } z \text{ \&or } (x \text{ \&and } y) \text{ \&and } \text{\¬}(z)) \text{ \&or } (x \\ &\text{ \&and } z) \text{ \&and } \text{\¬}(y)) \\ &\text{ \&or } (x \text{ \&and } \text{\¬}(y)) \text{ \&and } \text{\¬}(z)) \\ &\text{ \&or } (y \text{ \&and } z) \text{ \&and } \text{\¬}(x)) \\ &\text{ \&or } (y \text{ \&and } \text{\¬}(x)) \text{ \&and } \text{\¬}(z) \end{aligned}$$

Упрощение выражений (Убираем лишние скобки и тавтологии)

Environment(2); (a &and b) &and (a &or a)

$$\begin{aligned} &(x \text{ \&or } y) \text{ \&and } ((x \text{ \&and } y \text{ \&or } x \text{ \&and } \text{\¬}(y)) \text{ \&or } y \\ &\text{ \&and } \text{\¬}(x)) \text{ \&or } \text{\¬}(x) \text{ \&and } \text{\¬}(y)) \end{aligned}$$

BooleanSimplify(¬ a &or a)

true

Лабораторная работа №2

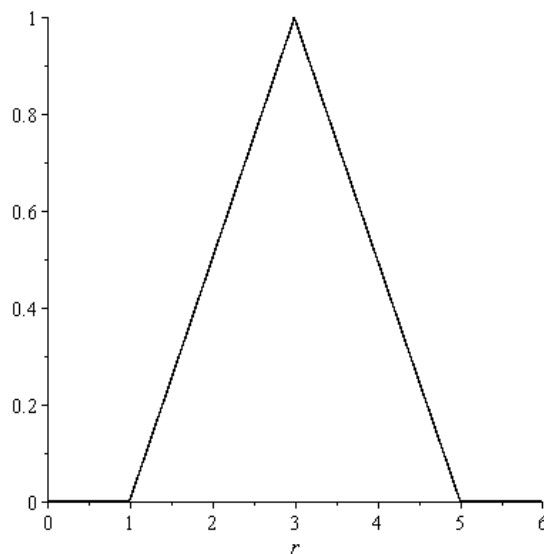
Нечеткая логика и нечеткие множества

```
> restart; libname := libname, "F:/FuzzySets3" :
#libname нужен, если содержимое директории FuzzySets3 нельзя поместить в
lib папку Maple
```

```
> with(FuzzySets[RealDomain])
[Complement, Concentrate, Controller, Core, Cut, Defuzzify,
Diffuse, Dilate, Equals, FuzzySet, Г, Height, Intensify, L, Λ,
Map, Map2, Normalize, Π, Partition, Support, implies, in,
intersect, minus, μ, plot, subset, union]
```

6 конструкторов нечётких множеств на действительной прямой, Gamma, L, Lambda, Partition, and PI.

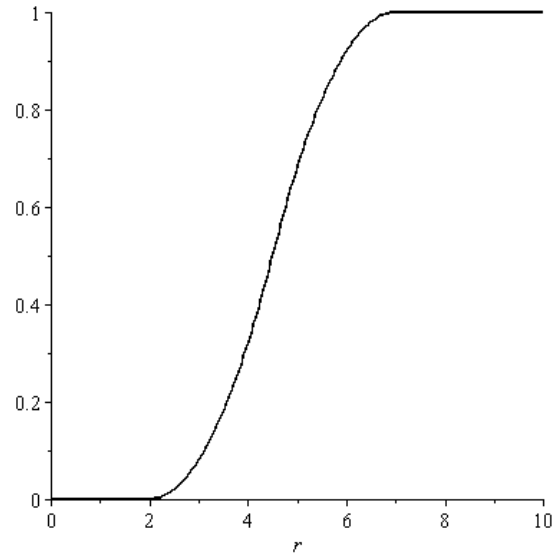
```
> Fz := Λ(1, 3, 5) :
> plot(Fz, 0..6)
```



```
> Gz := Gamma(2, 7, model = quadratic)
```

$$Gz := \begin{cases} 0 & r \leq 2 \\ \frac{2}{25} (r - 2)^2 & r < \frac{9}{2} \\ 1 - \frac{2}{25} (r - 7)^2 & r < 7 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

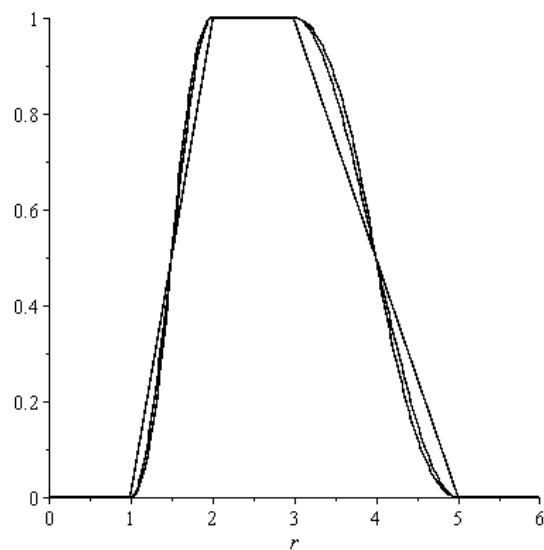
> plot(Gz, 0..10)



> Pz := $\Pi(1, 2, 3, 5)$

$$Pz := \begin{cases} 0 & r \leq 1 \\ r - 1 & r < 2 \\ 1 & r \leq 3 \\ -\frac{1}{2}r + \frac{5}{2} & r < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

> plot([$\Pi(1, 2, 3, 5)$, $\Pi(1, 2, 3, 5, \text{model} = \text{quadratic})$, $\Pi(1, 2, 3, 5, \text{model} = \text{cubic})$], 0..6)



Степень принадлежности нечёткому множеству

> $4 \in Gz$

$$\frac{8}{25}$$

> $\pi \in Gz; \pi \in Pz$

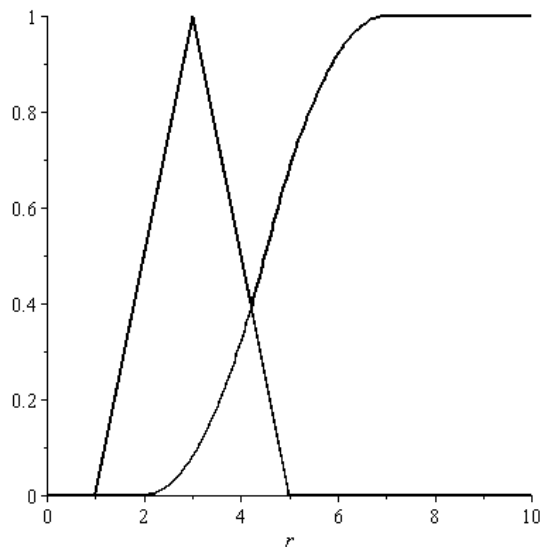
$$\frac{2}{25} (\pi - 2)^2 - \frac{1}{2} \pi + \frac{5}{2}$$

> evalf(%)

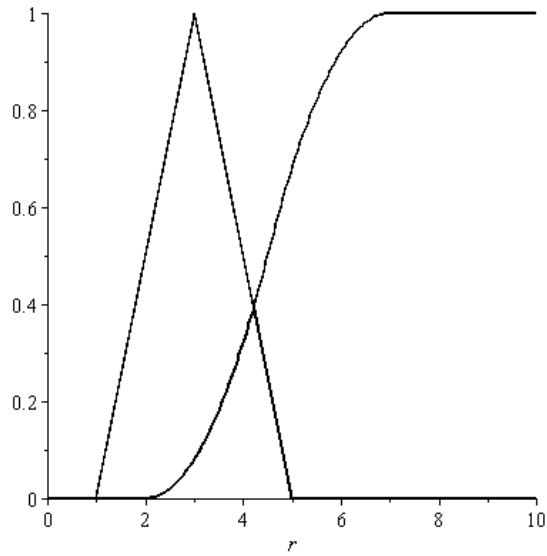
0.929203673

Можно составить unions, intersections, differences, и implications разных множеств:

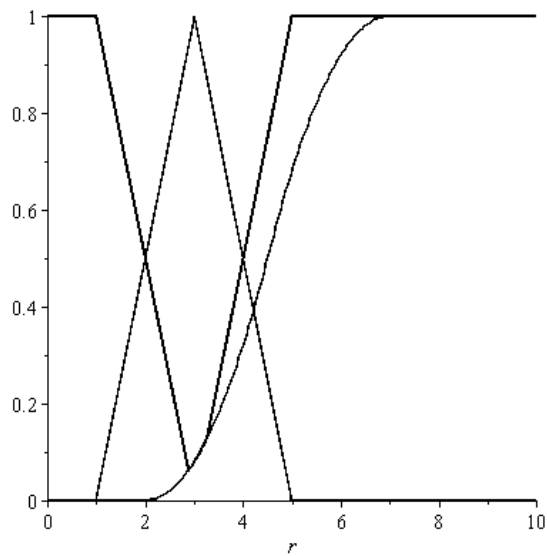
> plot([Fz, Gz, Fz \cup Gz], 0..10, color = [red, blue, black],
thickness = [1, 1, 2])



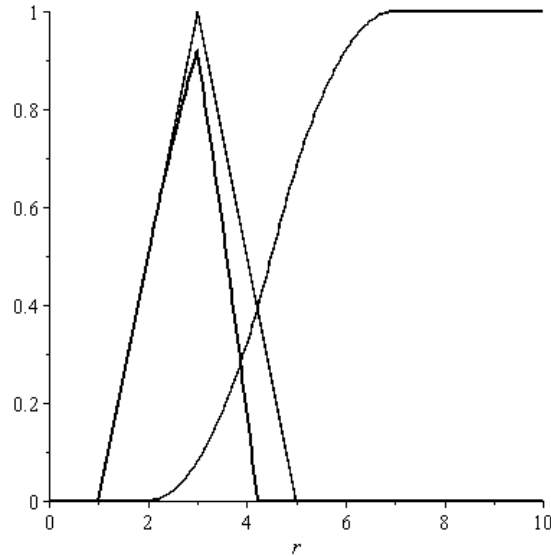
```
> plot([Fz, Gz, Fz  $\cap$  Gz], 0..10, color = [red, blue, black],
      thickness = [1, 1, 2])
```



```
> plot([Fz, Gz, Fz  $\Rightarrow$  Gz], 0..10, color = [red, blue, black], thickness
      = [1, 1, 2])
```



```
> plot([Fz, Gz, Fz \ Gz], 0..10, color = [red, blue, black], thickness
      = [1, 1, 2])
```



Пользуясь определениями *and*, *or*, *not*, и *implies*, для пары множеств S и T , определим функции принадлежности $S \cup T$, $S \cap T$ и $\neg S$ (дополнения к S) следующим образом:

$$\mu_{(S \cup T)}(x) = (\mu_S(x) \text{ or } \mu_T(x)) = \max(\mu_S(x), \mu_T(x))$$

$$\mu_{(S \cap T)}(x) = (\mu_S(x) \text{ and } \mu_T(x)) = \min(\mu_S(x), \mu_T(x))$$

$$\mu_{\neg S}(x) = (\text{not } \mu_S(x)) = 1 - \mu_S(x)$$

$$\mu_{(S \Rightarrow T)} = (\mu_S(x) \Rightarrow \mu_T(x))$$

$$\mu_{(S \setminus T)}(x) = \max(0, \mu_S(x) - \mu_T(x))$$

$$S \subseteq T \text{ iff } \mu_S(x) \leq \mu_T(x) \text{ for all } x \in U$$

Подписано в печать 10.11.2016 г.

Печать офсетная
0,7 усл.печ.л.

Формат 60x84/16
Заказ № 118

0,41 уч.-изд. л.
Тираж 60 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д.20
Редакционно-издательские услуги ООО «Имидж-студия Арина»
127051 Москва, М. Сухаревская пл., д. 2/4 стр.1