

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

---

**Кафедра вычислительных машин, комплексов, систем и сетей  
А.Г. Роцин**

# **ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ**

**Часть I**

**ПОСОБИЕ**

**по выполнению практических занятий**

*для студентов I курса  
направления 09.03.01  
очной формы обучения*

**Москва-2015**

ББК 6 Ф6.5

Р 81

Рецензент доц. Б.Л. Резников

Рощин А.Г.

Р 81 Теория автоматов: пособие по выполнению практических занятий. Ч. I. - М.: МГТУ ГА, 2015. - 28 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Теория автоматов» по учебному плану для студентов I курса направления 09.03.01 очной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 02.04.15 г. и методического совета 09.04.15 г.

## Содержание

Практическое занятие №1. Формы логических функций.....	4
Практическое занятие №2. Построение комбинационной схемы по логической функции.....	8.
Практическое занятие №3. Минимизация логических функций методом Карно.....	11
Практическое занятие №4. Минимизация частично определенных логических функций методом Карно.....	14
Практическое занятие №5. Минимизация логических функций методом Квайна.....	17
Практическое занятие. №6. Минимизация частично определенных логических функций методом Квайна.....	21
Практическое занятие №7. Синтез преобразователей кода.....	24
Приложение.....	26

## Практическое занятие №1

### Тема: Формы логических функций

#### Задание логических функций

Логическая функция обычно задается с помощью таблицы истинности. В таблице истинности указываются все возможные комбинации значений логических переменных и соответствующие значения логической функции. Пример таблицы истинности функции трех переменных показан в виде табл. 1.1. По таблице истинности можно записать логическую функцию в аналитическом виде, в виде формулы. Стандартными формами логической функции являются **совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ)** и **совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ)**. Из них чаще всего используется СДНФ.

Таблица 1.1.

Значения переменных			Значения функции
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Для записи логической функции в СДНФ по таблице истинности необходимо для каждой строки таблицы, в которой функция принимает значение 1, записать конъюнкцию переменных ABC. При этом, если в этой строке переменная (например A) принимает значение 1, то она записывается с инверсией, т.е. в виде  $\bar{A}$ . Так для строки 000 будет записана конъюнкция

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}.$$

Полностью СДНФ функции будет записана по табл.1.1 в следующем виде:

$$F(a,b,c) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC.$$

СДНФ функции является самой сложной формой этой функции и обычно может быть минимизирована. При минимизации используются правила склеивания и поглощения.

**Правило склеивания:** Если две конъюнкции состоят из одинаковых букв и отличаются только инверсией одной переменной, то они могут «склеиться», например, следующим образом:

$$F(a,b,c) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C} = \bar{A}\bar{C}(\bar{B} \vee B) = \bar{A}\bar{C}(1) = \bar{A}\bar{C}$$

При склеивании из двух конъюнкций получается одна, причем одна буква (в данном случае буква В) выпадает.

**Правило поглощения:** Если одна конъюнкция является подмножеством другой, то множество «поглощается» подмножеством:

$$F(ABCD) = \bar{A}BCD \vee ACD = ACD(\bar{B} \vee 1) = ACD(1) = ACD.$$

В соответствии с правилом поглощения одна и та же конъюнкция может склеиваться несколько раз, так как по закону тавтологии

$$\bar{A}BCD \vee \bar{A}BCD = \bar{A}BCD.$$

### Минимизация логических функций

Для построения наиболее простых схем логическая функция должна быть минимизирована. При этом могут быть использованы:

1. Метод непосредственных преобразований;
2. Метод Карно.
3. Метод Квайна.

#### Метод непосредственных преобразований.

Метод непосредственных преобразований заключается в попытках применить операцию склеивания к исходной функции и результатам склеивания до тех пор, пока это возможно. Далее применяется операция поглощения. Полученный результат принимается за минимальную форму логической функции.

**Пример.** Минимизировать логическую функцию, заданную номерами единичных комбинаций.  $F(a,b,c,d) \rightarrow (0,1,5,6,8,9,11,15)$ . Таблица истинности ланной функции имеет вид табл. 2.2.

Таблица 1.2

№	Значения переменных				Знач. ф-ции
	a	b	c	d	
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0

Продолжение табл 1.2

№	Значения переменных				Знач. ф-ции
	a	b	c	d	
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	1

Логическая функция в СДНФ, записанная по табл. 1.2, имеет следующий вид:

-----

$$F(abcd) = abcd \vee abcd.$$

По критерию Квайна сложность логической функции оценивается как общее количество букв плюс количество конъюнкций. Исходная функция в СДНФ имеет сложность

$$Сл_1 = 4 \times 8 + 8 = 40.$$

$$\begin{aligned} F(abcd) &= \overline{a}bcd \vee a\overline{b}cd \vee ab\overline{c}d \vee abc\overline{d} \vee \overline{a}b\overline{c}d \vee \overline{a}bc\overline{d} \vee \overline{a}bc\overline{d} \vee abcd = \\ &= \overline{a}bc(d \vee \overline{d}) \vee bcd(a \vee \overline{a}) \vee \overline{a}cd(b \vee \overline{b}) \vee bcd(a \vee \overline{a}) \vee \overline{a}bc(d \vee \overline{d}) \vee \overline{a}bc\overline{d} \vee d \vee \overline{d} \vee \\ &= \overline{a}cd(b \vee \overline{b}) \vee abcd = \overline{a}bc \vee bcd \vee \overline{a}cd \vee bcd \vee abc \vee abd \vee acd = \\ &= bc(a \vee \overline{a}) \vee bc(d \vee \overline{d}) \vee \overline{a}cd \vee abd \vee acd = bc \vee acd \vee abd \vee acd. \end{aligned}$$

Минимизированная логическая функция

$$F(abcd)_2 = bc \vee acd \vee abd \vee acd.$$

имеет сложность  $Сл_2 = 2 + 3 \times 3 + 4 = 15$ , т.е. сложность функции уменьшилась почти в 3 раза.

### Контрольные вопросы.

1. Что такое таблица истинности логической функции?
2. Что такое совершенная дизъюнктивная нормальная форма логической функции?
3. Как записать логическую функцию в СДНФ по таблице истинности?
4. Какие логические операции используются при минимизации логических функций?
5. Что такое операция склеивания?
6. Что такое операция поглощения?
7. Что такое операция неполного склеивания?
8. Как определяется сложность логической функции?
9. Поясните сущность метода непосредственных преобразований.
10. Как по логической функции построить комбинационную схему?

### Задания для самостоятельной работы.

Минимизировать логическую функцию, заданную номерами единичных наборов. Варианты заданий приведены в таблице 1.1. Номера вариантов выбираются по номеру студента в списке группы.

Таблица 1.1

Вариант №1 3,6,7,8,10,11,12, 14	Вариант №2 0,3,6,7,9,11,1,1 5	Вариант №3 1,2,5,6,7,9,11, 14	Вариант №4 0,2,4,5,6,8,13, 14	Вариант №5 1,4,5,6,8,9, .14	Вариант №6 0,3,5,7,8,9,10, 13
Вариант №7 4,6,7,9,10,13,14, 15	Вариант №8 0,1,3,6,7,10,12, 15	Вариант №9 2,6,8,9,10,13,1 4, 15	Вариант №10 0,3,5,6,8,9,12, 14	Вариант №11 1,2,5,6,8,9, 13,14	Вариант №12 0,4,5,7,8,11, 13
Вариант №13 2,3,5,6,8,11,13,1 4	Вариант №14 0,1,4,7,8,11.13. 14	Вариант №15 3,5,7,8,9,12.14 . 15	Вариант №16 0,1,2,5,6,8,13, 14	Вариант №17 1,3,4,5,8,9,1 2, 13,	Вариант №18 0,4,5,7,9,11,1 3, 14
Вариант №19 5,6,7,9,10,13,14, 15	Вариант №20 0.4.6.7.9.12.14. 15	Вариант №21 1.2.5.6.8.10.13 . 14	Вариант №22 0.3.6.8.9.12. 13	Вариант №23 2.4.5.7.8. 13.14.15	Вариант №24 0.1.5.7.8.11. 13.14
Вариант №25 1.3.4.8.10.12.14. 15	Вариант №26 0.2.3.6.7.12.13. 15	Вариант №27 2.3.6.8.9.11.13 . 14	Вариант 28 0.3.4.5.8.13.14. 15	Вариант №29 3.4.6.7.9.10.12. 14	Вариант№30 0.3.5.7.8.11. 13.15

## Практическое занятие №2

### Тема: Построение комбинационной схемы по логической функции

Для построения комбинационной схемы проводится анализ логической функции. При анализе устанавливается, какие логические операции должна выполнить комбинационная схема и в каком порядке. Если функция записана в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ), например

$$F(abcd)_2 = bd \vee bc \vee abd \vee abcd,$$

то для вычисления её значения сначала (в соответствии со старшинством операций) нужно выполнить 4 операции логического умножения, а затем полученные результаты логически сложить. Операции логического умножения выполняются элементами И, а операция логического сложения – элементом ИЛИ. Количество входов элементов И зависит от числа букв в конъюнкции.

Таким образом, схема будет состоять из двух ярусов. Первый ярус состоит из четырех элементов И, а второй – из одного элемента ИЛИ с четырьмя входами. Если входные сигналы поступают на схему только в прямой форме, то при необходимости перед первым ярусом могут устанавливаться элементы НЕ. Если на схему поступают сигналы в прямой и инверсной форме, то элементы НЕ используются. Пример реализации приведенной выше логической функции на элементах И-НЕ приведен на рис. 2.1, а на И и ИЛИ – на рис. 2.2.

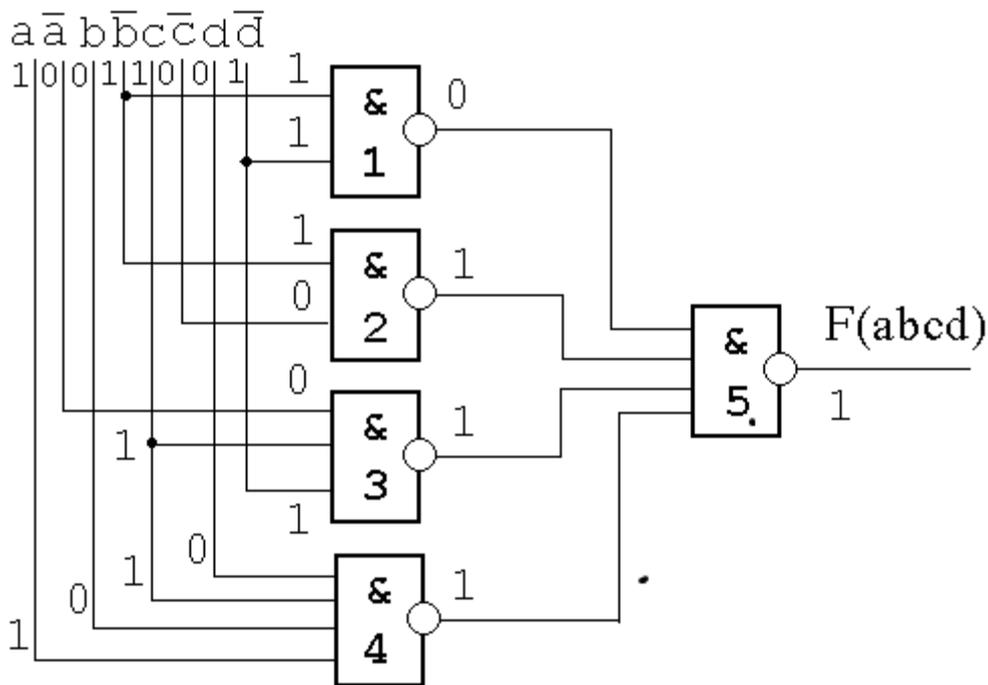


Рис.2.1

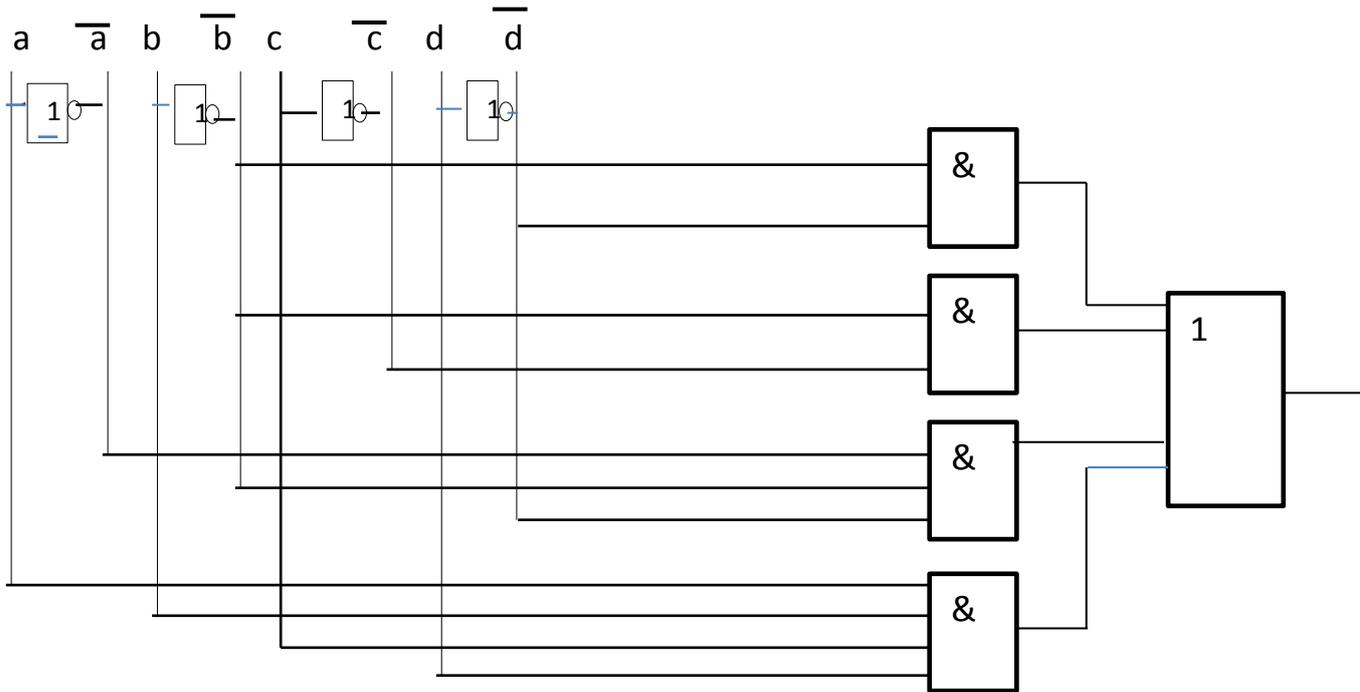


Рис.2.2.

При проверке правильности работы комбинационной схемы необходимо подать на ее входы поочередно каждую комбинацию входных сигналов. Для каждой комбинации, зная логику работы элементов, определить сначала значения входных, а затем и выходных сигналов. При этом сигнал на выходе элемента последнего яруса является и выходным сигналом всей схемы. Проверить правильность выходного сигнала следует, сравнив его значение со значением схемы, указанного в таблице истинности для анализируемой комбинации входных сигналов. Пример проверки приведен на рис.2.1.

### Контрольные вопросы.

1. Поясните логику работы логического элемента И.
2. Поясните логику работы логического элемента ИЛИ.
3. Поясните логику работы логического элемента НЕ.
4. В каких случаях при составлении комбинационной схемы используются логические элементы НЕ?
5. Как определить сложность собранной схемы?
6. Как проверить правильность работы собранной схемы?
7. Сколько комбинаций следует использовать для проверки правильности работы комбинационной схемы?
8. Как убедиться в том, что полученный при проверке схемы выходной сигнал действительно является правильным?

**Задания для самостоятельной работы.** 1. Составить таблицу истинности, записать в СДНФ логическую функцию, заданную номерами единичных наборов и минимизировать ее. определить сложность исходной и минимизированной функции. Варианты заданий приведены в табл. 1.1.

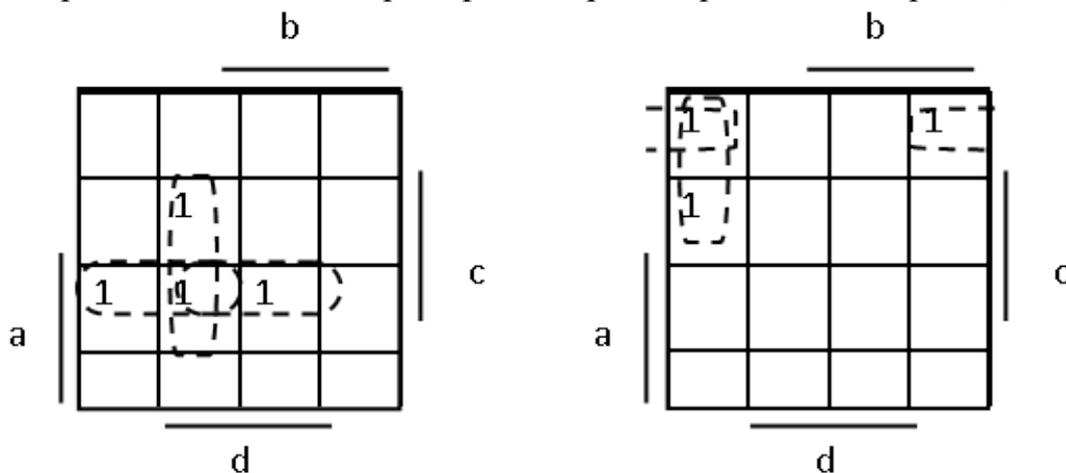
2. По минимизированной функции составить комбинационную схему и проверить правильность ее работы

### Практическое занятие №3

#### Тема: Минимизация логических функций методом Карно

##### Сущность метода.

Метод Карно является графическим методом минимизации логических функций. Применяется обычно для минимизации функций не более 4-х переменных. При этом используются специальные диаграммы (карты) в виде прямоугольных таблиц. Каждая клетка таблицы соответствует одной комбинации значений переменных (одной конъюнкции (СДНФ)). Таблицы размечаются так, что конъюнкции, которые могут склеиться, размещаются рядом в строке или столбце. Примеры диаграмм приведены на рис. 3,1



$$\begin{aligned}
 F(abcd) &= \bar{a}bcd \vee a\bar{b}cd \vee ab\bar{c}d \vee abcd = & F(abcd) &= \bar{a}bcd \vee abcd \vee abcd = \\
 &= \bar{a}bc \vee bcd \vee acd & &= \bar{a}cd \vee abd
 \end{aligned}$$

Рис 3.1

На диаграмме 2, 4 или 8 конъюнкций, которые могут целиком занимать всю строку, столбец или образовывать квадрат (прямоугольник), склеиваются так же, как и при использовании метода непосредственных преобразований. Т.е. при склеивании 2-х конъюнкций получается одна, которая содержит на одну букву меньше исходных конъюнкций и т.п. следует также помнить, что конъюнкции, расположенные на противоположных сторонах диаграммы, также являются соседними и, соответственно, могут склеиваться. (рис 3.1). При использовании метода Карно необходимо:

- заполнить диаграмму;
- объединить заполненные клетки в группы;
- записать результат минимизации.

Заполнение диаграммы проводится в соответствии с разметкой. Для удобства заполнения можно воспользоваться эталонной диаграммой, в которой для каждой комбинации указано её положение на диаграмме, т.е. номер

соответствующей строки. Так, например, если в строке 5 таблицы истинности логическая функция равна 1, то клетка 5 диаграммы отмечается символом 1.

Разметка диаграммы выполнена так, что по каждой стороне все конъюнкции, содержащие соответствующую букву в прямом виде (без инверсии), располагаются в строках или столбцах, отмеченных чертой. Остальные конъюнкции (т.е. половина) занимают неотмеченные строки или столбцы.

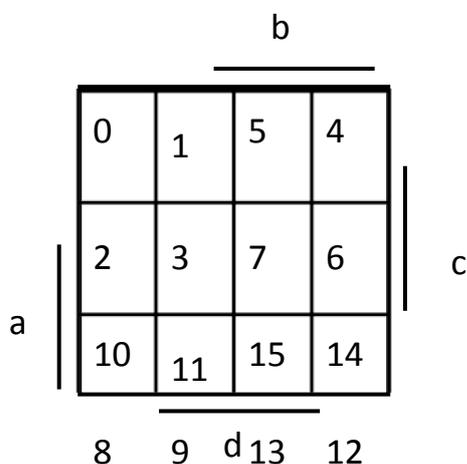


Рис. 3.2.

Идея группировки состоит в том, чтобы объединить отмеченные клетки в минимальное количество групп, покрывающих все единицы. При этом каждая клетка может входить в несколько групп (см. рис.3.1.).

Результат минимизации записывается для каждой группы, При этом для каждой группы записывается одна конъюнкция, которая содержит только буквы, одинаково (с инверсией или без неё) входящие в каждую конъюнкцию группы. остальные буквы (одна или несколько) выпадают и далее не учитываются.

### Контрольные вопросы.

1. Как разместить заданную конъюнкцию на диаграмме Карно?
2. Сколько конъюнкций можно объединить в группу?
3. Как поступить, если надо сгруппировать шесть конъюнкций, образующих на диаграмме прямоугольник?
4. Как записать конъюнкцию, которая получилась в результате группировки?
5. Как выбрать наиболее простой вариант группировки?
6. Что надо делать, если конъюнкция ни с чем не склеивается?

7. Функцию скольких переменных можно минимизировать методом Карно?

### Задания для самостоятельной работы.

1. Составить таблицу истинности, записать в СДНФ логическую функцию, заданную номерами единичных наборов и минимизировать ее. определить сложность исходной и минимизированной функции. Варианты заданий приведены в табл. 3.1.

2. По минимизированной функции составить комбинационную схему и проверить правильность ее работы

Таблица 3.1

Вариант №1 3,6,7,8,10,11 ,12,14	Вариант №2 0,3,6,7,9,11, 1,15	Вариант №3 1,2,5,6,7,9,1 1,14	Вариант №4 0,2.4.5.6.8,1 3. 14	Вариант №5 1,4,5.6.8,9, .14	Вариант №6 0,3.5,7,8.9,1 0, 13
Вариант №7 4,6,7.9,10.13 ,14,15	Вариант №8 0,1,3,6,7,10, 12,15	Вариант №9 2,6,8,9,10,1 3,14, 15	Вариант №10 0,3,5,6,8,9,1 2, 14	Вариант №11 1,2,5,6,8,9, 13,14	Вариант №12 0,4,5,7,8,11 , 13
Вариант №13 2,3,5,6,8,11, 13,14	Вариант №14 0,1,4,7,8,11. 13,14	Вариант №15 3,5,7,8,9,12. 14,15	Вариант №16 0,1,2,5,6,8,1 3, 14	Вариант №17 1,3,4,5.8,9,1 2, 13,	Вариант №18 0,4,5,7,9.11 ,13, 14
Вариант №19 5,6,7,9,10,13 ,14, 15	Вариант №20 0.4.6.7.9.12. 14. 15	Вариант №21 1.2.5.6.8.10. 13.14	Вариант №22 0.3.6.8.9.12. 13	Вариант №23 2.4.5.7.8. 13.14.15	Вариант №24 0.1.5.7.8.11 . 13.14
Вариант №25 1.3.4.8.10.12 .14. 15	Вариант №26 0.2.3.6.7.12. 13.15	Вариант №27 2.3.6.8.9.11. 13. 14	Вариант 28 0.3.4.5.8.13. 14.15	Вариант №29 3.4.6.7.9.10. 12.14	Вариант №30 0.3.5.7.8.11. 13.15

## Практическое занятие №4

### Тема: Минимизация частично определенных логических функций

Частично определенные логические функции отличаются тем, что их значения заданы не для всех возможных комбинаций входных сигналов. Эта особенность может быть использована при минимизации, так как для неиспользуемых (запрещенных) комбинаций значения функции могут быть установлены в интересах получения более простой формы функции. Наиболее наглядно это можно сделать при использовании метода Карно.

Пусть, например, для логической функции  $F(a,b,c,d)$  заданы номера единичных и нулевых наборов:

$$\langle\langle 1 \rangle\rangle \rightarrow (0, 1, 4, 9, 15) \text{ и } \langle\langle 0 \rangle\rangle \rightarrow (2, 3, 6, 10, 13).$$

Тогда совершенная ДНФ для этой функции имеет следующий вид:

$$F(a,b,c,d) = \overline{a}bcd + a\overline{b}cd + a\overline{b}c\overline{d} + a\overline{b}cd + a\overline{b}cd.$$

Сложность функции в такой форме равна  $C_{\text{сл1}} = 4 \times 5 + 5 = 25$ .

Диаграмма Карно, на которой отмечены единичные и запрещенные комбинации, показана на рис.4.1. Запрещенные комбинации отмечены на диаграмме символом (\*).

Если при минимизации использовать только единичные комбинации, то можно получить следующую минимальную форму:

$$F(abcd) = \overline{a}bc + a\overline{c}d + a\overline{b}cd + a\overline{b}cd.$$

Эта форма имеет сложность  $C_{\text{сл2}} = 14 + 4 = 18$ .

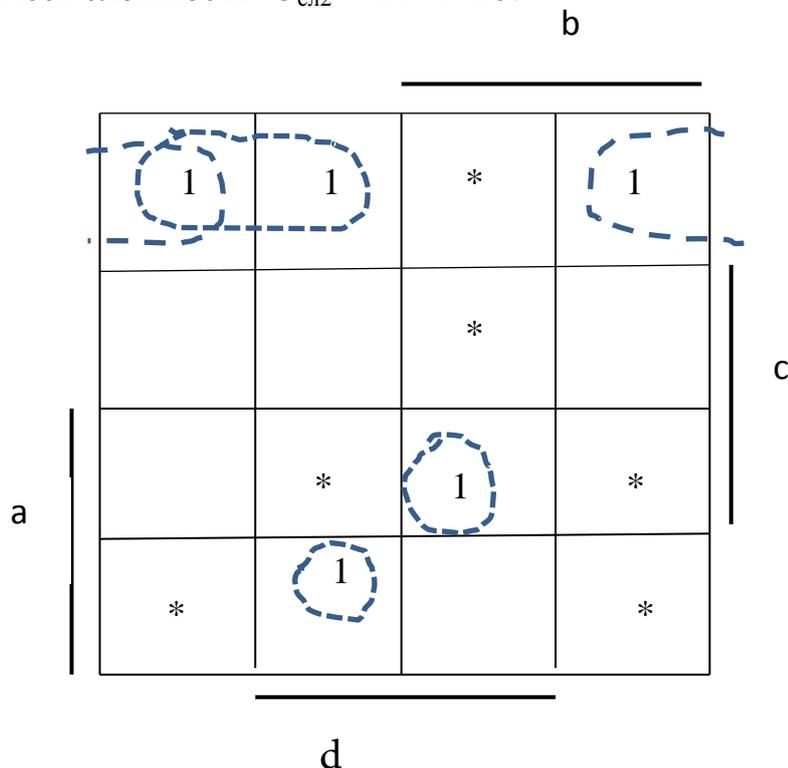


Рис.4.1.

Если использовать не только единичные, но и запрещенные конъюнкции, то можно получить более простую форму функции (рис. 4.2):

$$F(abcd) = \overline{a}c \vee b\overline{c} \vee bcd,$$

для которой сложность равна  $C_{сл3} = 7+3=10$ .

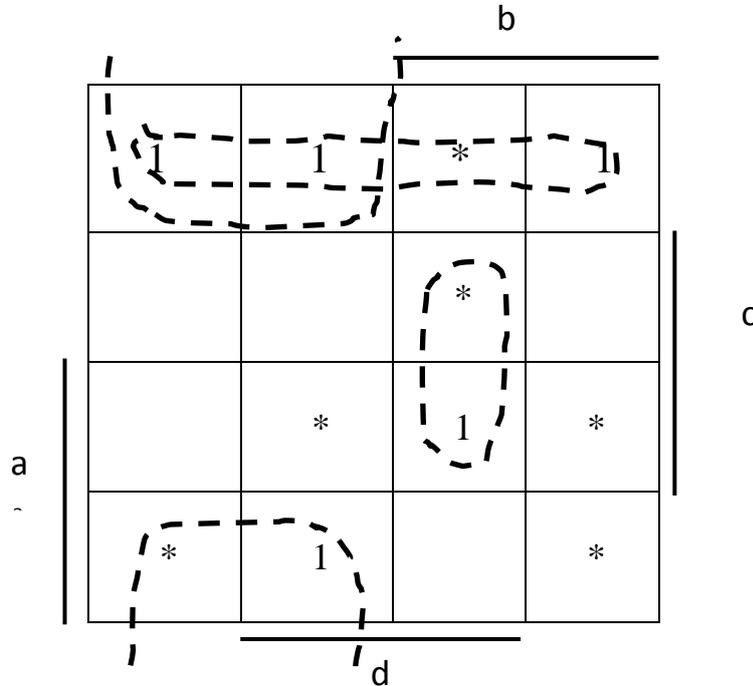


Рис. 4.2.

Идея использования запрещенных комбинаций заключается в том, что они могут входить в группу наравне с единичными комбинациями. При этом следует помнить, что в каждую группу должна входить хотя бы одна единичная комбинация. Группа, состоящая из одних запрещенных комбинаций, приводит к появлению лишних импликант, которые только усложняют функцию.

### Контрольные вопросы.

1. Какая логическая функция называется частично определенной?
2. Какие входные комбинации называются запрещенными?
3. Почему запрещенные входные комбинации можно использовать для минимизации логических функций?
4. Какие значения (0,1) может принимать логическая функция для запрещенных входных комбинаций?
5. Сколько единичных комбинаций может входить в группу?
6. Сколько вариантов группировки существует для диаграммы на рис. 4.2?

**Задания для самостоятельной работы.**

Синтезировать преобразователь двоично-десятичного кода в соответствии с вариантом задания, приведенным в табл. 4.1.

Задано: Вид кода (Д2- Д5) и выход, для которого синтезировать схему. Схему построить на элементах И, ИЛИ, НЕ.

Порядок выполнения задания:

1. Составить таблицу истинности, записать в СДНФ логическую функцию, и минимизировать ее методом Карно, определить сложность исходной и минимизированной функции

2. По минимизированной функции составить комбинационную схему и проверить правильность ее работы

Таблица 4.1

Вариант №1 Д2 → Д4 Выход В	Вариант №2 Д3 → Д5 Выход А	Вариант №3 Д4 → Д2 Выход D	Вариант №4 Д5 → Д3 Выход С
Вариант №5 Д2 → Д5 Выход D	Вариант №6 Д4 → Д1 Выход С	Вариант №7 Д3 → Д2 Выход А	Вариант №8 Д5 → Д4 Выход С
Вариант №9 Д2 → Д3 Выход D	Вариант №10 Д5 → Д4 Выход В	Вариант №11 Д4 → Д3 Выход С	Вариант №12 Д5 → Д2 Выход А
Вариант №13 Д4 → Д5 Выход В	Вариант №14 Д3 → Д2 Выход D	Вариант №15 Д4 → Д3 Выход С	Вариант №16 Д5 → Д4 Выход А
Вариант №17 Д3 → Д5 Выход С	Вариант №18 Д4 → Д2 Выход А	Вариант №19 Д3 → Д2 Выход D	Вариант №20 Д5 → Д3 Выход В
Вариант №21 Д2 → Д4 Выход В	Вариант №22 Д3 → Д5 Выход А	Вариант №23 Д4 → Д2 Выход D	Вариант №24 Д5 → Д3 Выход С



### 1-11

Сокращенная ДНФ логической функции получается путем логического сложения всех неотмеченных конъюнкций. Для данного примера она может быть записана следующим образом (повторяющиеся конъюнкции записываются только один раз):

$$F(abcd) = 0-0- \vee -00- \vee 01-1 \vee -111 \vee 10-1 \vee 1-11$$

или 
$$F(abcd) = \overline{a}\overline{c} \vee \overline{b}\overline{c} \vee \overline{a}bd \vee \overline{b}cd \vee abd \vee acd$$

### Нахождение тупиковых форм логической функции

Для нахождения тупиковых форм логической функции используется метод Петрика (решение задачи покрытия). При этом составляется импликантная матрица, в которой столбцы помечены исходными конъюнкциями, а строки – простыми импликантами. Кроме того, строки обозначены прописными буквами латинского алфавита.

Таблица 5.1

Обознач.	Прост. импл.	Исходные конъюнкции								
		0000	0001	0100	0101	0111	1000	1001	1011	1111
A	0-0-	∨	∨	∨	∨					
B	-00-	∨	∨				∨	∨		
C	01-1				∨	∨				
D	-111					∨				∨
E	10-1							∨	∨	
F	1-11								∨	∨

В строках таблицы для каждой простой импликанты отмечаются исходные конъюнкции, при склеивании которых получена эта импликанта. Для отметки использован символ « ∨ ». Далее записывается условие покрытия (УП) исходных конъюнкций простыми импликантами. Это условие содержит все варианты тупиковых форм логической функции. Каждая тупиковая форма должна покрывать отметками все исходные конъюнкции. Для данного примера условие покрытия имеет следующий вид:

$$\text{УП} = (A \vee B)(A \vee B)A(A \vee C)(C \vee D)B(B \vee E)(E \vee F)(D \vee F).$$

Для упрощения условия следует использовать следующие правила:

Правило поглощения:  $(A \vee B \vee C)C = C$  или  $(A \vee B \vee C)(A \vee C) = (A \vee C)$ .

Дистрибутивный закон:  $(A \vee B)(A \vee C) = A \vee BC$ .

Закон тавтологии:  $(A \vee B)(A \vee B) = A \vee B$ .

**Задача покрытия** в данном случае может быть сформулирована следующим образом: **найти все возможные совокупности строк, каждая из которых покрывает отметками все столбцы.**

После раскрытия скобок и применения правила и законов упрощения УП получается ДНФ, каждая конъюнкция которой представляет собой одну из тупиковых форм минимизируемой логической функции.

$$\begin{aligned} \text{УП} &= AB(C \vee D)(E \vee F)(D \vee F) = AB(C \vee D)(F \vee DE) = \\ &= AB(CF \vee CDE \vee DF \vee DE) = AB(CF \vee DF \vee DE) = \\ &= ABCF \vee ABDF \vee ABDE. \end{aligned}$$

### Определение минимальной формы логической функции

Для полученных тупиковых форм по критерию Квайна определяется их сложность. Тупиковая форма, имеющая минимальную сложность, является минимальной формой данной функции. Если несколько тупиковых форм имеют одинаковую (и минимальную) сложность, то за минимальную принимается любая из них.

Минимизируемая функция имеет три тупиковых формы одинаковой сложности:

$$F(abcd)_{T_1} = 0-0- \vee -00- \vee 01-1 \vee 1-11 = \overline{a}\overline{c} \vee \overline{b}\overline{c} \vee abd \vee acd.$$

$$F(abcd)_{T_2} = 0-0- \vee -00- \vee -111 \vee 1-11 = \overline{a}\overline{c} \vee \overline{b}\overline{c} \vee bcd \vee acd.$$

$$F(abcd)_{T_3} = 0-0- \vee -00- \vee -111 \vee 10-1 = \overline{a}\overline{c} \vee \overline{b}\overline{c} \vee bcd \vee \overline{a}bd.$$

Любая из этих форм может быть принята за минимальную, например функция  $F(abcd)_{T_1}$ . В этом случае комбинационная схема будет иметь вид, показанный на рис.5.1

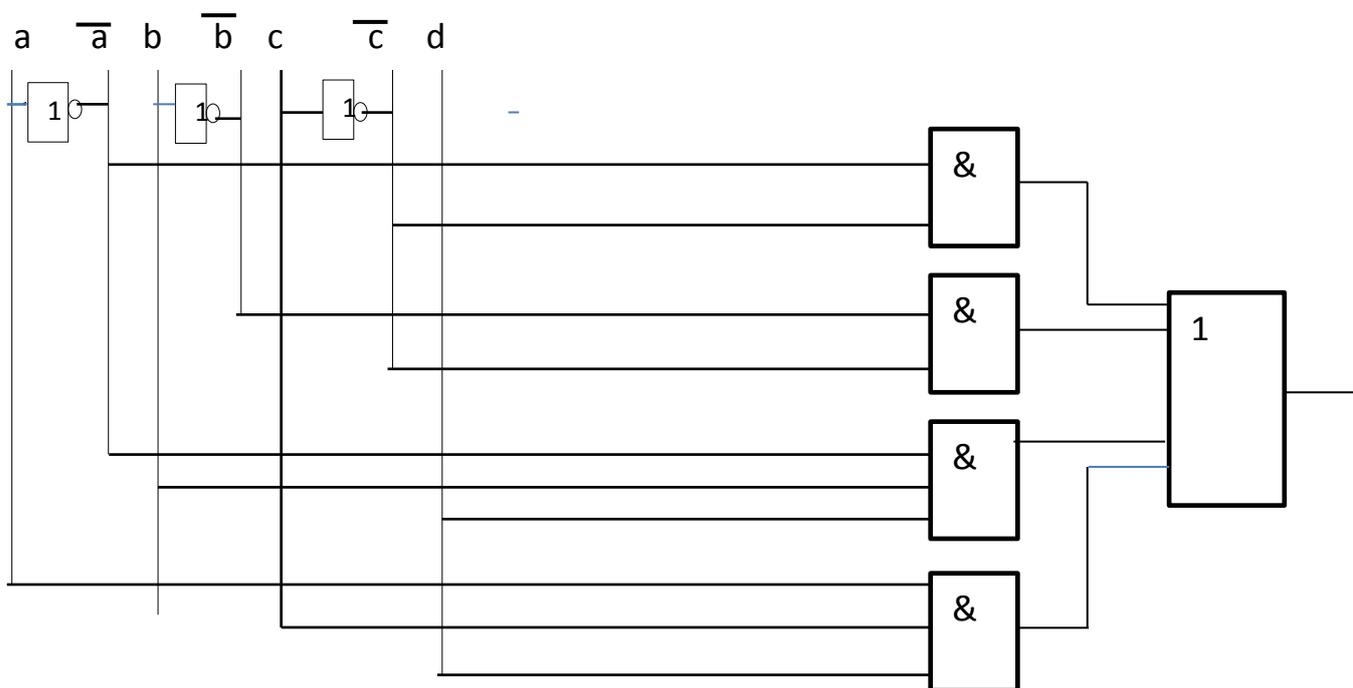


Рис.5.1.

### Контрольные вопросы.

1. Что такое сокращенная ДНФ логической функции?
2. Что такое тупиковая форма логической функции?

- 3.Что такое минимальная форма логической функции?  
 4.Как получить сокращенную ДНФ логической функции?  
 5.Как получить тупиковую форму логической функции?  
 6.Что такое простая импликанта?  
 7.Как построить импликантную матрицу?  
 8.Сформулируйте задачу покрытия.  
 9.Как составляется условие покрытия?

### Задания для самостоятельной работы.

Построить комбинационную схему. заданную номерами единичных комбинаций. Порядок выполнения задания:

1.Составить таблицу истинности, записать в СДНФ логическую функцию, заданную номерами единичных наборов и минимизировать ее методом Карно, определить сложность исходной и минимизированной функции. Варианты заданий приведены в табл. 5.2.

2. По минимизированной функции составить комбинационную схему и проверить правильность ее работы

Таблица 5.2

Вариант №1 3,6,7,8,10,11,12, 14	Вариант №2 0,3,6,7,9,11,1,1 5	Вариант №3 1,2,5,6,7,9,11, 14	Вариант №4 0,2,4,5,6,8,13, 14	Вариант №5 1,4,5,6,8,9, .14	Вариант №6 0,3,5,7,8,9,10, 13
Вариант №7 4,6,7,9,10,13,14, 15	Вариант №8 0,1,3,6,7,10,12, 15	Вариант №9 2,6,8,9,10,13,1 4, 15	Вариант №10 0,3,5,6,8,9,12, 14	Вариант №11 1,2,5,6,8,9, 13,14	Вариант №12 0,4,5,7,8,11, 13
Вариант №13 2,3,5,6,8,11,13,1 4	Вариант №14 0,1,4,7,8,11,13. 14	Вариант №15 3,5,7,8,9,12,14 . 15	Вариант №16 0,1,2,5,6,8,13, 14	Вариант №17 1,3,4,5,8,9,1 2, 13,	Вариант №18 0,4,5,7,9,11,1 3, 14
Вариант №19 5,6,7,9,10,13,14, 15	Вариант №20 0,4,6,7,9,12,14. 15	Вариант №21 1,2,5,6,8,10,13 . 14	Вариант №22 0,3,6,8,9,12, 13	Вариант №23 2,4,5,7,8. 13,14,15	Вариант №24 0,1,5,7,8,11. 13,14
Вариант №25 1,3,4,8,10,12,14. 15	Вариант №26 0,2,3,6,7,12,13. 15	Вариант №27 2,3,6,8,9,11,13 . 14	Вариант 28 0,3,4,5,8,13,14. 15	Вариант №29 3,4,6,7,9,10,12. 14	Вариант№30 0,3,5,7,8,11. 13,15

## Практическое занятие № 6

### Тема: Минимизация частично определенных логических функций методом Квайна

#### Особенности минимизации частично определенных логических функций методом Квайна

При минимизации частично определенных логических функций методом Квайна общая последовательность действий сохраняется. Но при определении сокращенной ДНФ в операции склеивания вместе с единичными конъюнкциями участвуют и запрещенные. Если в склеивании участвуют только запрещенные конъюнкции, то они отмечаются специальным символом. Такие конъюнкции сохраняются и участвуют в дальнейшем склеивании, но они не включаются в сокращенную ДНФ. Таким образом, в формировании каждой простой импликанты должна участвовать хотя бы одна исходная конъюнкция.

Пусть, например, для логической функции  $F(a,b,c,d)$  заданы номера единичных и нулевых наборов:

$$\langle 1 \rangle \rightarrow (0, 1, 4, 9, 15) \text{ и } \langle 0 \rangle \rightarrow (2, 3, 6, 10, 13).$$

Тогда СДНФ этой функции имеет следующий вид:

$$F(abcd) = \overline{a}bcd \vee a\overline{b}cd \vee \overline{a}b\overline{c}d \vee \overline{a}bcd \vee abcd.$$

Сложность такой формы составляет  $C_{л1} = 4 \times 5 + 5 = 25$ .

Если использовать только единичные конъюнкции, можно получить

$$\text{единственную тупиковую форму } F(abcd) = \overline{a}bc \vee \overline{a}cd \vee \overline{b}cd \vee abcd$$

которая и является минимальной со сложностью  $C_{л2} = (3 \times 3 + 4) + 4 = 17$ .

Используя единичные и запрещенные комбинации, получим сокращенную ДНФ логической функции.

a b c d	a b c d	a b c d
0 0 0 0 <sup>^</sup>	0 0 0 - <sup>^</sup>	<b>0 - 0 -</b>
0 0 0 1 <sup>^</sup>	0 - 0 0 <sup>^</sup>	0 - 0 -
0 1 0 0 <sup>^</sup>	- 0 0 0 <sup>^</sup>	<b>- 0 0 -</b>
1 0 0 1 <sup>^</sup>	- 0 0 1 <sup>^</sup>	- 0 0 -
<u>1 1 1 1<sup>^</sup></u>	0 - 0 1 <sup>^</sup>	<b>- - 0 0</b>
0 1 0 1 <sup>^</sup>	0 1 0 - <sup>^</sup>	
0 1 1 1 <sup>^</sup>	1 0 0 - <sup>^</sup>	
1 0 0 0 <sup>^</sup>	<b><u>1 0 - 1</u></b>	
1 0 1 1 <sup>^</sup>	<b>- 1 1 1</b>	
1 1 0 0 <sup>^</sup>	<b>1 - 1 1</b>	
1 1 1 0 <sup>^</sup>	<b><u>1 1 1 -</u></b>	
	0 1 - 1	
	1 - 0 0	
	1 1 - 0	

$$F(abcd)_{\text{сокp}} = \overline{a}c \vee bc \vee cd \vee abd \vee bcd \vee acd \vee abc.$$

Импликантная матрица для полученной сокращенной ДНФ логической функции имеет вид табл. 6.1.

Таблица 6.1

Обозначение	Прост. имплик.	Исходные конъюнкции				
		0000	0001	0100	1001	1111
A	0-0-	v	v	v		
B	-00-	v	v		v	
C	--00	v		v		
D	10-1				v	
E	-111					v
F	1-11					v
G	111-					v

По импликантной матрице записывается условие покрытия:

$$\text{УП} = (A \vee B \vee C)(A \vee B)(A \vee C)(B \vee D)(E \vee F \vee G) = A(B \vee C)(D \vee E \vee F).$$

После раскрытия скобок и применения правила и законов упрощения УП получается ДНФ, каждая конъюнкция которой представляет собой одну из тупиковых форм минимизируемой логической функции.

$$\begin{aligned} \text{УП} &= AB(C \vee D)(E \vee F)(D \vee F) = AB(C \vee D)(F \vee DE) = \\ &= AB(CF \vee CDE \vee DF \vee DE) = AB(CF \vee DF \vee DE) = \\ &= ABCF \vee ABDF \vee ABDE. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A \vee B)(A \vee C)(B \vee D)(E \vee F \vee G) &= (A \vee BC)(B \vee AD)(E \vee F \vee G) = \\ (AB \vee AD \vee BC \vee ABCD)(D \vee E \vee F) &= (AB \vee AD \vee BC)(E \vee F \vee G) = \\ &= ABE \vee ABF \vee ABG \vee ADE \vee ADF \vee ADG \vee BCE \vee BCF \vee BCG. \end{aligned}$$

В данном случае минимизируемая функция имеет 9 тупиковых форм, из которых первые три одинаковой и меньшей сложности.

$$F(abcd)_{T1} = \overline{a}c \vee bc \vee bcd.$$

$$F(abcd)_{T2} = \overline{a}c \vee bc \vee abd.$$

$$F(abcd)_{T3} = \overline{a}c \vee bc \vee abc.$$

$$F(abcd)_{T4} = \overline{a}c \vee abd \vee bcd.$$

$$F(abcd)_{T5} = \overline{a}c \vee abd \vee abd.$$

$$F(abcd)_{T6} = \overline{a}c \vee abd \vee abc.$$

---

$$F(abcd)_{T7} = bc \vee cd \vee bcd.$$

$$F(abcd)_{T8} = \overline{bc} \vee \overline{cd} \vee abd.$$

$$F(abcd)_{T9} = \overline{bc} \vee \overline{cd} \vee abc.$$

В качестве минимальной примем первую тупиковую форму:

$$F(abcd)_{\text{мин}} = F(abcd)_{T1} = \overline{ac} \vee \overline{bc} \vee bcd,$$

сложностью  $C_{л3} = (2 \times 2 + 3) + 3 = 10$ . Таким образом, при использовании запрещенных конъюнкций сложность схемы уменьшается почти в полтора раза по сравнению с вариантом  $C_{л2}$ .

### Контрольные вопросы.

8. Как используются запрещенные конъюнкции?
  1. Что такое тупиковая форма логической функции?
  2. Что такое минимальная форма логической функции?
  3. Как получить сокращенную ДНФ логической функции?
  4. Как получить тупиковую форму логической функции?
  5. Что такое простая импликанта?
  6. Как построить импликантную матрицу?
  7. Сформулируйте задачу покрытия.
  8. Как составляется условие покрытия?

### Задания для самостоятельной работы.

Синтезировать

преобразователь двоично-десятичного кода в соответствии с вариантом задания, приведенным в табл. 6.1. Задано: Вид кода (Д2- Д5) и выход, для которого синтезировать схему. Схему построить на элементах И, ИЛИ, НЕ. Порядок выполнения задания: 1. Составить таблицу истинности, записать в СДНФ логическую функцию, и минимизировать ее методом Квайна, определить сложность исходной и минимизированной функции 2. По минимизированной функции составить комбинационную схему и проверить правильность ее работы. Таблица 6.1

Вариант №1 Д2 → Д4 Выход В	Вариант №2 Д3 → Д5 Выход А	Вариант №3 Д4 → Д2 Выход Д	Вариант №4 Д5 → Д3 Выход С
Вариант №5 Д2 → Д5 Выход Д	Вариант №6 Д4 → Д1 Выход С	Вариант №7 Д3 → Д2 Выход А	Вариант №8 Д5 → Д4 Выход С
Вариант №9 Д2 → Д3 Выход Д	Вариант №10 Д5 → Д4 Выход В	Вариант №11 Д4 → Д3 Выход С	Вариант №12 Д5 → Д2 Выход А

### Практическое занятие № 7

**Тема: Синтез преобразователей кода.**

**Задание:** Синтезировать преобразователь двоично-десятичного кода  $D_i$  в код управления индикатором.

Исходные данные: Тип Д-кода.(D1-D6)

Тип индикатора (7 или 9 сегментов).

Сегмент индикатора, для которого проводится синтез.

Информация, отображаемая индикатором:

- десятичные цифры;

- прописные буквы русского или латинского алфавита;

**Порядок выполнения задания:**

1. Составить таблицу кодирования цифр или букв.
2. Составить трафареты принятого отображения цифр или букв.
3. Составить таблицу истинности преобразователя.
4. Записать в СДНФ логическую функцию, определить ее сложность.
5. Минимизировать логическую функцию методом Карно (без учета запрещенных комбинаций и с учетом), определить сложность полученных функций.
6. Построить комбинационную схему на элементах И-НЕ.
7. Проверить правильность работы схемы.

Варианты заданий приведены в табл. 7.1. Примеры кодирования десятичных цифр для различных Д-кодов см.в приложении.

Таблица 7.1.

<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 1</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода D2 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента А Индикатор должен отображать десятичные цифры.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 2</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода D3 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента В. Индикатор должен отображать десять прописных букв русского алфавита</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 3</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода D4 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента С Индикатор должен отображать десять прописных букв латинского алфавита</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 4</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода D5 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента Е Индикатор должен отображать десятичные цифры.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 5</b></p> <p>Синтезировать преобразователь</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 6</b></p> <p>Синтезировать преобразователь</p>

<p>тетрады двоично-десятичного кода Д6 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента А Индикатор должен отображать десять прописных букв русского алфавита</p>	<p>тетрады двоично-десятичного кода Д2 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента В Индикатор должен отображать десять прописных букв латинского алфавита</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 7</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д3 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента С Индикатор должен отображать десятичные цифры.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 8</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д4 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента Е Индикатор должен отображать десять прописных букв русского алфавита</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 9</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д5 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента А Индикатор должен отображать десять прописных букв латинского алфавита</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 10</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д6 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента В Индикатор должен отображать десятичные цифры.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 11</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д2 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента С Индикатор должен отображать десять прописных букв русского алфавита</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 12</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д3 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента Е Индикатор должен отображать десять прописных букв латинского алфавита</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 13</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д2 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента А Индикатор должен отображать десятичные цифры.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант № 14</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д3 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента В Индикатор должен отображать десять прописных букв русского алфавита</p>

<p align="center"><b>Вариант № 15</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д4 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента С Индикатор должен отображать десять прописных букв латинского алфавита</p>	<p align="center"><b>Вариант № 16</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д5 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента Е Индикатор должен отображать десятичные цифры.</p>
<p align="center"><b>Вариант № 17</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д6 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -7 Синтез выполнить для сегмента А Индикатор должен отображать десять прописных букв русского алфавита</p>	<p align="center"><b>Вариант № 18</b></p> <p>Синтезировать преобразователь тетрады двоично-десятичного кода Д2 в код управления индикатором. Исходные данные: Кол-во сегментов индикатора -9 Синтез выполнить для сегмента В Индикатор должен отображать десять прописных букв латинского алфавита</p>

Приложение. Двоично-десятичные коды.

Десятичные цифры	Д1	Д2	Д3	Д4	Д5	Д6
	8 4 2 1	2 4 2 1	5 1 2 1	Д1 + 3	5 3 2 1	Д1 + 6
<b>0</b>	<b>0000</b>	<b>0000</b>	<b>0000</b>	<b>0011</b>	<b>0000</b>	<b>0110</b>
<b>1</b>	<b>0001</b>	<b>0001</b>	<b>0001</b>	<b>0100</b>	<b>0001</b>	<b>0111</b>
<b>2</b>	<b>0010</b>	<b>0010</b>	<b>0010</b>	<b>0101</b>	<b>0010</b>	<b>1000</b>
<b>3</b>	<b>0011</b>	<b>0011</b>	<b>0011</b>	<b>0110</b>	<b>0011</b>	<b>1001</b>
<b>4</b>	<b>0100</b>	<b>0100</b>	<b>0111</b>	<b>0111</b>	<b>0101</b>	<b>1010</b>
<b>5</b>	<b>0101</b>	<b>1011</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>0110</b>	<b>1011</b>
<b>6</b>	<b>0110</b>	<b>1100</b>	<b>1100</b>	<b>1001</b>	<b>1001</b>	<b>1100</b>
<b>7</b>	<b>0111</b>	<b>1101</b>	<b>1101</b>	<b>1010</b>	<b>1010</b>	<b>1101</b>
<b>8</b>	<b>1000</b>	<b>1110</b>	<b>1110</b>	<b>1011</b>	<b>1100</b>	<b>1110</b>
<b>9</b>	<b>1001</b>	<b>1111</b>	<b>1111</b>	<b>1100</b>	<b>1101</b>	<b>1111</b>
Запрещенные	1 0 1 0	0 1 0 1	0 1 0 0	0 0 0 0	0 1 0 0	0 0 0 0
	1 0 1 1	0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 0 1	0 1 1 1	0 0 0 1
комбинации	1 1 0 0	0 1 1 1	0 1 1 0	0 0 1 0	1 0 0 0	0 0 1 0
	1 1 0 1	1 0 0 0	1 0 0 1	1 1 0 1	1 0 1 1	0 0 1 1
	1 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 1 0	1 1 1 0	0 1 0 0
	1 1 1 1	1 0 1 0	1 0 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	0 1 0 1

Для заметок

---

Подписано в печать 29.04.2015 г.

Печать офсетная  
1,63 усл. печ. л.

Формат 60x84/16  
Заказ № 2007/

1,48 уч.-изд. л.  
Тираж 70 экз.

---

Московский государственный технический университет ГА  
*125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д.20*  
Редакционно-издательский отдел  
*125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а*