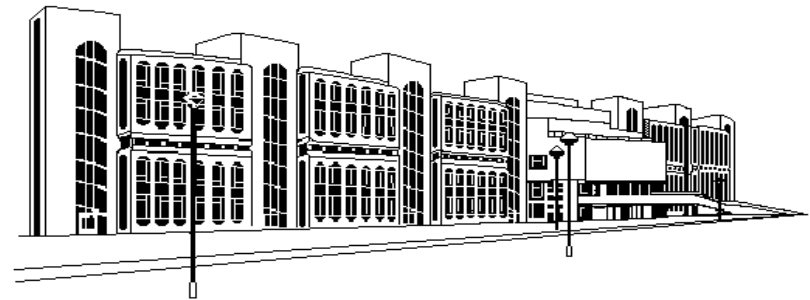


**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

В.Н. Котовский

**ТЕХНИЧЕСКАЯ
ТЕРМОДИНАМИКА**



ISBN 978-5-86311-997-7



9 785863 119977

Москва - 2015

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

**Кафедра двигателей летательных аппаратов
В.Н. Котовский**

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

Тексты лекций

Утверждено Редакционно-
издательским советом МГТУ ГА
в качестве учебного пособия

Москва - 2015

УДК 621.43.018.4

ББК 530.1

К73

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Московского государственного технического университета ГА

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор, доц. В.М. Самойленко,
д-р техн. наук, профессор Г.В. Кретинин

Автор – составитель Котовский В.Н.

К73 Техническая термодинамика: тексты лекций. – М.: МГТУ ГА, 2015. – 88 с.

Данные тексты лекций издаются в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Техническая термодинамика и теплопередача» по Учебным планам для студентов III курса направлений 162300, 25.03.01 всех форм обучения.

Тексты лекций составлены на основе учебника «Термодинамика и теплопередача» под редакцией Федорова Р.М. – М.: Издание АПР, 2012.- 328 с. и содержит шесть лекций, отражающих содержание первой части учебной дисциплины «Техническая термодинамика и теплопередача».

В тексте лекций изложены основы термодинамики газов применительно к процессам, происходящим в авиационных двигателях и силовых установках, а также в других элементах летательных аппаратов. Особое внимание уделено физическому пояснению этих процессов.

Дисциплина «Техническая термодинамика и теплопередача» является базовой для изучения теории и конструкции авиационных двигателей и летательных аппаратов.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 13.11.2014 и методического совета 08.09.2015.

ББК 530.1

Доп. св. тем. план 2015г.

поз. 60

КОТОВСКИЙ Владимир Николаевич

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

Тексты лекций

Подписано в печать 29.10.2015 г.

Печать офсетная
5,11 усл.печ.л.

Формат 60x84/16
Заказ №31

6,4 уч.-изд.л.
Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА

125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Редакционно-издательский отдел

125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

ISBN 978-5-86311-997-7

© Московский государственный
технический университет ГА, 2015

Лекция 1. Термодинамическая система и ее состояние

1.1. Основные понятия и определения

Термодинамической системой называется совокупность тел в некоторой области пространства, подлежащих термодинамическому исследованию. В предельном случае система состоит из одного тела.

Система отделена от окружающей среды реальной или воображаемой поверхностью.

Материя – это все, что нас окружает.

Энергия – это мера движения материи. Единицей измерения энергии является джоуль (Дж).

Между телами и окружающей средой передача энергии происходит в виде теплоты и работы.

Теплота – это форма передачи энергии путем теплообмена. Количество теплоты в термодинамике обозначается символом Q . Единицей теплоты (как и единицей энергии) является джоуль (Дж).

Удельной теплотой называется теплота, отнесенная к 1 кг массы тела и обозначается символом q . Её размерность Дж/кг.

Работа – это форма передачи энергии путем механического взаимодействия между телами. Количество работы в термодинамике обозначается символом L . Единицей работы также является джоуль (Дж).

Удельной работой называется работа, отнесенная к 1 кг массы тела. Она обозначается символом l , её размерность также Дж/кг.

Теплообмен – это форма передачи энергии, связанная не с работой, а с непосредственным взаимодействием между микрочастицами (теплопроводность или конвекция) или с распространением электромагнитных волн (тепловое излучение).

Рабочим телом называется тело, путем воздействия на которое происходит взаимопревращение теплоты и работы.

В авиационных двигателях рабочим телом является воздух или смесь воздуха с продуктами сгорания топлива.

Энергоизолированной термодинамической системой является система, которая не обменивается энергией с окружающей средой.

Теплоизолированной (адиабатной) термодинамической системой является система, которая обменивается с окружающей средой только работой.

Гомогенной называется система, химический состав и физические свойства во всех её частях одинаковы или меняются непрерывно без скачков. В противном случае система является **гетерогенной**.

Системы могут быть открытыми и закрытыми. **Закрытая система** – это система в которой состав вещества не меняется (рис. 1.1а). Стенки и поршень являются реальной границей системы.

Открытая система – это система, в которой состав вещества меняется (рис. 1.1б). Здесь сечения 1-1 и 2-2 – участки воображаемой поверхности, т.е. воображаемые границы термодинамической системы. В газотурбинных двигателях устройством *A* может быть компрессор, камера сгорания, турбина и т.д.

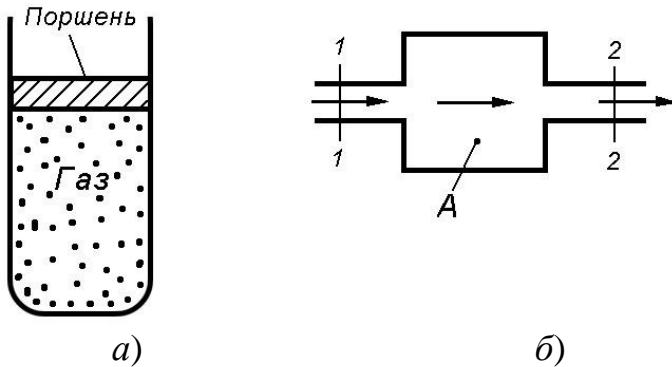


Рис. 1.1. Примеры термодинамических систем
 а) – открытая термодинамическая система
 б) – закрытая термодинамическая система

Равновесным состоянием системы называется такое состояние системы, если после изоляции её от окружающей среды её состояние не меняется. Тогда в каждой её точке термодинамические параметры (температура, давление, плотность и т.д.) не изменяются во времени и не происходит переноса энергии из одной части системы в другую.

1.2. Параметры состояния системы и уравнение состояния

Параметрами состояния термодинамической системы называются следующие физические величины:

- температура T (К);
- давление p (Па);
- плотность ρ ($\text{кг}/\text{м}^3$), т.е. масса единицы объема вещества;
- удельный объем $v = 1/\rho$ ($\text{м}^3/\text{кг}$), т.е. объем единицы массы вещества, и другие параметры.

Установлено, что задание двух параметров состояния однозначно характеризует состояние термодинамической системы. Значит, три параметра состояния системы однозначно связаны между собой уравнением состояния, которое в общем виде записывается следующим образом

$$F(T, p, v) = 0.$$

Оно применимо лишь к телам, находящимся в равновесном состоянии, т.е. имеющим одинаковую температуру и давление во всем объеме.

1.3. Уравнение состояния идеального газа

Идеальным называется газ, в котором:

- собственный объем молекул пренебрежимо мал по сравнению с объемом, который занимает газ;
- отсутствуют силы межмолекулярного взаимодействия.

Реальные газы приближаются к идеальным газам, когда расстояние между молекулами становится большим, т.е. при увеличении удельного объема. Это наблюдается, когда давление стремится к нулю ($p \rightarrow 0$), тогда удельный объем стремится к бесконечности ($v \rightarrow \infty$).

1.3.1. Уравнение состояния идеального газа

а) для одного кг газа $pv = RT$, (1.1)

где R – газовая постоянная, *не зависящая от параметров состояния* (T, p, v) и являющаяся индивидуальной для каждого газа. Для воздуха

$$R = 287,05 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

б) для M кг газа $pV = MRT$, (1.2)

где $V = Mv$ - объем, занимаемый M кг газа.

в) для одного моля с молекулярной массой $M = \mu$

$$p\mu v = \mu RT, \quad \text{или} \quad pv_{\mu} = R_{\mu}T, \quad (1.3)$$

где $v_{\mu} = \mu v$, а $R_{\mu} = \mu R$.

Моль – это количество вещества, которое содержит столько же атомов или молекул, сколько атомов содержится в 12-ти граммах углерода-12 (одного из изотопов углерода).

Это число называется числом Авогадро и приближенно равно $6,022 \cdot 10^{23}$ частиц на моль.

Атомная единица массы – это 1/12 массы атома углерода-12.

Атомная масса – это величина, равная отношению массы данного атома к **атомной единице массы**.

Атомные массы природных химических элементов указываются в таблице периодической системы элементов Д.И. Менделеева.

Молекулярная масса – это отношение массы молекулы данного вещества также к атомной единице массы.

Молекулярная масса практически равна сумме атомных масс всех атомов, входящих в состав молекулы.

Молярная масса – это масса **одного моля** данного вещества независимо от того, состоит оно из одинаковых молекул или включает в себя различные молекулы (как, например, воздух).

Для химически чистых веществ (O_2, N_2, CO_2 и т.д.) молярная масса численно равна их молекулярной массе.

Установлено, что разные газы при одинаковых p и T имеют равные объемы одного моля v_{μ} . Например, при $p = 101325 \text{ Па}$ и $T = 273,15 \text{ К}$ $v_{\mu} = 22,414 \text{ м}^3/\text{кмоль}$. Один киломоль (кмоль) равен 1000 молей.

Так как v_{μ} одинаков для всех газов, то из (1.3) следует, что $R_{\mu} = pv_{\mu}/T$ не зависит от рода газа и является одинаковой для всех газов. Она называется **уни-**

версальной газовой постоянной. Величину R_μ можно определить, если в (1.3) подставить указанные выше значения p , T и v_μ :

$$R_\mu = \frac{p}{T} v_\mu = \frac{101325}{273,15} 22,414 = 8314,4 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К}).$$

Если известна молекулярная масса какого-либо газа, то его газовая постоянная $R = R_\mu/\mu$. Так для воздуха $\mu = 28,965 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$, тогда $R = 287,05 \text{ Дж}/(\text{кгК})$.

Уравнение состояния идеального газа с достаточной точностью может применяться для определения параметров реальных газов в ГТД, в термодинамических процессах, в задачах аэродинамики и т.д.

1.3.2. Уравнения состояния реальных газов

При уменьшении удельного объема газа v , т.е. при увеличении p и уменьшении T свойства реальных газов начинают отличаться от свойств идеального газа. Это связано с уменьшением расстояния между молекулами, из-за чего увеличивается взаимодействие между ними и сказывается объем молекул. Поэтому использование в расчетах модели идеального газа в этом случае приводит к погрешностям.

Для учета свойств реального газа был предложен ряд уравнений реального газа. Одно из первых уравнений предложил Ван-дер-Ваальс в следующем виде

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT,$$

где a и b – постоянные коэффициенты, разные для каждого газа. Поправка a/v^2 учитывает силы межмолекулярного взаимодействия (внутреннее давление). Как видно, эта поправка возрастает при уменьшении удельного объема v . Поправка b учитывает объем, занимаемый молекулами.

Уравнение Ван-дер-Ваальса качественно хорошо описывает изменение свойств реальных газов при изменении p и T , но является приближенным.

Для количественных расчетов используют уравнение состояния в виде

$$pv = zRT,$$

где $z = f(\pi, \tau)$ – коэффициент сжимаемости, зависящий от p и T и определяемый по опытным данным. Здесь $\pi = p/p_k$ – приведенное давление, $\tau = T/T_k$ – приведенная температура, а p_k и T_k – критические значения давления и температуры данного вещества (см. ниже).

1.4. Термодинамический процесс. Равновесные, неравновесные и квазиравновесные термодинамические процессы

Термодинамическим процессом называется изменение состояния системы (тела), сопровождающееся изменением ее параметров (p , v , T).

Все процессы могут быть разделены на равновесные и неравновесные.

Равновесным называется процесс, при осуществлении которого система

проходит через непрерывный ряд равновесных состояний. Следовательно, при протекании равновесного процесса в каждый данный момент давление и температура во всех частях системы одинаковы.

Неравновесным называется процесс, при протекании которого система не находится в состоянии равновесия. При осуществлении такого процесса давление и температура в различных областях системы могут быть неодинаковы.

Реальные процессы, протекающие в технических устройствах, в принципе являются неравновесными. Это объясняется тем, что изменение состояния системы, представляющее собой термодинамический процесс, может быть осуществлено только посредством внешнего воздействия путем нарушения равновесия. Однако можно представить такие условия протекания реальных процессов, когда они становятся практически равновесными (*квазиравновесными*, т.е. как бы равновесными). Очевидно, что для этого нарушения равновесия в системе должны быть бесконечно малыми; последнее может быть достигнуто медленным изменением состояния систем, т. е. медленным протеканием процесса.

Рассмотрим для примера сжатие газа в цилиндре с помощью поршня. При движении поршня в первую очередь будут сжиматься слои газа, которые непосредственно прилегают к поверхности поршня. Следовательно, давление в этих слоях газа будет выше среднего давления газа в цилиндре. Поэтому в процессе сжатия давление газа в цилиндре является неодинаковым и сам процесс неравновесным. Передача этого, вызванного перемещением поршня, изменения давления происходит с конечной скоростью, равной скорости звука. Если скорость перемещения поршня w_n мала по сравнению со скоростью звука a , то давление в каждый данный момент будет успевать выравниваться по всему объему цилиндра и процесс будет квазиравновесным. Наоборот, при соизмеримых значениях w_n и a процесс будет неравновесным. Таким образом, равновесный процесс является предельным случаем неравновесного при стремлении скорости последнего к нулю. Замена реального процесса равновесным позволяет для его исследования использовать термодинамические уравнения и методы анализа, что дает весьма плодотворные результаты и часто очень точные.

1.5. Теплоемкость и факторы на неё влияющие

1.5.1. Виды теплоемкости

Теплоемкость – это количество теплоты, поглощаемой телом (газом), при повышении его температуры на один градус Цельсия.

Удельная теплоемкость – это теплоемкость 1 кг вещества. Она обозначается символом « c » и имеет размерность Дж/(кг·К).

Молярная теплоемкость – это теплоемкость 1 моля вещества (c_m , Дж/(моль·К)).

Истинная теплоемкость $c = \frac{dq}{dT}$ (1.4)

– это бесконечно малое количество теплоты dq , необходимое для нагрева 1 кг вещества на бесконечно малую величину dT .

Средняя теплоемкость газа в интервале температур от T_1 до T_2

$$c_{T_1}^{T_2} = \frac{q}{T_2 - T_1}$$
 (1.5)

– это количество теплоты, подведенное к 1 кг вещества при изменении его температуры от T_1 до T_2 .

1.5.2. Теплоемкость газов

Теплоемкость газов зависит от:

- типа термодинамического процесса (изохорный, изобарный, изотермический и др.);
- рода газа, т.е. от числа атомов в молекуле;
- параметров состояния газа (давления, температуры и др.).

а) Влияние типа термодинамического процесса на теплоемкость газа

Количество теплоты, необходимое для нагревания одного и того же количества газа в одном и том же диапазоне температур, зависит от типа термодинамического процесса, совершаемого газом.

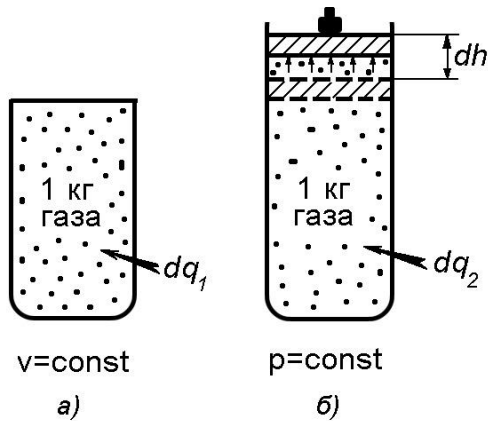


Рис. 1.2.

В изохорном процессе ($v = \text{const}$) теплота dq_1 тратится лишь на нагрев газа на величину dT . Газ не расширяется в замкнутом сосуде (рис. 1.2а), поэтому и не совершает работы. Теплоемкость газа в изохорном процессе обозначается символом c_v .

В изобарном процессе ($p = \text{const}$) теплота dq_2 тратится не только на нагрев газа на ту же величину dT , что и в изохорном процессе, но и на совершение им работы $dl = Fpdh$ при поднятии поршня с площадью F на величину dh (рис. 1.2б). Теплоемкость газа в

изобарном процессе обозначается символом c_p .

Так как по условию в обоих процессах величина dT одинакова, то в изобарном процессе за счет совершения газом работы dl величина $dq_2 > dq_1$. Поэтому в изобарном процессе теплоемкость $c_p > c_v$.

В соответствии с формулой Майера для **идеального** газа

$$c_p - c_v = R \text{ или } c_{p\mu} - c_{v\mu} = R_\mu.$$
 (1.6)

б) Влияние рода газа на его теплоемкость

Из молекулярно-кинетической теории идеального газа известно, что

$$c_{v\mu} = \frac{i}{2} R_{\mu}, \quad c_{p\mu} = \frac{i+2}{2} R_{\mu},$$

где i – число поступательных и вращательных степеней свободы движения молекул данного газа. Тогда

$$c_v = \frac{c_{v\mu}}{\mu} = \frac{i}{2} \cdot \frac{R_{\mu}}{\mu} = \frac{i}{2} R, \quad \text{а} \quad c_p = \frac{c_{p\mu}}{\mu} = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R_{\mu}}{\mu} = \frac{i+2}{2} R. \quad (1.7)$$

Одноатомный газ имеет три поступательных степени свободы движения

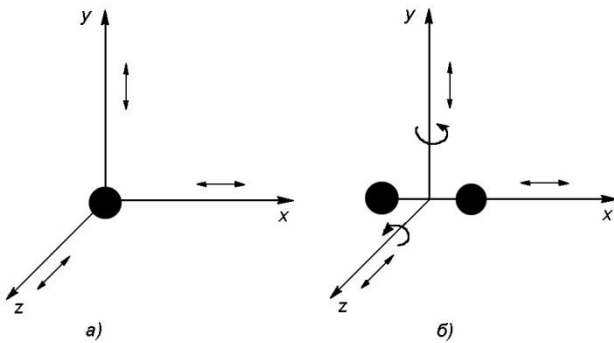


Рис. 1.3. Схемы одно- и двухатомной моделей газа

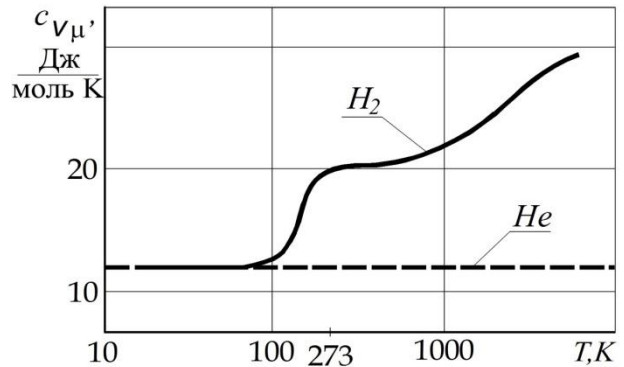


Рис. 1.4. Зависимость теплоемкости газов от температуры

молекулы (рис.1.3а), т.е. $i = 3$.

Двухатомный газ имеет три поступательных степени свободы движения и две степени свободы вращательного движения молекулы (рис. 1.3б), т.е. $i = 3 + 2 = 5$. Аналогично можно показать, что для трехатомного газа $i = 6$.

Таким образом, молярная теплоемкость газов зависит от числа степеней свободы движения молекул, т.е. от числа атомов в молекуле i , а удельная теплоемкость зависит также от молекулярной массы μ , т.к. от неё зависит значение газовой постоянной R , которая различна для разных газов.

в) Влияние параметров состояния газа на его теплоемкость

Теплоемкость идеального газа зависит только от температуры и увеличивается при увеличении T .

Одноатомные газы представляют исключение, т.к. их теплоемкость практически не зависит от температуры.

Классическая молекулярно-кинетическая теория газов позволяет довольно точно определить теплоемкости одноатомных идеальных газов в широком диапазоне температур и теплоемкости многих двухатомных (и даже трехатомных) газов при невысоких температурах.

Но при температурах, существенно отличных от 0°C , экспериментальные значения теплоемкости двух- и многоатомных газов оказываются значительно отличающимися от предсказанных молекулярно-кинетической теорией.

На рис. 1.4 приведена зависимость молярных теплоемкостей водорода и гелия при постоянном объеме $c_{vм}$ от абсолютной температуры T в широком диапазоне её изменения. Как видно, значения теплоемкости для двухатомного газа (и многоатомных газов) могут существенно зависеть от температуры. Это объясняется тем, что при низких температурах вращательные степени свободы не возбуждаются, и поэтому молярная теплоемкость двухатомного (и многоатомного) газа оказывается такой же, как и у одноатомного (у водорода такой же, как у гелия). При высоких же температурах у двух- и многоатомных газов возбуждаются еще и степени свободы, связанные с колебаниями атомов в молекулах, что ведет к дополнительному увеличению их теплоемкости.

В теплотехнических расчетах обычно пользуются опытными значениями теплоемкости газов, представленными в виде таблиц. При этом теплоемкость, определенная в опыте (при данной температуре), называется *истинной* теплоемкостью. А если в опыте измерялось количество теплоты q , которое было затрачено на существенное повышение температуры 1 кг газа от некоторой температуры T_0 до температуры T , т.е. на $\Delta T = T - T_0$, то отношение

$$c_{T_0}^T = \frac{q}{T - T_0} \quad (1.8)$$

называется *средней* теплоемкостью газа в данном интервале температур.

Обычно в справочных таблицах значения средней теплоемкости даются при значении T_0 , соответствующем нулю градусов Цельсия.

Теплоемкость *реального газа* зависит, кроме температуры, также и от давления из-за влияния сил межмолекулярного взаимодействия.

1.6. Газовые смеси

Рассмотрим *смесь идеальных газов*. Как по параметрам отдельных газов найти параметры их смеси?

Массовой долей g_i называется отношение массы данного компонента M_i к общей массе смеси $M_{см}$:

$$g_i = \frac{M_i}{M_{см}}, \quad (1.9)$$

где $M_{см} = \sum_1^k M_i$ (k - число компонентов в смеси). Нетрудно видеть, что $\sum_1^k g_i = 1$.

Парциальным давлением p_i называется давление, которое создавал бы данный компонент смеси, если бы он один занимал при данной температуре весь объем смеси.

Согласно *закону Дальтона* сумма парциальных давлений идеальных газов равна полному давлению смеси:

$$\sum_{i=1}^k p_i = p_{см} \quad (1.10)$$

Молярная масса (масса одного моля) смеси. Число молей i – го газа в смеси равно

$$N_i = \frac{M_i}{\mu_i},$$

где μ_i – молярная масса (масса одного моля) данного компонента. Следовательно, общее число молей в смеси с общей массой $M_{\text{см}}$ равно

$$N_{\text{см}} = \sum_{i=1}^k N_i = \sum_{i=1}^k \frac{M_i}{\mu_i}.$$

Отсюда молярная масса (масса одного моля) смеси равна

$$\mu_{\text{см}} = \frac{M_{\text{см}}}{\sum_{i=1}^k \frac{M_i}{\mu_i}}$$

или (после деления на $M_{\text{см}}$)

$$\mu_{\text{см}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{g_i}{\mu_i}}. \quad (1.11)$$

Так, например, массовые доли основных компонентов (различных газов) в воздухе (на высотах от 0 до 90 км) равны:

$$g_{\text{N}_2} = 0,7552; \quad g_{\text{O}_2} = 0,2314; \quad g_{\text{Ar}} = 0,0129; \quad g_{\text{CO}_2} \approx 0,0005.$$

Значит согласно формуле (1.11) молярная масса воздуха равна $\mu_{\text{см}} = 28,965$ кг/кмоль. Тогда газовая постоянная воздуха равна

$$R = \frac{8314,32}{\mu_{\text{см}}} = 287,05 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Теплоемкость смеси газов. Пусть смесь газов массой $M_{\text{см}}$ нагревается от температуры T_1 до T_2 . Количество теплоты, подводимое к смеси, равно

$$Q = c_{\text{см}} \cdot M_{\text{см}} (T_2 - T_1),$$

где $c_{\text{см}}$ – теплоемкость смеси. С другой стороны, при отсутствии взаимодействия между компонентами смеси

$$Q = \sum_{i=1}^k Q_i = \sum_{i=1}^k c_i M_i (T_2 - T_1)$$

где Q_i – теплота, подведенная к i – му компоненту, и c_i – теплоемкость i -го компонента смеси.

Из этих равенств следует, что

$$c_{\text{см}} = \sum_{i=1}^k c_i g_i. \quad (1.12)$$

Лекция 2. Первый закон термодинамики. Термодинамические процессы в газах

2.1. Внутренняя энергия системы

Внутренняя энергия тела (газа) – это сумма:

– кинетической энергии ($u_{\text{кин}}$), т.е. суммы энергий различных видов хаотического теплового движения элементарных частиц, составляющих тело (молекул, атомов, электронов и др.);

– потенциальной энергии ($u_{\text{пот}}$), характеризующейся положением этих элементарных частиц, от которого зависит уровень их взаимодействия.

Таким образом, $u = u_{\text{кин}} + u_{\text{пот}}$,

где $u_{\text{пот}} = u_{\text{мв}} + u_{\text{хим}} + u_{\text{яд}}$. Здесь $u_{\text{мв}}$ – потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия частиц, зависящая от расстояния между частицами, $u_{\text{хим}}$ – энергия химических связей, которая проявляется при прохождении химических реакций, $u_{\text{яд}}$ – внутриядерная энергия, которая проявляется при ядерных реакциях. Составляющие $u_{\text{хим}}$ и $u_{\text{яд}}$ в термодинамике рассматривать не будем.

В термодинамике важно знать не величину внутренней энергии, а ее изменение Δu в термодинамическом процессе.

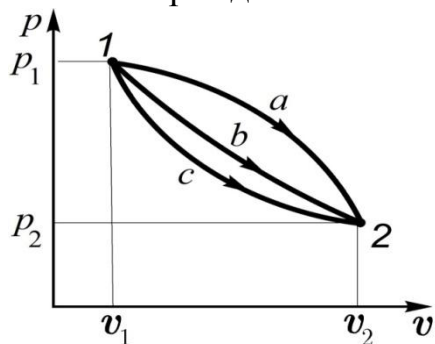


Рис. 2.1.

Внутренняя энергия зависит только от состояния тела, т.е. является **функцией состояния** и, следовательно, определяется параметрами его состояния. Так, для газообразного тела внутренняя энергия единицы его массы u определяется заданием двух параметров состояния (так как третий согласно уравнению состояния является их функцией), т.е.

$$u = f(p, T) \quad \text{или} \quad u = \varphi(p, v), \quad \text{или} \quad u = \psi(v, T).$$

Её изменение не зависит от пути процесса (рис. 2.1), посредством которого рабочее тело переходит из одного состояния в другое.

Если такое тело переходит из состояния 1 (p_1, T_1) в состояние 2 (p_2, T_2), например, по трем различным путям a, b и c , то независимо от пути, по которому прошел этот переход, изменение внутренней энергии будет одно и то же:

$$\Delta u_a = \Delta u_b = \Delta u_c = \int_1^2 du = u_2 - u_1 = f(p_2, T_2) - f(p_1, T_1).$$

Поэтому говорят, что внутренняя энергия **является функцией состояния** тела или термодинамической системы.

Для идеального газа энергия взаимодействия его молекул, как уже отмечалось, равна нулю ($u_{\text{мв}}=0$). Тогда его внутренняя энергия включает в себя только кинетическую энергию хаотического теплового движения молекул $u_{\text{кин}}$, зависящую от температуры. Поэтому для идеального газа

$$\Delta u = u_2 - u_1 = f(T_2) - f(T_1).$$

или, как будет показано ниже, $\Delta u = c_v \Delta T$. (2.1)

Для реального газа его внутренняя энергия, кроме кинетической энергии теплового движения молекул, включает в себя также потенциальную энергию их взаимодействия $u_{\text{мв}}$. Поэтому для реального газа $u = f(T, v)$.

2.2. Первый закон термодинамики

Первый закон термодинамики представляет собой результат обобщения многочисленных наблюдений и экспериментов, утверждающий, что **теплота, сообщенная системе в каком-либо процессе, идет на повышение её внутренней энергии и на совершение системой работы против внешних сил.**

Таким образом, если в результате взаимодействия с внешней средой термодинамической системе передана теплота Q и при этом система совершила против внешних сил работу L , а её внутренняя энергия возросла на ΔU , то

$$Q = \Delta U + L. \quad (2.2)$$

Первый закон термодинамики (2.2) **применительно к единице массы рабочего тела** может быть записан в виде

$$q = \Delta u + l \quad (2.3)$$

или в дифференциальной форме

$$dq = du + dl. \quad (2.4)$$

2.3. Работа и теплота

Работа газа. Рассмотрим равновесный процесс расширения газа в цилиндре с поршнем (рис. 2.2). Пусть изменение состояния газа в цилиндре изображается в координатах p, v кривой 1-2 (рис. 2.3). Газ, расширяясь, совершает работу против внешних сил (действующих со стороны поршня). Если в некотором промежуточном состоянии между точкам 1 и 2 газ имеет давление p , то при бесконечно малом перемещении поршня на расстояние dx работа, совершаемая газом, будет равна:

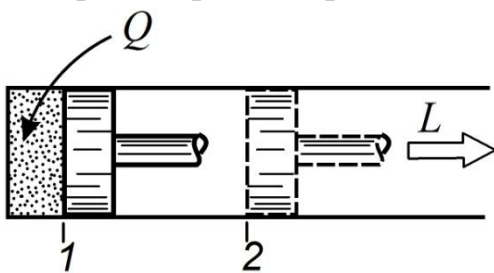


Рис. 2.2

$dL = pFdx = pdV$,

где F – площадь поршня, а полная работа, совершаемая газом в процессе 1–2,

$$L = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

В расчете на 1 кг газа его работа в элементарном процессе равна:

$$dl = pdv, \quad (2.5)$$

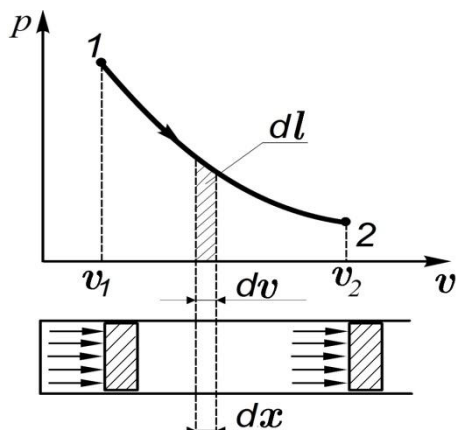


Рис. 2.3

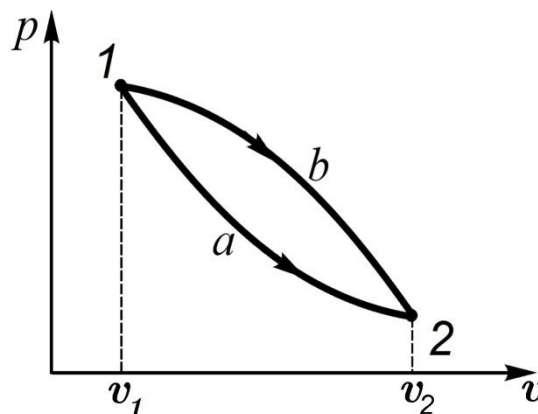


Рис. 2.4

где v – удельный объем газа, а полная работа в процессе 1-2

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv, \quad (2.6)$$

т.е. работа газа эквивалентна площади, расположенной под кривой 1-2 в координатах p, v .

Правило знаков для работы и теплоты. Во всех формулах, выражающих первый закон термодинамики, положительными считаются теплота, *подведенная* к системе (телу) и работа, произведенная самой системой, т.е. *отведенная* от неё.

С учетом того, что $dl = p dv$ уравнение первого закона термодинамики в дифференциальной форме можно записать так:

$$dq = du + p dv, \quad (2.7)$$

а в интегральной форме

$$q = \Delta u + \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Рассмотрим теперь два *разных* равновесных процесса перехода тела из состояния 1 в состояние 2 (рис. 2.4). Хотя в процессах *a* и *b* исходные и конечные состояния тела одинаковы, значения работы в этих процессах (эквивалентные площадям под кривыми *a* и *b*) различны. Таким образом, **работа тела (системы) не является функцией состояния**, а зависит от характера процесса, в котором она производится.

Теплота. Теплота, также как и работа, **не является функцией состояния**. Действительно, поскольку работа l зависит от характера протекания данного процесса, а Δu не зависит от него, а определяется только начальным и конечным состояниями системы, то, как следует из первого закона термодинамики, $q = \Delta u + l$, теплота также зависит от характера протекания процесса.

В общем случае переменной теплоемкости тела в данном процессе

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c dT. \quad (2.8)$$

Если же для данного процесса известны значения средней теплоемкости $c_{T_0}^T$, то тогда

$$q = c_{T_0}^{T_2}(T_2 - T_0) - c_{T_0}^{T_1}(T_1 - T_0). \quad (2.9)$$

2.4. Энтальпия

В термодинамических расчетах, кроме внутренней энергии, широко используется другая функция состояния – *энтальпия*. Так называется термодинамическая функция, равная (в расчете на единицу массы):

$$i = u + pv. \quad (2.10)$$

Энтальпия является *функцией состояния* поскольку u – функция состояния, а p и v – параметры состояния.

В дифференциальной форме

$$di = du + d(pv). \quad (2.11)$$

Определим *энтальпию идеального газа*. Для идеального газа $du = c_v dT$, а из уравнения состояния идеального газа следует, что $d(pv) = RdT$. Тогда

$$di = du + d(pv) = (c_v + R)dT.$$

Но $c_v + R = c_p$. Следовательно, для идеального газа

$$di = c_p dT. \quad (2.12)$$

Первый закон термодинамики в дифференциальной форме имеет вид:

$$dq = du + pdv$$

Поскольку из (2.11) следует, что $du = di - d(pv)$, а $d(pv) = pdv + vdp$, то уравнение первого закона термодинамики может быть записано также в виде:

$$dq = di - vdp. \quad (2.13)$$

2.5. Задачи и методы исследования термодинамических процессов

Задачами исследования термодинамических процессов в газах является выявление закономерностей изменения параметров при протекании процессов и установление закономерностей превращения энергии, т.е. определение значения теплоты q , работы l и изменения внутренней энергии Δu .

Методика исследования процессов в газах предусматривает решение следующих вопросов:

1. Установление уравнения процесса;
2. Определение графика процесса;
3. Нахождение связи между параметрами состояния газа, изменяющимися при протекании процесса;
4. Определение теплоемкости газа;
5. Определение количества теплоты q , подведенной к газу, совершенной им работы l и изменения его внутренней энергии Δu .

Будем рассматривать только *равновесные процессы в идеальных газах*.

2.6. Изохорный процесс

Изохорным называется процесс, протекающий при постоянном объеме.

1. Уравнение процесса – $v = \text{const}$.

2. График процесса – **вертикальная линия** в p, v -координатах (рис. 2.5).

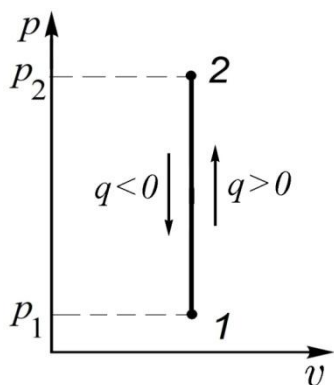


Рис. 2.5. График изохорного процесса

3. Связь между параметрами состояния газа. Для этого запишем уравнение состояния для точек 2 и 1 и разделим их друг на друга

$$p_2 v_2 = RT_2, \quad p_1 v_1 = RT_1.$$

Так как в изохорном процессе $v_1 = v_2 = v = \text{const}$, то

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.14)$$

4. Теплоемкость газа в изохорном процессе обозначается символом c_v . Для идеального газа при умеренных температурах

$$c_v = \frac{i}{2} R$$

где i – число степеней свободы молекулы газа.

5. Определение количества теплоты q , подведенной к газу, совершенной им работы l и изменения его внутренней энергии Δu :

– так как $v = \text{const}$, то $dv = 0$, значит, элементарная работа $dl = p dv = 0$ и работа расширения газа $l = 0$;

– согласно первому закону термодинамики $q = \Delta u + l$. Так как $l = 0$, то $q = \Delta u = c_v(T_2 - T_1)$. (2.15).

Если $q = c_v(T_2 - T_1) > 0$, то $T_2 > T_1$. Тогда из (2.14) следует, что $p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} > p_1$. Значит, при подводе теплоты к газу его давление возрастает и наоборот (рис. 2.5).

Таким образом, в изохорном процессе теплота, сообщаемая газу, идет только на увеличение его внутренней энергии, т.е. на увеличение его температуры.

2.7. Изобарный процесс

Изобарным называется процесс, протекающий при постоянном давлении.

1. Уравнение процесса – $p = \text{const}$.

2. График процесса – **горизонтальная линия** в p, v -координатах (рис. 2.6).

3. Связь между параметрами состояния газа. Для этого запишем уравнение состояния для точек 2 и 1 и разделим их друг на друга

$$p_2 v_2 = RT_2, \quad p_1 v_1 = RT_1.$$

Так как в изобарном процессе $p_1 = p_2 = p = \text{const}$, то

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}}. \quad (2.16)$$

4. Теплоемкость газа в изобарном процессе обозначается символом c_p .

Для идеального газа при умеренных температурах

$$\boxed{c_p = \frac{i+2}{2} R}.$$

5. Определение количества теплоты q , подведенной к газу, совершенной им работы l и изменения его внутренней энергии Δu :

– работа расширения газа: так как $p = \text{const}$, то

$$\boxed{l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1)} \quad (2.17)$$

– количество тепла, подведенного к газу

$$\boxed{q = c_p(T_2 - T_1)}; \quad (2.18)$$

– изменение внутренней энергии газа

$$\boxed{\Delta u = c_v(T_2 - T_1)}; \quad (2.19)$$

Если $q = c_p(T_2 - T_1) > 0$, то $T_2 > T_1$. Тогда из (2.16) следует, что $v_2 = v_1 \frac{T_2}{T_1} > v_1$. Значит, при подводе к газу теплоты его удельный объем возрастает и наоборот (рис. 2.6).

Таким образом, в изобарном процессе теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии и совершение газом работы расширения против внешних сил.

Примечания. 1. Из формулы (2.17) следует, что $R = l/(T_2 - T_1)$.

Следовательно, газовая постоянная R представляет собой работу, совершаемую газом в процессе изобарного расширения при его нагреве на 1 градус.

2. Подставим в уравнение первого закона термодинамики $q = \Delta u + l$ значения q , l и Δu в изобарном процессе

$$c_p(T_2 - T_1) = c_v(T_2 - T_1) + R(T_2 - T_1).$$

Отсюда следует уравнение Майера $c_p - c_v = R$.

3. Формулу первого закона термодинамики $q = \Delta u + l$ для изобарного процесса независимо от природы газа можно записать в виде

$$q = u_2 - u_1 + p v_2 - p v_1 = i_2 - i_1 = \Delta i \quad \text{или} \quad \Delta i = c_p \Delta T.$$

Следовательно, в изобарном процессе теплота процесса численно равна изменению энтальпии рабочего тела.

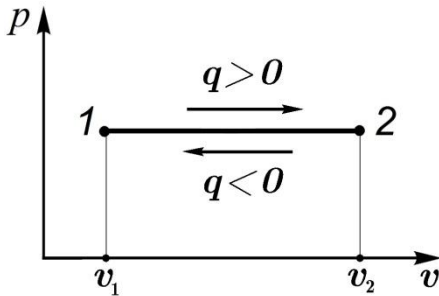


Рис. 2.6. График изобарного процесса

2.8. Изотермический процесс

Изотермическим называется процесс, протекающий при постоянной температуре.

1. Уравнение процесса – $T = \text{const}$.

2. График процесса. Из уравнения состояния следует, что $p = \frac{RT}{v} = \frac{\text{const}}{v}$, так как $T = \text{const}$. Следовательно, графиком процесса в p, v - координатах явля-

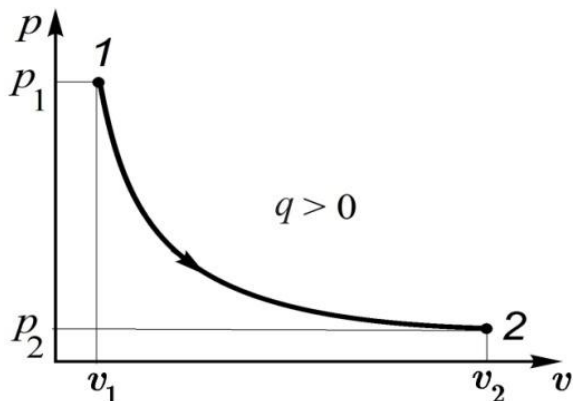


Рис. 2.7. График изотермического процесса

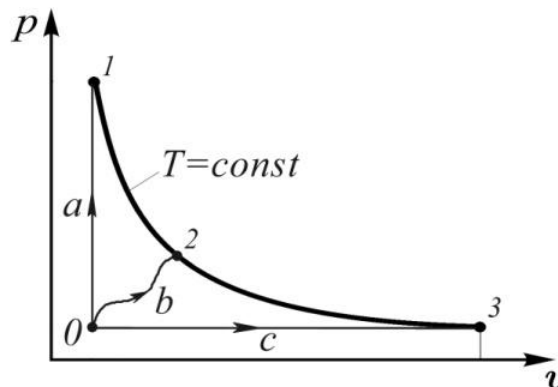


Рис. 2.8. К определению внутренней энергии газа

ется **равнобокая гиперболой** (рис. 2.7).

3. Связь между параметрами состояния газа. Для этого запишем уравнение состояния для точек 2 и 1 и разделим их друг на друга

$$p_2 v_2 = RT_2, \quad p_1 v_1 = RT_1.$$

Так как в изотермическом процессе $T_1 = T_2 = T = \text{const}$, то

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (2.20)$$

4. Теплоемкость газа в изотермическом процессе $c_T = \frac{dq}{dT} = \infty$, так как в этом процессе $dq \neq 0$, а $dT = 0$.

5. Определение количества теплоты q , подведенной к газу, совершенной им работы l и изменения его внутренней энергии Δu :

– изменение внутренней энергии $\Delta u = c_v \Delta T = 0$, т.к. $\Delta T = 0$;

– согласно первому закону термодинамики $q = \Delta u + l$. Так как $\Delta u = 0$, то $q = l$, где $l = \int_1^2 p dv$. Из уравнения состояния следует, что $p = \frac{RT}{v}$. Тогда $l = RT \int_1^2 \frac{dv}{v} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}$. Таким образом, в изотермическом процессе

$$q = l = RT \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (2.21)$$

Если $q > 0$, то, согласно равенству (2.21), $v_2 > v_1$. Значит, при подводе теплоты к газу его удельный объем возрастает и наоборот (рис. 2.7).

Таким образом, в изотермическом процессе теплота, сообщаемая газу, идет на совершение им работы расширения против внешних сил.

Используя график изотермического процесса (рис. 2.8), можно показать, что изменение внутренней энергии газа в любом процессе $\Delta u = c_v \Delta T$. Действительно, во всех процессах a , b и c , начинающихся в точке 0 и заканчивающихся на изотерме, изменение внутренней энергии будет одинаково, т.е. $\Delta u_a = \Delta u_b = \Delta u_c$, так как начальное и конечное значение температуры в этих процессах одно и то же.

Но согласно первому закону термодинамики в изохорном процессе a теплота, подведенная к газу, идет только на увеличение его внутренней энергии, т.к. в этом процессе газ не совершает работу, т.е. $q = \Delta u$. Как установлено выше, в изохорном процессе $q = c_v \Delta T$. Отсюда следует, что в любом процессе

$$\Delta u = c_v \Delta T.$$

2.9. Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс, протекающий при отсутствии теплообмена с окружающей средой (т.е. при $q = 0$).

1. Уравнение процесса.

Для вывода уравнения процесса запишем уравнение первого закона термодинамики в двух формах:

$$dq = c_v dT + p dv = 0 \quad \text{и} \quad dq = c_p dT - v dp = 0$$

или в виде

$$c_v dT = -p dv \quad \text{и} \quad c_p dT = v dp.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{c_p}{c_v} = -\frac{v dp}{p dv} \quad \text{или} \quad k \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0,$$

где $k = \frac{c_p}{c_v}$ – показатель адиабаты.

Проинтегрировав последнее уравнение, получим

$$k \ln v + \ln p = \text{const} \quad \text{или} \quad \ln p v^k = \text{const}.$$

Откуда следует выражение для уравнения адиабатного процесса в виде

$$\boxed{p v^k = \text{const}}. \quad (2.22)$$

2. График процесса. Из уравнения процесса (2.22) следует, что $p = \frac{\text{const}}{v^k}$. В p, v -координатах – это

неравнобокая гипербла.

Так как $k > 1$, то адиабата протекает круче изотермы (рис. 2.9).

3. Связь между параметрами состояния газа. Для этого запишем уравнение адиабаты для точек 2 и 1 и разделим их друг на друга

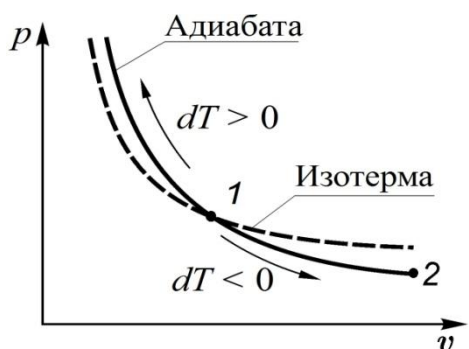


Рис. 2.9. Графики адиабатного и изотермического процессов

$$p_2 v_2^k = \text{const} \quad , \quad p_1 v_1^k = \text{const} .$$

Тогда получим

$$\boxed{\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k} . \quad (2.23)$$

Из уравнения состояния, записанного для точек 1 и 2 (рис. 2.9), следует, что $\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1}$. Используя соотношение (2.23), получим

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}} . \quad (2.24)$$

4. Теплоемкость газа в адиабатном процессе. Так как в этом процессе $dq = 0$, а $dT \neq 0$, то

$$\boxed{c_{ad} = \frac{dq}{dT} = 0} .$$

5. Определение количества теплоты q , подведенной к газу, совершенной им работы l и изменения его внутренней энергии Δu :

– количество тепла, подведенного к газу $\boxed{q = 0}$;

– изменение внутренней энергии газа

$$\boxed{\Delta u = c_v(T_2 - T_1)};$$

– для адиабатного процесса по определению $q = 0$. Тогда из первого закона термодинамики следует, что при $q = 0$ работа расширения газа

$$\boxed{l = -\Delta u = c_v(T_1 - T_2)} , \quad (2.25)$$

т. е. в адиабатном процессе работа газа совершается за счет убыли его внутренней энергии. Поэтому, как видно из формулы (2.25), адиабатное расширение газа (т.е. при $l > 0$) сопровождается уменьшением его температуры, а сжатие – повышением.

Из уравнения Майера $c_p - c_v = R$ и выражения для показателя адиабаты $k = \frac{c_p}{c_v}$ следует, что $c_v = \frac{1}{k-1}R$, а $c_p = \frac{k}{k-1}R$, тогда

$$\boxed{l = c_v(T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1}R(T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2)} . \quad (2.26)$$

2.10. Политропные процессы

1. К политропным относятся процессы, подчиняющиеся уравнению

$$\boxed{p v^n = \text{const}} , \quad (2.27)$$

где n – показатель политропы, который может принимать значения $\pm\infty$. Для данного политропного процесса величина n постоянная.

2. Графики политропных процессов. Политропный процесс является обобщающим по отношению к основным термодинамическим процессам. Действительно:

– если $n = 0$, то из уравнения политропного процесса получим уравнение изобарного процесса, т.к. $p v^0 = \text{const}$ или $p = \text{const}$;

– если $n = 1$, тогда $pv^1 = \text{const}$. Из уравнения состояния следует, что $pv = RT$. Следовательно, значению $n = 1$ соответствует уравнение изотермического процесса $T = \text{const}$;

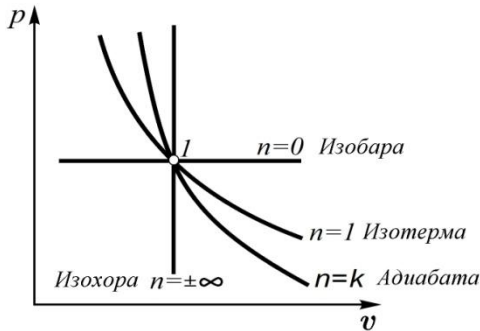


Рис. 2.10. График политропных процессов

если $n = k$, то из уравнения политропного процесса получим уравнение адиабатного процесса $pv^k = \text{const}$;

– если $n = \pm\infty$, то из уравнения политропного процесса $pv^n = \text{const}$ получим $v = \frac{\text{const}}{p^{\frac{1}{n}}} = \frac{\text{const}}{p^{\frac{1}{\infty}}} = \text{const}$ – т.е. уравнение изохорного процесса.

3. Связь между параметрами состояния газа в политропном процессе аналогичны связи в адиабатном процессе, а именно

изохорного процесса.

3. Связь между параметрами состояния газа в политропном процессе аналогичны связи в адиабатном процессе, а именно

зи в адиабатном процессе, а именно

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

4. Определение количества теплоты q , подведенной к газу, совершенной им работы l и изменения его внутренней энергии Δu : По аналогии с адиабатным процессом:

- количество тепла, подведенного к газу $q = c(T_2 - T_1)$;
- изменение внутренней энергии газа $\Delta u = c_v(T_2 - T_1)$;
- работа газа в политропном процессе

$$l = \frac{1}{n-1} R(T_1 - T_2) = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2),$$

5. Теплоемкость политропного процесса. Подставляя значения q , Δu и l в уравнение первого закона термодинамики $q = \Delta u + l$, получим

$$c(T_2 - T_1) = c_v(T_2 - T_1) + \frac{1}{n-1} R(T_1 - T_2)$$

или $c = c_v - \frac{R}{n-1} = c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1}$.

Окончательно для политропного процесса теплоемкость газа равна

$$c = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (2.28)$$

Таким образом, теплоемкость политропного процесса зависит от показателя политропы n и рода газа, т.к. c_v и k зависят от рода газа.

Теплоемкость в каждом политропном процессе имеет вполне определенную величину, зависящую от значений c_v , k и n . Причем, в зависимости от показателя политропы, теплоемкость может быть положительной или отрицательной, а в отдельных случаях равной нулю (в адиабатном процессе) или бесконечности (в изотермическом процессе). Действительно, в соответствии с (2.28):

- в изобарном процессе $n = 0$, тогда $c = c_p$;
- в изотермическом процессе $n = 1 \rightarrow c = \infty$;

- в адиабатном процессе $n = k \rightarrow c = 0$;
- в изохорном процессе $n = \infty \rightarrow c = c_v$.

2.11. Анализ политропных процессов

1. Все процессы, начинающиеся в точке «0» на исходной изохоре $v = v_0$ (например, процессы 0-1 или 0-2, рис. 2.11) и идущие вправо от нее, совершаются с увеличением удельного объема v ($dv > 0$), т.е. газ совершает работу расширения против внешних сил $l > 0$, т.к. $dl = p dv > 0$.

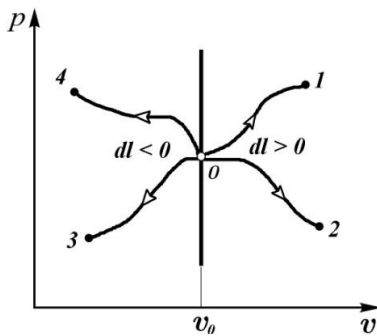


Рис. 2.11

Процессы, исходящие из точки «0», например, 0-3 и 0-4, и лежащие левее исходной изохоры, протекают с уменьшением v ($dv < 0$). Здесь к газу подводится работа извне, за счет чего он сжимается.

2. Во всех процессах, начинающихся в точке «0», лежащей на исходной изотерме T_0 (рис. 2.12), например, в процессах 0-1 или 0-2, которые протекают вправо от исходной изотермы, температура газа увеличивается ($\Delta T = T_1 - T_0 > 0$), поэтому его внутренняя энергия возрастает ($\Delta u = c_v(T_1 - T_0) > 0$).

0). В процессах 0-3 или 0-4, наоборот, $\Delta T < 0$ и ($\Delta u < 0$).

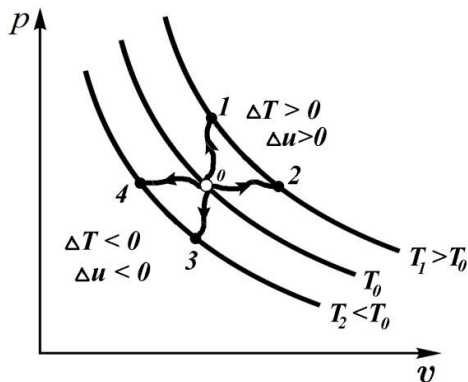


Рис. 2.12

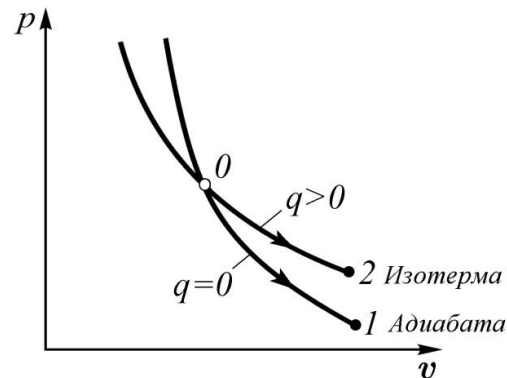


Рис. 2.13

3. Рассмотрим два процесса расширения газа (рис. 2.13):

- 0-1 – адиабатный, в котором $q=0$;
- 0-2 – изотермический, в котором $\Delta T = 0$, поэтому $\Delta u = c_v \Delta T = 0$.

В соответствии с первым законом термодинамики $q = \Delta u + l$ в изотермическом процессе 0-2 газ расширяется ($v > 0$), совершая работу $l = q$, за счет подвода к нему теплоты. Поэтому в этом процессе $q > 0$.

Таким образом, все процессы, начинающиеся в точке «0» на адиабате и протекающие вправо от адиабаты, совершаются с подводом к газу теплоты ($q > 0$), а процессы, протекающие влево от адиабаты – с отводом от газа теплоты.

Лекция 3. Второй закон термодинамики

3.1. Обратимые и необратимые процессы

Одним из важнейших понятий термодинамики является понятие об обратимых и необратимых процессах.

Процесс перехода системы из состояния 1 в состояние 2 является обратимым, если возвращение этой системы в исходное состояние (из 2 в 1) может быть осуществлено через те же промежуточные состояния и при этом (после возвращения системы в исходное состояние) в окружающей среде не останется никаких изменений.

Если же такое возвращение невозможно, то данный прямой процесс является **необратимым**.

Рассмотрим следующий пример.

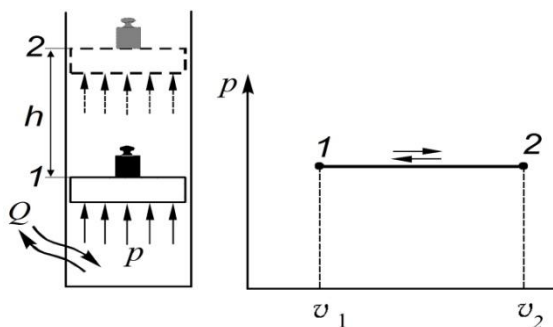


Рис. 3.1

1. В цилиндре под невесомым поршнем, нагруженным сверху гирей массы M , находится газ (рис. 3.1). Над поршнем – вакуум. Трение и протечка газа между цилиндром и поршнем отсутствуют. Очевидно, давление газа равно $p = M g / F$, где g – ускорение земного тяготения, а F – площадь поршня.

Рассмотрим теперь процесс равновесного расширения этого газа в результате подвода к нему через стенки цилиндра теплоты Q . Газ, расширяясь при постоянном давлении, поднимет поршень с гирей из положения 1 в положение 2 на высоту h и произведет при этом работу против силы тяжести $L = M g h$.

Для возвращения системы в исходное состояние отнимем (в равновесном процессе) от газа то же самое количество теплоты. Поршень опустится на ту же самую величину h и при этом сила тяжести произведет над газом такую же работу $L = M g h$.

Таким образом, при возвращении системы в исходное состояние во внешней среде не произойдет никаких изменений, так как работа и теплота в прямом и в обратном процессах одинаковы по величине и противоположны по знаку. Следовательно, данный процесс расширения газа является **обратимым**.

Обязательным условием обратимости этого процесса (как и любого другого) является его **равновесность**, так как иначе, например, давление газа на поршень не равнялось бы среднему давлению газа в цилиндре, что привело бы к потере части работы, и т.д.

2. Рассмотрим такой же процесс расширения газа в том же цилиндре, но при наличии трения поршня о стенки цилиндра. Пусть давление газа p при его расширении и перемещение поршня на высоту h такие же, как и в предыдущем случае. Но из-за наличия трения масса гири M' , которая может быть поднята поршнем, будет меньше M . Работа, совершенная газом против силы тяжести, будет равна $L' = M'gh < L$ (т.е. меньше, чем при отсутствии трения).

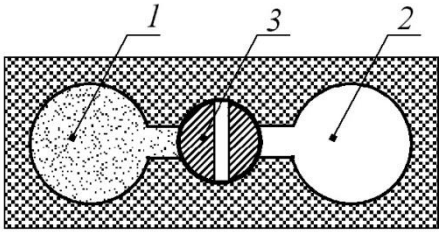


Рис. 3.2

А чтобы вернуть поршень в исходное положение при том же давлении газа придется приложить к поршню с гирей (массой M') дополнительную силу, т.е. совершить дополни-

тельную работу, что приведет к изменению состояния внешней среды. Следовательно, процесс 1-2 в этом случае является **необратимым**.

Из приведенного примера видна характерная особенность необратимого процесса, заключающаяся в том, что работа против внешних сил в таком процессе при прочих равных условиях меньше той, которую можно было бы получить при его обратимом протекании.

В данном случае потеря работы связана с тем, что при движения поршня часть механической работы переходит (в результате трения) в теплоту, т.е. в энергию хаотического движения микрочастиц. Такие процессы называются **диссипативными**. Их наличие всегда приводит к необратимости термодинамического процесса, в котором они наблюдаются.

3. Рассмотрим еще один пример – расширение газа в пустоту. Пусть в системе (рис. 3.2) имеются две полости 1 и 2, соединенные каналом, перекрытым краном 3. В левой полости находится газ с давлением p_1 . Правый сосуд пуст (вакуумирован). Если открыть кран, то газ, расширяясь, будет перетекать в правый сосуд. После установления равновесия давление газа станет одинаковым в обоих сосудах и равным $p'_2 = p'_1 < p_1$. При этом газ, расширяясь, в данном случае не совершит никакой полезной работы. Однако, для возвращения системы в исходное состояние, т. е. для возвращения всего газа в левый сосуд, потребуется работа сжатия, подведенная извне. Следовательно, данный процесс является **необратимым**.

4. Еще одним **типичным примером необратимого процесса является процесс передачи теплоты от тела с более высокой температурой к телу с меньшей температурой**. Как известно, если передача теплоты от горячего тела к холодному при их контакте происходит самопроизвольно, то обратный процесс (например, охлаждение продуктов в холодильнике) возможен лишь при затрате энергии извне, т. е. при изменении состояния внешней среды.

Подчеркнем, что **любой** самопроизвольный процесс является необратимым. Действительно, самопроизвольный процесс протекает до тех пор, пока в системе не установится равновесие. Система же, достигшая равновесного со-

стояния, не способна к самопроизвольному выходу из этого состояния. Иначе говоря, обратный процесс по отношению к данному самопроизвольному может быть осуществлен лишь путем подвода энергии извне, т.е. с изменением состояния внешней среды.

Заметим при этом, что самопроизвольные процессы являются неравновесными, т.к. самопроизвольное протекание какого-либо процесса возможно лишь при отсутствии равновесия в системе.

Все процессы, протекающие в природе или в технических устройствах, в той или иной мере являются необратимыми из-за конечной скорости их протекания (ведущей к неравновесности) и (или) из-за наличия диссипативных эффектов, например, трения.

3.2. Круговые процессы (циклы)

Циклом или круговым процессом называется совокупность термодинамических процессов, в результате осуществления которых рабочее тело возвращается в исходное состояние.

На рис. 3.3а в p, v - координатах изображен произвольный цикл $abcd$. В процессе расширения abc рабочее тело совершает положительную работу l_p .

Величина площади $fabce$ эквивалентна этой работе. После расширения рабочее тело возвращается в исходное состояние, изображаемое точкой a , процессом сжатия cda . Осуществление этого процесса требует подвода извне некоторого количества работы $l_{сж}$.

Величина подводимой к рабочему телу работы изображается площадью $ecdaf$. Для получения положительной внешней работы $l_{ц}$, называемой работой цикла, необходимо, чтобы кривая, изображающая на p, v -диаграмме процесс сжатия, располагалась ниже кривой, изображающей процесс расширения. Тогда

$$l_{ц} = l_p - l_{сж}. \quad (3.1)$$

Прямым циклом называется цикл, в результате осуществления которого получается положительная работа, передаваемая во внешнюю среду.

Изменение состояния рабочего тела в прямом цикле, изображенном на p, v -диаграмме (рис. 3.3а), происходит по направлению движения часовой стрелки. Прямые циклы различных видов используются в тепловых двигателях, в которых теплота, подводимая к рабочему телу при сжигании топлива или каким-либо другим путем, преобразуется в полезную работу.

Обратным циклом называется цикл, в котором работа расширения l_p меньше работы сжатия $l_{сж}$ (рис. 3.3б).

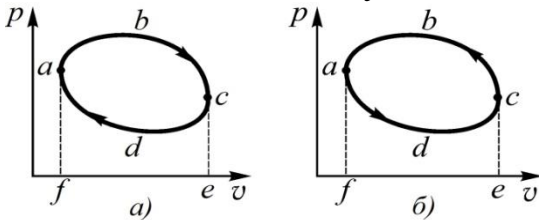


Рис. 3.3

Видно, что состояние рабочего тела в обратном цикле, изображенном на p, v -диаграмме, изменяется по направлению, противоположному движению часовой стрелки. Обратные циклы осуществляются в холодильных машинах, предназначенных для отвода тепла из отсеков, емкостей и т. д. Для приведения в действие холодильной машины требуется подвод внешней работы.

Цикл является обратимым, если он состоит только из обратимых термодинамических процессов. Если хотя бы один термодинамический процесс в цикле является необратимым, цикл также будет необратимым. Как указывалось выше, процессы, протекающие в реальных технических устройствах, необратимы. Следовательно, необратимы все циклы, реализуемые в тепловых машинах и холодильных установках.

3.3. Формулировка второго закона термодинамики

Первый закон термодинамики устанавливает лишь возможность перехода энергии из одного вида в другой в строго эквивалентных количествах, но не ограничивает **направление передачи различных видов энергии от одного тела к другому.**

Обобщение многочисленных наблюдений и опытных фактов вместе с развитием теории тепловых машин привели к выводу о том, что направление протекания термодинамических процессов подчиняется общему закону, который получил название **второго закона (второго начала) термодинамики.**

Второй закон термодинамики устанавливает ограничения на направление протекания процессов передачи и превращения энергии.

Существует ряд формулировок этого закона, различных по форме, но одинаковых по существу.

Первая формулировка этого закона была дана в 1850 г. немецким учёным **Р. Клаузиусом** в следующем виде:

"Теплота не может самопроизвольно переходить от более холодного тела к более нагретому".

Существует также следующая формулировка этого закона, данная **Клаузиусом**, в следующем виде:

"Невозможен процесс, единственным результатом которого была бы передача теплоты от холодного тела к горячему".

Слово "единственным" подчеркивает не только невозможность непосредственной самопроизвольной передачи теплоты от холодного тела к горячему, но и невозможность осуществления такого процесса без того, чтобы в окружающей среде не остались бы какие-либо изменения, т.е. не произошёл бы **компенсирующий процесс.** Так, например, для охлаждения продуктов в холодильнике, т.е. отбора от них теплоты и передачи её в более нагретую атмосферу необходима затрата электроэнергии, что и является в данном случае компенсирующим процессом.

Вторая формулировка была дана (независимо от Р. Клаузиуса) в 1851 г. английским физиком **У. Томсоном (Кельвином)**.

Многолетняя практика создания тепловых двигателей показывает, что подводимое в нем тепло к газу не все преобразуется в работу. Для возвращения газа в исходное состояние в процессе термодинамического цикла, состоящего из нескольких процессов, **обязательно должен быть процесс, в котором происходит отвод части подведенного к газу тепла во внешнюю среду**. Без этого процесса невозможно вернуть газ в исходное состояние после подвода к нему теплоты q_1 (процесс 1-2, рис. 3.4) и последующего его адиабатного расширения (процесс 2-3) путем только адиабатного сжатия, т.е. без отвода теплоты q_2 .

Это объясняется тем, что адиабатные процессы 2-3 и 4-1, соответствующие состоянию газа в начале и в конце процесса 1-2 различны, поэтому не пересекаются. Действительно, адиабата, проходящая через точку 1, описывается уравнением

$$pv^k = p_1v_1^k,$$

откуда следует, что $p = \frac{p_1v_1^k}{v^k}$,

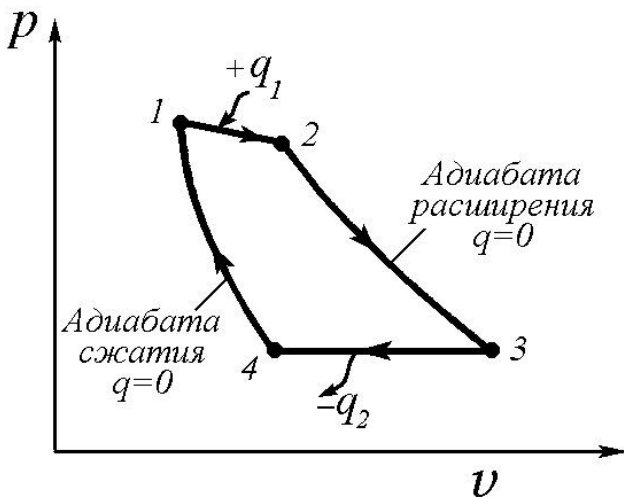


Рис. 3.4

Адиабата, проходящая через точку 2, описывается уравнением $pv^k = p_2v_2^k$, откуда следует, что $p = \frac{p_2v_2^k}{v^k}$.

Так как параметры p_1v_1 и p_2v_2 различны, то и адиабаты, описываемые этими уравнениями, различны, поэтому не пересекаются.

Следовательно, для возвращения газа в исходное состояние 1 после подвода к нему теплоты q_1 в процессе 1-2 и последующего адиабатного расширения в процессе 2-3 необходимо отвести от него во внешнюю

среду в процессе 3-4 теплоту q_2 , а затем путем адиабатного сжатия вернуть газ в исходное состояние (в точку 1).

На основании выше изложенного **У. Томсон** дал формулировку второго закона термодинамики в следующем виде:

"Невозможно создать периодически действующую машину, совершающую механическую работу только за счет охлаждения одного источника теплоты (без изменения термодинамического состояния других тел)".

Эта формулировка встречается и в таком виде:

"Невозможно создать периодически действующую машину, все дей-

ствие которой сводилось бы только к производству механической работы и охлаждению источника теплоты”.

Т.е. в тепловых машинах в работу преобразуется только часть тепла q_1 , подведенного к газу, а другая часть q_2 отводится в теплоприемник, более холодному телу.

Следовательно, для функционирования тепловых машин необходим не только источник теплоты q_1 (теплоотдатчик), но и теплоприемник, который воспринимает ту часть теплоты q_2 , которая не превращается в работу.

Заметим, что если бы было возможно создать двигатель, производящий полезную работу только за счет отбора теплоты, например, от океанской воды или от земной поверхности, то такой двигатель мог бы работать вечно, так как запасы тепловой энергии в океанской воде, земле и атмосфере практически не ограничены. Такой двигатель немецкий физик **В. Оствальд** назвал **вечным двигателем второго рода** и дал третью формулировку этого закона:

“Невозможно создать вечный двигатель второго рода”.

3.4. Термический КПД цикла тепловой машины

Рассмотрим более подробно цикл и принцип работы тепловой машины. Уравнение первого закона термодинамики для рабочего тела в круговом процессе имеет вид: $q = l_{ц}$, поскольку при завершении его рабочее тело возвращается в исходное состояние, поэтому $\Delta u = 0$.

Но, согласно второму закону термодинамики, теплота не может превратиться в работу, если при этом не протекает какой-либо компенсирующий процесс. В тепловых двигателях таким процессом является отдача части теплоты, полученной рабочим телом, другому телу, причем не тому, от которого она была получена.

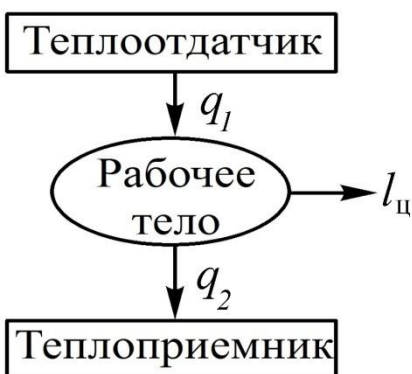


Рис. 3.5

Таким образом, принципиальная схема тепловой машины должна включать в себя минимум три элемента (рис. 3.5):

1) рабочее тело (газ или пар), получающее теплоту q_1 и переводящее часть ее в работу цикла $l_{ц}$;

2) теплоотдатчик (нагреватель), сообщающий за цикл каждой единице массы рабочего тела теплоту q_1 ;

3) теплоприемник (охладитель), в который от единицы массы рабочего тела за каждый цикл отводится теплота q_2 , меньшая q_1 . Таким образом, в

полезную работу преобразуется только часть теплоты, получаемой от теплоотдатчика:

$$l_{ц} = (q_1 - q_2) < q_1. \quad (3.2)$$

Термическим КПД цикла тепловой машины называется отношение работы цикла к теплоте, подведенной к рабочему телу (от теплоотдатчика), т.е.

$$\eta_t = \frac{l_{ц}}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} . \quad (3.3)$$

Термический КПД характеризует совершенство цикла тепловой машины (двигателя) с точки зрения преобразования в полезную работу теплоты q_1 , подведенной к рабочему телу.

Так как по второму закону термодинамики всегда $q_2 > 0$, то для всех тепловых машин $\eta_t < 1$.

3.5. Цикл Карно и теоремы Карно

Французский инженер Сади Карно в 1824 г. опубликовал работу, в которой предложил цикл, дающий максимальное значение термического КПД цикла тепловой машины при данных значениях температур теплоотдатчика и теплоприемника. Это прямой **обратимый** цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, изображенный в p, v - координатах на рис. 3.6 и получивший название **цикла Карно**.

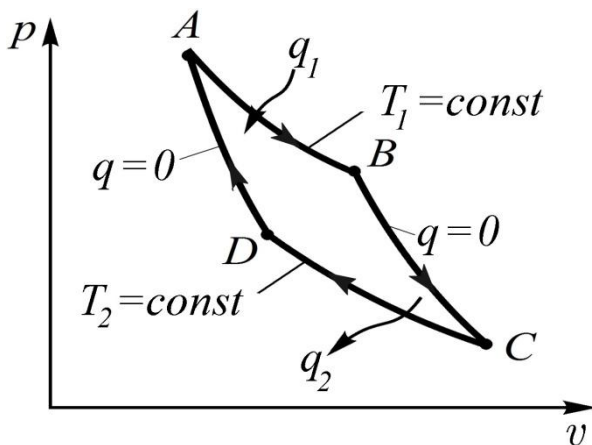


Рис. 3.6. График цикла Карно

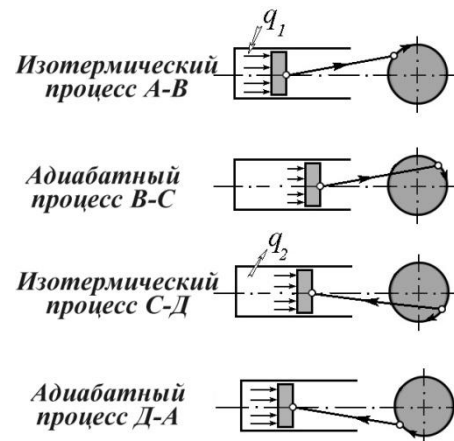


Рис. 3.7. Физическая картина явлений цикла Карно

Физическая картина явлений может быть представлена следующим образом (рис. 3.7). В точке A находится газ с давлением p_A и объемом v_A и температурой T_1 , равной температуре нагревателя, заключающего в себе большой запас энергии. Поршень двигателя под влиянием высокого давления начинает двигаться вправо, при этом внутреннее пространство цилиндра сообщено с нагревателем, поддерживающим в расширяющемся газе постоянную температуру $T_1 = \text{const}$ посредством передачи ему соответствующего количества энергии в виде теплоты q_1 . Таким образом, расширение газа идет изотермически по кривой $A-B$. В точке B цилиндр изолируется от нагревателя, но газ продолжает расширяться,

двигая поршень в том же направлении; процесс расширения идет без подвода теплоты, т.е. адиабатно ($q = 0$) по кривой $B-C$. В этом процессе в работу расширения превращается часть внутренней энергии газа и, следовательно, его температура понижается до значения T_2 , равного температуре охладителя. В этот момент поршень достигает своего крайнего правого положения.

Обратное движение поршня происходит под воздействием энергии, накопленной в маховике и передаваемой посредством кривошипно-шатунного механизма. Газ сжимается сначала изотермически по кривой $C-D$, для этого внутреннее пространство цилиндра сообщается с охладителем, поддерживающим температуру $T_2 = \text{const}$, а в точке D цилиндр изолируется от охладителя, и дальнейшее сжатие идет по адиабате $D-A$ ($q = 0$). В этом процессе за счет работы сжатия внутренняя энергия газа повышается, поэтому его температура растет от T_1 до T_2 . Сжатие заканчивается в точке A , где газ приходит к своему начальному состоянию. На этом цикл завершен и возможно его повторение.

Проследим процессы, протекающие в рабочем теле в этом цикле, считая рабочее тело *идеальным газом*.

Процесс $A-B$ – изотермическое расширение газа при $T_1 = \text{const}$. Газ совершает работу расширения l_{A-B} , эквивалентную площади под кривой этого процесса, за счет подвода к нему от теплоотдатчика теплоты, эквивалентной этой работе:

$$q_1 = l_{A-B} = RT_1 \ln \frac{v_B}{v_A}.$$

Процесс $B-C$ – адиабатное расширение газа ($q = 0$). Газ совершает работу расширения за счет убыли его внутренней энергии, при этом его температура снижается до значения T_2 .

Процесс $C-D$ – изотермическое сжатие газа при $T_2 = \text{const}$. На сжатие газа затрачивается работа, эквивалентная площади под кривой этого процесса, а в теплоприемник отводится теплота q_2 , эквивалентная этой работе, в количестве:

$$q_2 = l_{C-D} = RT_2 \ln \frac{v_C}{v_D}.$$

Процесс $D-A$ – адиабатное сжатие газа ($q = 0$). На сжатие газа затрачивается работа, эквивалентная площади под кривой этого процесса. При этом внутренняя энергия газа повышается, и он нагревается до температуры T_1 , возвращаясь в исходное состояние в точке A .

Термический КПД цикла Карно.

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{v_C}{v_D}}{T_1 \ln \frac{v_B}{v_A}}. \quad (3.4)$$

Для адиабатных процессов $B-C$ и $D-A$ можно записать

$$\frac{v_C}{v_B} = \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad \text{и} \quad \frac{v_D}{v_A} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

Следовательно,

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{v_D}{v_A} \quad \text{или} \quad \frac{v_C}{v_D} = \frac{v_B}{v_A}.$$

Тогда из (3.4) следует, что термический КПД цикла Карно для идеального газа равен:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (3.5)$$

т.е. зависит только от соотношения температур теплоотдатчика и теплоприемника.

Опираясь на второй закон термодинамики, Карно доказал также следующие положения, носящие название *теорем Карно*:

1) термический КПД цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и определяется только отношением температур теплоотдатчика T_1 и теплоприемника T_2 ;

2) невозможно создать тепловую машину, работающую в том же диапазоне температур (т.е. с $T_1 \geq T \geq T_2$), термический КПД которой был бы выше КПД цикла Карно.

Действительно, если температуры теплоотдатчика T_1 и теплоприемника T_2 постоянны в процессах подвода и отвода тепла, то цикл Карно является единственно возможным *обратимым* циклом. Поэтому его термический к.п.д. устанавливает максимально возможную степень преобразования теплоты в работу при заданных значениях T_1 и T_2 . Любой другой цикл, в котором теплоотдатчик и теплоприемник имеют те же значения температур (T_1 и T_2), а температура рабочего тела в процессах подвода и отвода тепла изменяется, будет *необратимым*, так как в этом случае не выполняется одно из условий обратимости, а именно отсутствие конечной разности температур рабочего тела и теплоотдатчика (или теплоприемника) при подводе или отводе тепла. Поскольку *необратимость связана с потерей работы* (например, за счет трения), значения термических к.п.д. таких циклов всегда меньше цикла Карно.

Таким образом, термический КПД цикла Карно, определяемый формулой (3.5), представляет собой *максимально возможное значение термического КПД тепловой машины*, цикл которой реализуется в диапазоне температур между T_1 и T_2 .

Из анализа результатов, полученных С. Карно, вытекает также следующее.

Во-первых, так как реально $T_1 < \infty$ и $T_2 > 0$, то всегда $\eta_t < 1$.

Во-вторых, если $T_1 = T_2$, то термический КПД цикла Карно равен нулю. Следовательно, если все тела термодинамической системы имеют одинаковую температуру, т. е. находятся в тепловом равновесии, то преобразование теплоты в работу невозможно.

3.6. Приведенная теплота и неравенство Клазиуса

Так как для цикла Карно, как и для любого другого цикла, можно записать выражение для термического КПД в общем виде как

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

и, кроме того, в виде, применимом только для цикла Карно,

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

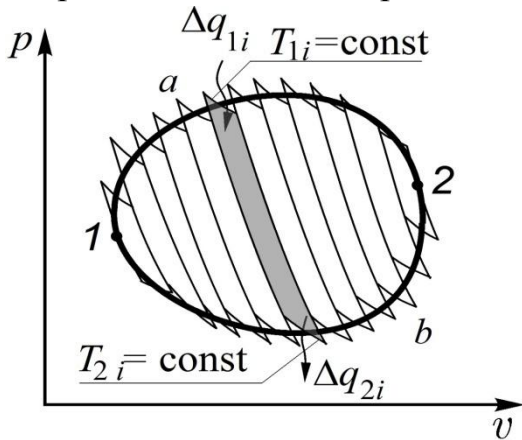


Рис. 3.8

то отсюда следует, что для цикла Карно

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или}$$

$$\frac{q_1}{T_1} - \frac{q_2}{T_2} = 0. \quad (3.6)$$

Величина $\frac{q}{T}$ в изотермическом процессе

(где q – **подведенная** к телу теп-

лота) называется **приведенной теплотой**.

Обозначим её $\left(\frac{q}{T}\right)$. В равенстве (3.6) q_1 –

подведенная теплота, q_2 – **отведенная** теплота, т.е. отрицательная величина, поэтому **приведенные** теплоты в цикле Карно равны:

$$\left(\frac{q}{T}\right)_1 = \frac{q_1}{T_1}; \quad \left(\frac{q}{T}\right)_2 = \frac{-q_2}{T_2}.$$

Тогда равенство (3.6) можно записать так:

$$\left(\frac{q}{T}\right)_1 + \left(\frac{q}{T}\right)_2 = 0.$$

Таким образом, в цикле Карно сумма приведенных теплот равна нулю.

Рассмотрим далее **произвольный обратимый** цикл. Его можно представить как совокупность весьма большого числа элементарных циклов Карно, состоящих каждый из двух адиабат и двух бесконечно малых изотерм, как показано на рис. 3.8. По каждой из изотерм на участке 1-2 происходит подвод весьма малого (элементарного) количества теплоты Δq_{1i} при соответствующей температуре T_{1i} . А на участке 2-1 – отвод теплоты Δq_{2i} при температуре T_{2i} . Осуществление такого произвольного обратимого цикла потребует наличия большого количества теплоотдатчиков и теплоприемников с различными температурами. Видно, что рассматриваемая совокупность элементарных циклов Карно (при увеличении их числа до бесконечности) эквивалентна исходному произвольному циклу. Действительно, суммарная площадь всех таких циклов Карно равна площади данного цикла. Следовательно, эквивалентная этой площади работа данного цикла и работа совокупности элементарных циклов Карно будут также одинаковы. Суммарное количество подведенной теплоты будет равно $q_1 = \sum_1^2 \Delta q_{1i}$ и при устремлении числа элементарных циклов к бесконечно-

сти станет точно равным подведенному количеству теплоты в данном цикле. То же можно сказать и об отведенной теплоте $q_2 = \sum_2^1 \Delta q_{2i}$.

Для каждого из этих элементарных циклов Карно сумма приведенных теплот равна нулю, т.е.

$$\left(\frac{\Delta q}{T}\right)_{1i} + \left(\frac{\Delta q}{T}\right)_{2i} = 0.$$

Тогда, просуммировав такие равенства, записанные для каждого из этих циклов Карно, получим

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta q}{T}\right)_{1i} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta q}{T}\right)_{2i} = 0,$$

где n – число таких циклов Карно, или (при $n \rightarrow \infty$)

$$\int_{1a2} \frac{dq}{T} + \int_{2b1} \frac{dq}{T} = 0,$$

то есть

$$\oint \frac{dq}{T} = 0, \quad (3.7)$$

где символ \oint обозначает интеграл, взятый по всему замкнутому контуру рассматриваемого цикла.

Таким образом, в произвольном обратимом цикле интегральная сумма элементарных приведенных теплот равна нулю.

Рассмотрим теперь **необратимые циклы**. Во всяком необратимом цикле, осуществляемом с тем же теплоотдатчиком (с температурой T_1) и тем же теплоприемником (с температурой T_2), что и цикл Карно, термический КПД (вследствие неравновесности процессов и диссипации энергии) будет меньше, чем у цикла Карно:

$$\eta_{\text{необр}} < \eta_{\text{обр}} \quad \text{или} \quad 1 - \frac{q_2}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{откуда} \quad \frac{q_1}{T_1} - \frac{q_2}{T_2} < 0, \quad \text{т.е.} \quad \left(\frac{q}{T}\right)_1 + \left(\frac{q}{T}\right)_2 < 0.$$

Следовательно, в произвольном необратимом цикле сумма приведенных теплот отрицательна.

Тогда, повторяя вывод, приведенный выше для произвольного обратимого цикла, можно показать, что **для произвольного необратимого** цикла

$$\oint \frac{dq}{T} < 0, \quad (3.8)$$

т.е. в произвольном необратимом цикле интегральная сумма элементарных приведенных теплот отрицательна.

Объединяя формулы (3.7) и (3.8), в общем случае будем иметь

$$\oint \frac{dq}{T} \leq 0, \quad (3.9)$$

где знак равенства относится к обратимым циклам, а знак неравенства – к необратимым. Формула (3.9) называется неравенством Клаузиуса.

3.7. Энтропия и ее свойства

Энтропией называется термодинамическая функция, полный дифференциал которой

$$ds = \left(\frac{dq}{T} \right)_{\text{обр}},$$

где dq – тепло, подведенное к газу в обратимом процессе. Размерность энтропии Дж/(кг·К).

3.7.1. Свойства энтропии в обратимых процессах

1. Для кругового *обратимого* процесса из неравенства Клаузиуса следует, что

$$\oint \frac{dq}{T} = 0 \quad \text{или} \quad \oint ds = 0.$$

2. Изменение энтропии Δs в любом *обратимом* процессе перехода вещества из состояния 1 в состояние 2 не зависит от пути этого процесса, а зависит только от параметров вещества в его начальном и конечном состояниях.

Докажем это, рассмотрев *обратимый* круговой процесс 1-a-2-b-1 (рис. 3.9), в котором некоторое тело (газ) сначала *переходит* из состояния 1 в состояние 2 по пути 1-a-2, а потом *возвращается* в состояние 1 по пути 2-b-1. Согласно неравенству Клаузиуса, в этом случае

$$\int_{1a2} \frac{dq}{T} + \int_{2b1} \frac{dq}{T} = 0 \quad \text{или} \quad \int_{1a2} ds + \int_{2b1} ds = 0.$$

Теперь рассмотрим такой же процесс, но с переходом из состояния 1 в состояние 2 по *другому* пути 1-c-2 (см. рис. 3.9). В этом случае также

$$\int_{1c2} \frac{dq}{T} + \int_{2b1} \frac{dq}{T} = 0 \quad \text{или} \quad \int_{1c2} ds + \int_{2b1} ds = 0.$$

Сравнивая эти равенства, видим, что

$$\int_{1c2} \frac{dq}{T} + \int_{1a2} \frac{dq}{T} = 0 \quad \text{или} \quad \int_{1c2} ds = \int_{1a2} ds.$$

Таким образом, энтропия является функцией состояния вещества, а её величина однозначно определяется параметрами его состояния в начале и конце процесса.

3. Энтропия термодинамической системы, состоящей из нескольких частей (энтропии которых равны S_1, S_2, \dots, S_n), **равна сумме энтропий всех её частей:**

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_n.$$

4. Энтропия отдельного тела или системы тел в различных *обратимых* процессах может как возрастать, так и уменьшаться. Действительно, из определения энтропии следует, что $ds = \frac{dq}{T}$

$$ds = \frac{dq}{T}.$$

Так как $T > 0$, а dq может быть как положительным, так и отрицательным, то подводу теплоты соответствует $ds > 0$, а отводу $-ds < 0$.

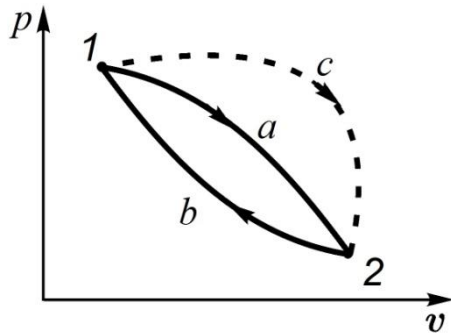


Рис. 3.9

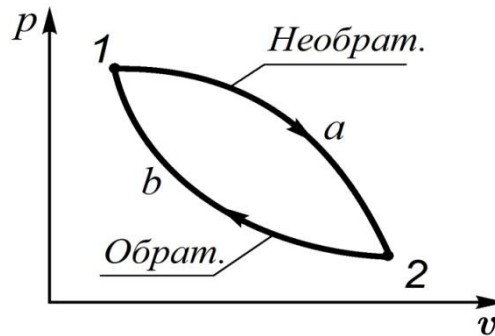


Рис. 3.10

3.7.2. Особенности изменения энтропии в необратимых процессах

Пусть рабочее тело переходит из состояния 1 в состояние 2 в *необратимом* процессе $1a2$, а возвращается в исходное состояние в *обратимом* процессе $2b1$ (рис. 3.10). Тогда цикл $1a2b1$ является необратимым и для него справедливо неравенство Клазиуса

$$\oint \frac{dq}{T} < 0 \quad \text{или} \quad \int_{1a2} \frac{dq}{T} + \int_{2b1} \frac{dq}{T} < 0.$$

Но для обратимого процесса $2b1$
$$\int_{2b1} \frac{dq}{T} = \int_{2b1} ds = s_1 - s_2.$$

Тогда для *необратимого* процесса $1a2$ получим
$$s_2 - s_1 > \int_{1a2} \frac{dq}{T}.$$

Таким образом, в необратимых процессах изменение энтропии всегда больше интегральной суммы приведенных теплот данного процесса.

В дифференциальной форме последнее неравенство для *необратимых* процессов можно записать в виде
$$ds > \frac{dq}{T}.$$

Это соотношение можно объединить с выражением для *обратимых* процессов, в которых
$$ds = \left(\frac{dq}{T}\right)_{\text{обр}}.$$

Тогда в общем случае получим
$$ds \geq \frac{dq}{T}.$$

Знак $>$ относится к необратимым процессам, а знак равенства — к обратимым процессам.

Это выражение является аналитической записью второго закона термодинамики.

3.7.3. Энтропия изолированной системы

Из выражения $ds \geq \frac{dq}{T}$ следует, что для системы тел $dS \geq \frac{dQ}{T}$.

1. Значит, энтропия изолированной системы ($dQ = 0$), в которой протекают только *обратимые* процессы, остается постоянной, т.к. в этом случае

$$dS = \frac{dQ}{T} = 0 \quad \text{или} \quad S_1 = S_2 = \text{const.}$$

2. Если в изолированной системе ($dQ = 0$) протекают **необратимые** процессы, то $dS > 0$ или $S_2 > S_1$, то есть энтропия изолированной системы будет возрастать.

Рассмотренные случаи показывают, что в изолированной системе ($dQ = 0$) энтропия не уменьшается, а остается постоянной или возрастает.

В качестве примера рассмотрим передачу теплоты от горячего тела с температурой T_1 к холодному телу с температурой T_2 . Примем для простоты, что массы этих тел столь велики, что их температуры при теплообмене не меняются $T_1 = \text{const}$ и $T_2 = \text{const}$.

Найдем изменение энтропии этих тел в процессе передачи тепла.

$$\text{Для первого тела} \quad \Delta S_1 = \frac{-Q}{T_1},$$

где знак минус означает, что теплота Q отбирается от этого тела.

$$\text{Для второго тела} \quad \Delta S_2 = \frac{Q}{T_2}.$$

Тогда изменение энтропии системы этих тел

$$\Delta S_{\text{сист}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = Q \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Так как $T_2 < T_1$, то $\Delta S_{\text{сист}} > 0$.

Таким образом, процесс передачи теплоты от более нагретого тела к менее нагретому телу является необратимым, т.к. энтропия возросла.

По изменению энтропии изолированной системы можно судить об обратимости процесса, протекающего в этой системе.

Следовательно, изменение энтропии является мерой необратимости протекающей в изолированной системе процессов.

3.7.4. Энтропия идеального газа

Рассмотрим произвольный обратимый процесс в идеальном газе. Подставив значение dq из выражения для первого закона термодинамики $dq = du + pdv$ в (3.12) и учитывая, что для идеального газа $du = c_v dT$, получим:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv$$

$$\text{Так как для идеального газа} \quad \frac{p}{T} = \frac{R}{v}, \quad \text{то} \quad ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}.$$

Интегрируя это уравнение от состояния газа в точке 1 до его состояния в точке 2 (рис. 3.9), получим

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.12)$$

Из уравнений состояний в этих точках $p_1 v_1 = RT_1$ и $p_2 v_2 = RT_2$ следует, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2}.$$

Тогда уравнение (3.12) можно преобразовать к следующему виду

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{p_1}{p_2} + R \ln \frac{T_2}{T_1} = (c_v + R) \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Следовательно, $\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$. (3.13)

Таким образом, изменение энтропии газа в **обратимом** процессе можно определить, зная параметры его состояния в начале и конце этого процесса.

Все эти уравнения получены с использованием уравнения $ds = \left(\frac{dq}{T}\right)_{\text{обр}}$,

поэтому справедливы только для обратимых процессов. Но, так как энтропия является функцией состояния, эти формулы дают значения изменения энтропии идеального газа независимо от того, в каком обратимом процессе достигнуто это состояние.

3.8. T, s - координаты

В теории тепловых двигателей наряду с p, v -координатами часто используется изображение графиков равновесных процессов в T, s - координатах. На рис. 3.11 в таких координатах изображен некий процесс 1-2. Если этот процесс обратим, то, поскольку для обратимого процесса $ds = dq/T$ или $dq = Tds$, площадь заштрихованной области, соответствующая элементарному изменению энтропии на ds при некоторой температуре T , эквивалентна элементарному количеству теплоты $dq = Tds$, подведенному к рабочему телу в этом элементарном процессе.

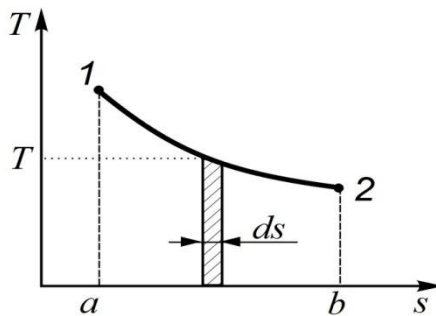


Рис. 3.11

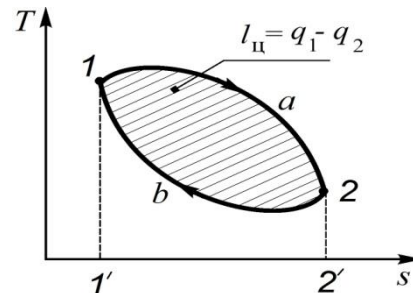


Рис. 3.12

Вся теплота, подведенная к рабочему телу в обратимом процессе 1-2 (в расчете на единицу массы), определится по формуле

$$q = \int_1^2 T ds$$

и изобразится в T, s -координатах площадью фигуры $a12b$, ограниченной линией 1-2, осью абсцисс и вертикальными отрезками 1-a и 2-b.

Рассмотрим далее в T, s -координатах **прямой цикл** $1a2b1$ (рис. 3.12). В процессе 1-a-2 теплота q_1 подводится к рабочему телу в количестве, эквива-

лентном площади фигуры $l'1a22'l'$. В процессе $2b1$ от рабочего тела отводится теплота q_2 в количестве, эквивалентном площади фигуры $2'2b11'2'$. Очевидно, что площадь, ограниченная циклом $1a2b1$, равна

$$q_1 - q_2 = l_{\text{ц}},$$

т. е. *работе цикла* (если он обратим).

3.8.1. Изображение основных обратимых термодинамических процессов с идеальным газом в T, s -координатах

Изотермический процесс ($T = \text{const}$)

1. График процесса: $T = \text{const}$ – горизонтальная линия (рис. 3.13).

2. Теплота процесса: Так как по определению энтропии

$$ds = \frac{dq}{T}, \text{ то } q = \int_1^2 T ds = T(s_2 - s_1).$$

Следовательно, теплота процесса эквивалентна площади прямоугольника $a12b$.

3. При подводе к газу теплоты ($q > 0, dq > 0$):

– энтропия газа возрастает ($s_2 > s_1$), т.к. $ds = \frac{dq}{T} > 0$;

– газ расширяется, т.к. в соответствии с первым законом термодинамики $dq = c_v dT + p dv$. Учитывая, что в изотермическом процессе $dT = 0$, получим $dv = \frac{dq}{p} > 0$.

4. Изменение энтропии для идеального газа:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

или

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Адиабатный процесс ($q = 0$)

1. График процесса: Так как в этом процессе $q = 0$ ($dq = 0$), то $ds = \frac{dq}{T} = 0$ и, следовательно, $s = \text{const}$ – вертикальная линия (рис. 3.14).

Вследствие постоянства энтропии в обратимом адиабатном процессе его называют также *изоэнтропным*.

2. Так как в этом процессе $dq = c_v dT + p dv = 0$, то $dv = -\frac{c_v}{p} dT$.

Поэтому процессу $1-2$ (повышению температуры, $dT > 0$) соответствует адиабатное сжатие ($dv < 0$), а процессу $2-1$ (понижению температуры, $dT < 0$) соответствует адиабатное расширение ($dv > 0$).

3. В *необратимом* адиабатном процессе энтропия растет (например, за счет трения) – процесс сжатия $1-2'$ или процесс расширения $2-1'$. Площади под этими кривыми эквивалентны теплоте трения.

Изохорный процесс ($v = \text{const}$)

1. График процесса: т.к. в этом процессе

$$dq = c_v dT, \quad \text{то} \quad ds = c_v \frac{dT}{T},$$

тогда $s = c_v \ln T + \text{const}$ – это логарифмическая спираль, тангенс угла наклона которой

$$\text{tg} \beta_v = \frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_v}$$

растет при увеличении T . Следовательно, изохора обращена выпуклостью к оси абсцисс (рис. 3.15).

2. Теплота процесса: $q = c_v(T_2 - T_1)$. При подводе теплоты температура газа растет, т.е. процесс идет от точки 1 к точке 2 и наоборот.

3. При увеличении v изохоры эквидистантно сдвигаются вправо. Это следует из формулы для изменения энтропии в изотермическом процессе между

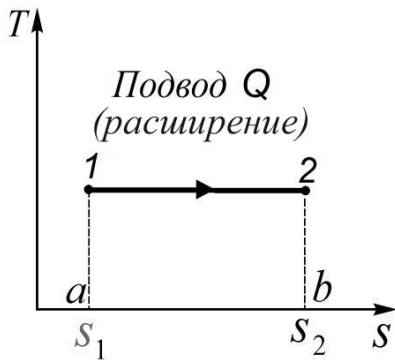


Рис. 3.13. Изотермический процесс

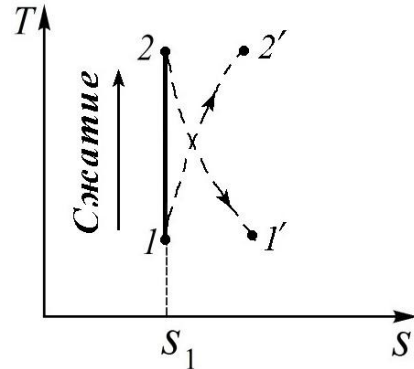


Рис. 3.14. Адиабатные процессы

точками 1 и 1', между которыми удельный объем возрастает от v_1 до v_2 .

$$\Delta s = s_1' - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

4. Изменение энтропии в процессе 1-2 при $v = \text{const}$ равно

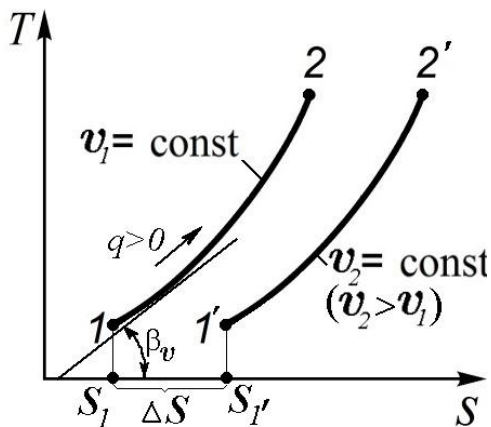


Рис. 3.15. Изохорные процессы

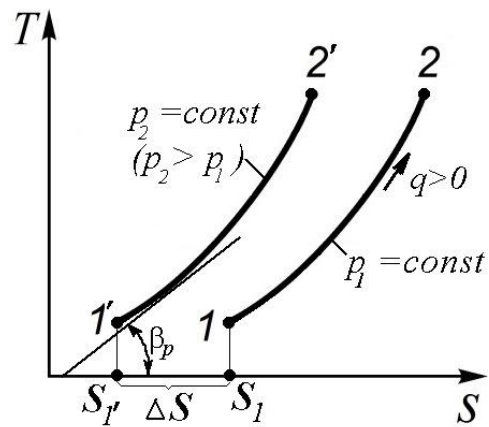


Рис. 3.16. Изобарные процессы

$$\Delta s = s_1 - s_2 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$)

1. График процесса: т.к. в этом процессе

$$dq = c_p dT, \quad \text{то} \quad ds = c_p \frac{dT}{T},$$

тогда $s = c_p \ln T + \text{const}$ – это логарифмическая спираль, тангенс угла наклона которой

$$\text{tg}\beta_p = \frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_p}$$

растет при увеличении T . Следовательно, изобара обращена выпуклостью к оси абсцисс (рис. 3.16).

2. Теплота процесса: $q = c_p(T_2 - T_1)$. При подводе теплоты температура газа растет, т.е. процесс идет от точки 1 к точке 2 и наоборот.

3. При увеличении p изобары эквидистантно сдвигаются влево. Это следует из формулы для изменения энтропии в изотермическом процессе между точками 1 и 1', между которыми давление возрастает от p_1 до p_2 .

$$\Delta s = s_{1'} - s_1 = -R \ln \frac{p_2}{p_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2} < 0.$$

так как $p_2 > p_1$.

4. Изменение энтропии в процессе 1-2 при $p = \text{const}$ равно

$$\Delta s = s_1 - s_2 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Замечание. Наклон изобары (при одинаковом значении T) меньше, чем у изохоры (рис. 3.17), поскольку $c_p > c_v$, следовательно $\text{tg}\beta_v > \text{tg}\beta_p$, откуда $\beta_v > \beta_p$.

Политропные процессы ($p v^n = \text{const}$) в T, s -координатах

В общем случае политропа в T, s -координатах изображается кривой линией, вид и положение которой зависят от показателя политропы n (рис. 3.18).

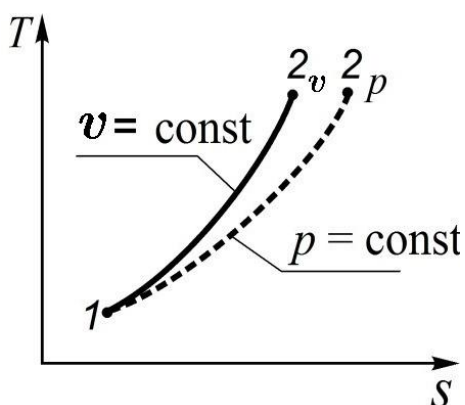


Рис. 3.17. Сравнение изохорного и изобарного процессов

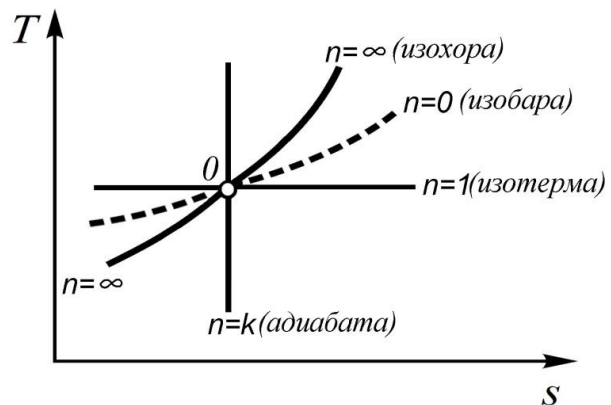


Рис. 3.18. Политропные процессы

Граничной линией процессов подвода и отвода теплоты является адиабата. Если процесс начинается на адиабате, например, в точке 0 и идет вправо от нее, то он протекает с подводом теплоты, т.к. $ds > 0$ и тогда $dq = T ds > 0$. Если процесс протекает влево от адиабаты, то он идет с отводом теплоты.

Граничной линией процессов сжатия и расширения является изохора. Если процесс начинается на изохоре, например, в точке 0 и идет вправо от нее, то он протекает с расширением газа ($dv > 0$). Если процесс протекает влево от изохоры, то он идет со сжатием газа ($dv < 0$).

3.8.2. Цикл Карно в T,s -координатах

На рис. 3.19 в T,s -координатах изображен цикл Карно, состоящий из двух изотерм ($T = \text{const}$) и двух адиабат ($s = \text{const}$). Теплота $q_1 = T_1(s_2 - s_1)$, подведенная к рабочему телу от теплоисточника при температуре T_1 , эквивалентна площади прямоугольника s_1ABs_2 . А теплота $q_2 = T_2(s_2 - s_1)$, отданная теплоприемнику, – площади прямоугольника s_1DCs_2 . Следовательно, работа цикла $l_{\text{ц}} = q_1 - q_2$ эквивалентна площади прямоугольника $ABCD$. Тогда из формулы $\eta_t = 1 - q_2/q_1$ и рис. 3.19 непосредственно следует, что термический к.п.д. цикла Карно равен:

$$\eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

и не зависит от природы и свойств рабочего тела, поскольку никаких предположений об этом при изображении данного цикла в T, s -координатах не делалось.

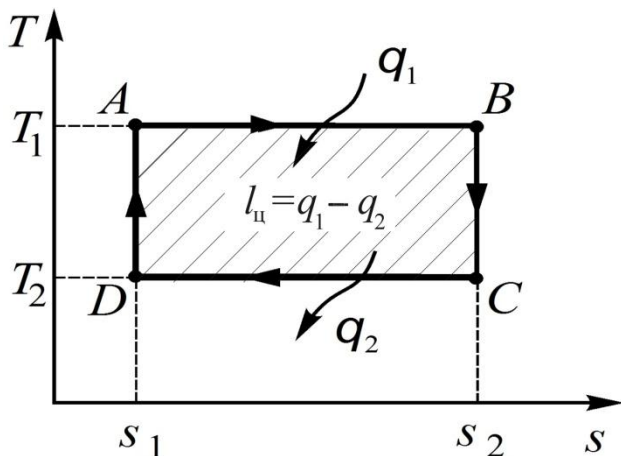


Рис. 3.19. Цикл Карно

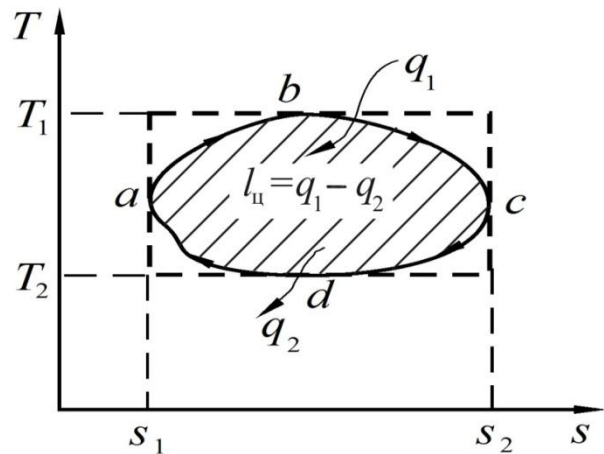


Рис. 3.20. Сравнение произвольного цикла с циклом Карно

Используя T, s -координаты, можно в наглядной форме привести доказательство и **второй** теоремы Карно, гласящей, что невозможно создать тепловую машину, работающую в том же диапазоне температур (между T_1 и T_2), термический КПД которой был бы выше КПД цикла Карно.

Действительно, пусть в некотором диапазоне температур между T_1 и T_2 осуществлён некоторый произвольный цикл, изображенный сплошной замкнутой кривой на рис. 3.20. Окружим его циклом Карно, работающим в том же диапазоне температур и изображенным на рис. 3.20 жирными штриховыми линиями. Теплота q_1 , сообщенная рабочему телу в процессе $a-b-c$ данного произвольного цикла (эквивалентная площади под кривой $a-b-c$), не может быть больше, чем была бы сообщена тому же рабочему телу в цикле Карно при $T = T_1$ (в том же диапазоне увеличения энтропии), т.е. $q_1 < q_{1 \text{ Карно}}$.

Аналогично теплота q_2 , отданная рабочим телом в произвольном цикле в процессе $c-d-a$, не может быть меньше, чем в рассматриваемом цикле Карно:

$$q_2 > q_{2 \text{ Карно}}.$$

Так как в произвольном цикле $\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}$, а в цикле Карно

$$\eta_{t \text{ Карно}} = 1 - \frac{q_{2 \text{ Карно}}}{q_{1 \text{ Карно}}}, \text{ то, учитывая, что } \frac{q_{2 \text{ Карно}}}{q_{1 \text{ Карно}}} < \frac{q_2}{q_1}, \text{ получим } \eta_t < \eta_{t \text{ Карно}}.$$

3.9. i, s - координаты

Недостатком диаграмм, построенных в T, s - координатах является необходимость вычислять **площади** отдельных участков диаграммы при определении теплоты q и работы l процесса, изменения внутренней энергии Δu и энтальпии Δi газа. Этому недостатка лишены диаграммы состояния, построенные в i, s - координатах (энтальпия – энтропия), где величины q , l , Δu и Δi отделяются по **отрезкам** прямых. Данная особенность i, s -координат упрощает анализ и расчет термодинамических процессов.

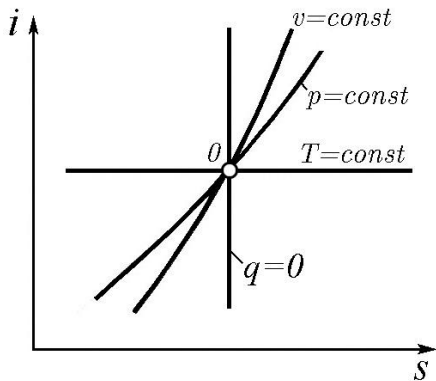


Рис. 3.21. Основные процессы в i, s -координатах

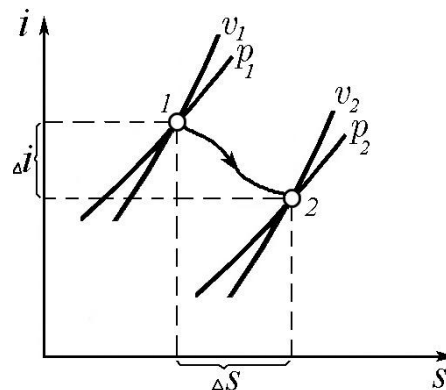


Рис. 3.22. Фрагмент i, s -диаграммы

Рассмотрим протекание основных процессов с идеальными газами в i, s -координатах (рис. 3.21).

Обратимый адиабатный процесс изображается в координатах i, s , как и в координатах T, s , прямой вертикальной линией ($s = \text{const}$).

Изотермический процесс. Для идеального газа

$$di = c_p dT = 0.$$

Так как в этом процессе $T = \text{const}$, то $di = 0$. Следовательно, $i = \text{const}$ – это горизонтальная линия в i, s -координатах.

Изобарный процесс. Здесь

$$dq = T ds = c_p dT = di.$$

Изобара представляет собой кривую линию, тангенс угла наклона касательной к которой равен: $\text{tg}\gamma_p = \left(\frac{di}{ds}\right)_p = T$.

Так как в изобарном процессе с ростом энтальпии увеличивается температура газа T , то возрастает и γ_p . Следовательно, как и в T, s -координатах, изобара обращена выпуклостью к оси абсцисс.

Изохорный процесс. По аналогии с изобарным процессом можно записать

$$dq = T ds = c_v dT = \frac{c_p}{k} dT = \frac{di}{k},$$

отсюда

$$\text{tg}\gamma_v = \left(\frac{di}{ds}\right)_v = kT.$$

Следовательно, изохора так же, как и изобара, представляет собой кривую линию, обращенную выпуклостью к оси абсцисс. Взаимное расположение изобары и изохоры в i, s -координатах (см. рис. 3.21) аналогично с их расположением в T, s -координатах.

С помощью i, s -диаграммы (рис. 3.22) можно определить основные термодинамические величины, входящие в формулу первого закона термодинамики. Зная положение точек начала 1 и конца 2 процесса, непосредственно из диаграммы определяются параметры газа в этих точках p_1, v_1, p_2, v_2 , кроме того, $T_1 = \frac{p_1 v_1}{R}$ и $T_2 = \frac{p_2 v_2}{R}$. Изменение энтальпии и энтропии также непосредственно определяется из диаграммы, т.е. $\Delta i = i_2 - i_1$ и $\Delta s = s_2 - s_1$.

Изменение внутренней энергии определим по формуле

$$\Delta u = c_v \Delta T = \frac{c_p \Delta T}{k} = \frac{\Delta i}{k}.$$

Тогда величины теплоты и работы в различных процессах определяются следующим образом:

- в изобарном процессе $q = c_p \Delta T = \Delta i$, $l = q - \Delta u$;
- в изохорном процессе $q = \Delta u$;
- в изотермическом процессе $q = T \Delta s$, $l = q$;
- в адиабатном процессе $l = \Delta u$.

Лекция 4. Основные уравнения термодинамики газового потока

4.1. Основные допущения

Движение газа в силовых установках имеет сложный характер, а уравнения, точно описывающие реальный поток, весьма громоздки, что затрудняет их использование для анализа и инженерных расчетов. Поэтому ниже уравнения термодинамики газового потока рассматриваются при следующих допущениях.

1) Движение газа является стационарным (установившимся), т.е. параметры потока (скорость, давление, температура, плотность) в любой точке рассматриваемого течения неизменны во времени.

2) Течение газа является одномерным, т.е. параметры потока во всех точках каждого поперечного сечения потока одинаковы. Их изменение происходит лишь в направлении движения от сечения к сечению.

Анализ будем проводить с позиции наблюдателя, относительно которого стенки канала или границы струйки не перемещаются.

4.2. Уравнение неразрывности

Выделим в потоке газа в канале с непроницаемыми стенкам объем, ограниченный сечениями 1 и 2, перпендикулярными скорости потока (рис. 4.1).

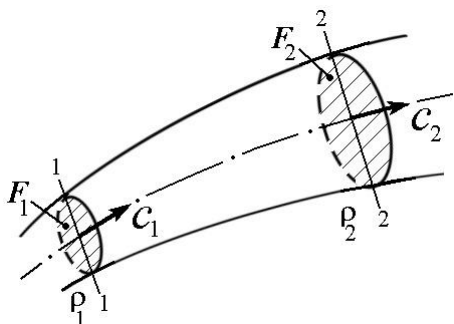


Рис. 4.1. К выводу уравнения неразрывности

Расход газа G , кг/с – количество газа, проходящее через поперечное сечение канала (струи) в единицу времени, равен

$$G = c\rho F,$$

где c и F – скорость потока и площадь поперечного сечения канала, а ρ – плотность газа.

Так как **поток установившийся**, то расход газа, поступающего в рассматриваемый объем, $G_1 = c_1\rho_1 F_1$ равен расходу газа, выходящего и этого объема, $G_2 = c_2\rho_2 F_2$, т.е.

$$G_1 = G_2.$$

Если это условие не будет выполняться, то в объеме 1-2 будет изменяться масса газа; переменными будут и параметры поток (p , T , c). Следовательно, в стационарном потоке расход газа через любое сечение канала одинаков:

$$G_1 = G_2 = G = \text{const} \quad \text{или} \quad \boxed{c\rho F = \text{const}}.$$

Это уравнение представляет собой **уравнение неразрывности** стационарного потока.

Выполнив логарифмирование и последующее дифференцирование этого уравнения, получим уравнение неразрывности в дифференциальной форме:

$$\frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dF}{F} = 0 \quad \text{или, т.к.} \quad v = \frac{1}{\rho}, \quad \text{то} \quad \frac{dc}{c} + \frac{dF}{F} = \frac{dv}{v}.$$

4.3. Уравнение сохранения энергии

Уравнение сохранения энергии для газового потока представляет собой частный случай всеобщего закона сохранения и превращения энергии.

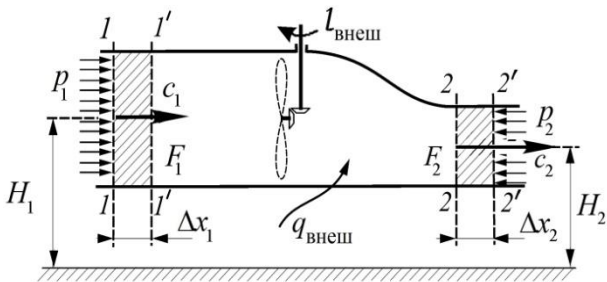


Рис. 4.2. К выводу уравнения сохранения энергии

Составим баланс энергии для массы газа, заключенной между сечениями 1 и 2 (рис. 4.2), которая за небольшой промежуток времени переместилась в положение 1'-2'.

На основании закона сохранения и превращения энергии внешняя энергия, подведенная к рассматриваемой массе газа извне в виде теплоты и работы, приведет к изменению ее внутренней энергии (u), кинетической энергии ($e_{кин}$) и потенциальной энергии ($e_{пот}$).

Полное количество энергии, подведенное к газу, складывается из теплоты q и работы l_{Σ} . Следовательно,

$$q + l_{\Sigma} = \Delta u + \Delta e_{кин} + \Delta e_{пот}.$$

При течении газа в элементах авиационных силовых установок изменение $\Delta e_{пот}$ пренебрежимо мало, поэтому в дальнейшем оно учитываться не будет.

Будем считать, что работа, поведенная к газу, считается положительной, а работа, совершенная газом, – отрицательной.

Изменение любого вида энергии равно разности этого вида энергии в положениях 1-2 и 1'-2'. Поскольку движение установившееся, и объем 1'-2 является общим для обоих положений, то изменение каждого вида энергии будет определяться разностью ее количеств в малых объемах 1-1' и 2-2'. Нетрудно видеть, что масса газа в объемах 1-1' и 2-2' одинакова. Для упрощения выкладок примем, что она равна 1 кг. Будем считать, что перемещения Δx_1 и Δx_2 малы и поэтому параметры газа внутри каждого из этих объемов одинаковы.

Тогда

$$\Delta u = u_2 - u_1, \quad \Delta e_{кин} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}.$$

Теплота, подведенная к газу, складывается из теплоты, подведенной к газу извне $q_{внеш}$, и теплоты, возникающей за счет трения $q_{трэн}$, т.е.

$$q = q_{внеш} + q_{трэн}.$$

Работа l_{Σ} складывается из внешней (эффективной) работы $l_{\text{внеш}}$, подведенной к газу извне, работы силы давления p_1 в сечении 1 и давления p_2 в сечении 2 и работы, которую совершает газ для преодоления сил трения $l_{\text{трени}}$.

Внешняя (эффективная) работа – это работа, сообщаемая газу (или получаемая от него) внешними источниками или потребителями механической энергии (турбина, компрессор, насос и др.). Она является результатом воздействия гидродинамических сил газового потока на тела, перемещающиеся в этом потоке (например, лопатки турбины или компрессора).

Сила давления p_1 в сечении 1 совершает работу над выделенным объемом газа, поэтому она положительна:

$$p_1 F_1 \Delta x_1 = p_1 v_1,$$

а в сечении 2 газ в рассматриваемом объеме совершает работу против сил p_2 за счет своей энергии, поэтому она отрицательна:

$$-p_2 F_2 \Delta x_2 = -p_2 v_2.$$

Работа сил трения, возникающая в пристеночных пограничных слоях и отнимаемая от газового потока, переходит в эквивалентную ей теплоту трения $q_{\text{трени}}$, поступающую обратно в поток. Численно они равны, т.е. $l_{\text{трени}} = q_{\text{трени}}$, поэтому компенсируют друг друга, не нарушая энергетический баланс в потоке газа.

Таким образом, $l_{\Sigma} = l_{\text{внеш}} + p_1 v_1 - p_2 v_2 - l_{\text{трени}}$.

Подставив выражения для q , l_{Σ} , Δu и $\Delta e_{\text{кин}}$ в полученное выше уравнение баланса энергий, получим

$$q_{\text{внеш}} + q_{\text{трени}} + l_{\text{внеш}} + p_1 v_1 - p_2 v_2 - l_{\text{трени}} = u_2 - u_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}.$$

Так как $l_{\text{трени}} = q_{\text{трени}}$, то

$$q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = u_2 - u_1 + p_2 v_2 - p_1 v_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}.$$

Учитывая, что $u + pv = i$, окончательно имеем

$$\boxed{q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}}.$$

Все величины в уравнении сохранения энергии отнесены к 1 кг газу (Дж/кг). Это уравнение верно для любых рабочих тел при их **стационарном** движении **как при наличии трения, так и без него**.

В дифференциальной форме оно имеет вид

$$\boxed{dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} = di + \frac{dc^2}{2}}.$$

Уравнение сохранения энергии можно сформулировать так: **внешняя энергия, подведенная к потоку газа в виде теплоты и работы, идет на изменение его энтальпии и кинетической энергии**.

Так как для идеального газа $i_2 - i_1 = c_p(T_2 - T_1)$, то

$$\boxed{q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = c_p(T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}} \quad \text{или} \quad \boxed{dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} = c_p dT + \frac{dc^2}{2}}.$$

4.4. Обобщенное уравнение Бернулли

Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики в виде

$$dq = di - vdp$$

применительно к движущемуся в потоке объему газа, учитывая, что теплота dq может подводиться к нему как извне, так и за счет трения, может быть записано так:

$$dq_{\text{внеш}} + dq_{\text{трени}} = di - vdp.$$

Для вывода уравнения Бернулли запишем уравнение сохранения энергии и уравнение первого закона термодинамики в дифференциальном виде

$$dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} = di + \frac{dc^2}{2}$$

$$dq_{\text{внеш}} + dq_{\text{трени}} = di - vdp.$$

Вычтем второе уравнение из первого, учитывая, что $q_{\text{трени}} = l_{\text{трени}}$, тогда

$$dl_{\text{внеш}} = vdp + \frac{dc^2}{2} + dl_{\text{трени}}.$$

Это уравнение называется **обобщенным уравнением Бернулли** в дифференциальной форме.

Проинтегрировав это уравнение от сечения 1-1 до сечения 2-2 (рис. 4.2), получим **обобщенное уравнение Бернулли** в интегральной форме.

$$l_{\text{внеш}} = \int_1^2 vdp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + l_{\text{трени}}.$$

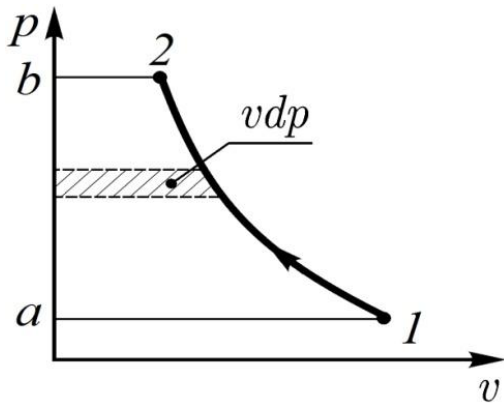


Рис. 4.3

Интеграл $\int_1^2 vdp$ эквивалентен площади между осью ординат и кривой процесса (площадь $12ba$, рис. 4.3). Этот интеграл в теории газотурбинных двигателей называется **работой сжатия газа в потоке**. Хотя, по существу, это работа, затрачиваемая на повышение давления, т.е. на сжатие (уменьшение объема) газа и на работу по его продвижению («проталкивания») далее по потоку.

Отметим, что $\int_1^2 vdp$ также называют политропной работой газового потока.

Таким образом, согласно обобщенному уравнению Бернулли внешняя работа, подведенная к газу в потоке, расходуется на работу сжатия газа, на изменение (увеличение) его кинетической энергии и на работу по преодолению трения.

Обобщенное уравнение Бернулли можно интерпретировать как баланс механических форм энергии в газовом потоке.

Наличие трения, естественно, скажется на параметрах потока. Например, при заданном уровне понижения давления ($dp < 0$) наличие трения ($dl_{\text{трени}} > 0$), как видно из дифференциального уравнения Бернулли, понизит прирост скоро-

сти потока. А в случае торможения потока при заданном уровне понижения скорости при наличии трения давление возрастет в меньшей степени, чем без трения, или вообще не возрастет.

Действительно, если течение газа происходит в канале (во входном устройстве, газопроводе и т.п.), в котором нет подвода (или отвода) внешней работы ($dl_{\text{внеш}} = 0$), то согласно дифференциальному уравнению Бернулли

$$\frac{dc^2}{2} + dl_{\text{тр}} = -vdp \quad \text{или} \quad cdc = -(vdp + dl_{\text{тр}}).$$

Если же течение происходит при этом без трения, то

$$\frac{dc^2}{2} = -vdp \quad \text{или} \quad cdc = -vdp,$$

т.е. в таком случае разгон газового потока ($dc > 0$) возможен только за счет понижения его давления ($dp < 0$). Наоборот, понижение скорости при отсутствии трения будет приводить к росту давления.

Величину политропной работы газового потока $\int_1^2 vdp$ в любом политропном процессе вычислим, определив значение v из уравнения политропы и подставив его под знак интеграла. Действительно, т.к. $pv^n = p_1v_1^n = p_2v_2^n = \text{const}$, то $v = p_1^{1/n}v_1/p^{1/n} = p_2^{1/n}v_2/p^{1/n}$ и тогда

$$l_{\text{п}} = \int_1^2 vdp = \frac{n}{n-1}(p_2v_2 - p_1v_1) = \frac{n}{n-1}R(T_2 - T_1).$$

Частные случаи обобщенного уравнения Бернулли

а) **Компрессор** (рис. 4.4). Внешняя работа, подводимая к воздуху в компрессоре, $l_{\text{внеш}} = l_{\text{к}}$. Тогда для компрессора уравнение Бернулли имеет вид

$$l_{\text{к}} = \int_1^2 vdp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + l_{\text{тр}}.$$

Таким образом, внешняя работа, подводимая к воздуху в компрессоре, расходуется на работу сжатия, изменение кинетической энергии газового потока и на преодоление сил трения.

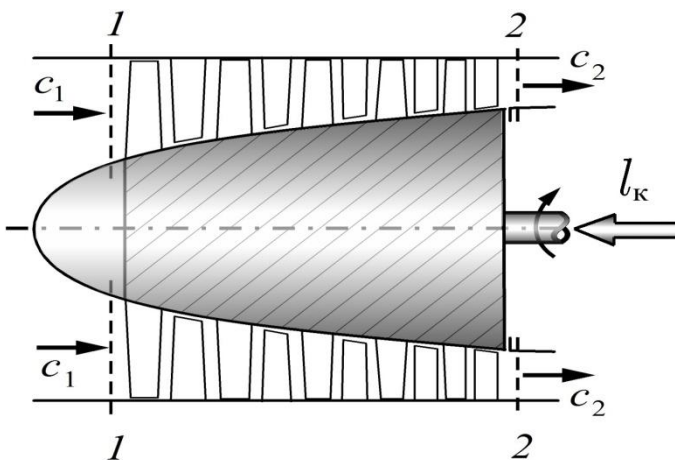


Рис. 4.4. Схема компрессора

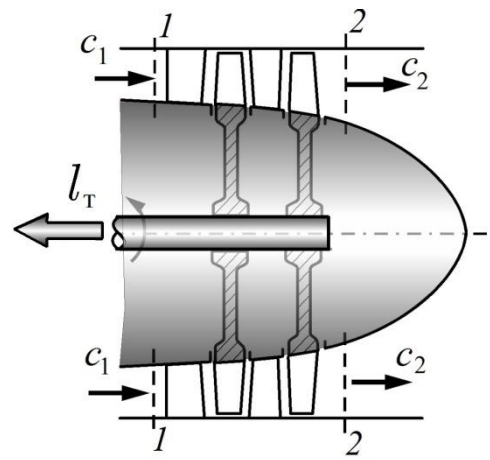


Рис. 4.5. Схема турбины

б) **Турбина.** В турбине (рис. 4.5) газ совершает работу, поэтому для турбины $l_{\text{внеш}} = -l_T$, и уравнение Бернулли выглядит следующим образом:

$$-\int_1^2 v dp = l_T + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + l_{\text{тр}}.$$

Так как в турбине давление газа понижается ($dp < 0$), то работа расширения газа $-\int_1^2 v dp > 0$.

Таким образом, в турбине работа расширения газа расходуется на создание работы на валу турбины l_T , увеличение его кинетической энергии $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$ и на преодоление силы трения $l_{\text{тр}}$.

4.5. Параметры адиабатно заторможенного потока

В прикладных задачах термодинамики газового потока очень часто используется понятие **параметров адиабатно заторможенного потока**.

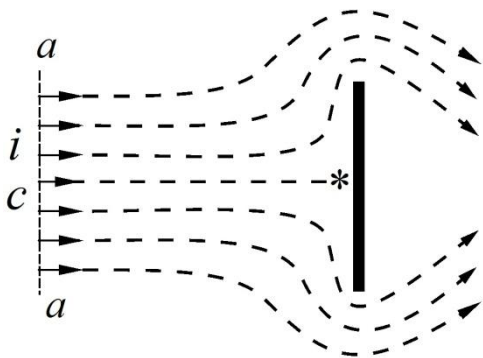


Рис. 4.6

Рассмотрим газовый поток, набегающий на поставленную нормально к вектору его скорости небольшую плоскую пластину (рис. 4.6). Пусть вдали от пластины (в сечении $a - a$) его скорость, энтальпия, температура и давление равны c , i , T и p . Вблизи пластины часть линий тока будет отклоняться в одну сторону, стремясь обогнуть пластину, часть в другую. Но центральная (по отношению к пластине) линия тока никуда не отклонится, и в точке * скорость потока станет равной нулю. Предположим, что торможение потока до нулевой скорости в струйке тока, расположенной вокруг этой центральной линии тока, происходит **адиабатно**, т.е. без обмена теплотой с соседними струйками (что близко к действительности). Тогда параметры газа при нулевой скорости (в точке *) и будут представлять собой **параметры адиабатно заторможенного потока**. Эти параметры принято обозначать как: i^* , T^* , p^* , ρ^* . Их называют также **полной энтальпией, полной температурой и полным давлением**. А параметры состояния газа в сечении $a - a$ (т.е. i , T , p , ρ) называют **статическими**.

Поскольку в рассматриваемом случае центральная струйка тока не обменивается с соседними струйками не только теплотой, но и механической энергией, применим к ней уравнение сохранения энергии на участке $a - *$

$$q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = i^* - i + \frac{c^{*2} - c^2}{2}.$$

Полагая в этом уравнении $q_{\text{внеш}} = 0$ и $l_{\text{внеш}} = 0$ и учитывая, что скорость в точке * равна нулю ($c^* = 0$), получим выражение для энтальпии заторможенного

потока (полной энтальпии): $i^* = i + \frac{c^2}{2}$.

Для идеального газа $i = c_p T = \frac{k}{k-1} RT$, а $i^* = c_p T^* = \frac{k}{k-1} RT^*$, и согласно предыдущему равенству полная температура газа равна:

$$T^* = T + \frac{c^2}{2c_p} = T + \frac{k-1}{2} \frac{c^2}{kR},$$

где T – статическая температура газа.

Введем в рассмотрение **число Маха**, равное отношению скорости потока к скорости звука в нём $M = c/a$, где $a = \sqrt{kRT}$ – скорость звука в идеальном газе. Тогда выражение для полной температуры можно записать так:

$$T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{c^2}{kRT} \right) \text{ или } \boxed{T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)}.$$

Для получения выражений для полного давления p^* и плотности ρ^* используем соотношения параметров в адиабатном процессе, в котором

$$\frac{p^*}{p} = \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{\rho^*}{\rho} = \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

Тогда полное давление и полная плотность газового потока, соответственно, равны

$$\boxed{p^* = p \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}}, \quad \boxed{\rho^* = \rho \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}}.$$

Способ измерения полной температуры газового потока

Если в поток газа ввести, например, ртутный термометр или термопару, то температура газа в точке полного торможения потока (аналогичной точке *

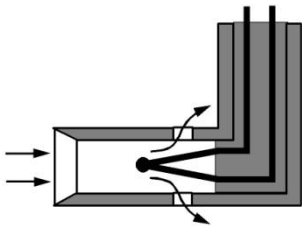


Рис. 4.7. Схема термопары

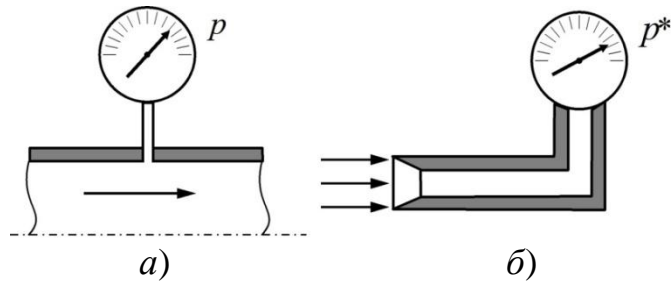


Рис. 4.8. Схемы датчиков статического и полного давления

на рис. 4.6) будет практически равна температуре адиабатно заторможенного потока. Но эти показания не будут соответствовать полной температуре газа, так как в других точках поверхности мерного элемента полного торможения потока не будет. Поэтому для измерения полной температуры газа применяются **экранированные** термометры (рис. 4.7). Здесь мерный элемент (спай) термопары помещен в небольшую камеру (экран). Выход потока из камеры произво-

дится через малые отверстия с тем, чтобы скорость газового потока около спая была возможно малой, но чтобы всё таки был проток газа. Тогда температура спая практически не будет отличаться от температуры заторможенного потока.

Способы измерения полного и статического давления газового потока

Статическое давление газового потока обычно измеряется путем подключения прибора для измерения давления (например, манометра) к отверстию в стенке канала (рис. 4.8а) или к отверстию на какой-либо поверхности, расположенной параллельно линиям тока. При этом важно, чтобы ось отверстия была перпендикулярна обтекаемой поверхности. Для измерения полного давления в поток вводится "трубка полного напора" (рис. 4.8б).

4.6. Уравнение сохранения энергии в параметрах заторможенного потока

Заменим в уравнении сохранения энергии, записанном в виде

$$q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2},$$

сумму энтальпии i и кинетической энергии $c^2/2$ на выражение для энтальпии в параметрах заторможенного потока $i^* = i + c^2/2$. Тогда получим уравнение сохранения энергии в параметрах заторможенного потока в виде

$$\boxed{q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = i_2^* - i_1^*}.$$

Таким образом, внешняя энергия в виде теплоты $q_{\text{внеш}}$ и работы $l_{\text{внеш}}$, подведенная к газу, расходуется на изменение его энтальпии в параметрах заторможенного потока (полной энтальпии).

Для идеального газа $i = c_p T$. Тогда уравнение энергии в параметрах заторможенного потока можно записать так:

$$\boxed{q_{\text{внеш}} + l_{\text{внеш}} = c_p (T_2^* - T_1^*)}.$$

Частные случаи уравнения сохранения энергии

а) ***Энергоизолированный поток*** (входные и выходные устройства, рис. 4.9 и рис. 4.10, каналы и т.д.).

В энергоизолированном потоке к газу не подводится и не отводится энергия в виде теплоты ($q_{\text{внеш}} = 0$) и работы ($l_{\text{внеш}} = 0$). Поэтому ***уравнение сохранения энергии для любого газа*** в параметрах заторможенного потока приобретает вид:

$$i_2^* = i_1^*.$$

Таким образом, в энергоизолированном потоке полная энтальпия газа остается постоянной.

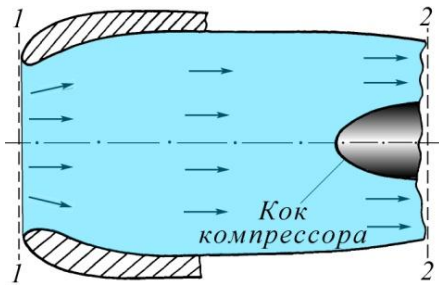


Рис. 4.9. Схема дозвукового входного устройства

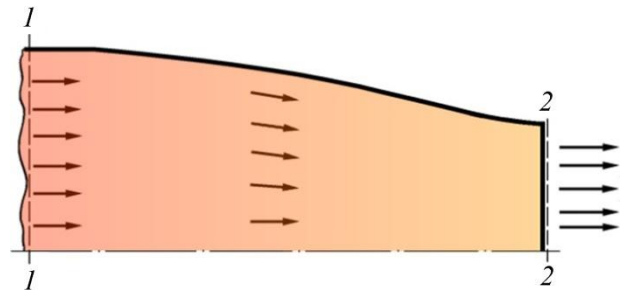


Рис. 4.10. Схема дозвукового выходного устройства

Для идеального газа, учитывая, что $i^* = c_p T^*$, получим

$$T_2^* = T_1^*.$$

Таким образом, в энергоизолированном потоке идеального газа его полная температура остается постоянной.

б) **Теплоизолированный поток.** В теплоизолированном потоке $q_{\text{внеш}}=0$. Но возможен обмен механической энергией с внешней средой, т.е. $l_{\text{внеш}} \neq 0$. Тогда уравнение сохранения энергии для любого газа в параметрах заторможенного потока приобретает вид:

$$l_{\text{внеш}} = i_2^* - i_1^*,$$

а для идеального газа:

$$l_{\text{внеш}} = c_p (T_2^* - T_1^*).$$

– **Компрессор** (рис. 4.4). В компрессоре $q_{\text{внеш}}=0$, но к воздуху через его вал подводится работа $l_{\text{внеш}}=l_K$, тогда

$$l_K = i_2^* - i_1^* = c_p (T_2^* - T_1^*).$$

Следовательно, полная температура воздуха в компрессоре всегда повышается, причем это повышение пропорционально подведенной работе:

$$T_2^* - T_1^* = \frac{l_K}{c_p}.$$

– **Турбина** (рис. 4.5). В турбине механическая работа отводится от газа через вал. Если эту работу обозначить l_T , то $l_{\text{внеш}} = -l_T$. Тогда

$$l_T = i_1^* - i_2^* \quad \text{или} \quad T_2^* = T_1^* - \frac{l_T}{c_p}.$$

Поэтому полная температура газа в турбине всегда снижается.

Заметим, что мощность на валу турбины, т.е. работа, производимая турбиной в единицу времени, равна произведению работы, отдаваемой вовне (через вал) единицей массы газа, на секундный расход газа, т.е.

$$N_T = l_T G_T.$$

Точно так же мощность, потребляемая компрессором, равна произведению работы, подводимой к единице массы воздуха, на его расход

$$N_K = l_K G_B.$$

– **Камера сгорания.** В камерах сгорания газотурбинных двигателей, теплообменных аппаратах и т.п. поток газа находится в условиях интенсивного подвода или отвода теплоты при отсутствии подводимой или отводимой механической работы. В таких случаях

$$q_{\text{внеш}} = i_2^* - i_1^*$$

или (для потока идеального газа)

$$q_{\text{внеш}} = c_p (T_2^* - T_1^*).$$

Таким образом, теплота, подводимая к воздуху в камере сгорания, идет на увеличение его полной энтальпии (для идеального газа – на увеличение полной температуры).

4.7. Критические параметры потока. Приведенная скорость

а) Критические параметры потока. Критическими называются параметры газового потока (скорость, температура, давление, плотность) в точке или сечении, в котором скорость достигает скорости звука, т.е. число Маха становится равным $M=1$.

Найдем связь между критическими ($T_{\text{кр}}, p_{\text{кр}}, \rho_{\text{кр}}$) и полными параметрами потока, используя формулы для параметров заторможенного потока газа (T^*, p^* и ρ^*). Так как $M_{\text{кр}} = 1$, то

$$T^* = T_{\text{кр}} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) = T_{\text{кр}} \frac{k+1}{2} \quad \text{откуда} \quad \boxed{T_{\text{кр}} = T^* \frac{2}{k+1}}.$$

Используя соотношения параметров в адиабатном процессе, можно записать, что

$$\boxed{p_{\text{кр}} = p^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}} \quad \text{и} \quad \boxed{\rho_{\text{кр}} = \rho^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}}.$$

По определению критическая скорость равна:

$$c_{\text{кр}} = a_{\text{кр}} = \sqrt{kRT_{\text{кр}}}.$$

Подставив в эту формулу выражение для критической температуры, получим

$$\boxed{c_{\text{кр}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}}.$$

Таким образом, все критические параметры потока для данного газа однозначно определяются соответствующими полными (заторможенными) параметрами этого потока.

б) Приведенная скорость. Приведенной скоростью («числом лямбда») называется отношение скорости потока к критической скорости, т.е.

$$\lambda = \frac{c}{c_{кр}} = \frac{c}{\sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}}.$$

Здесь T^* вычисляется в точке или сечении, к которой относится скорость.

Приведенная скорость однозначно связана с числом Маха. Действительно:

$$\lambda^2 = \frac{c^2}{c_{кр}^2} = \frac{c^2}{a^2} \frac{a^2}{c_{кр}^2} = M^2 \frac{kRT}{2 \frac{k}{k+1} RT^*}$$

или, учитывая, что $T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)$, получим

$$\lambda^2 = \frac{k+1}{2} \frac{M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}.$$

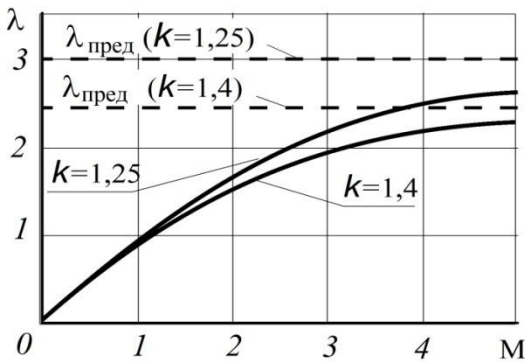


Рис. 4.11. Зависимость λ от M

Из этих формул видно, что (рис. 4.11):

– при $M = 0$ и $\lambda = 0$;

– при $M = 1$ и $\lambda = 1$;

– при $M \rightarrow \infty$ число λ стремится к

максимальному (предельному) значению,

равному $\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$.

4.8. Газодинамические функции

а) Газодинамические функции. Расчеты течений газа в элементах авиационных силовых установок являются сложной задачей, так как требует учета одновременного изменения скорости, температуры, давления и плотности газа. Эта задача может быть упрощена, если проводить такие расчеты с использованием **газодинамических функций**, представляющих собой зависимости ряда безразмерных параметров газового потока от приведенной скорости $\lambda = c/a_{кр}$. К ним относятся следующие функции.

Функция $\tau(\lambda)$ – это отношение статической температуры газового потока при данном значении λ к температуре адиабатно заторможенного потока, т.е. $\tau(\lambda) = \frac{T}{T^*}$.

Так как $T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)$, то $\tau(\lambda) = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}$.

Подставив в формулу для $\tau(\lambda)$ выражение, связывающее числа M и λ , и сделав ряд алгебраических преобразований, получим

$$\tau(\lambda) = \frac{T}{T^*} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2.$$

Функция $\Pi(\lambda)$ – это отношение статического давления газового потока при данном значении λ к давлению адиабатно заторможенного потока.

Используя соотношение параметров в адиабатном процессе, получим

$$\Pi(\lambda) = \frac{p}{p^*} = \left(\frac{T}{T^*}\right)^{\frac{k}{k-1}} = [\tau(\lambda)]^{\frac{k}{k-1}}$$

Функция $\varepsilon(\lambda)$ – это отношение статической плотности газового потока при данном значении λ к плотности адиабатно заторможенного потока:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho^*} = \left(\frac{T}{T^*}\right)^{\frac{1}{k-1}} = [\tau(\lambda)]^{\frac{1}{k-1}}.$$

Эти три функции характеризуют изменение параметров состояния газа при изменении λ в энергоизолированном потоке. На рис. 4.12а показан характер их зависимости от λ при различных значениях показателя адиабаты. При $\lambda = 0$ эти функции равны единице, а при $\lambda \rightarrow \lambda_{\text{пред}}$ стремятся к нулю.

Функция $q(\lambda)$ – относительная плотность тока, – это отношение плотности тока в потоке газа $c\rho$ при данной величине λ к её значению $c_{\text{кр}}\rho_{\text{кр}}$, которое достигается (при данных параметрах заторможенного потока) при скорости газа, равной скорости звука (т.е. при значении $\lambda=1$).

$$q(\lambda) = \frac{c\rho}{c_{\text{кр}}\rho_{\text{кр}}}.$$

Учитывая, что $c/c_{\text{кр}} = \lambda$, $\rho_{\text{кр}} = \rho^* \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$, а $\frac{\rho}{\rho^*} = \varepsilon(\lambda)$, получим

$$q(\lambda) = \lambda \frac{\rho}{\rho^*} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad \text{или} \quad q(\lambda) = \lambda \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \varepsilon(\lambda) = \lambda \left[\frac{k+1}{2} \tau(\lambda)\right]^{\frac{1}{k-1}}.$$

Как видно из рис. 4.12б, максимальное значение $q(\lambda)$, равное единице, достигается при $\lambda = 1$. Это означает, что в энергоизолированном потоке максимальная плотность тока достигается тогда, когда скорость потока становится равной скорости звука.

Таким образом, все газодинамические функции однозначно связаны, т.е., зная число λ или M или одну из функций, можно определить все остальные.

б) Определение расхода газа по параметрам заторможенного потока.

Используя функцию $q(\lambda)$, формулу расхода газа $G = c\rho F$ можно предста-

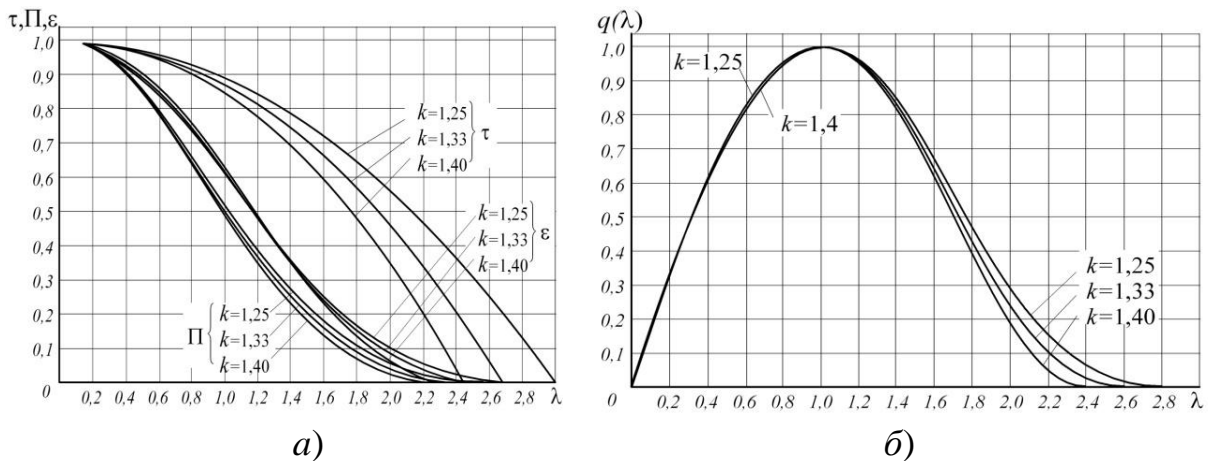


Рис. 4.12. Графики газодинамических функций

вить в следующем виде
$$G = c_p F = c_{кр} \rho_{кр} F \frac{c_p}{c_{кр} \rho_{кр}} = c_{кр} \rho_{кр} F q(\lambda) .$$

Подставляя сюда значения $\rho_{кр} = \rho^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$ и $c_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}$ и учитывая, что $\rho^* = p^* / (RT^*)$, после преобразований получим

$$G = m \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} F q(\lambda),$$

где размерный коэффициент $m = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$ зависит от природы газа. Так,

для воздуха ($k = 1,4$; $R = 287$ Дж/(кг·К)) значение этого коэффициента равно $m = 0,0404$, а для продуктов сгорания керосина в воздухе, например, с $k = 1,33$ и $R = 287,4$ Дж/(кг·К) $m = 0,0393$.

Лекция 5. Разгон и торможение газового потока

5.1. Изменение полной температуры и полного давления в газовом потоке

а) Изменение полной температуры

Запишем уравнение сохранения энергии в параметрах заторможенного потока для идеального газа в следующем виде:

$$\text{откуда} \quad \boxed{dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} = c_p dT^*,} \quad (5.1)$$

Таким образом, полная температура газа может изменяться только при подводе к газу или отводе от него теплоты или работы.

Если $q_{\text{внеш}} = 0$ и $l_{\text{внеш}} = 0$, то $T^* = \text{const}$.

Наличие трения из-за вязкости газа не изменяет его полную температуру, т.к. увеличение T^* за счет трения компенсируется затратой энергии газа на совершение работы против силы трения.

б) Изменение полного давления

Для получения выражения, пригодного для анализа влияния различных факторов на полное давление, необходимо совместно решить следующие три уравнения для идеального газа:

1) уравнение связи между полными и статическими параметрами в адиабатном процессе

$$\frac{p^*}{p} = \left(\frac{T^*}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}};$$

2) уравнение сохранения энергии

$$dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} = c_p dT^*;$$

3) уравнение первого закона термодинамики для газового потока

$$dq_{\text{внеш}} + dq_{\text{трени}} = di - vdp.$$

Прологарифмировав и продифференцировав первое уравнение, получим

$$\ln p^* - \ln p = \frac{k}{k-1} (\ln T^* - \ln T), \quad \text{откуда} \quad \frac{dp^*}{p^*} = \frac{dp}{p} + \frac{k}{k-1} \left(\frac{dT^*}{T^*} - \frac{dT}{T}\right).$$

Из второго уравнения получим

$$dT^* = \frac{1}{c_p} (dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}}) \quad \text{или} \quad \frac{dT^*}{T^*} = \frac{1}{c_p T^*} (dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}}).$$

Третье уравнение преобразуем к следующему виду:

$$dq_{\text{внеш}} + dq_{\text{трени}} = c_p dT - \frac{RT}{p} dp = RT \left(\frac{k}{k-1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right).$$

Отсюда

$$\frac{dp}{p} = \frac{k}{k-1} \frac{dT}{T} - \frac{dq_{\text{внеш}} + dq_{\text{трени}}}{RT}.$$

Подставив выражения для dp/p и dT^*/T^* в выражение для dp^*/p^* и учитывая, что $dq_{\text{трени}} = dl_{\text{трени}}$, получим

$$\frac{dp^*}{p^*} = \frac{1}{R} \left[\frac{dl_{\text{внеш}}}{T^*} - \frac{dl_{\text{трени}}}{T} - \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^*} \right) dq_{\text{внеш}} \right]. \quad (5.2)$$

Из полученного уравнения видно, что полное давление газа:

– не меняется, если поток энергоизолирован ($l_{\text{внеш}} = q_{\text{внеш}} = 0$) и отсутствует трение ($l_{\text{трени}} = 0$);

– растет при подводе к нему работы ($dl_{\text{внеш}} > 0$) или отводе теплоты ($dq_{\text{внеш}} < 0$);

– снижается при совершении газом работы ($dl_{\text{внеш}} < 0$), подводе к нему теплоты ($dq_{\text{внеш}} > 0$), а также из-за вязкостного трения ($dl_{\text{трени}} > 0$);

Уменьшение полного давления газового потока без совершения им внешней работы означает уменьшение его работоспособности при данном запасе энергии. Действительно, чем меньше полное давление газа, тем меньше сила, действующая со стороны газового потока на тело, и поэтому меньше работа, которую может совершить газ при данном запасе полной энергии (т.е. при данной величине T^*).

Уменьшение полного давления при наличии трения и подводе теплоты к газовому потоку приводит к **диссипации (рассеянию)** его энергии.

5.2. Особенности разгона и торможения газового потока при различных воздействиях

Течение потоков в реальных элементах самолетов, двигателей и других конструкций всегда происходит с трением (диссипацией энергии) и часто с энергообменом с окружающей средой. Возможен также отбор или подвод газа. Рассмотрим течение идеального газа в канале при наличии таких воздействий на поток и выведем уравнение, учитывающее их влияние на скорость потока.

Течение газа в канале при принятых выше допущениях описывается следующей системой уравнений:

1) уравнением неразрывности

$$\frac{dG}{G} = \frac{dF}{F} + \frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho};$$

2) уравнением сохранения энергии

$$dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} = c_p dT + d \frac{c^2}{2};$$

3) обобщенным уравнением Бернулли

$$dl_{\text{внеш}} = \frac{dp}{\rho} + d \frac{c^2}{2} + dl_{\text{трени}}.$$

Если газ идеальный, то в эту систему входит также уравнение его состояния (в дифференциальной форме)

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}.$$

Определив из уравнения (2) $dT = \frac{1}{c_p} (dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} - cdc)$, а из уравнения (3) – $dp = \rho (dl_{\text{внеш}} - dl_{\text{трени}} - cdc)$ и подставив полученные выражения в уравнение состояния, получим

$$\frac{\rho}{p} (dl_{\text{внеш}} - dl_{\text{трени}} - cdc) = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{1}{c_p T} (dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} - cdc).$$

$$\text{Откуда } \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\rho}{p} (dl_{\text{внеш}} - dl_{\text{трени}} - cdc) - \frac{1}{c_p T} (dq_{\text{внеш}} + dl_{\text{внеш}} - cdc).$$

Подставляя значение $d\rho/\rho$ в уравнение (1) с учетом того, что

$$\frac{\rho}{p} = \frac{1}{RT} = \frac{k}{a^2}, \quad \text{а} \quad \frac{1}{c_p T} = \frac{k-1}{kRT} = \frac{k-1}{a^2},$$

после алгебраических преобразований получим следующее уравнение

$$\boxed{(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = \frac{dF}{F} - \frac{dG}{G} - \frac{k-1}{a^2} dq_{\text{внеш}} + \frac{1}{a^2} dl_{\text{внеш}} - \frac{k}{a^2} dl_{\text{трени}}}. \quad (5.3)$$

Это уравнение позволяет качественно проанализировать, каким образом различные воздействия влияют на скорость дозвукового и сверхзвукового потока. Здесь рассмотрим лишь некоторые из них.

Тепловое воздействие. В этом случае $dq_{\text{внеш}} \neq 0$, а $dF = dl_{\text{внеш}} = dl_{\text{трени}} = dG = 0$ и общее уравнение примет вид:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{k-1}{a^2} dq_{\text{внеш}}.$$

Из этого уравнения следует, что подвод теплоты ($dq_{\text{внеш}} > 0$) к дозвуковому потоку газа ($M < 1$) вызывает рост его скорости, а для увеличения скорости сверхзвукового потока ($M > 1$) теплота должна отводиться ($dq_{\text{внеш}} < 0$).

Утверждение о необходимости изменения знака воздействия при переходе через скорость звука носит название **закона обращения воздействия**.

Канал, в котором разгон потока происходит под действием подвода или отвода теплоты, называется **тепловым соплом**.

Воздействие трения. В этом случае $dl_{\text{трени}} \neq 0$, а $dF = dq_{\text{внеш}} = dl_{\text{внеш}} = dG = 0$ и общее уравнение принимает вид:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{k}{a^2} dl_{\text{трени}}.$$

В отличие от других воздействий работа трения может быть только положительной ($dl_{\text{трени}} > 0$). Поэтому наличие трения при отсутствии других воздействий приводит к разгону дозвукового потока. Это связано с тем, что работа трения переходит в теплоту, а как было показано ранее, подвод теплоты к дозвуковому потоку разгоняет его. Однако следует иметь в виду, что разгон потока под воздействием трения ($dc > 0$) сопровождается в соответствии с уравнением Бернулли $cdc + dl_{\text{трени}} = -vdp$ уменьшением давления ($dp < 0$). Это снижение давления будет происходить в большей степени, чем при аналогичном разгоне потока без трения за счет других воздействий (например, геометрического), что

объясняется диссипацией энергии в потоке с трением и проявляется в уменьшении полного давления газа p^* вдоль канала.

Геометрическое воздействие на течение газа в каналах будет рассмотрено ниже.

5.3. Закономерности изменения параметров идеального газа при энергоизолированном течении в канале

При установлении закономерностей течения газа в каналах примем следующие допущения:

– газ идеальный;

– течение происходит без трения и энергообмена с окружающей средой, т.е. $l_{\text{тр}} = q_{\text{внеш}} = l_{\text{внеш}} = 0$.

Таким образом, процесс течения газа будет адиабатным.

Установим закономерности изменения параметров газа при течении в любом канале при принятых условиях.

а) **Изменение давления.** В соответствии с уравнением Бернулли

$$dl_{\text{внеш}} = v dp + \frac{dc^2}{2} + dl_{\text{тр}}.$$

С учетом принятых выше допущений ($l_{\text{тр}} = l_{\text{внеш}} = 0$) получим $v dp = -c dc$

или
$$\boxed{dp = -\frac{c}{v} dc}. \quad (5.4)$$

б) **Изменение температуры.** Из уравнения сохранения энергии следует, что при течении в канале в случае, если $q_{\text{внеш}} = l_{\text{внеш}} = 0$,

$$i^* = i + \frac{c^2}{2} = \text{const.}$$

Так как для идеального газа $i = c_p T$, то $c_p dT + c dc = 0$

или
$$\boxed{dT = -\frac{c}{c_p} dc}. \quad (5.5)$$

в) **Изменение удельного объема.** Продифференцировав уравнение состояния идеального газа $pv = RT$, получим

$$p dv + v dp = R dT, \quad \text{откуда} \quad dv = \frac{1}{p} (R dT - v dp).$$

Подставим в это выражение полученные ранее зависимости для dT и dp .

Тогда
$$\boxed{dv = \frac{c}{k p} dc}. \quad (5.6)$$

г) **Изменение плотности.** Так как $pv = 1$, то $p dv + v dp = 0$, откуда $d\rho = -\frac{\rho}{v} dv$. Заменив здесь dv на полученную выше зависимость, получим

$$\boxed{d\rho = -\frac{c\rho}{a^2} dc}, \quad (5.7)$$

где a – скорость звука.

Из полученных зависимостей следует, что характер изменения параметров газа (p , T , ρ и v) при течении в канале зависит от знака dc .

5.4. Форма канала, необходимая для разгона или торможения газового потока

Определим, какой должна быть форма канала для разгона или торможения потока, т.е. путем геометрического воздействия на него.

Геометрическим воздействием на поток называется воздействие на него путем изменения площади F поперечного сечения канала.

Если в формуле (5.3) положить, что $dG = dq_{\text{внеш}} = dl_{\text{внеш}} = dl_{\text{трени}} = 0$, то получим

$$dF = (M^2 - 1)F \frac{dc}{c}.$$

Это уравнение связывает между собой:

- величину dc , определяющую характер изменения скорости вдоль канала;
- число Маха, характеризующее режим течения (дозвуковой или сверхзвуковой);
- величину dF , характеризующую необходимый характер изменения площади поперечного сечения канала по его длине.

Форма сопла. Соплом называется специально сprofilированный канал, предназначенный для разгона потока ($dc > 0$).

Если скорость потока на входе в сопло меньше скорости звука, т.е. поток дозвуковой ($M < 1$), тогда $dF = F \frac{dc}{c} (M^2 - 1) < 0$.

Следовательно, для разгона ($dc > 0$) дозвукового потока канал сопла должен быть суживающимся (рис. 5.1а).

Если скорость потока на входе в сопло больше скорости звука, т.е. поток сверхзвуковой ($M > 1$), тогда $dF = F \frac{dc}{c} (M^2 - 1) > 0$.

Следовательно, для разгона ($dc > 0$) сверхзвукового потока канал сопла должен быть расширяющимся (рис. 5.1б).

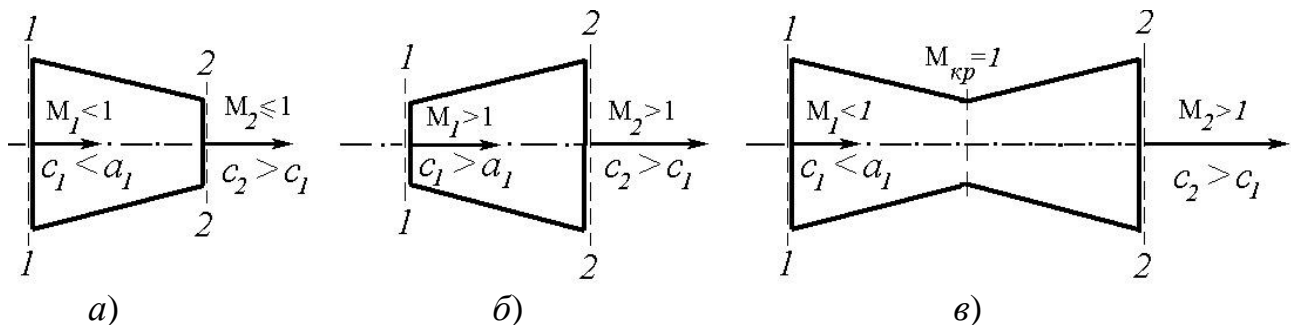


Рис. 5.1. Формы каналов для разгона газового потока

Таким образом, невозможно осуществить разгон потока от дозвуковой до сверхзвуковой скорости только в суживающемся или расширяющемся канале. Это возможно осуществить в комбинированном сопле, состоящем из суживаю-

щейся и расширяющейся частей (рис. 5.1в). В суживающейся части поток разгоняется до скорости звука ($M=1$), а в расширяющейся части – до сверхзвуковой скорости ($M>1$). Такие сопла называются *соплами Лавалья*, минимальное сечение в них называется критическим.

Рассмотрим изменение параметров газа при его течении в сопле. Из полученных выше зависимостей следует, что, так как в сопле $dc > 0$, то давление, температура и плотность вдоль тракта сопла снижаются. Действительно:

$$dp = -\frac{c}{v} dc < 0; \quad dT = -\frac{c}{c_p} dc < 0; \quad d\rho = -\frac{c\rho}{a^2} dc < 0.$$

При этом газ расширяется, т.к. $dv = \frac{c}{k\rho} dc > 0$.

Форма диффузора. Диффузором называется канал, в котором происходит уменьшение скорости потока ($dc < 0$).

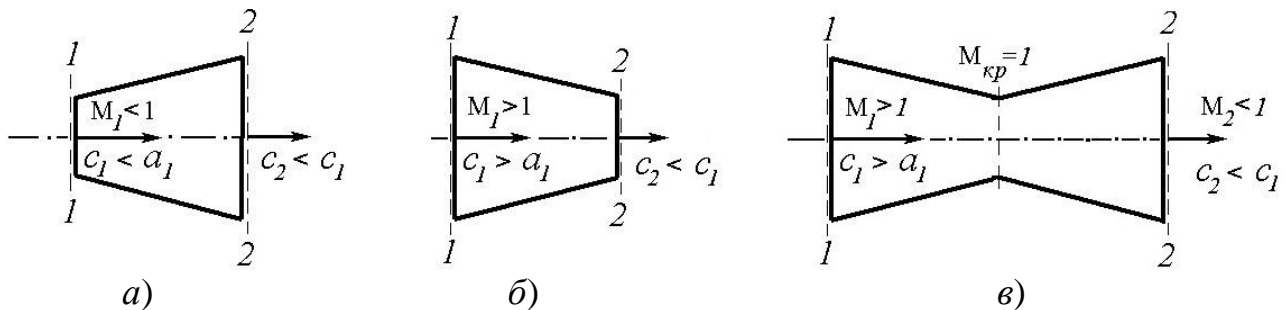


Рис. 5.2. Формы каналов для торможения газового потока

Если скорость потока на входе в диффузор меньше скорости звука, т.е. поток дозвуковой ($M < 1$), тогда $dF = F \frac{dc}{c} (M^2 - 1) > 0$.

Следовательно, для торможения ($dc < 0$) дозвукового потока канал диффузора должен быть расширяющимся (рис. 5.2а).

Если скорость потока на входе в диффузор больше скорости звука, т.е. поток сверхзвуковой ($M > 1$), тогда $dF = F \frac{dc}{c} (M^2 - 1) < 0$.

Следовательно, для торможения ($dc < 0$) сверхзвукового потока канал диффузора должен быть суживающимся (рис. 5.2б).

Таким образом, невозможно осуществить торможение потока от сверхзвуковой до дозвуковой скорости только в суживающемся или расширяющемся канале. Это возможно осуществить в комбинированном диффузоре, состоящем из суживающейся и расширяющейся частей (рис. 5.2в). В суживающейся части поток тормозится до скорости звука в критическом сечении ($M_{кр}=1$), а в расширяющейся части – до дозвуковой скорости ($M_2 < 1$).

Рассмотрим изменение параметров газа при его течении в диффузоре. Из полученных выше зависимостей следует, что, так как в диффузоре $dc < 0$, то давление, температура и плотность вдоль тракта диффузора повышаются. Действительно:

$$dp = -\frac{c}{v} dc > 0; \quad dT = -\frac{c}{c_p} dc > 0; \quad d\rho = -\frac{c_p}{a^2} dc > 0.$$

При этом газ сжимается, т.к. $dv = \frac{c}{k\rho} dc < 0$.

5.5. Идеальное течение газа в соплах. Основные понятия

Будем считать, что:

- газ идеальный;
- течение происходит без трения ($l_{\text{тр}} = 0$) и энергообмена с окружающей средой ($q_{\text{внеш}} = 0$, $l_{\text{внеш}} = 0$).

Разгон газа в сопле (рис. 5.3) сопровождается понижением статического давления. Поэтому давление газа перед соплом должно быть выше, чем давление окружающей среды, в которую происходит его истечение.

5.5.1. Основные понятия и определения

Располагаемой степенью понижения давления газа в сопле называется отношение полного давления газа на входе в сопло к давлению окружающей среды, т.е.

$$\pi_{\text{с.расп}} = \frac{p_1^*}{p_H}.$$

Действительной степенью понижения давления газа в сопле называется отношение полного давления газа на входе в сопло к давлению в выходном сечении сопла, т.е.

$$\pi_{\text{с}} = \frac{p_1^*}{p_2}$$

Степень понижения давления газа, при которой газ разгоняется до скорости, равной местной скорости звука, называется **критической**

$$\pi_{\text{кр}} = \frac{p_1^*}{p_{\text{кр}}}$$

Так как $p_{\text{кр}} = p_{\text{кр}}^* \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$, а $p_{\text{кр}}^* = p_1^*$, то $\pi_{\text{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$.

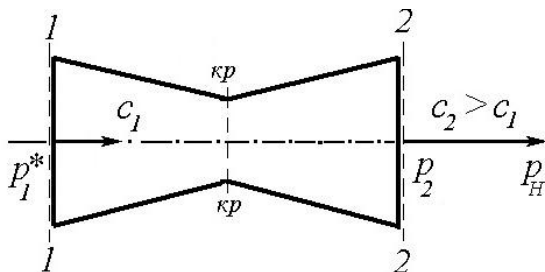


Рис. 5.3. Схема сопла

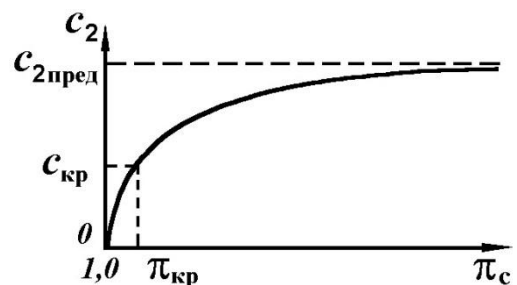


Рис. 5.4. Зависимость скорости истечения из сопла от $\pi_{\text{с}}$

Как видно, $\pi_{кр}$ для идеального газа зависит только от показателя адиабаты k и для продуктов сгорания керосина в воздухе (с $k = 1,25 \dots 1,33$) она равна $1,80 \dots 1,85$.

5.5.2. Возможные режимы работы сопла

В зависимости от соотношения между статическим давлением газа в выходном сечении и давлением окружающей среды различают следующие режимы работы сопла:

1. **Режим полного расширения**, когда $p_2 = p_H$, а $\pi_c = \pi_{c,расп}$.
2. **Режим недорасширения (неполного расширения)**, когда $p_2 > p_H$, а $\pi_c < \pi_{c,расп}$. В этом случае окончательное расширение газа и понижение его давления до давления окружающей среды p_H происходит за пределами сопла.
3. **Режим перерасширения**, когда $p_2 < p_H$, а $\pi_c > \pi_{c,расп}$. Режим перерасширения реализуется только в сопле Лавалья.

5.5.3. Скорость истечения газа из сопла

При энергоизолированном течении газа ($q_{внеш} = 0$, $l_{внеш} = 0$) его скорость в выходном сечении сопла (скорость истечения) определяется из уравнения сохранения энергии, которое может быть записана в виде: $i_2^* = i_1^*$ или $i_1^* = i_2 + c_2^2/2$, откуда

$$c_2 = \sqrt{2(i_1^* - i_2)} .$$

Для идеального газа $i = c_p T = \frac{k}{k-1} RT$, тогда $c_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R(T_1^* - T_2)}$.

Так как рассматривается адиабатный процесс ($q_{внеш} = 0$) расширения газа в сопле, то в этом процессе $\frac{T_1^*}{T_2} = \left(\frac{p_1^*}{p_2}\right) = \pi_c^{\frac{k-1}{k}}$ и тогда

$$c_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1^* \left(1 - \frac{1}{\pi_c^{\frac{k-1}{k}}}\right)} .$$

Таким образом, скорость истечения газа из сопла зависит от:

- его полной температуры перед соплом T_1^* ;
- действительной степени понижения давления газа в сопле π_c ;
- и физических свойств газа (k , R).

Зависимость скорости истечения c_2 от π_c показана на рис.5.4. Видно, что:

- при $\pi_c = 1$ течение отсутствует, т.е. $c_2 = 0$;
- при $\pi_c = \pi_{кр}$ скорость равна критической $c_2 = c_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_1^*}$;
- при $\pi_c \rightarrow \infty$ скорость истечения стремится к предельной величине

$$c_2 = c_{2\text{пред}} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_1^*}.$$

Таким образом, даже при $\pi_c \rightarrow \infty$ скорость истечения газа имеет конечное значение. Это объясняется тем, что при энергоизолированном течении увеличение скорости и, соответственно, кинетической энергии газового потока происходит за счет уменьшения его энтальпии, которая на входе в сопло имела конечное значение ($i_1^* = c_p T_1^*$) и при полном её переходе в кинетическую энергию газового потока даст также конечное значение c_2 .

5.6. Идеальное течение газа в суживающемся сопле

Изменение параметров потока вдоль суживающегося сопла (рис. 5.5).

Так как рассматриваемое течение является энергоизолированным ($q_{\text{внеш}} = 0$, $l_{\text{внеш}} = 0$) и происходящим без трения ($l_{\text{трех}} = 0$), то параметры заторможенного потока газа (T^* , p^* , ρ^*) по длине сопла остаются неизменными. Действительно, в этом случае в соответствии с формулами (5.1 и 5.2) $dT^* = 0$ и $dp^* = 0$, т.е.

$$T^* = \text{const}, \quad p^* = \text{const} \quad \text{и} \quad \rho^* = \frac{p^*}{RT^*} = \text{const}.$$

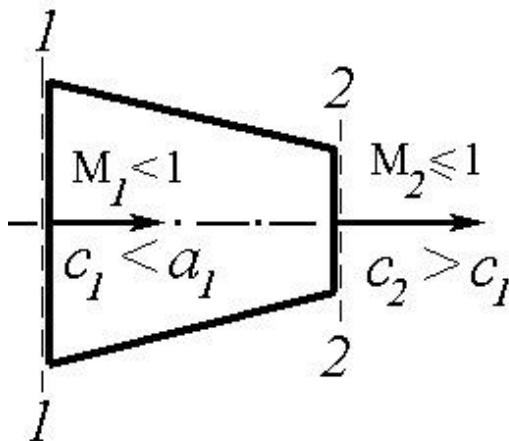


Рис. 5.5. Схема суживающегося сопла

Характер изменения статических параметров газа вдоль сопла в этом случае установим, используя формулы (5.4 ... 5.7), согласно которым при разгоне потока в сопле ($dc > 0$)

$$dp = -\frac{c}{v} dc < 0, \quad dT = -\frac{c}{c_p} dc < 0, \\ d\rho = -\frac{c\rho}{a^2} dc < 0, \quad dv = \frac{c}{kp} dc > 0.$$

Следовательно, статическое давление p , температура T и плотность ρ вдоль сопла снижаются, а удельный объем v возрастает, т.е. газ расширяется.

5.6.1. Режимы работы суживающегося сопла

Режим работы суживающегося сопла определяется соотношением между располагаемой ($\pi_{\text{с.расп}}$) и критической ($\pi_{\text{кр}}$) степенями понижения давления. Будем рассматривать изменение $\pi_{\text{с.расп}} = p_1^*/p_H$ за счет изменения атмосферного давления p_H . При этом возможны три режима работы сопла.

1. **Режим полного расширения**, когда $\pi_{\text{с.расп}} < \pi_{\text{кр}}$. В этом случае:

– давление газа в выходном сечении сопла равно давлению окружающей среды ($p_2 = p_H$), т.е. расширение газа в сопле полное, а $\pi_c = \pi_{\text{с.расп}}$;

– так как $\pi_{\text{с.расп}} < \pi_{\text{кр}}$, то располагаемой степени понижения давления недостаточно для разгона потока до скорости звука, поэтому $c_2 < a_2$ ($M_2 < 1$). Ха-

рактически изменение параметров потока вдоль сопла при данном соотношении между $\pi_{с,расп}$ и $\pi_{кр}$ показан на рис. 5.6а.

2. **Критический режим**, когда $\pi_{с,расп} = \pi_{кр}$. В этом случае:

– расширение газа в сопле полное, т.е. $p_2 = p_H = p_{кр}$ и $\pi_c = \pi_{с,расп} = \pi_{кр}$;

– так как $\pi_c = \pi_{кр}$, то поток в сопле разгоняется до скорости звука на вы-

ходе из него (рис. 5.6б), т.е. $c_2 = a_2 = c_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}$ ($M_2 = c_2/a_2 = 1$);

– это предельный режим работы суживающегося сопла с полным расширением газа, когда скорость на выходе из сопла достигает скорости звука, т.е. $c_2 = a_2$.

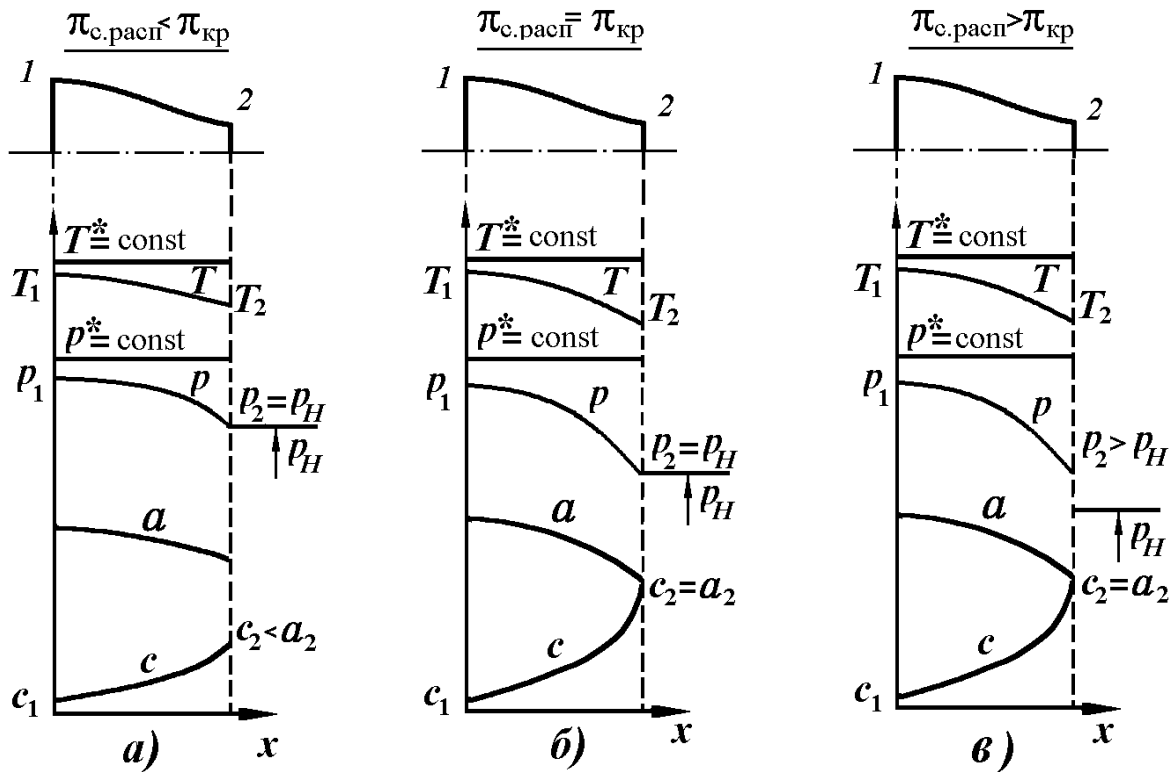


Рис. 5.6. Изменение параметров газа в суживающемся сопле

3. **Режим недорасширения**, когда $\pi_{с,расп} > \pi_{кр}$. В этом случае:

– расширение газа в сопле не полное, т.е. $p_2 > p_H$ и $\pi_c = \pi_{кр} < \pi_{с,расп}$.

Окончательное расширение газа (т.е. понижение его давления до величины p_H) происходит за пределами сопла (рис. 5.6в). Следовательно, располагаемая степень понижения давления газа не используется полностью в сопле для увеличения скорости потока;

– скорость истечения газа из сопла равна критической скорости, т.е. $c_2 = a_2 = c_{кр}$, а число $M_2 = 1$. Возмущения внешнего потока в виде p_H не могут проникнуть внутрь сопла и перестроить поток. Значит, изменение параметров газа вдоль сопла будет такими же, как и на критическом режиме.

Таким образом:

- для суживающегося сопла характерны только два режима работы:
 - режим полного расширения ($\pi_{\text{расп}} \leq \pi_{\text{кр}}$) при котором $p_2 = p_H$, $\pi_c = \pi_{\text{с.расп}}$, $c_2 \leq a_2$, $M_2 \leq 1$;
 - и режим недорасширения ($\pi_{\text{с.расп}} > \pi_{\text{кр}}$), когда $p_2 > p_H$, $\pi_c = \pi_{\text{кр}}$, $c_2 = a_2$, $M_2 = 1$.
- в суживающемся сопле нельзя разогнать поток до скорости больше скорости звука.

5.6.2. Влияние $\pi_{\text{с.расп}}$ на течение газа в суживающемся сопле

На рис. 5.7 показаны зависимости π_c и числа M_2 от $\pi_{\text{с.расп}}$. В области $\pi_{\text{с.расп}} \leq \pi_{\text{кр}}$ сопло работает на режиме полного расширения газа ($\pi_c = \pi_{\text{с.расп}}$), поэтому зависимость π_c от $\pi_{\text{с.расп}}$ здесь представляет собой прямую линию, выходящую из начала координат. Число M_2 и соответственно скорость истечения c_2 с ростом $\pi_{\text{с.расп}}$ увеличиваются, достигая при $\pi_{\text{с.расп}} = \pi_{\text{кр}}$ критических величин ($M_2 = 1$; $c_2 = c_{\text{кр}}$). Дальнейшее увеличение $\pi_{\text{с.расп}}$ в области $\pi_{\text{с.расп}} > \pi_{\text{кр}}$, когда сопло работает на режиме недорасширения, не изменяет ни π_c , ни M_2 .

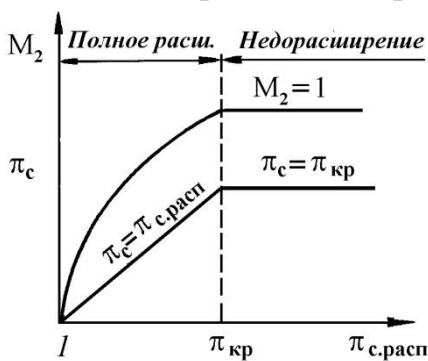


Рис. 5.7

В области значений $\pi_{\text{с.расп}} > \pi_{\text{кр}}$ изменение, например, давления окружающей среды p_H при $p_1^* = \text{const}$ не влияют на параметры потока в выходном сечении сопла. Физически это объясняется тем, что возмущение в виде изменения давления p_H , распространяется в газе со скоростью звука. И в случаях, когда в выходном сечении сопла скорость истечения газа равна местной скорости звука, изменение давления окружающей среды не может распространиться навстречу потоку

внутри сопла и повлиять на течение газа в нем. Сопло при этом как бы «заперто».

5.6.3. Расход газа через сопло

Расход газа через суживающееся сопло

$$G = m \frac{p_2^*}{\sqrt{T_2^*}} F_2 q(\lambda_2),$$

где значение параметра m определяется свойствами газа (k , R).

Так как при идеальном, энергоизолированном течении газа в сопле $p_2^* = p_1^*$ и $T_2^* = T_1^*$, то этой формуле можно придать следующий вид:

$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_2 q(\lambda_2).$$

Таким образом, расход газа через суживающееся сопло зависит от:

- свойств газа, т.е. коэффициента $m=f(k,R)$;
- параметров заторможенного потока на входе в сопло (p_1^* , T_1^*);
- площади выходного сечения сопла F_2 ;
- действительной степени понижения давления газа в сопле, которая определяет величину относительной плотности тока в выходном сечении $q(\lambda_2)$.

Если $\pi_c = \pi_{кр}$, что, как указывалось, имеет место при $\pi_{с.расп} \geq \pi_{кр}$, то параметры газа в выходном сечении сопла – критические и $q(\lambda_2)=1$. В этом случае

$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_2 .$$

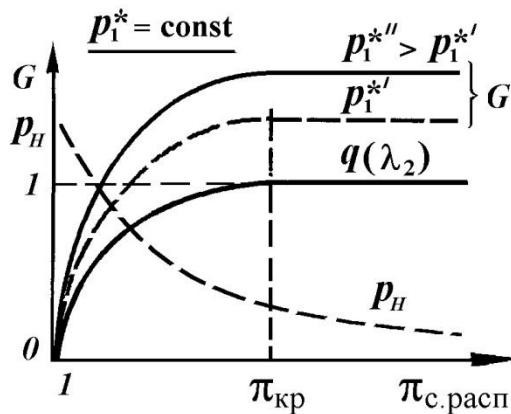


Рис. 5.8

На рис.5.8 показана зависимость расхода газа G через сопло от $\pi_{с.расп}$ при изменении его за счёт снижения давления окружающей среды p_H (при неизменных значениях p_1^* , T_1^* и F_2). При $\pi_{с.расп}=1$ течение газа в сопле отсутствует и $G = 0$. Повышение $\pi_{с.расп}$ в области $\pi_{с.расп} \leq \pi_{кр}$ приводит к увеличению расхода за счёт роста скорости истечения до тех пор, пока она при $\pi_{с.расп} = \pi_{кр}$ не достигает скорости звука. Дальнейшее увеличение $\pi_{с.расп}$ за счёт понижения p_H уже не оказывает влияния на параметры течения газа в сопле, и поэтому расход через него остаётся постоянным.

5.7. Идеальное течение газа в сопле Лавалья

У двигателей сверхзвуковых самолетов $\pi_{с.расп}$ на многих режимах полёта значительно превосходит $\pi_{кр}$. Тогда из-за недорасширения газового потока, применение суживающихся сопел приводит к значительным потерям тяги двигателя. Поэтому для эффективного использования $\pi_{с.расп}$ применяют суживающе-расширяющиеся сопла – сопла Лавалья, в которых поток разгоняется до сверхзвуковой скорости.

Изменение параметров газа вдоль сопла Лавалья в суживающейся части сопла не отличается от течения в суживающемся сопле при $\pi_{с.расп} \geq \pi_{кр}$ (рис. 5.9). На этом участке поток разгоняется до скорости звука, которая достигается в минимальном (критическом) сечении сопла. Параметры газа в этом сечении равны критическим. В расширяющейся части сопла Лавалья происходит дальнейшее увеличение скорости, сопровождаемое снижением давления и температуры газового потока. При этом в сопле Лавалья при отсутствии трения и теплообмена со стенками температура и давление заторможенного потока вдоль сопла будут оставаться постоянными ($T^* = \text{const}$, $p^* = \text{const}$).

Режим работы сопла Лавала определяется соотношением между действительной и располагаемой степенями понижения давления (π_c и $\pi_{c,расп}$). При этом возможны три режима работы:

1. Режим полного расширения, когда $\pi_c = \pi_{c,расп}$. В этом случае давление в выходном сечении сопла равно давлению окружающей среды, т.е. $p_2 = p_H$. Для сопла Лавала такой режим работы принято называть **расчетным**.

2. Режим недорасширения (неполного расширения), когда $\pi_c < \pi_{c,расп}$. В этом случае давление газа в выходном сечении сопла выше давления окружающей среды ($p_2 > p_H$) и окончательное расширение газа до атмосферного давления p_H происходит за пределами сопла.

3. Режим перерасширения, когда $\pi_c > \pi_{c,расп}$. В этом случае давление газа в выходном сечении сопла ниже давления окружающей среды ($p_2 < p_H$), и за соплом происходит сжатие (повышение давления) газа в струе.

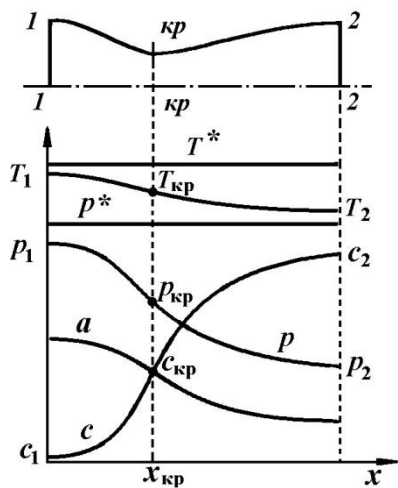


Рис. 5.9

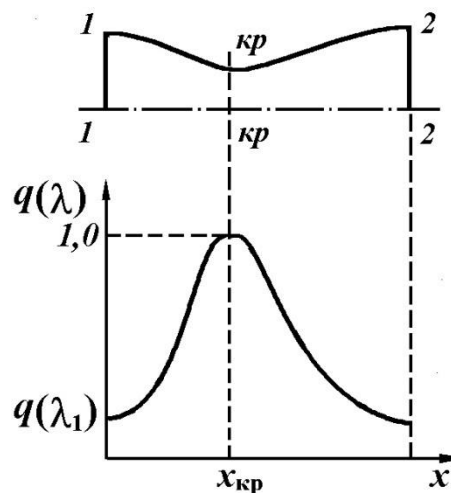


Рис. 5.10

Влияние \bar{F}_2 на течение газа в сопле. Важным параметром сопла Лавала является относительная площадь выходного сечения сопла (геометрическая степень расширения)

$$\bar{F}_2 = \frac{F_2}{F_{кр}}$$

Из уравнения неразрывности, записанного для критического и выходного сечений сопла, следует, что $c_{кр}\rho_{кр}F_{кр} = c_2\rho_2F_2$, откуда

$$\bar{F}_2 = \frac{c_{кр}\rho_{кр}}{c_2\rho_2} = \frac{1}{q(\lambda_2)} \quad \text{или} \quad q(\lambda_2) = \frac{1}{\bar{F}_2}$$

Аналогично для любого другого сечения сопла получим $\bar{F} = 1/q(\lambda)$ или $q(\lambda) = 1/\bar{F}$.

Будем считать полные параметры потока p^* , T^* , ρ^* вдоль тракта сопла постоянными. Тогда, зная закон профилирования сопла, т.е. $\bar{F} = f(x)$, можно определить $q(\lambda) = 1/\bar{F}$, а затем и все параметры потока газа в любом сечении со-

пла (в том числе и в выходном), т.к. все газодинамические функции однозначно связаны между собой. Покажем это схематически: $q(\lambda) \rightarrow M$, $\lambda = c/c_{кр} \rightarrow c$

(где $c_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}$), $\Pi(\lambda) = p/p^* \rightarrow p$, $\tau(\lambda) = T/T^* \rightarrow T$, $\varepsilon(\lambda) = \rho/\rho^* \rightarrow \rho$.

Максимальное значение $q(\lambda) = 1$ достигается в критическом сечении сопла (рис. 5.10).

Установим связь между π_c и \bar{F}_2 . При увеличении \bar{F}_2 значение $q(\lambda_2) = 1/\bar{F}_2$ уменьшается. В области значений $\lambda_2 > 1$ это приводит к снижению $\Pi(\lambda_2) = p_2/p_2^*$ (рис. 4.12), что вызывает рост $\pi_c = p_1^*/p_2 = p_2^*/p_2 = 1/\Pi(\lambda_2)$.

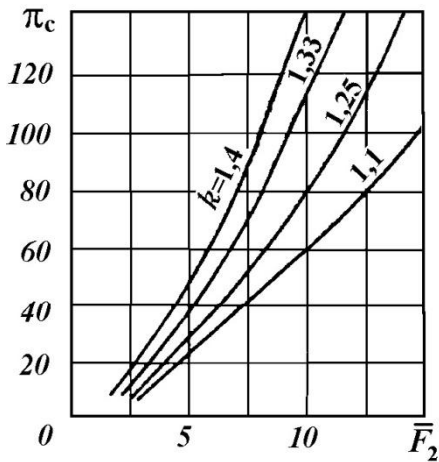


Рис. 5.11

Следовательно:

– значение π_c однозначно связано с \bar{F}_2 (рис. 5.11);

– при увеличении \bar{F}_2 увеличивается π_c , а значит c_2 и M_2 ;

– если в сопле Лавалья $\bar{F}_2 = \text{const}$, то течение газа происходит при постоянном значении $\pi_c = \text{const}$, независимо от изменения p_1^* и p_H ;

– расчетный режим работы сопла Лавалья (т.е. $p_2 = p_H$, $\pi_c = \pi_{расп}$) при заданных p_1^* и p_H (т.е. при заданном π_c) возможен только при одном единственном значении \bar{F}_2 ;

– если $\bar{F}_2 = \text{const}$, то $\pi_c = p_1^*/p_2 = \text{const}$.

Тогда при адиабатном течении в сопле $p_1^*/p_2 = \text{const}$, $T_1^*/T_2 = \text{const}$, $\rho_1^*/\rho_2 = \text{const}$. Таким образом, при изменении полных параметров газа перед соплом происходит пропорциональное изменение статических параметров газа на срезе сопла. То же самое происходит в любом другом сечении сопла.

Расход газа через сопло Лавалья. Запишем расход газа через критическое сечение сопла

$$G = m \frac{p_{кр}^*}{\sqrt{T_{кр}^*}} q(\lambda_{кр}) F_{кр}.$$

В энергоизолированном потоке $p_{кр}^* = p_1^*$, $T_{кр}^* = T_1^*$. Кроме того, в критическом сечении сопла $q(\lambda_{кр}) = 1$, тогда

$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_{кр}.$$

Таким образом, расход газа через сопло Лавалья зависит от рода газа [$m = f(k, R)$], полных параметров перед соплом p_1^* , T_1^* и площади критического сечения сопла $F_{кр}$.

Влияние p_1^* на течение газа в сопле Лавалья. В этом анализе будем считать, что $\bar{F}_2 = \text{const}$, $T_1^* = \text{const}$ и $p_H = \text{const}$. Если $\bar{F}_2 = \text{const}$, то все газодинамические функции в сопле и на выходе из него также будут постоянными.

Кроме того, т.к. действительная степень расширения газа в сопле $\pi_c = p_1^*/p_2$ однозначно определяется значением \bar{F}_2 , т.е. $\pi_c = f(\bar{F}_2)$, то она также будет постоянной.

Сопло работает на расчетном режиме, если $p_1^* = p_{1\text{расч}}^*$ (рис. 5.12а), тогда давление на выходе из сопла $p_2 = p_H$ и $\pi_c = \pi_{c\text{расч}}$.

При увеличении $p_1^* > p_{1\text{расч}}^*$ пропорционально увеличивается $p_2 = p_1^*/\pi_c$, т.е. сопло будет работать на **режиме недорасширения**.

При принятых выше условиях скорость истечения газа из сопла $c_2 = \sqrt{2c_p T_1^* \left(1 - 1/\pi_c^{k-1}\right)}$ и число Маха M_2 изменяться не будут.

Расход газа через сопло $G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_{кр} = \text{const} \cdot p_1^*$ будет возрастать пропорционально p_1^* .

При уменьшении $p_1^* < p_{1\text{расч}}^*$ все параметры газа в сопле будут изменяться в обратном направлении, а сопло будет работать на **режиме перерасширения**.

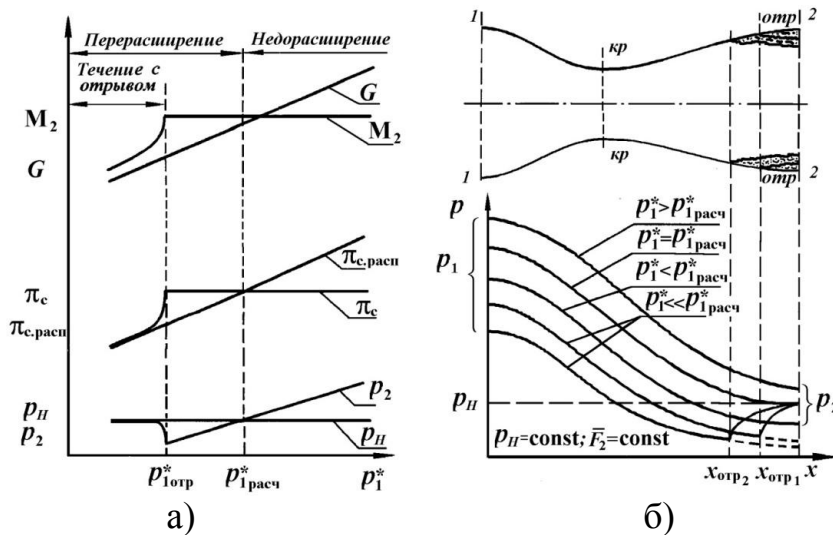


Рис. 5.12. Изменение параметров газа в сопле Лавалья

На режимах глубокого перерасширения, когда давление газа на выходе из сопла p_2 становится существенно меньше давления окружающей среды p_H , окружающий воздух под давлением p_H проникает внутрь канала через пограничный слой на стенках сопла, скорость течения в котором намного меньше скорости звука. Это вызывает отрыв потока от стенок в расширяющейся части сопла Лавалья (рис. 5.12б) и изменение характера распределения статического давления в зоне отрыва.

Лекция 6. Идеальные циклы тепловых двигателей

6.1. Термодинамический метод исследования циклов тепловых двигателей

Основными задачами термодинамического метода исследования циклов тепловых двигателей являются:

- определение величины подведенной q_1 и отведенной q_2 теплоты, а также работы цикла $l_{ц}$;
- определение эффективности преобразования подведенной к рабочему телу теплоты q_1 в работу цикла $l_{ц}$, т.е. определение термического КПД цикла η_t и факторов, на него влияющих;
- оценка путей повышения эффективности цикла.

Преобразование теплоты в работу в циклах реальных двигателей связано с рядом сложных физических, химических и газодинамических процессов (горение топлива, теплоотдача от рабочего тела в стенки двигателя, течение вязкого газа в различных элементах двигателя и др.). Они изучаются в теории авиационных двигателей.

В технической термодинамике проводятся изучение и исследование *идеальных* циклов тепловых двигателей. В них реальные процессы заменяются идеальными. При идеализации циклов обычно принимаются следующие допущения:

- 1) процессы, составляющие цикл, являются обратимыми, т.е. $l_{трех}$ и другие диссипативные явления отсутствуют;
- 3) рабочее тело в цикле обладает неизменным химическим составом, если это газ, то он считается идеальным;
- 4) реальный процесс горения топлива заменяется обратимым процессом подвода теплоты извне;
- 5) цикл считается замкнутым, процесс смены рабочего тела не рассматривается, а заменяется обратимым процессом отвода теплоты от рабочего тела в окружающую среду.

Максимально возможная степень преобразования теплоты в работу цикла достигается в цикле Карно, который осуществляется в том же интервале температур, что и в исследуемом цикле.

Совершенство произвольного обратимого цикла оценивается тем, насколько его термический КПД отличается от термического КПД цикла Карно, осуществляемого в то же интервале крайних температур. Эту оценку выполнить сложно, т.к. трудно вычислить η_t произвольного цикла. Поэтому пользуются следующими методами сравнения эффективности циклов.

а) Графический метод сравнения циклов в T,s – координатах

В этих координатах (рис. 6.1) наглядно изображаются теплоты q_1 и q_2 , входящие в выражение для $\eta_t = 1 - q_2/q_1$.

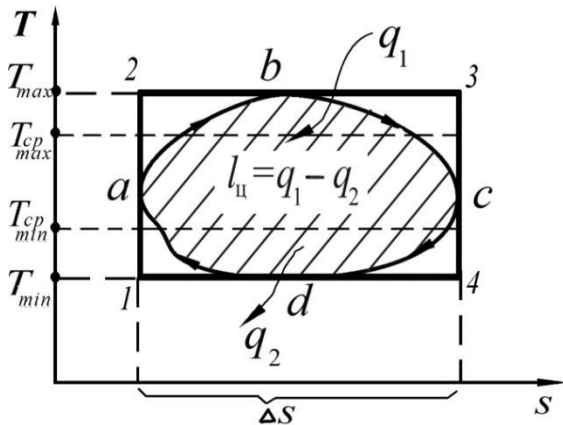


Рис. 6.1. Графический метод сравнения циклов

Сравним произвольный цикл $abcd$, осуществляемый в интервале температур T_{\max} и T_{\min} с циклом Карно 1234 в этом же интервале температур. Из графика видно, что в произвольном цикле $q_1 < q_{1\text{Карно}}$, а $q_2 > q_{2\text{Карно}}$. Следовательно $q_2/q_1 > q_{2\text{Карно}}/q_{1\text{Карно}}$, поэтому $\eta_{\text{тКарно}} = 1 - q_{2\text{Карно}}/q_{1\text{Карно}}$ больше $\eta_{\text{т}} = 1 - q_2/q_1$ произвольного цикла.

б) Метод сравнения циклов путем сравнения средних температур подвода и отвода теплоты в цикле.

Для анализируемого цикла можно записать $T_{\text{ср,max}} = \frac{q_1}{\Delta S}$, $T_{\text{ср,min}} = \frac{q_2}{\Delta S}$. Следовательно, $T_{\text{ср,max}} < T_{\max}$, а $T_{\text{ср,min}} > T_{\min}$.

Если анализируемый цикл заменить циклом Карно в интервале температур $T_{\text{ср,max}}$ и $T_{\text{ср,min}}$, то термический КПД такого цикла $\eta_{\text{т}} = 1 - T_{\text{ср,min}}/T_{\text{ср,max}}$ будет ниже, чем термический КПД цикла Карно в интервале температур $T_{\max} - T_{\min}$, т.е. меньше, чем $\eta_{\text{тКарно}} = 1 - T_{\min}/T_{\max}$.

Таким образом, чем выше в исследуемом цикле $T_{\text{ср,max}}$ и ниже $T_{\text{ср,min}}$, тем выше его термический КПД и тем ближе он к циклу Карно, осуществляемому в интервале температур $T_{\max} - T_{\min}$.

6.2. Цикл газотурбинных двигателей – цикл Брайтона

Данный цикл называется также циклом с подводом теплоты при постоянном давлении (рис. 6.2а и 6.2б).

От исходного состояния 1 рабочее тело сжимается в адиабатном процессе 1-2. Далее в изобарном процессе 2-3 к нему подводится извне теплота q_1 . Затем происходит адиабатное расширение рабочего тела в процессе 3-4 до давления p_4 , равного исходному давлению p_1 . Отвод теплоты q_2 происходит в замыкающем цикл изобарном процессе 4-1, в результате чего рабочее тело возвращается в исходное состояние 1.

Для исследования цикла Брайтона необходимо задать:

– род рабочего тела (k, R) и его параметры p_1 и T_1 в исходной точке цикла 1;

– степень повышения давления в адиабатном процессе сжатия $\pi = p_2/p_1$ и степень подогрева рабочего тела в цикле $\Delta = T_3/T_1$.

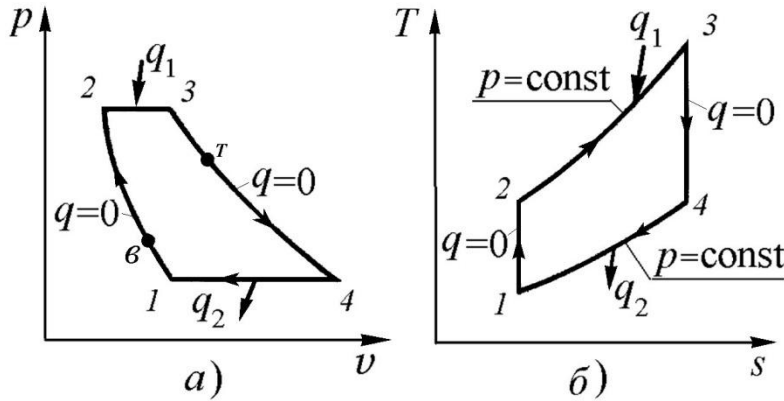


Рис. 6.2. Цикл Брайтона

Определим температуру рабочего тела в характерных точках 2, 3 и 4 данного цикла. При этом для упрощения записей введём обозначение $e = \pi^{\frac{k-1}{k}}$. Тогда $T_2 = T_1 e$; $T_3 = T_1 \Delta$; $T_4 = T_1 \frac{\Delta}{e}$.

Определим подведённую и отведённую в цикле теплоту. Для изобарного процесса 2-3 $q_1 = c_p(T_3 - T_2) = c_p T_1(\Delta - e)$.

Для изобарного процесса 4-1 $q_2 = c_p(T_4 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{\Delta}{e} - 1 \right)$.

Тогда термический КПД цикла Брайтона равен

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{1}{e} \quad \text{или} \quad \boxed{\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{k-1}{k}}}}$$

Отсюда видно, что значение термического КПД цикла Брайтона зависит от рода рабочего тела (k) и степени повышения давления в цикле π (рис. 6.3).

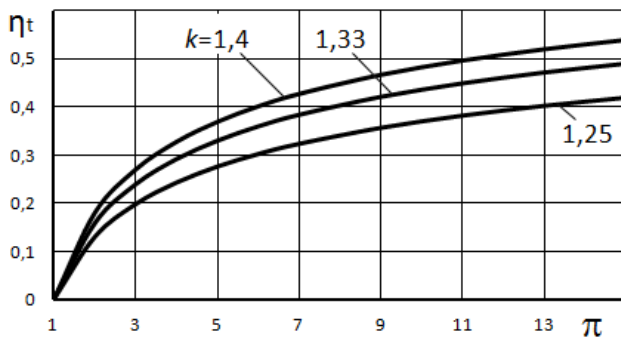


Рис. 6.3

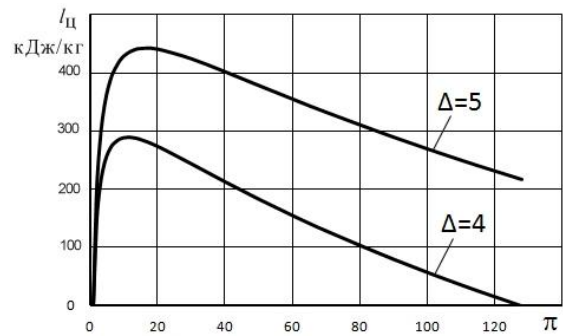


Рис. 6.4

Увеличение π является одним из основных средств повышения η_t и, следовательно, экономичности тепловых машин, работающих по циклу Брайтона.

Практически все современные воздушно-реактивные и газотурбинные двигатели работают по циклу Брайтона. У авиационных двигателей значение π в наземных условиях достигает 25...30, а в полёте и того более.

Найдём выражение для работы цикла

$$l_{ц} = q_1 - q_2 = \frac{c_p T_1}{e} (e - 1)(\Delta - e) = \frac{k}{k-1} R T_1 (e - 1) \left(\frac{\Delta}{e} - 1 \right)$$

Как видно, работа цикла зависит от рода рабочего тела (k, R), его начальной температуры T_1 , степени повышения давления π и степени подогрева рабочего тела Δ в цикле. С ростом c_p, T_1 и Δ работа цикла растёт.

Работа цикла $l_{\text{ц}}$ обращается в нуль при двух значениях π , соответствующих $e = 1$ и $e = \Delta$ (рис. 6.4). Следовательно, между этими крайними значениями π имеется некоторое оптимальное значение $\pi_{\text{опт}}$, при котором работа цикла максимальна. Для определения $\pi_{\text{опт}}$ продифференцируем формулу для $l_{\text{ц}}$ по e и приравняем производную нулю:

$$\frac{dl_{\text{ц}}}{de} = \frac{k}{k-1} RT_1 \frac{\Delta - e^2}{e^2} = 0.$$

$$\text{Отсюда получим } e_{\text{опт}} = \sqrt{\Delta} \quad \text{или} \quad \pi_{\text{опт}} = (\Delta)^{\frac{k}{2(k-1)}}.$$

Как видно, для данного рабочего тела величина $\pi_{\text{опт}}$ в идеальном цикле Брайтона зависит только от степени подогрева Δ . С увеличением Δ увеличивается и значение $l_{\text{ц}}$ и $\pi_{\text{опт}}$.

Следует отметить, что при $\pi = \pi_{\text{опт}}$ термический КПД цикла не достигает максимального значения. В области значений $\pi > \pi_{\text{опт}}$ он продолжает увеличиваться с ростом π , но величина работы цикла при этом будет уменьшаться и достигнет нулевого значения при $\pi_{\text{макс}} = \pi_{\text{опт}}^2$.

При $\pi = \text{const}$ работа цикла при увеличении Δ линейно возрастает.

Рассмотренный цикл Брайтона реализуется в ряде типов существующих двигателей. В авиации это турбореактивные (рис. 6.5) и турбовинтовые двигатели (рис. 6.6), а также вертолётные газотурбинные двигатели (рис. 6.7). Цикл Брайтона применяется, кроме того, в турбостартерах и в газотурбинных установках (ГТУ), используемых как вспомогательные силовые установки на тяжёлых самолётах различного назначения.

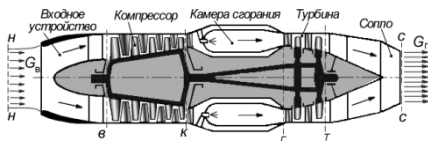


Рис. 6.5. Схема ТРДД

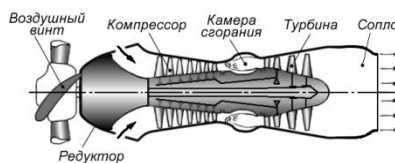


Рис. 6.6. Схема ТВД

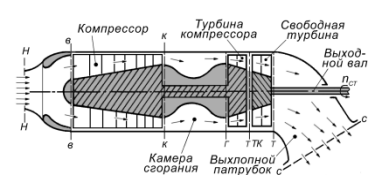


Рис. 6.7. Схема ТВад

Применительно к ТРД (рис. 6.5) идеальный цикл Брайтона протекает следующим образом. Рабочее тело (воздух) поступает в двигатель из атмосферы через входное устройство. Адиабатный процесс сжатия воздуха 1-2 (рис. 6.2) происходит во входном устройстве и в компрессоре. С ростом скорости полёта повышение давления во входном устройстве становится всё более значительным, и параметры воздуха на входе в компрессор значительно отличаются от атмосферных параметров (точка v на рис. 6.2). В камере сгорания при постоян-

ном давлении происходит сгорание топлива (процесс 2-3) и к воздуху подводится теплота q_1 . Продукты сгорания (газ) с параметрами p_3, T_3 поступают в газовую турбину, которая служит для привода компрессора. Адиабатное расширение газа (процесс 3-4) происходит в турбине и сопле. Состояние газа за турбиной изображено на рис. 6.2 точкой T . При расширении в турбине часть энергии газа преобразуется в работу на валу турбины, которая передаётся компрессору. При расширении в сопле происходит разгон потока и он в виде газовой струи с большой скоростью вытекает в атмосферу. Изобарный процесс 4-1 соответствует охлаждению в окружающей атмосфере горячих продуктов сгорания, вытекающих из двигателя, с отводом теплоты q_2 .

Вертолётные ГТД (рис. 6.6) и ТВД (рис. 6.7) используются на летательных аппаратах, предназначенных для полета с дозвуковой скоростью. Поэтому повышение давления во входных устройствах этих двигателей практически не происходит, и сжатие воздуха осуществляется только в компрессоре. У этих двигателей только часть работы турбины затрачивается на привод компрессора. Значительная часть её передаётся через редуктор на воздушный винт. Поэтому у ТВД и вертолётных ГТД процесс расширения продуктов сгорания происходит в турбине практически до атмосферного давления и через выходное устройство они отводятся в атмосферу.

6.3. Циклы ГТД со ступенчатым подводом теплоты

По условиям прочности значение максимальной температуры газа перед турбиной $T_{3\text{макс}}$ у газотурбинных двигателей ограничивается. Это ограничивает получаемую работу цикла $l_{\text{ц}}$ и, следовательно, при заданных размерах двигателя, его тягу (или мощность). Увеличить $l_{\text{ц}}$ можно, применив ступенчатый подвод теплоты q_1 .

Один из вариантов цикла со ступенчатым подводом теплоты применяется в авиационных турбореактивных двигателях (ТРДФ), в которых одна камера сгорания размещена перед турбиной, а вторая, форсажная камера сгорания, – за турбиной (рис. 6.8). Термодинамические процессы протекают в этом двигателе в такой последовательности (рис. 6.9):

- процесс 1-2 – адиабатное сжатие воздуха во входном устройстве и компрессоре;
- процесс 2-3 – изобарный подвод теплоты q_1 в основной камере сгорания;
- процесс 3- T – адиабатное расширение газа в турбине;
- процесс T -3 $_{\text{ф}}$ – изобарный подвод теплоты $q_{1\text{ф}}$ в форсажной камере сгорания;
- процесс 3 $_{\text{ф}}$ -4 $_{\text{ф}}$ – адиабатное расширение газа в сопле;

– процесс $4_{\phi}-1$ – изобарный отвод теплоты q_2 в атмосферу.

В ТРДФ температура газа в форсажной камере сгорания $T_{3\phi}$ обычно больше его температуры перед турбиной T_3 из-за отсутствия ограничений, связанных с прочностью турбины. Если форсажная камера сгорания выключена, то двигатель работает как ТРД с циклом Брайтона $1-2-3-4$.

ТРДФ по сравнению с ТРД создаёт большую тягу (из-за увеличения работы цикла), но проигрывает в экономичности, так как при ступенчатом подводе теплоты термический КПД цикла снижается.

Для доказательства рассмотрим два цикла: цикл A ($1-2-3-4$) и цикл B ($4-T-3_{\phi}-4_{\phi}$), которые вместе, как видно на рис. 6.9, составляют цикл $(A+B)$ со ступенчатым подводом теплоты. Степень повышения давления в цикле B меньше, чем

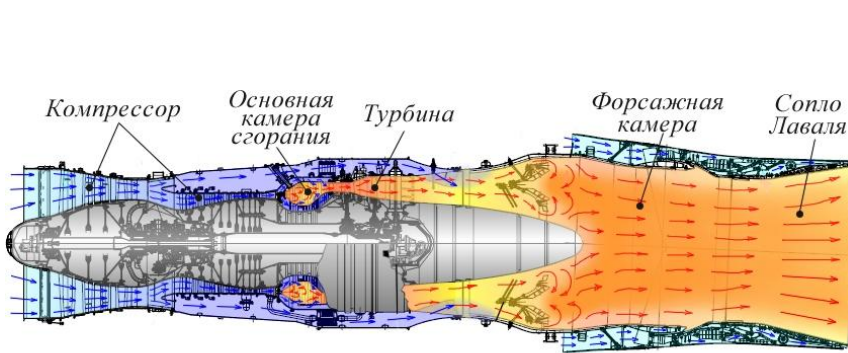


Рис. 6.8. Схема ТРДФ

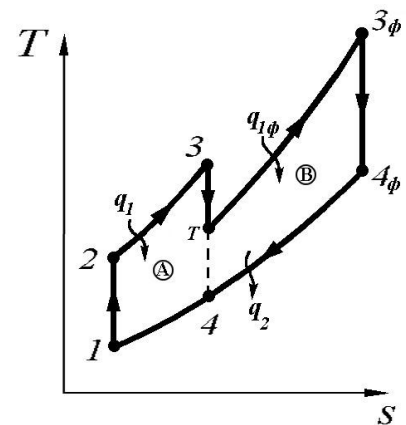


Рис. 6.9. Цикл ТРДФ

степень повышения давления в цикле A . Поэтому и термический КПД цикла B будет меньше, чем цикла A . Следовательно, преобразование подведённой теплоты в работу у составного цикла (цикла со ступенчатым подводом теплоты) в целом будет протекать с меньшим КПД, чем у исходного цикла A

$$\eta_{t(A+B)} < \eta_{tA}$$

6.4. Цикл Брайтона с регенерацией теплоты

Регенерация теплоты является одним из способов увеличения термического КПД цикла. На рис. 6.10 показана принципиальная схема ТВД с регенерацией теплоты. Основное отличие этого двигателя от ГТД, рассмотренных выше, состоит в том, что в нём имеется теплообменник (ТО), в котором выходящие из турбины (Т) газы передают часть своей теплоты q_p воздуху, поступающему в теплообменник из компрессора (К). Подогрев воздуха в теплообменнике уменьшает количество теплоты, которое необходимо подвести к нему в камере сгорания (КС) для обеспечения заданной температуры цикла T_3 . Оче-

видно, регенерация теплоты возможна только при условии, что температура газа за турбиной больше температуры воздуха за компрессором ($T_4 > T_2$).

Идеальный цикл такого двигателя составляют следующие процессы (рис. 6.11):

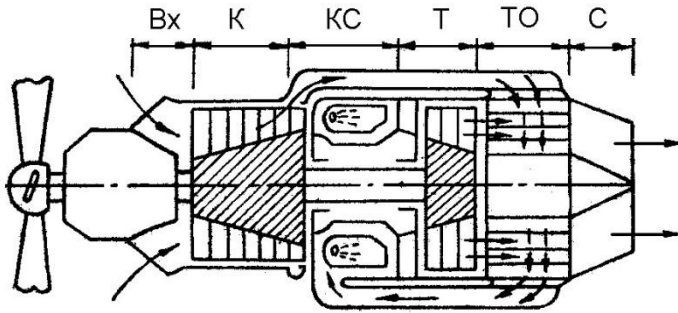


Рис. 6.10. Схема ТВД с регенерацией тепла

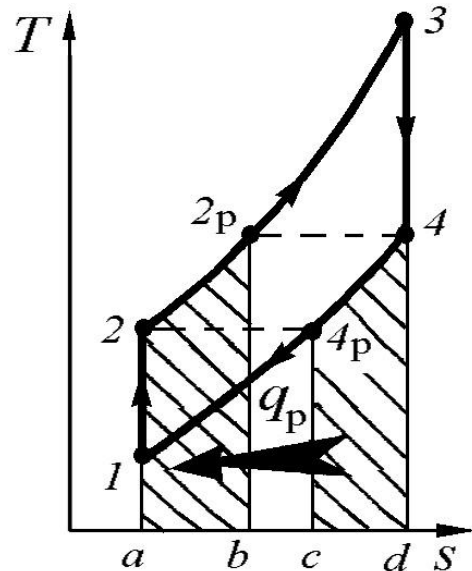


Рис. 6.11. Цикл ТВД с регенерацией тепла

- 1) процесс $1-2$ — адиабатное сжатие во входном устройстве (ВХ) и компрессоре (К);
- 2) процесс $2-2_p$ — изобарный подвод теплоты q_p к воздуху в теплообменнике (ТО);
- 3) процесс 2_p-3 — изобарный подвод теплоты q_1 в камере сгорания (КС);
- 4) процесс $3-4$ — адиабатное расширение в турбине (Т) и сопле (С);
- 5) процесс $4-4_p$ — изобарный отвод теплоты q_p от горячего газа в теплообменнике (ТО);
- 6) процесс 4_p-1 — изобарный отвод теплоты q_2 в атмосферу.

В T, s -координатах количество теплоты $q_p = c_p(T_{2p} - T_2)$, отдаваемой газом в теплообменнике, эквивалентно площади $c4_p 4d$, а такое же количество теплоты, получаемой в теплообменнике воздухом, — площади $a2 2_p b$. Очевидно, что эти площади равны.

Максимальная температура, до которой может быть нагрет воздух в теплообменнике, равна температуре газа за турбиной ($T_{2p, \text{макс}} = T_4$). В этом предельном случае в регенерации участвует максимальное количество теплоты $q_{p, \text{макс}} = c_p(T_{2p, \text{макс}} - T_2) = c_p(T_4 - T_2)$.

Степенью регенерации $\sigma_{\text{рег}}$ называется отношение действительного количества теплоты, участвующей в регенерации, к максимально возможному:

$$\sigma_{\text{рег}} = \frac{q_p}{q_{p.\text{макс}}} = \frac{T_{2p} - T_2}{T_4 - T_2}.$$

В реальных ГТД с регенерацией теплоты $\sigma_{\text{рег}} < 1$.

Термический КПД рассматриваемого цикла определяется по известному выражению

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Применение регенерации, как видно из рис. 6.11, уменьшает теплоты q_1 и q_2 на одно и то же значение q_p . Но так как $q_2 < q_1$, то это уменьшение приводит к снижению отношения q_2/q_1 , т.е. к увеличению η_t . Таким образом, при равных параметрах цикла двигатель, в котором реализован цикл Брайтона с регенерацией теплоты, имеет более высокое значение термического КПД и, следовательно, лучшую экономичность, чем двигатель без регенерации.

6.5. Циклы поршневых двигателей

Поршневые двигатели в настоящее время широко используются на лёгких самолётах. Рабочими элементами поршневого двигателя (рис. 6.12) являются цилиндр и поршень, соединённый через шатун и коленчатый вал с потребителем мощности (винтом). При перемещении поршня изменяется объём цилиндра от максимального V_1 до минимального V_2 , и наоборот. Положение поршня, соответствующее V_1 , называют нижней мёртвой точкой (НМТ), а соответствующее V_2 – верхней мёртвой точкой (ВМТ). Одно перемещение поршня между этими крайними точками называется ходом (такты). В цилиндре имеются клапаны для впуска (всасывания) рабочего тела (воздуха или топливо-воздушной смеси) в начале цикла и выпуска (выхлопа) продуктов сгорания в его конце.

Наибольшее распространение получили два типа поршневых двигателей: с принудительным зажиганием топливо-воздушной смеси (цикл Отто) и с самовоспламенением от сжатия (цикл Дизеля). Рассмотрим идеальные циклы этих поршневых двигателей.

6.5.1. Цикл Отто

Данный цикл является циклом поршневого двигателя с подводом теплоты при постоянном объеме (рис. 6.13).

Цикл применяется в поршневых двигателях с принудительным зажиганием (например, бензиновых) и протекает следующим образом. От исходного со-

стояния 1 при движении поршня вверх (рис. 6.12) в адиабатном процессе $1-2$ сжимается заранее подготовленная топливо-воздушная смесь. Её зажигание в точке 2 (например, с помощью электрической свечи) приводит к практически мгновенному сгоранию с выделением теплоты q_1 . За это время поршень практически не перемещается. Поэтому в идеальном цикле процесс $2-3$, в котором к рабочему телу подводится теплота q_1 , считается изохорным. Далее происходит адиабатное расширение рабочего тела (продуктов сгорания) в процессе $3-4$, поршень движется вниз. Этот процесс в теории поршневых двигателей называется *рабочим ходом*. В точке 4 открывается выпускной клапан и происходит истечение (выброс)

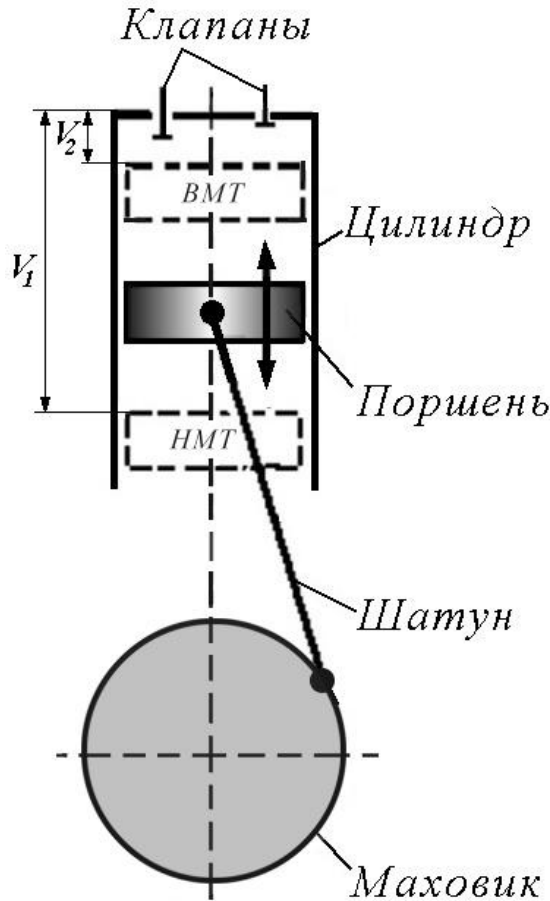


Рис. 6.12. Схема поршневого Двигателя

горячих продуктов сгорания в атмосферу. Этот процесс в цикле Отто изображается изохорным процессом $4-1$, замыкающим цикл. В процессе $4-1$ происходит отвод теплоты q_2 от рабочего тела в окружающую среду и возвращение его в исходное состояние 1 .

В четырёхтактном поршневом двигателе дополнительно осуществляются два вспомогательных такта, показанных на рис. 6.13 штриховой линией:

$1-a$ – опорожнение цилиндра от остатков продуктов сгорания (выхлоп);
 $a-1$ – заполнение цилиндра свежей топливоздушной смесью (всасывание).

Эти процессы в двухтактных поршневых двигателях отсутствуют, а при анализе идеального цикла не рассматриваются.

Для исследования цикла Отто необходимо задать: род рабочего тела (k , R), его параметры p_1 , T_1 в исходной точке цикла 1 , степень сжатия в адиабатном процессе $\varepsilon = v_1/v_2$ и степень повышения давления $\lambda = p_3/p_2$ в изохорном процессе подвода теплоты q_1 .

Определим температуру рабочего тела в характерных точках 2 , 3 и 4 данного цикла, используя соотношения параметров в соответствующих процессах.

В адиабатном процессе $1-2$
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}, \quad \text{откуда} \quad T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1},$$

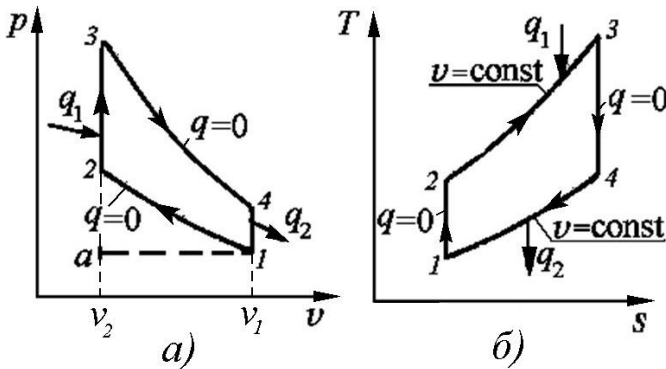


Рис. 6.13. Цикл Отто

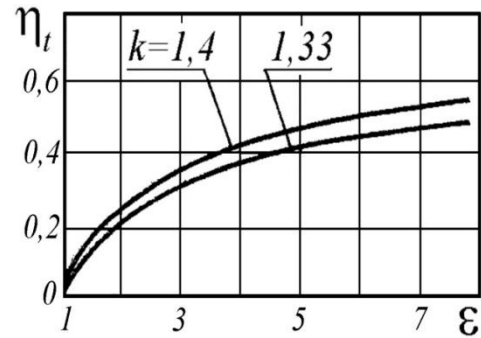


Рис. 6.14. Зависимость КПД цикла Отто от степени сжатия

в изохорном процессе 2-3 $\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda$, откуда $T_3 = T_2\lambda = T_1\epsilon^{k-1}\lambda$,

в адиабатном процессе 3-4 $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \epsilon^{k-1}$, тогда $T_4 = \frac{T_3}{\epsilon^{k-1}} = T_1\lambda$.

Определим подведённую и отведённую в цикле теплоту. Для изохорного процесса 2-3 $q_1 = c_v(T_3 - T_2) = c_v T_1 \epsilon^{k-1} (\lambda - 1)$, для изохорного процесса 4-1

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1) = c_v T_1 (\lambda - 1).$$

Следовательно, работа цикла Отто равна

$$l_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = c_v T_1 (\epsilon^{k-1} - 1) (\lambda - 1), \text{ а термический КПД } \eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{k-1}}.$$

Термический КПД цикла Отто (при данном значении k) зависит только от степени сжатия ϵ (рис. 6.14). Как видно, с увеличением ϵ термический КПД цикла существенно увеличивается.

В реальных двигателях, работающих по циклу Отто, увеличение ϵ ограничено возможностью появления взрывного сгорания топливовоздушной смеси (детонации) при высоких значениях ϵ . Детонация в условиях эксплуатации поршневых авиационных двигателей недопустима, так как может привести к выходу двигателя из строя. При ухудшении качества применяемого топлива (бензина) значения ϵ , при которых возможна детонация, уменьшаются. У современных поршневых двигателей с циклом Отто, использующих высококачественное топливо, значение ϵ достигает 8...10.

6.5.2. Цикл Дизеля

Данный цикл является циклом поршневого двигателя с подводом теплоты при постоянном давлении (рис. 6.15).

Цикл состоит из адиабатного процесса сжатия 1-2, изобарного процесса 2-3, в котором к рабочему телу подводится теплота q_1 , адиабатного процесса

расширения 3-4 и условно замыкающего цикл изохорного процесса 4-1, где от рабочего тела отводится теплота q_2 .

Цикл Дизеля применяется в поршневых двигателях с самовоспламенением топлива от сжатия. В идеальном цикле Дизеля (как и в цикле Отто) не рассматриваются вспомогательные процессы всасывания и выхлопа.

Для исследования цикла Дизеля необходимо задать: род рабочего тела (k ,

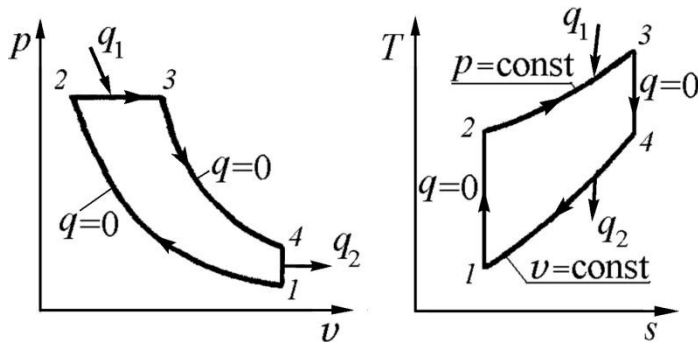


Рис. 6.15. Цикл Дизеля

R), его параметры p_1, T_1 в исходной точке цикла 1, степень сжатия в адиабатном процессе $\varepsilon = v_1/v_2$ и степень расширения $\rho = v_3/v_2$ в изобарном процессе подвода теплоты q_1 .

Найдём температуру рабочего тела в характерных точках цикла 2, 3 и 4.

В адиабатном процессе 1-2

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}, \quad \text{откуда}$$

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}.$$

В изобарном процессе 2-3 $\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \rho$, тогда $T_3 = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho$.

В адиабатном процессе 3-4 $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_1}{v_2 \rho}\right)^{k-1} = \frac{\varepsilon^{k-1}}{\rho^{k-1}}$, откуда

$$T_4 = T_1 \rho^k.$$

В изобарном процессе 2-3 к рабочему телу подводится теплота

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2) = c_p T_1 \varepsilon^{k-1} (\rho - 1).$$

В изохорном процессе 4-1 от рабочего тела отводится теплота

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1) = c_v T_1 (\rho^k - 1).$$

Тогда работа цикла Дизеля и его термический КПД равны:

$$l_{ц} = q_1 - q_2 = c_v T_1 \left[k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1) - (\rho^k - 1) \right], \quad \eta_t = 1 - \frac{(\rho^k - 1)}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)}.$$

Видно, что термический КПД цикла Дизеля зависит от степени сжатия ε и степени расширения ρ в процессе подвода теплоты. При постоянном значении ρ увеличение ε ведёт к росту η_t . Возрастание ρ приводит к увеличению работы цикла, но уменьшает значение термического КПД цикла.

Цикл Дизеля нашел широкое применение в поршневых двигателях с самовоспламенением топлива. В таких двигателях в процессе 1-2 сжимается не топливовоздушная смесь, а чистый воздух, причём с большим значением сте-

пени сжатия ($\varepsilon = 16 \dots 25$). В результате температура воздуха в конце сжатия поднимается до $550 \dots 750$ °С. В процессе расширения 2-3 в цилиндр впрыскивается топливо, которое при такой температуре самовоспламеняется и сгорает. Впрыск топлива дозируется так, чтобы, несмотря на увеличение объёма, давление в цилиндре оставалось практически постоянным.

Из сравнения формул термических КПД циклов Отто и Дизеля следует, что при одинаковых степенях сжатия ε цикл Отто будет иметь более высокий КПД, чем цикл Дизеля. Действительно, при любых значениях k и ρ будет выполняться соотношение $(\rho^k - 1) / [k(\rho - 1)] > 1$, вследствие чего $\eta_{t \text{ Отто}} > \eta_{t \text{ Дизеля}}$.

Литература

1. Кобельков В.Н., Улас В.Д., Федоров Р.М. Термодинамика и теплопередача. Под ред. Р.М.Федорова. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2012 г. 328 с.
2. Мелик-Пашаев Н.И., Кобельков В.Н., Воротников Б.А., Березин Г.В. Техническая термодинамика и теплопередача. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1983 г. 267 с.
3. Мухачев Г.А., Щукин В.К. Термодинамика и теплопередача. – М.: Высшая школа, 1991, 480 с.
4. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия, 1973. 396 с.

| | |
|--|----|
| Лекция 1. Термодинамическая система и ее состояние | 3 |
| 1.1. Основные понятия и определения | 3 |
| 1.2. Параметры состояния системы и уравнение состояния | 3 |
| 1.3. Уравнение состояния идеального газа | 4 |
| 1.3.1. Уравнение состояния идеального газа | 5 |
| 1.3.2. Уравнения состояния реальных газов | 6 |
| 1.4. Термодинамический процесс. Равновесные, неравновесные и квазиравновесные термодинамические процессы | 6 |
| 1.5. Теплоемкость и факторы на неё влияющие | 7 |
| 1.5.1. Виды теплоемкости | 7 |
| 1.5.2. Теплоемкость газов | 8 |
| 1.6. Газовые смеси | 10 |
| Лекция 2. Первый закон термодинамики. Термодинамические процессы в газах | 12 |
| 2.1. Внутренняя энергия системы | 12 |
| 2.2. Первый закон термодинамики | 13 |
| 2.3. Работа и теплота | 13 |
| 2.4. Энтальпия | 15 |
| 2.5. Задачи и методы исследования термодинамических процессов | 15 |
| 2.6. Изохорный процесс | 16 |
| 2.7. Изобарный процесс | 16 |
| 2.8. Изотермический процесс | 18 |
| 2.9. Адиабатный процесс | 19 |
| 2.10. Политропные процессы | 20 |
| 2.11. Анализ политропных процессов | 22 |
| Лекция 3. Второй закон термодинамики | 23 |
| 3.1. Обратимые и необратимые процессы | 23 |
| 3.2. Круговые процессы (циклы) | 25 |
| 3.3. Формулировка второго закона термодинамики | 26 |
| 3.4. Термический КПД цикла тепловой машины | 28 |
| 3.5. Цикл Карно и теоремы Карно | 29 |
| 3.6. Приведенная теплота и неравенство Клаузиуса | 31 |
| 3.7. Энтропия и ее свойства | 34 |
| 3.7.1. Свойства энтропии в обратимых процессах | 34 |
| 3.7.2. Особенности изменения энтропии в необратимых процессах | 35 |
| 3.7.3. Энтропия изолированной системы | 35 |
| 3.7.4. Энтропия идеального газа | 36 |
| 3.8. T, s - координаты | 37 |
| 3.8.1. Изображение основных обратимых термодинамических процессов с идеальным газом в T, s -координатах | 38 |
| 3.8.2. Цикл Карно в T, s -координатах | 41 |

| | |
|--|----|
| 3.9. i, s - координаты | 42 |
| Лекция 4. Основные уравнения термодинамики газового потока | 44 |
| 4.1. Основные допущения | 44 |
| 4.2. Уравнение неразрывности | 44 |
| 4.3. Уравнение сохранения энергии | 45 |
| 4.4. Обобщенное уравнение Бернулли | 47 |
| 4.5. Параметры адиабатно заторможенного потока | 49 |
| 4.6. Уравнение сохранения энергии в параметрах заторможенного потока .. | 51 |
| 4.7. Критические параметры потока. Приведенная скорость | 53 |
| 4.8. Газодинамические функции | 54 |
| Лекция 5. Разгон и торможение газового потока | 57 |
| 5.1. Изменение полной температуры и полного давления в газовом потоке | 57 |
| 5.2. Особенности разгона и торможения газового потока при различных Воздействиях | 58 |
| 5.3. Закономерности изменения параметров идеального газа при энергоизолированном течении в канале | 60 |
| 5.4. Форма канала, необходимая для разгона или торможения газового потока | 61 |
| 5.5. Идеальное течение газа в соплах. Основные понятия | 63 |
| 5.5.1. Основные понятия и определения | 63 |
| 5.5.2. Возможные режимы работы сопла | 64 |
| 5.6. Идеальное течение газа в суживающемся сопле | 65 |
| 5.6.1. Режимы работы суживающегося сопла | 65 |
| 5.6.2. Влияние $\pi_{с-расп}$ на течение газа в суживающемся сопле | 67 |
| 5.6.3. Расход газа через сопло | 67 |
| 5.7. Идеальное течение газа в сопле Лавалья | 68 |
| Лекция 6. Идеальные циклы тепловых двигателей | 72 |
| 6.1. Термодинамический метод исследования циклов тепловых двигателей | 72 |
| 6.2. Цикл газотурбинных двигателей – цикл Брайтона | 73 |
| 6.3. Циклы ГТД со ступенчатым подводом теплоты | 76 |
| 6.4. Цикл Брайтона с регенерацией теплоты | 77 |
| 6.5. Циклы поршневых двигателей | 79 |
| 6.5.1. Цикл Отто | 79 |
| 6.5.2. Цикл Дизеля | 81 |
| Литература | 83 |