

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

**Кафедра высшей математики
Ю.И. Дементьев, В.А. Ухова**

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**ПОСОБИЕ
по выполнению практических работ**

*для студентов I курса
специальностей 10.05.02, 090302
очной формы обучения*

Москва-2014

ББК 517.2

Д30

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. О.Г. Илларионова

Дементьев Ю.И., Ухова В.А.

Д30 Математика. Математический анализ: пособие по выполнению практических работ. - М.: МГТУ ГА, 2014. - 48 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математический анализ» по учебному плану для студентов I курса специальностей 10.05.02, 090302 очной формы обучения.

Пособие охватывает разделы математического анализа, изучаемые студентами на первом курсе.

В пособии содержатся варианты контрольных работ и справочные материалы.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 16.09.2014 и методического совета 25.09.2014.

Подписано в печать 21.11.2014 г.

Печать офсетная
2,56 усл.печ.л.

Формат 60x84/16
Заказ № 1913/

2,17 уч.-изд. л.
Тираж 80 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д.20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

© Московский государственный
технический университет ГА, 2014

П Е Р В Ы Й С Е М Е С Т Р
КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1
Функции. Пределы

Задания 1 – 4. С помощью элементарных преобразований построить графики функций.

Задания 5 – 11. Вычислить пределы.

Задание 12. Найти точку разрыва функции. Определить характер разрыва.

Вариант 1.

- | | | |
|---|--|--|
| 1. $y = 2^x + 3$ | 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x + 1}{x^3 + 2x^2 + 4}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\ln(1 + 5x)}$ |
| 2. $y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-2}\right)^{-7x}$ |
| 3. $y = \frac{1}{2-x}$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt{2x} - 4}$ | 11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x}$ |
| 4. $y = x x - x + 2$ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}$ | 12. $y = \frac{2x}{2-x}$ |

Вариант 2.

- | | | |
|----------------------------|---|---|
| 1. $y = \log_2(x + 2)$ | 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{2x}$ |
| 2. $y = e^{-x} - 1$ | 6. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{5x^2 - 4x - 1}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x-3}{10x-1}\right)^{5x}$ |
| 3. $y = -\sin(2x + 1)$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$ | 11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$ |
| 4. $y = \frac{1}{ x - 1}$ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$ | 12. $y = \frac{x+2}{x+5}$ |

Вариант 3.

- | | | |
|------------------------|---|--|
| 1. $y = \log_2(2 - x)$ | 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^3 - 2}{4x^3 - x}}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\ln(1 + x^2)}$ |
| 2. $y = 2 \cos 2x$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^4 - 3x^2 - 4}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x}{7-x}\right)^{\frac{x}{2}+2}$ |
| 3. $y = \frac{x}{1-x}$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$ | 11. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$ |
| 4. $y = 2 + x - x^2$ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\cos 3x - \cos x}$ | 12. $y = \frac{5x}{x-3}$ |

Вариант 4.

1. $y = 3^{-x} + 1$

2. $y = \sqrt{x-3}$

3. $y = \sin(2x - 4)$

4. $y = \frac{1}{1 - |x|}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x^3 - 2}{4x^2 - 7}$

6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^3 - 3x^2 - 10x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{\sin 2x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{x}{3x-3}}$

11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$

12. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$

Вариант 5.

1. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

2. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$

3. $y = \frac{2x}{2x + 1}$

4. $y = 2x^2 - 4|x|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 2}{4x^2 + 2x + 7} \right)^3$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \sin 10x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x - 7}{6x + 4} \right)^{3x+2}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

12. $y = \frac{1}{x^3 + x}$

Вариант 6.

1. $y = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$

2. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$

3. $y = \frac{8 - x}{2x}$

4. $y = x|x| - 4$

5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 2^x}{3^{x-1} + 2^x}$

6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 5x}{\operatorname{ctg} 2x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x)}{\log_5(1 + 2x)}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{3x}{x^2 + 2x - 3}}$

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$

12. $y = \frac{\cos x}{x}$

Вариант 7.

1. $y = 1 - \ln x$

2. $y = -2 \cos \frac{x}{2}$

3. $y = |x^2 + 6x - 7|$

4. $y = \frac{x}{2 + x}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^3 + x^2}{x^3 - 2x^2 - 2}$

6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + 5x + 4x^2} - 3}{x^2 - 3x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\cos 3x - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(1 + x)}{\log_2(1 - 3x)}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 5}{1 + 2x} \right)^{2x-1}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos \frac{x}{2}}{x - \pi}$

12. $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 1}$

Вариант 8.

1. $y = 1 + e^{-x}$

2. $y = \cos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$

3. $y = \frac{x}{x+3}$

4. $y = x^2 - 4|x| - 5$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 7^x}{2x - 7x^{-1}}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{\sqrt{5x} - 5}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{\operatorname{tg} 5x \sin x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{\ln(1-x^2)}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-3}\right)^{4x+1}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\pi^2 - x^2}$

12. $y = \frac{2x^2 + 5x + 2}{x+2}$

Вариант 9.

1. $y = \log_2 4x$

2. $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

3. $y = \frac{x-2}{x+2}$

4. $y = x|x| + 2x - 1$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 13x^2 - 3}{10x^3 + 2x^2 + 15x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin \frac{x}{3}}{\cos x - 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+e) - 1}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x}\right)^{2x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 3\pi x}{\operatorname{tg} 2\pi x}$

12. $y = 2^{1/x}$

Вариант 10.

1. $y = \log_2(x-3)$

2. $y = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}$

3. $y = 3 - \sqrt{x}$

4. $y = |-x^2 + x + 2|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{2x^2 - 5x - 3}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{tg} 5x \operatorname{ctg}^2 2x$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+x^2) - \ln x}{3x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{3x+1}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$

12. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}$

Вариант 11.

1. $y = 1 - \cos \frac{x}{2}$

2. $y = -x^2 + 3x + 4$

3. $y = \frac{x+3}{x+2}$

4. $y = \left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$

5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x - 3^{x+1}}{2^{x+1} + 3^{x+2}}$

6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x} - 1}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{3+x}\right)^{2x-1}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\pi - 4x}$

12. $y = \frac{x^3 + x}{2|x|}$

Вариант 12.

1. $y = 2 - 3^x$

2. $y = -\frac{1}{(x+2)^2}$

3. $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

4. $y = |x^2 - 5x - 6|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5+x)x}{x - x^2 + 3}$

6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1}\right)^{5-2x}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$

12. $y = \frac{2x}{x+3}$

Вариант 13.

1. $y = \ln(x-3)$

2. $y = 1 - e^{-x}$

3. $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

4. $y = \frac{1}{|x-1|}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3+x)x}{2\sqrt{9x^4+1}}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x(\sqrt{1+x} - 1)}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin 2x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{x+1}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{3x - \pi}$

12. $y = \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$

Вариант 14.

1. $y = 3^x - 5$

2. $y = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(x-1)$

3. $y = -x^2 + 2x + 3$

4. $y = \frac{|x|}{|x|+1}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2 + x}{2x^2 - x + 12}$

6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - x\right)$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{x+3}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \operatorname{tg} x}$

12. $y = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{x}}}$

Вариант 15.

1. $y = \ln(-x)$

2. $y = 3 - \sqrt{x+1}$

3. $y = 1 - \sin \frac{x}{2}$

4. $y = |x^2 + 4x - 12|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}$

6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{2 + x - x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{8}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{1 - e^x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+5}\right)^{8x+1}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin 3\pi x}$

12. $y = \frac{x^3 - x^2}{2|x-1|}$

Вариант 16

1. $y = \log_2(x + 4)$

2. $y = 2 \sin(3x + 3)$

3. $y = \frac{x}{x - 4}$

4. $y = 2 - x|x|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x+x^5}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$

8. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x+1)}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 5^{-2x}}{2^x - 1}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{5x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$

12. $y = 2 - \frac{|x|}{x}$

Вариант 17.

1. $y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{4}$

2. $y = 1 + \log_2(x + 1)$

3. $y = \frac{3x - 1}{x + 3}$

4. $y = x^2 + 2|x| - 3$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^3 + (x-1)x^3}{x^3 - 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x} - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}^2 2x \operatorname{ctg}^2 6x$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+2) - \ln 2}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{\frac{x}{3}}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\sin 3\pi x}$

12. $y = \operatorname{arctg} \frac{2}{x-2}$

Вариант 18

1. $y = 2^{-x} + 3$

2. $y = -x^2 + 6x - 5$

3. $y = -3 \sin(x + 1)$

4. $y = 2\sqrt{|x|}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 + 3}{x - x^2 + 5x^3}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{-3x} - 1}{1 - 3^x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{3-x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x}$

12. $y = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$

Вариант 19.

1. $y = \arcsin(-x)$

2. $y = 1 - \sqrt{x-2}$

3. $y = 1 + 3 \cos 2x$

4. $y = \frac{|x|}{x+1}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)^3 - 8x^3}{(1+2x)^2 + 4x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{\sin \frac{x}{2}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2x+5) - \ln 5}{2x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} (3-2x)^{\frac{x}{1-x}}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

12. $y = 5^{-1/x^2}$

Вариант 20.

1. $y = \log_2 8x$

2. $y = (2 - x)^3$

3. $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 2$

4. $y = 6|x| - x^2 - 5$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x}{1 - x - x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 3x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+1} - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 \sin \frac{x}{5} \operatorname{ctg} \frac{x}{3}}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 5^{4x}}{1 - e^x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{3+x} \right)^{1-5x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$

12. $y = e^{\frac{x}{x+1}}$

Вариант 21.

1. $y = -\log_3(x-1)$

2. $y = \frac{1}{(x-2)^2} + 1$

3. $y = 1 - \sin |x|$

4. $y = |x - x^2|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 4x - 5}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{\log_3(2x+1)}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{6x}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$

12. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}$

Вариант 22.

1. $y = \sqrt{x+2}$

2. $y = 3 - \log_2 x$

3. $y = -3 \cos(2x-2)$

4. $y = |4 - x^2|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x^3}}{x+1}$

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{3x - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{1 - \sqrt{1+x+x^2}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x \sin 5x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\ln^2(1-2x)}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{x} \right)^{-3x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$

12. $y = \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$

Вариант 23.

1. $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$

2. $y = \frac{x-1}{x+2}$

3. $y = x^2 - 2|x| - 3$

4. $y = |\log_2(x+1)|$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 1}{2x^4 - x^2 + 5}$

6. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 - x^2 - 6}$

7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{7x \sin 3x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{\ln(x+1)}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{4x}$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}$

12. $y = \frac{1}{\ln x}$

Вариант 24.

- | | | |
|-------------------------|--|---|
| 1. $y = 1 - 3 \sin x$ | 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 + (x-1)^2}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(3x+2) - \log_3 2}{5x}$ |
| 2. $y = x^2 - 8x + 7$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^2 - 25}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$ |
| 3. $y = \frac{2x}{x-3}$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$ | 11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$ |
| 4. $y = 2^x - 1 $ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{6x}$ | 12. $y = \frac{\sqrt{7+x} - 3}{x-2}$ |

Вариант 25.

- | | | |
|------------------------|---|--|
| 1. $y = \arctg(-x)$ | 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{x + 2}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln 4 - \ln(4-x)}{4x}$ |
| 2. $y = 6x - x^2$ | 6. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{5x + 1}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$ |
| 3. $y = \frac{4-x}{x}$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{x^2}$ | 11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ |
| 4. $y = \log_2 x $ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{\sin 5x \sin 7x}$ | 12. $y = \frac{1+x^3}{1+x}$ |

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2**Дифференциальное исчисление**

Задания 1 – 8. Найти производные функций.

Задание 9. Найти дифференциал функции.

Задание 10. Найти вторую производную функции.

Задание 11. Вычислить предел, применив правило Лопиталья.

Задания 12. Провести полное исследование функции и построить график.

Написать уравнение касательной к графику в точке с абсциссой x_0 .

Задания 13. Провести полное исследование функции и построить график.

Задание 14. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции.

Задание 15. Найти $\operatorname{grad} z$ в точке A и производную в точке A по направлению вектора \vec{a} .

Задание 16. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ от неявной функции.

Задание 17. Вычислить указанные производные, используя формулы производных сложной функции нескольких переменных.

Задание 18. Найти наибольшее и наименьшее значения функции z в замкнутой области D , ограниченной заданными линиями.

Вариант 1.

1. $y = e^x \arccos x$
2. $y = \frac{1 - \cos x}{2x + 3}$
3. $y = \operatorname{arctg}(\ln x)$
4. $y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+3}) - \sqrt{x+3}$
5. $y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^2+1}}$
6. $y = \frac{\sin 3x}{\cos^2 x}$
7. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$
8. $y = (\sin x)^{5e^x}$
9. $y = \arccos \sqrt{1-x}$
10. $y = \operatorname{tg}^2 x$
11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$
12. $y = \frac{x^2}{4} (x^2 - 8); x_0 = 1$
13. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$
14. $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$
15. $z = x^2 + xy + y^2; A(1; 1); \vec{a} = \{2; -1\}$
16. $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 3y + 3 = 0$
17. $z = x^2 + xy + y^2, x = \sin t, y = \cos t; \frac{dz}{dt} = ?, dz = ?$
18. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4(x+y); D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$

Вариант 2.

1. $y = \log_3 x \arcsin x$
2. $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
3. $y = \sqrt{x^3} \ln x + \frac{1}{x}$
4. $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5} \operatorname{arctg}(3x - 2)$
5. $y = 2\sqrt{x} - 4 \ln(2 + \sqrt{x})$
6. $y = (e^{\cos x} + 3)^4$
7. $y = 5^{x + \operatorname{arctg} x}$
8. $y = (\operatorname{ctg} x)^{2e^x}$
9. $y = 2^{\cos x}$
10. $y = x^2 e^x$
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)}$
12. $y = 3x^4 - 4x^3; x_0 = 2$
13. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
14. $z = x \arcsin(xy)$
15. $z = 2x^2 + 3xy + y^2; A(2; 1); \vec{a} = \{3; -4\}$
16. $z^2 + 3xz - 4yz - 9 = 0$

$$17. z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad x = u + v^2u, \quad y = v - u^2v; \quad \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = ?$$

$$18. z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2; \quad D : x = 0, \quad y = 0, \quad y = 1 - x$$

Вариант 3.

$$1. y = \sqrt{x^5} \left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

$$5. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{4x + 1}{\sqrt{2}}$$

$$8. y = (\operatorname{ctg} x)^{3^x}$$

$$2. y = \frac{x^3 - 3}{\operatorname{arctg} x}$$

$$6. y = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 - x}}$$

$$9. y = \ln^2 x^3$$

$$3. y = \cos^3 x \cdot 2^{\arcsin x}$$

$$7. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^5 5x}$$

$$10. y = \ln(x^2 - 1)$$

$$4. y = 2x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{4x}})$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$$

$$12. y = -\frac{(x^2 - 4)^2}{16}; \quad x_0 = 1$$

$$13. y = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

$$14. z = x^2 \sin \frac{x}{y}$$

$$15. z = \ln(x^2 + 3y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{a} = \{3; 2\}$$

$$16. 2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0$$

$$17. z = x^2y, \quad y = \cos x; \quad \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = ?, \quad \frac{dz}{dx} = ?$$

$$18. z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1; \quad D : x = 1, \quad x = 5, \quad y = 0, \quad x - y = 1$$

Вариант 4.

$$1. y = \frac{2}{3x^2} - \frac{x\sqrt[3]{x}}{2}$$

$$5. y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$$

$$8. y = (x^8 + 2)^{\frac{1}{x}}$$

$$2. y = \frac{1 + \cos x}{\arccos x}$$

$$6. y = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}$$

$$9. y = 5^{\operatorname{tg} x}$$

$$3. y = \ln^3(1 + e^{3x})$$

$$7. y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$$

$$10. y = \cos^3 x$$

$$4. y = x \arcsin^2 x + 2\sqrt{1 - x^2} \arcsin x$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$$

$$12. y = \frac{x^3}{27} (x - 4); \quad x_0 = 1$$

$$13. y = \frac{4x^2}{x^2 + 3}$$

$$14. z = \frac{x}{x^2 + 3y^2}$$

$$15. z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{a} = \{2; -1\}$$

$$16. z^3 - 4y^2x + 1 - 2z^2 = 0$$

$$17. z = \frac{x + y}{xy}, \quad x = \operatorname{tg} t, \quad y = \operatorname{ctg} t; \quad \frac{dz}{dt} = ?$$

$$18. z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x; \quad D : y = x + 1, \quad y = 0, \quad x = 3$$

Вариант 5.

1. $y = x^{10} \log_5 x$

5. $y = \frac{x^4}{81} \arcsin \frac{3}{x}$

8. $y = (\arcsin x)^{e^x}$

2. $y = \frac{2^x}{\cos x + 5}$

6. $y = e^{-3x} \arcsin 2x$

9. $y = \arccos 2x$

3. $y = \frac{\sin^4 x}{\operatorname{ctg} x}$

7. $y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$

10. $y = \frac{\ln x}{x}$

4. $y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1}$

11. $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x - 9} - 1}$

12. $y = \frac{x^2}{64} (32 - x^2); x_0 = 2$

13. $y = \frac{12x}{x^2 + 9}$

14. $z = y^2 e^{x^2 + y^2}$

15. $z = 5x^2 + 6xy; A(2; 1); \vec{a} = \{1; 2\}$

16. $z^3 + 3x^2z - 2xy = 0$

17. $z = e^{xy}, x = \sin t^2, y = \cos(1 - t); \frac{dz}{dt} = ?$

18. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2; D: 2y = 4 - x, x = 0, 2y = x - 4$

Вариант 6.

1. $y = \frac{2^x}{1 + 2^x}$

5. $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$

8. $y = (x)^{e^{\cos x}}$

2. $y = 3^{\arcsin^2 x}$

6. $y = \left(1 + \sqrt[4]{x^3} \right) \arcsin x$

9. $y = x^3 e^x$

3. $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$

7. $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln(\sin x)$

10. $y = x \operatorname{arctg} x$

4. $y = \frac{x^4}{81} \arcsin \frac{3}{x} + \sqrt{x^2 - 9}$

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5 + x} - 2}{\sin \pi x}$

12. $y = \frac{x^3}{16} (8 - 3x); x_0 = 1$

13. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$

14. $z = \sqrt[3]{4xy + y^2}$

15. $z = \operatorname{arctg}(xy^2); A(2; 3); \vec{a} = \{4; -3\}$

16. $zx^2 + y^2 - 4z^3y - 1 = 0$

17. $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y}}, x = \sin t, y = t \cos t; \frac{dz}{dt} = ?$

18. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27; D: x = 0, x = 3, y = 0, y = 3$

Вариант 7.

1. $y = \sqrt[7]{x^3} \sin x$

5. $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} + \arcsin x$

8. $y = (\sin 2x)^{\frac{\ln \cos x}{4}}$

2. $y = \frac{4 + x^3}{x - \operatorname{ctg} x}$ 6. $y = e^{2x} \ln(1 + x^2)$ 9. $y = \cos^2 \frac{1}{x^2}$
 3. $y = \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\cos x}$ 7. $y = \sqrt{2x - x^2} + \frac{1}{3x^3}$ 10. $y = \ln(12 + x)$
 4. $y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$ 11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$
 12. $y = \frac{1}{9} (x^2 - 3)^2; x_0 = 2$ 13. $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$ 14. $z = e^{xy} (2x + y^2)$
 15. $z = \arcsin \frac{x^2}{y}; A(1; 2); \vec{a} = \{5; -12\}$
 16. $2x^3 - 5x + z^3 + y^3 - 3xyz + 8 = 0$
 17. $z = x^2y + xy^2, x = u + v, y = u - v; \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$
 18. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2(x - y); D: y = x + 2, y = 0, x = 2$

Вариант 8.

1. $y = \log_5 x \arccos x$ 5. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - \sqrt{x}}$ 8. $y = (\cos x)^{\frac{2 \ln \cos x}{5}}$
 2. $y = \frac{e^x}{1 - x^2}$ 6. $y = \left(x^5 + 3x + \frac{1}{x}\right)^{10}$ 9. $y = \frac{1}{3^x}$
 3. $y = 3 \sin 2x \cos^2 x$ 7. $y = \sqrt{\ln(x^2 + 1)}$ 10. $y = \cos^2 3x$
 4. $y = -\frac{1}{3 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$
 12. $y = \frac{x^2}{27} (x^2 - 18); x_0 = 1$ 13. $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$ 14. $z = (x^2 - y^2) \cos xy$
 15. $z = \ln(3x^2 + 4y^2); A(1; 3); \vec{a} = \{2; -1\}$
 16. $xy + xz + yz^2 - 1 = 0$
 17. $z = \ln(e^x + e^y), y = x^2; \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{dz}{dx} = ?$
 18. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; D: x = 0, y = 0, x + y + 5 = 0$

Вариант 9.

1. $y = \sqrt[5]{x} 3^x$ 5. $y = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ 8. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$
 2. $y = \frac{x^2 + 5x - 6}{\ln x}$ 6. $y = \frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\operatorname{tg} x)$ 9. $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$
 3. $y = e^{\frac{1}{\cos x}}$ 7. $y = \operatorname{arctg} \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$ 10. $y = 5\sqrt{x}$

4. $y = \ln(e^{5x} + \sqrt{e^{10x} - 1})$ 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}$
 12. $y = \frac{1}{8}(3x^5 - 5x^3); x_0 = 2$ 13. $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$ 14. $z = y \ln(x^2 - y^2)$
 15. $z = 3x^4 + 2x^2y^3; A(-1; 2); \vec{a} = \{4; -3\}$
 16. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$
 17. $z = x^2y + \frac{y}{x}, x = e^t, y = \ln(t^2 + t); \frac{dz}{dt} = ?$
 18. $z = x^2 - xy + y^2; D: |x| + |y| = 1$

Вариант 10.

1. $y = 2x5^x$ 5. $y = \frac{2 \cos x}{\sin^4 x} + \frac{3 \cos x}{\sin^2 x}$ 8. $y = (\cos 5x)^{e^x}$
 2. $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ 6. $y = (x^3 + 3x^4) \log_3 x$ 9. $y = \operatorname{arctg} x^2$
 3. $y = \operatorname{ctg}^3 x - \frac{1}{\sin x}$ 7. $y = \frac{\ln(x^2 + 2x)}{3x}$ 10. $y = xe^x$
 4. $y = \frac{x^3}{3} \arccos x - \frac{2 + x^2}{9} \sqrt{1 - x^2}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}$
 12. $y = \frac{x^4}{64}(x - 5); x_0 = 2$ 13. $y = \frac{(x - 1)^2}{x^2}$ 14. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$
 15. $z = 3x^2y^2 + 5y^2x; A(1; 1); \vec{a} = \{2; 1\}$
 16. $5xy^3 + 4z^2y - x^3 + z^3 - 6 = 0$
 17. $z = \frac{1 + xy}{x + y}, x = \sin(uv), y = \cos(uv); \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$
 18. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y; D: x^2 + y^2 = 25$

Вариант 11.

1. $y = \frac{1}{6(1 - x^2)}$ 5. $y = \ln \frac{\sqrt{2} + \operatorname{tg} x}{\sqrt{2} - \operatorname{tg} x}$ 8. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$
 2. $y = 3\sqrt[3]{x} \arccos x$ 6. $y = \frac{1}{\ln^2 x}$ 9. $y = \frac{1}{3x + 1}$
 3. $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ 7. $y = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{x - 1}{x + 2}}$ 10. $y = 2^{\sin x}$
 4. $y = (2x + 3)^4 \arcsin \frac{1}{2x + 3}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}$
 12. $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2; x_0 = 1$ 13. $y = \frac{x^2}{(x - 1)^2}$ 14. $z = \arcsin \frac{x^2}{y}$

15. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; A(1; 1); \vec{a} = \{3; -4\}$

16. $\ln z = x^2 + yz - 1$

17. $z = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{y}, x = \operatorname{tg}^2 t, y = \operatorname{ctg}^3 t; \frac{dz}{dt} = ?$

18. $z = x^2 + xy - 2; D : y = 4x^2 - 4, y = 0$

Вариант 12.

1. $y = \frac{4}{x^3} + 5\sqrt[5]{x^4} + 2$

5. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$

8. $y = (x - 5)^{\operatorname{ctg} 2x}$

2. $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}$

6. $y = e^{\sin x} \cos 2x$

9. $y = \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$

3. $y = e^{\sqrt{1 + \ln x}}$

7. $y = x + \ln \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}}$

10. $y = \arcsin x$

4. $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\log_2 x}$

12. $y = \frac{3}{2} (x^4 - 2x^2); x_0 = 2$

13. $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$

14. $z = x \ln(3x^2 + 2y^3)$

15. $z = \ln(8x^2 + 3y); A(1; 4); \vec{a} = \{2; -1\}$

16. $\ln(z + xy) = z^2 - y$

17. $z = \arcsin \frac{x}{y}, y = \sqrt{x^2 + 1}; \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{dz}{dx} = ?$

18. $z = x^2 + 2xy - 10; D : y = x^2 - 4, y = 0$

Вариант 13.

1. $y = \frac{1 + x^2}{2} \operatorname{arctg} x$

5. $y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$

8. $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$

2. $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$

6. $y = \ln \sin \frac{2x + 4}{x + 1}$

9. $y = \log_2(2x - 1)$

3. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \ln x)^3}$

7. $y = \frac{4 + x^4}{x^3} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$

10. $y = 2^{x^2}$

4. $y = e^{2x} (2 \sin 2x - \cos 2x)$

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^x - 8}{x - 3}$

12. $y = x^2(x - 2)^2; x_0 = -1$

13. $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$

14. $z = \arccos \frac{x}{\sqrt{y}}$

15. $z = \arcsin \frac{x}{x + y}; A(1; 1); \vec{a} = \{4; 3\}$

16. $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$

17. $z = x^2 \ln y$, $x = \frac{u}{v}$, $y = 3u - 2v$; $\frac{\partial z}{\partial u} = ?$, $\frac{\partial z}{\partial v} = ?$

18. $z = x^2 - y^2 + 18$; $D : x^2 + y^2 = 9$

Вариант 14.

1. $y = x^2 \sqrt{x} + \frac{1}{4x^2} - 6x$ 5. $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$

8. $y = x^{\sin^3 x}$

2. $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x 2^x$ 6. $y = 2^{\sin x}$

9. $y = \sqrt[5]{1 - x^3}$

3. $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\sin x}$ 7. $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{ctg} x$

10. $y = (1 + x^2) \operatorname{arctg} x$

4. $y = (1 + \ln \sin 2x)^2$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}$

12. $y = \frac{x^3}{9} (x + 4)$; $x_0 = 3$ 13. $y = \frac{x^2 + 6x + 3}{x + 4}$

14. $z = \frac{4x}{x^3 - y^3}$

15. $z = \operatorname{arctg}(xy)$; $A(1; 1)$; $\vec{a} = \{1; 1\}$

16. $xyz = e^{-(x+y+z)}$

17. $z = x \sin y + y \cos x$, $x = \frac{u}{v}$, $y = u^3 v^2$; $dz = ?$

18. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$; $D : y = x^2$, $y = 4$

Вариант 15.

1. $y = 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x^3} + 4$ 5. $y = 5e^{-x^2} + \frac{1}{\operatorname{arctg} x}$

8. $y = (x^2 - 1)^{\ln x}$

2. $y = \frac{x}{4} (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)$ 6. $y = \sqrt[5]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}}$

9. $y = \sqrt[3]{1 - x^3}$

3. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \ln x)^3}$ 7. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$

10. $y = \operatorname{ctg} 3x$

4. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - x}{1 + x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$

12. $y = \frac{x^3}{72} (x - 8)$; $x_0 = 2$ 13. $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$

14. $z = 12 \cos^2 \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4} \right)$

15. $z = x - 3y + \sqrt{3xy}$; $A(3; 4)$; $\vec{a} = \{1; -2\}$

16. $\ln(x + y + z) = \sin(x + y + z)$

17. $z = \ln(x^2 + y^2)$, $x = u^2 + v$, $y = v^2 - u$; $\frac{\partial z}{\partial u} = ?$, $\frac{\partial z}{\partial v} = ?$

18. $z = y^2 + xy - 2$; $D : y = 0$, $y = 4x^2 - 4$

Вариант 16.

1. $y = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$
2. $y = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) \log_3 x$
3. $y = 2^{x^2} - e^{-x^2}$
4. $y = \frac{x}{2} (\cos \ln x + \sin \ln x)$
5. $y = \arccos \frac{1}{x^2}$
6. $y = e^{3x} \cos 2x$
7. $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{3} \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$
8. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$
9. $y = \frac{x^2}{1 - x}$
10. $y = \operatorname{arcctg}(-x)$
11. $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}$
12. $y = (x + 1)^2 (x - 1)^2; x_0 = 2$
13. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$
14. $z = (2x + y) e^{-xy}$
15. $z = \sqrt{4 + x^2 + y^2}; A(2; 1); \vec{a} = \{1; -1\}$
16. $x + y + z = e^{-(x+y+z)}$
17. $z = e^{x^2 y}, x = uv, y = \frac{v}{u}; \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$
18. $z = x^2 - 2xy + y^2; D: x + y = 1, y = 0, x = 0$

Вариант 17.

1. $y = \frac{3e^x}{\sqrt{x}}$
2. $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x \operatorname{arctg} x$
3. $y = \ln \cos \frac{2x + 3}{2x + 1}$
4. $y = \arcsin e^{-2x} + \ln \sqrt{e^{4x} - 1}$
5. $y = \frac{3}{2} \sin^2 x + \ln(\operatorname{tg} x)$
6. $y = \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}$
7. $y = 3^{\operatorname{ctg}^2 x}$
8. $y = (\sin x)^{5^x}$
9. $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$
10. $y = (5 - 2x)^6$
11. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x + 1)}$
12. $y = \frac{1}{8} x^2 (x - 4)^2; x_0 = -2$
13. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$
14. $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$
15. $z = \arcsin xx + y; A(3; 4); \vec{a} = \{-2; 1\}$
16. $z \ln(x + z) = \frac{xy}{z}$
17. $z = x + \ln(x^2 + y^2), x = t^2, y = t(t + 1); \frac{dz}{dt} = ?$
18. $z = y^2 - x^2 + 8; D: x^2 + y^2 = 4$

Вариант 18.

1. $y = \frac{2}{x^2 - 4x + 5}$
5. $y = x \arccos x - \sqrt{1 - x^2}$
8. $y = x^{e^{\operatorname{ctg} x}}$

2. $y = x\sqrt{x} \operatorname{arctg} x$ 6. $y = \sqrt[3]{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos x}$ 9. $y = \sin^3 2x$
 3. $y = e^{\operatorname{tg} 2x} \ln(1 - x^3)$ 7. $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{e^{4x} - 1}$ 10. $y = \operatorname{tg} 5x$
 4. $y = 3 \operatorname{arcsin} \frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 2}{\ln x - \ln 2}$
 12. $y = \frac{27}{32} x^2(2 - x); x_0 = 2$ 13. $y = \frac{3x - 2}{x^3}$ 14. $z = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{y}$
 15. $z = \sqrt{x^2 + y^2}; A(4; 3); \vec{a} = \{-1; 2\}$
 16. $x \sin y + y \sin z + z \sin x = 3$
 17. $z = (x^2 + y^2)e^{x^2 - y^2}, x = t + 1, y = \frac{1}{t^2}; \frac{dz}{dt} = ?$
 18. $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2; D: x = 1, x = 4, y = -3, y = 2$

Вариант 19.

1. $y = \frac{\ln x}{2x + 1}$ 5. $y = (1 - 2x^2) \operatorname{arctg} x$ 8. $y = (\sqrt{x})^{2x}$
 2. $y = \sqrt[3]{\operatorname{tg} 3x}$ 6. $y = x\sqrt{\frac{2x + 1}{2x - 1}}$ 9. $y = \sin \sqrt{x}$
 3. $y = \ln^2 x - \ln \ln x$ 7. $y = \log_3 \frac{1}{1 - x^4}$ 10. $y = e^x \cos x$
 4. $y = \operatorname{arcsin} e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$
 12. $y = 3x^4 + 4x^3; x_0 = 1$ 13. $y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$ 14. $z = \sqrt{xy + 2y^2}$
 15. $z = 5x^2y + y^2x; A(1; 1); \vec{a} = \{-2; -1\}$
 16. $xe^y + ye^z + ze^x = 2$
 17. $z = \ln(x^2 + y^2), x = uv, y = \frac{u}{v - u}; \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$
 18. $z = y^2 + 2xy - x^2; D: y = x - 1, x = 0, y = 3$

Вариант 20.

1. $y = \frac{2x + 1}{4 - x^2}$ 5. $y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$ 8. $y = (\cos 2x)^{\cos 2x}$
 2. $y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x}$ 6. $y = \ln \sqrt[5]{e^{5x} - e^{-5x}}$ 9. $y = \log_3(x^2 - 1)$
 3. $y = 5^x (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$ 7. $y = e^{5x} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 4x + \frac{1}{4} x^4$ 10. $y = (7x - 3x^2)^5$
 4. $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln(\sqrt{2} \operatorname{tg} x + \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 x})$ 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$

$$12. y = \frac{x^3(x^2 - 15)}{81}; x_0 = 1 \quad 13. y = \frac{1 - 2x^2}{x^2} \quad 14. z = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{6} \right)$$

$$15. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; A(2; 2); \vec{a} = \{-3; 1\}$$

$$16. \operatorname{tg}(x + z) = ye^z$$

$$17. z = \frac{x - 2y}{x + 2y}, x = \frac{u - v}{u}, y = \frac{v}{u + v}; \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$$

$$18. z = y^2 + 2xy - x^2 + 2(x - y); D: y = x - 2, x = 0, y = 2$$

Вариант 21.

$$1. y = \frac{2}{x^3} + \frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{3x^4}{4} \quad 5. y = x \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{1 + x^2} \quad 8. y = (\sin \sqrt{x})^{e^x}$$

$$2. y = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \quad 6. y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2} \quad 9. y = 3e^{\operatorname{arctg} x}$$

$$3. y = \cos^3 x 2^{\operatorname{tg} x} \quad 7. y = 2^{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}} \quad 10. y = x \ln x$$

$$4. y = \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x - \ln \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right) \quad 11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^2}$$

$$12. y = \frac{x^3}{9} (4 - x); x_0 = 1 \quad 13. y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3} \quad 14. z = 2 \arcsin (x\sqrt{y})$$

$$15. z = \arcsin \frac{x}{y}; A(3; 5); \vec{a} = \{1; \sqrt{3}\}$$

$$16. z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z - x}$$

$$17. z = \frac{x^2 + 2y^3}{x + 2y}, x = \frac{u + v^2}{u}, y = \frac{v^2}{u + v}; \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$$

$$18. z = 2x^2 + xy + y^2 - 2x + 3y + 1; D: x = 0, y = 0, y = x - 5$$

Вариант 22.

$$1. y = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x} \quad 5. y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1) \quad 8. y = (x^2 + 1)^{\cos x}$$

$$2. y = 2x \arcsin x \quad 6. y = 2e^{2x} \sin x \cos x \quad 9. y = \cos \left(2 - \frac{1}{x} \right)$$

$$3. y = \lg \ln \operatorname{ctg} x \quad 7. y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x} \quad 10. y = \frac{1}{2} \log_2 (3 + x^2)$$

$$4. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad 11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{2 \operatorname{tg} x - \sin x}$$

$$12. y = \frac{x^3}{27} (15 - x^2); x_0 = 1 \quad 13. y = - \left(\frac{x}{x + 2} \right)^2 \quad 14. z = \sin^2 (4x + y)$$

$$15. z = \ln(2x^2 + 4y^2); A(2; 1); \vec{a} = \{-2; -1\}$$

$$16. z = \sqrt{x^2 - y} \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{\sqrt{y^2 - x}}$$

$$17. z = x^3 \sin y + y^3 \cos x, x = t(t - 1), y = \frac{t^2}{t - 1}; \frac{dz}{dt} = ?$$

$$18. z = 4x^2 + 2xy + y^2; D : 2|x| + |y| = 1$$

Вариант 23.

$$1. y = 3^x \operatorname{tg} x$$

$$5. y = (2x - 1)^4 \arcsin \frac{1}{2x - 1}$$

$$8. y = x^{\arcsin x}$$

$$2. y = \frac{2 - x}{x^2 + \sqrt{x}}$$

$$6. y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$$

$$9. y = x^2 \sqrt[3]{\ln x}$$

$$3. y = (3 + 2x^2)^5$$

$$7. y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$$

$$10. y = \cos^2 2x$$

$$4. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$$

$$12. y = \frac{16}{27} (x + 1) (1 - x)^3; x_0 = -1$$

$$13. y = \frac{4x}{(x + 1)^2}$$

$$14. z = x^2 e^{x^2 - y^2}$$

$$15. z = \ln(x^2 + 4y^2); A(6; 4); \vec{a} = \{-1; \sqrt{3}\}$$

$$16. \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$17. z = x \ln(xy), x = u^2 v, y = \frac{v^2}{u}; \frac{\partial z}{\partial u} = ?, \frac{\partial z}{\partial v} = ?$$

$$18. z = x^2 + 12y + y^2 - 16x; D : x^2 + y^2 = 25$$

Вариант 24.

$$1. y = \sqrt[3]{x^2} \cos x$$

$$5. y = \arcsin(1 - x) + \sqrt{2x - x^2}$$

$$8. y = (3 \sin x)^{\cos x}$$

$$2. y = \frac{x + e^x}{x - e^x}$$

$$6. y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\arcsin x}$$

$$9. y = 7 \sin^2 x$$

$$3. y = 3^{\sin \frac{1}{x}}$$

$$7. y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$10. y = \sqrt{1 - x^2}$$

$$4. y = \ln \left(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5} \right)$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$$

$$12. y = \frac{x^3}{36} (x + 8); x_0 = 1$$

$$13. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$14. z = y e^{\frac{y}{x}}$$

$$15. z = 3x^2 - 4xy + 5y^2; A(-1; -1); \vec{a} = \{-3; 2\}$$

$$16. e^{z/x} \cos \frac{x}{y} = \frac{x}{y}$$

$$17. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, x = e^{2t} + 1, y = e^{2t} - 1; \frac{dz}{dt} = ?$$

18. $z = y^2 - 2xy - 2$; $D : y = 0, y = 16x^2 - 4$

Вариант 25.

1. $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$

5. $y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\arcsin x)$

8. $y = (\operatorname{arctg} 2x)^x$

2. $y = \operatorname{arctg} x \log_3 x$

6. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x$

9. $y = (2x + 1)^{15}$

3. $y = \sqrt{\frac{2x+1}{x}}$

7. $y = \frac{1}{(2x-5)^5} + \frac{2}{\sqrt{x}}$

10. $y = e^{-x^2}$

4. $y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$

12. $y = \frac{x^4 - 8x^2 - 9}{5}$; $x_0 = 1$

13. $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

14. $z = \left(xy + \frac{x}{y}\right)^2$

15. $z = 5x^2 + 2xy + 3y^2$; $A(-3; 2)$; $\vec{a} = \{-2; 4\}$

16. $ze^z - x \ln y = \sqrt{\frac{x}{y}}$

17. $z = \frac{x^2}{y}$, $x = u - 2v$, $y = v + 2u$; $\frac{\partial z}{\partial u} = ?$, $\frac{\partial z}{\partial v} = ?$

18. $z = x^2 + 2xy + y^2$; $D : y = x + 1, x = 0, y = 0$

В Т О Р О Й С Е М Е С Т Р

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Интегральное исчисление

Задания 1 – 8. Вычислить интегралы.

Задания 9, 10. Вычислить определённые интегралы.

Задания 11, 12. Вычислить несобственные интегралы.

Задание 13. Найти площадь области, ограниченной данными кривыми.

Задание 14. Вычислить длину дуги кривой.

Задание 15. Фигура, ограниченная данными кривыми, вращается вокруг оси OX . Вычислить объём полученного тела вращения.

Вариант 1.

- | | | |
|---|--|---|
| 1. $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx$ | 4. $\int \left(2 \sin 6x + \cos \frac{x}{4}\right) dx$ | 7. $\int x \cos^2 x dx$ |
| 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x+5}}$ | 5. $\int \frac{e^{\arcsin x} + x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 8. $\int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x} dx$ |
| 3. $\int (4 - 3x) e^{-3x} dx$ | 6. $\int \left(\frac{2+x}{4+x^2} - \frac{3}{\sqrt{2-x^2}}\right) dx$ | |
| 9. $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$ | 10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx$ | 11. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$ |
| | | 12. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$ |
| 13. $y = (x-2)^2, y = x$ | 15. $y = -x^2 + x, y = 0$ | |
| 14. $y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 3$ | | |

Вариант 2.

- | | | |
|---|---|---------------------------------------|
| 1. $\int \left(\frac{x^2}{3} - \frac{3}{x\sqrt{x}}\right) dx$ | 4. $\int (4x-1) e^{4x} dx$ | 7. $\int (x+1) \ln x dx$ |
| 2. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 1}$ | 5. $\int (6e^{-3x} + 3 \cos 2x) dx$ | 8. $\int \frac{3x^5 + 1}{x^4 - 1} dx$ |
| 3. $\int \frac{dx}{(1+2x)^3}$ | 6. $\int \frac{\sqrt{7-x^2} + x\sqrt{7+x^2}}{\sqrt{49-x^4}} dx$ | |

9. $\int_0^2 \frac{x dx}{16 + x^4}$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x dx$ 11. $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$ 12. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)^2}$
 13. $y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$ 15. $y = 5 \cos x, y = \cos x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
 14. $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$

Вариант 3.

1. $\int \frac{\cos x dx}{3 + \sin^2 x}$ 4. $\int \frac{x^3 - 17}{x^3 - 4x^2 + 3x} dx$ 7. $\int \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$
 2. $\int \left(6e^{2x} + \sin \frac{x}{2}\right) dx$ 5. $\int \left(\frac{4}{5x} - \frac{2}{x^3} + 4\sqrt[3]{x}\right) dx$ 8. $\int (2+3x) e^{2x} dx$
 3. $\int 2^{2x+1} dx$ 6. $\int \left(\frac{3x+2}{x^2-9} + \frac{3}{2\sqrt{9-x^2}}\right) dx$
 9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 4x dx$ 10. $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} + \sqrt{x}}$ 11. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$ 12. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$
 13. $y = \sin x \cos^2 x, y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 15. $y = -x^2 + 2x, y = 0, x = 1$
 14. $y = e^x + 3, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$

Вариант 4.

1. $\int \frac{dx}{(3+4x)^2}$ 4. $\int (4x-2) \cos 2x dx$ 7. $\int x \operatorname{ctg}^2 x dx$
 2. $\int \left(\cos 4x + \frac{1}{e^x}\right) dx$ 5. $\int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3x}\right) dx$ 8. $\int \frac{8x^5 dx}{x^4 - 16}$
 3. $\int \frac{3^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ 6. $\int \left(\frac{3x+1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{4}{x^2+4}\right) dx$
 9. $\int_0^1 x e^{-2x} dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x \sin 4x dx$ 11. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 2x}$ 12. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4x^2 + 1}$
 13. $y = (x+1)^2, y = 0, x = 0$ 15. $y = x^2, y^2 = x$
 14. $y = -\ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$

Вариант 5.

1. $\int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + x\sqrt{x}\right) dx$ 4. $\int \frac{\sqrt{x^2+25} + 8x + 2}{x^2 + 25} dx$ 7. $\int x \operatorname{tg}^2 x dx$

2. $\int 2^{1-5x} dx$ 5. $\int (2 \sin 6x + 4e^{\frac{x}{2}}) dx$ 8. $\int \frac{2x^3 - 1}{x^3 + x} dx$
 3. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{16 - e^{2x}}}$ 6. $\int (4 - 16x) \sin 4x dx$
 9. $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx$ 11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ 12. $\int_0^2 \frac{dx}{x^2}$
 13. $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = 0$, $0 \leq x \leq 2$ 15. $y = \sin^2 x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
 14. $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2} \ln x$, $1 \leq x \leq e$

Вариант 6.

1. $\int 2^x \left(5 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$ 4. $\int \frac{\sqrt{25 - x^2} - 3x - 1}{25 - x^2} dx$ 7. $\int \ln(x^2 + 6) dx$
 2. $\int x e^{-5x^2} dx$ 5. $\int (2 \cos 3x + e^{-5x}) dx$ 8. $\int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2} dx$
 3. $\int \sin(4x - 1) dx$ 6. $\int (5x - 2) \cos 10x dx$
 9. $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{e^x + 3} dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ 11. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{1 + x + x^2}$ 12. $\int_1^2 \frac{dx}{(x - 1)^2}$
 13. $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$ 15. $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$
 14. $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$, $0 \leq x \leq 3$

Вариант 7.

1. $\int 5^{4-3x} dx$ 4. $\int \left(4\sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} + 1 \right) dx$ 7. $\int (1 - 6x) e^{2x} dx$
 2. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{2 + \cos x}}$ 5. $\int (4 \sin 4x - 3e^{\frac{x}{3}}) dx$ 8. $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x - 1)(x - 3)} dx$
 3. $\int \sqrt{x} \ln x dx$ 6. $\int \left(\frac{5x + 2}{\sqrt{x^2 + 3}} - \frac{1}{\sqrt{3 - x^2}} \right) dx$
 9. $\int_1^e \ln x dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx$ 11. $\int_1^3 \frac{dx}{(x - 3)^3}$ 12. $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$
 13. $y = \sqrt{x + 4}$, $y = 0$, $x = 0$ 15. $y = 3 \sin x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$
 14. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $0 \leq x \leq 1$

Вариант 8.

1. $\int \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{x} dx$
2. $\int \sin(8x + 3) dx$
3. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
9. $\int_0^1 \frac{x + 4}{\sqrt{4 - x^2}} dx$
13. $y = 0, y = x\sqrt{9 - x^2}, 0 \leq x \leq 3$
14. $y = \sqrt{1 - x^2} + \arccos x, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$
4. $\int \frac{1 + 7x + \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4} dx$
5. $\int \frac{\arcsin^5 x + x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
6. $\int (3x + 2) \cos 3x dx$
10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$
15. $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$
7. $\int \left(\cos \frac{x}{2} + \frac{5}{e^{2x}} \right) dx$
8. $\int \frac{5x^4 dx}{(x + 1)(x^2 + 4)}$
11. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{2 - 2x + x^2}$
12. $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

Вариант 9.

1. $\int \frac{7x + x^2 - \sqrt{x}}{x^2} dx$
2. $\int (4 + 5x)^9 dx$
3. $\int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx$
9. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x} + 1}$
13. $y = x^2 - 4x, y = x$
14. $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$
4. $\int \left(10 \sin \frac{x}{2} + \frac{3}{e^x} \right) dx$
5. $\int (x - 5) \sin 5x dx$
6. $\int \frac{\sqrt{1 - x^2} + x\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 - x^4}} dx$
10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$
15. $y = -x^2 + 2x, y = -x + 2$
7. $\int x \operatorname{arctg} 2x dx$
8. $\int \frac{6x^3 dx}{(x^2 - 1)(x + 2)}$
11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$
12. $\int_0^3 \frac{dx}{(x - 2)^2}$

Вариант 10.

1. $\int e^x \left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x^3}} - 8 \right) dx$
2. $\int \frac{3}{\sqrt{5 - 3x}} dx$
3. $\int \frac{x\sqrt{x^2 + 3} - 3}{x^2 + 3} dx$
9. $\int_1^4 \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x}}$
4. $\int (2 \cos 6x - 2e^{\frac{x}{4}}) dx$
5. $\int \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
6. $\int (2 - 4x) \sin 2x dx$
10. $\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{4} dx$
7. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x - 1} dx$
8. $\int \frac{6x^5 dx}{(x^2 - 1)(x^2 + 2)}$
11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$
12. $\int_0^2 \frac{dx}{(x - 1)^4}$

13. $y = -x^2 + 1, y = x - 1$

15. $y = e^{1-x}, y = 0, x = 0, x = 1$

14. $y = 2 \ln(4 - x^2), 0 \leq x \leq 1$

Вариант 11.

1. $\int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$

4. $\int \left(\frac{7}{5 \sin^2 x} + 2e^{-8x} \right) dx$

7. $\int x \operatorname{arctg} 2x dx$

2. $\int 4^{3x-1} dx$

5. $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-3)(x-4)} dx$

8. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx$

3. $\int \frac{\ln x}{x^4} dx$

6. $\int (3-2x) \cos \frac{x}{2} dx$

9. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$

10. $\int_0^\pi x \sin \frac{x}{2} dx$

11. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$

12. $\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+3}$

13. $y = \frac{1}{4}x^2, y = 5 - x^2$

15. $y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0, x = 1$

14. $y = e^x + 13, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$

Вариант 12.

1. $\int \frac{(2-x)^2}{x^3} dx$

4. $\int \frac{1+2x-\sqrt{4-x^2}}{4-x^2} dx$

7. $\int e^{3\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{(5+3\ln x)^4}{x} dx$

5. $\int \left(\frac{1}{2\sin^2 x} - 4e^{\frac{x}{4}} \right) dx$

8. $\int \frac{2x^6}{x^4-1} dx$

3. $\int \frac{4 dx}{(2x-5)^5}$

6. $\int (4x-3) \cos 4x dx$

9. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}-2}$

10. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 4x \sin 2x dx$

11. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2-2x+5}$

12. $\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^5}$

13. $y = \sqrt{2-x}, y = 0, x = 0$

15. $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$

14. $y = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}, 0 \leq x \leq 2$

Вариант 13.

1. $\int \left(\frac{x^4}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx$

4. $\int e^{-3x} (2-9x) dx$

7. $\int \ln(1+2x) dx$

2. $\int (4x+1)^3 dx$

5. $\int x^2 \sqrt{x^3+5} dx$

8. $\int \frac{3x^4-2}{x^3-x} dx$

3. $\int (2 \sin 6x + e^{\frac{x}{10}}) dx$

6. $\int \left(\frac{2x+3}{x^2+9} + \frac{7}{\sqrt{x^2+9}} \right) dx$

9. $\int_1^e x \ln x dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{\sin x} dx$ 11. $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$ 12. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{9x^2 + 4}$
13. $y = x\sqrt{4-x^2}, y = 0, 0 \leq x \leq 2$ 15. $y = \sqrt{9-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$
14. $y = 1 - \ln(\cos x), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

Вариант 14.

1. $\int \frac{x^3 \cos x + 7x}{x^3} dx$ 4. $\int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 3}} dx$ 7. $\int x^3 \operatorname{arctg} x dx$
2. $\int \left(\cos \frac{x}{3} - \frac{2}{e^x} \right) dx$ 5. $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-2)(x-4)} dx$ 8. $\int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+3}}$ 6. $\int \left(\frac{4x+2}{x^2+2} + \frac{2}{\sqrt{2-x^2}} \right) dx$
9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ 10. $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}$ 11. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+8x+17}$ 12. $\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^4}$
13. $y = x^2, y = 2 - x^2$ 15. $y = x^2, y = 1$
14. $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$

Вариант 15.

1. $\int \frac{7-4x^2 \sin x}{x^2} dx$ 4. $\int (4x+5) e^{\frac{x}{2}} dx$ 7. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$
2. $\int 2^{3-4x} dx$ 5. $\int \left(5 \sin \frac{2x}{5} + \frac{1}{e^{2x}} \right) dx$ 8. $\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$
3. $\int \frac{x^3}{4+x^8} dx$ 6. $\int \frac{2\sqrt{x^2-25} + 5x}{x^2-25} dx$
9. $\int_0^1 \frac{x dx}{2x^2+1}$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{8}} x \cos 4x dx$ 11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+10}$ 12. $\int_{-3}^3 \frac{dx}{x^2}$
13. $y = -x^2 + 2x + 3, y = 2x + 2$ 15. $y = x^3, y = \sqrt{x}$
14. $y = \sqrt{2x-x^2}, \frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Вариант 16.

1. $\int \frac{dx}{8x+6}$ 4. $\int (2-x) e^{-x} dx$ 7. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

2. $\int \frac{x dx}{\sqrt{4-x^4}}$ 5. $\int \left(\frac{1}{e^{2x}} + 2 \cos \frac{2x}{3} \right) dx$ 8. $\int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^4 + x^2} dx$
 3. $\int \frac{\sqrt{x} - 3x^5 + 1}{2x} dx$ 6. $\int \left(\frac{2\sqrt{2-x^2} + 4x - 3}{2-x^2} \right) dx$
 9. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx$ 10. $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}$ 11. $\int_0^2 \frac{dx}{1-x}$ 12. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{3x^2+4}$
 13. $y = \sin x, y = x^2 - \pi x$ 15. $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2$
 14. $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$

Вариант 17.

1. $\int \frac{dx}{(5x+1)^6}$ 4. $\int (5x+6) \cos 2x dx$ 7. $\int 4x^3 \operatorname{arctg} 2x dx$
 2. $\int \left(6x^5 - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx$ 5. $\int \left(e^{10x} - \frac{10}{\sin^2 10x} \right) dx$ 8. $\int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^3 - 2x^2} dx$
 3. $\int \frac{1-2\sin x}{\cos^2 x} dx$ 6. $\int \left(\frac{3x+4}{x^2+36} - \frac{x}{\sqrt{36-x^2}} \right) dx$
 9. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^2}$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx$ 11. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}$ 12. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2+1}$
 13. $y = x^2 - 3x, y = x$ 15. $y = \frac{4}{x}, y = 0, x = 1, x = 4$
 14. $y = 1 - \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Вариант 18.

1. $\int \frac{x - 2x^2 \cos x}{x^2} dx$ 4. $\int (3x-2) \sin 6x dx$ 7. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$
 2. $\int \frac{dx}{(2x-7)^3}$ 5. $\int \left(\cos \frac{x}{3} + \frac{2}{\cos^2 3x} \right) dx$ 8. $\int \frac{x^5 - 12x^3 - 7}{x^3 + 2x^2} dx$
 3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}}$ 6. $\int \frac{\sqrt{x^2+1} - 5x + 3}{x^2+1} dx$
 9. $\int_0^4 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+9}}$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cos 3x dx$ 11. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2-4x+5}$ 12. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$
 13. $y = \frac{4}{x}, y = 5-x$ 15. $y = x^2+1, y = 9-x^2$
 14. $y = 1 - \ln(x^2-1), 3 \leq x \leq 4$

Вариант 19.

1. $\int (2 \sin 8x + e^{5x}) dx$
2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4+x}}$
3. $\int \frac{\sin x}{2 + \cos^2 x} dx$
9. $\int_0^1 x e^{-x} dx$
13. $y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2$
14. $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{9}{16}$
4. $\int \left(5x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} \right) dx$
5. $\int (2x-3) \cos 4x dx$
6. $\int \left(\frac{5x}{\sqrt{x^2+7}} + \frac{8x+10}{x^2-4} \right) dx$
10. $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$
15. $y = e^x, y = 1, x = 1$
7. $\int \ln(4x^2+1) dx$
8. $\int \frac{(20-x^3) dx}{x(x+5)(x-4)}$
11. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{16x^2+9}$
12. $\int_4^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}$

Вариант 20.

1. $\int \sqrt[3]{1+5x} dx$
2. $\int \frac{x^2 + x 3^x - 3}{x} dx$
3. $\int \frac{x^3 + x}{\sqrt{x^4 - 9}} dx$
9. $\int_1^e \ln x dx$
13. $y^2 = 2x, x = 8$
14. $y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x}, \frac{1}{4} \leq x \leq 1$
4. $\int \frac{\sqrt{25-x^2} - 3x - 1}{25-x^2} dx$
5. $\int \left(2 \sin^2 3x + \frac{4}{e^{4x}} \right) dx$
6. $\int (4x+7) \sin \frac{x}{3} dx$
10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx$
15. $y = x^2 + 1, y = 1, x = 2$
7. $\int 3x^2 \operatorname{arctg} x dx$
8. $\int \frac{x^5 - 25x^3 - 1}{x^3 + 5x} dx$
11. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 10}$
12. $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 21.

1. $\int \frac{3x^3 + \sqrt{x} - 2}{x} dx$
2. $\int \sqrt{5x-4} dx$
3. $\int (\cos^2 5x - e^{8x}) dx$
9. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^4 + 1}$
4. $\int \frac{1 - 6x - \sqrt{x^2 + 16}}{x^2 + 16} dx$
5. $\int (2x-5) \cos \frac{x}{4} dx$
6. $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx$
10. $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{25-3x}}$
7. $\int \operatorname{arctg} 2x dx$
8. $\int \frac{1 - e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$
12. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x \ln x}$

13. $y = \ln x, y = 0, x = e$ 15. $y^2 = x, x = 2$

14. $y = \frac{1}{3} (3 - x) \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4$

Вариант 22.

1. $\int (1 - 8x)^8 dx$ 4. $\int \left(7x^6 - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{3x} \right) dx$ 7. $\int 2x \ln(1 + x) dx$

2. $\int \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 1} dx$ 5. $\int \left(\frac{14}{\cos^2 7x} - e^{\frac{x}{4}} \right) dx$ 8. $\int \frac{4x^4 + 3}{x^3 + x} dx$

3. $\int \frac{x + \sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$ 6. $\int (8 - 3x) \sin 3x dx$

9. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^6}}$ 10. $\int_0^\pi x \cos x dx$ 11. $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$ 12. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$

13. $y = 3 - 2x, y = x^2$

15. $x^2 + y^2 = 4, y = 0, y \geq 0$

14. $y = \arcsin e^{-x}, 0 \leq x \leq 1$

Вариант 23.

1. $\int \frac{dx}{5 - 3x}$ 4. $\int (x + 5) \sin \frac{x}{2} dx$ 7. $\int \ln(2x^2 + 4) dx$

2. $\int \frac{3x + 2x^2 \sin x}{x^2} dx$ 5. $\int \left(\frac{5}{\sin^2 10x} + 8e^{-\frac{x}{4}} \right) dx$ 8. $\int \frac{x^4 + 4x^2 + 2}{x^3 + 2x} dx$

3. $\int \frac{\sin x + \cos^2 x}{\cos^4 x} dx$ 6. $\int \left(\frac{4}{\sqrt{4 - x^2}} + \frac{2x - 5}{\sqrt{x^2 + 4}} \right) dx$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{\cos^2 x}$ 10. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx$ 11. $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$ 12. $\int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$

13. $y = x^2, y = 2x^2, x = 3$

15. $y = 2x - x^2, y = 0$

14. $y = x^{\frac{3}{2}}, 0 \leq x \leq 4$

Вариант 24.

1. $\int \frac{3x^3 5^x - 5}{x^3} dx$ 4. $\int (x - 10) \sin 7x dx$ 7. $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{5 dx}{\sqrt{1 - 5x}}$ 5. $\int \frac{2 + \operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x} dx$ 8. $\int \frac{4x^5 - 1}{x^3 - x} dx$

3. $\int \left(\sin \frac{x}{5} + 9e^{3x} \right) dx$ 6. $\int \frac{x\sqrt{9 - x^2} - \sqrt{9 + x^2}}{\sqrt{81 - x^4}} dx$

$$\begin{array}{llll}
9. \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}} & 10. \int_{-3}^{-1} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 13} dx & 11. \int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx & 12. \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{(x + 2)^3} \\
13. y = \frac{x^2}{3}, y = 4 - \frac{2}{3}x^2 & & 15. y = x^2, y = 4 & \\
14. y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2} & & &
\end{array}$$

Вариант 25.

$$\begin{array}{llll}
1. \int \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{x^2} dx & 4. \int \frac{x}{\sin^2 x} dx & 7. \int \ln(x + 2) dx & \\
2. \int \left(\cos \frac{x}{5} - \frac{12}{e^{3x}} \right) dx & 5. \int \frac{3x^4 + 3x^3 + 2}{x(x - 1)(x + 2)} dx & 8. \int \frac{x^2 - 4 \ln^3 x}{x} dx & \\
3. \int (4x + 2)^5 dx & 6. \int \left(\frac{4}{x^2 - 49} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7}} \right) dx & & \\
9. \int_0^4 \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}} & 10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \sin x dx & 11. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x dx & 12. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} \\
13. y = \frac{6}{x}, y = 7 - x & & 15. \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 & \\
14. y = 2 - \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \frac{1}{4} \leq x \leq 1 & & &
\end{array}$$

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Ряды

Задания 1 – 4. Исследовать сходимости знакоположительных рядов.

Задание 5. Исследовать сходимость знакопеременного ряда. Если он сходится, то указать, абсолютно или условно.

Задание 6. Найти область сходимости степенного ряда.

Задание 7. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x . Указать интервал, в котором это разложение имеет место.

Задание 8. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001.

Задание 9. Разложить функцию в ряд Фурье в заданном интервале. Построить график функции и график суммы ряда Фурье.

Вариант 1.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$$

7.
$$f(x) = \sqrt{1 + \frac{x}{5}}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(2n+1)^n}$$

8.
$$\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n}$$

9.
$$f(x) = x + 5, x \in (-2; 2)$$

Вариант 2.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 3}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

7.
$$f(x) = \frac{4}{1-x^2}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$$

8.
$$\int_0^1 \cos x^2 dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$$

9.
$$f(x) = |x| + 1, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 3.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$$

7.
$$f(x) = \frac{1}{4-x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n-1}$$

8.
$$\int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+2)^n}{n}$$

9.
$$f(x) = \frac{\pi - x}{2}, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 4.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n(n+1)}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3n}$$

7.
$$f(x) = \frac{6}{2x+3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n 2^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$$

8.
$$\int_0^{0,25} x \sin 2x dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^3}$$

9.
$$f(x) = 2x + 1, x \in (-1; 1)$$

Вариант 5.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$

7. $f(x) = \ln(3 - x)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$

8. $\int_0^{0,5} \frac{\sin 2x}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (x + 1)^n$

9. $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\pi; 0] \\ 2, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 6.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3}$

7. $f(x) = \sqrt{1 + 5x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n! 3^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

8. $\int_0^{0,5} e^{-\frac{x^2}{4}} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n}$

9. $f(x) = x + 1, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 7.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2}$

7. $f(x) = 2 \cos^2 x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

8. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^3}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n^2}$

9. $f(x) = |x|, x \in (-3; 3)$

Вариант 8.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 1}{(1+n^2)}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[4]{n}}$

7. $f(x) = \ln(1+x^2)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+1}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

8. $\int_0^{0,2} \cos \left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt{n}}$

9. $f(x) = x - 1, x \in (-1; 1)$

Вариант 9.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3+5n+1}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^3}}$$

7.
$$f(x) = \frac{1}{1-x^4}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{8^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n5^n}$$

8.
$$\int_0^{0,4} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n}(x-4)^n$$

9.
$$f(x) = x, x \in (-5; 5)$$

Вариант 10.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9+n^2}$$

7.
$$f(x) = \frac{x}{1+x^3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n3^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$$

8.
$$\int_0^1 \sin x^3 dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi; 0] \\ -1, & x \in (0; \pi) \end{cases}$$

Вариант 11.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+2}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n\sqrt[3]{n}}$$

7.
$$f(x) = x e^{3x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{n}$$

8.
$$\int_0^1 \frac{\sin x^2}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{3n+2}{2n+1} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{n+1}$$

9.
$$f(x) = 1-x, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 12.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n}$$

7.
$$f(x) = \ln(1+2x)$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+2}$$

8.
$$\int_0^{0,5} \sin 4x^2 dx$$

3.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{n}}$$

9.
$$f(x) = 2|x|, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 13.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 3}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^4}$$

7.
$$f(x) = \frac{1}{1 - x^3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$$

8.
$$\int_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} (x + 2)^n$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \in (-\pi; 0] \\ 0, & x \in (0; \pi) \end{cases}$$

Вариант 14.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3 + 1}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n+1}\right)^n$$

7.
$$f(x) = \sin \frac{x^3}{2}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^n}{3^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n!}$$

8.
$$\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{n+1}$$

9.
$$f(x) = 2x + 3, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 15.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 n}$$

7.
$$f(x) = \sqrt[5]{1 + x^2}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin \frac{1}{n^2}$$

8.
$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{2^n}$$

9.
$$f(x) = 3 - x, x \in (-3; 3)$$

Вариант 16.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3 + n + 7}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^{3/2} n}$$

7.
$$f(x) = \sqrt[4]{16 - x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$$

8.
$$\int_0^{0,5} \cos \sqrt{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} 4, & x \in (-3; 0] \\ 2, & x \in (0; 3) \end{cases}$$

Вариант 17.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln n}}$

7. $f(x) = x^2 \sin x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$

8. $\int_0^{1/3} \sqrt{1+x^3} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n+1}}$

9. $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0] \\ 3, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 18.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[5]{\ln n}}$

7. $f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 3^n}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

8. $\int_0^{0.5} \cos 4x^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^{2n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n(n+1)}$

9. $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 0] \\ 3, & x \in (0; 2) \end{cases}$

Вариант 19.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + n^2 + 1}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{25}{n^2\sqrt{n}}$

7. $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n 3^n}$

8. $\int_0^{0.5} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{3n+1}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\sqrt{n}}$

9. $f(x) = x + 2, x \in (-1; 1)$

Вариант 20.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^6 n}$

7. $f(x) = \sqrt{9+x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$

8. $\int_0^{0.2} \sin 5x^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n}}$

9. $f(x) = \begin{cases} 5, & x \in (-\pi; 0] \\ -1, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 21.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+3} & 7. f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{2^n}} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n} & 8. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^4} dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^3+1}{4n^3+2n} \right)^{2n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n} & 9. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-1; 0] \\ x, & x \in (0; 1) \end{cases}
\end{array}$$

Вариант 22.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+4n^2+1}} & 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}} & 7. f(x) = \ln(x^3+1) \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!4^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6} & 8. \int_0^1 \frac{1-e^{-x^2}}{x^2} dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{3n-1} \right)^n & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n} & 9. f(x) = |x|, x \in (-1; 1)
\end{array}$$

Вариант 23.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{n^4+3} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+1} & 7. f(x) = 1 - \cos 2x \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+2}{n+1} \right) & 8. \int_0^1 \frac{1}{x} \sin \frac{x}{4} dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!} & 9. f(x) = x - 2, x \in (-3; 3)
\end{array}$$

Вариант 24.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+4)}} & 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln n}}{n} & 7. f(x) = \frac{1}{2+x} \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{10^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} & 8. \int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{2n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n!} & 9. f(x) = 3 - x, x \in (-2; 2)
\end{array}$$

Вариант 25.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{10^n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{3n}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n\sqrt{n}}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n!}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$$

7.
$$f(x) = \frac{\ln(1+4x)}{x}$$

8.
$$\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$$

9.
$$f(x) = 3x - 1, x \in (-4; 4)$$

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1.

Таблица преобразований графика функции

Функция	Преобразование, которое следует провести с графиком функции $y = f(x)$
$f(x) + b, b \neq 0$	$b > 0 \Rightarrow$ сдвиг вверх на b единиц $b < 0 \Rightarrow$ сдвиг вниз на $ b $ единиц
$f(x + a), a \neq 0$	$a > 0 \Rightarrow$ сдвиг влево на a единиц $a < 0 \Rightarrow$ сдвиг вправо на $ a $ единиц
$kf(x), k > 0, k \neq 1$	$k > 1 \Rightarrow$ растяжение в k раз вдоль оси Oy $0 < k < 1 \Rightarrow$ сжатие в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси Oy
$f(kx), k > 0, k \neq 1$	$k > 1 \Rightarrow$ сжатие в k раз вдоль оси Ox $0 < k < 1 \Rightarrow$ растяжение в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси Ox
$f(-x)$	симметричное отражение относительно оси Oy
$-f(x)$	симметричное отражение относительно оси Ox
$ f(x) $	1) всё, что ниже оси Ox симметрично отражается вверх; 2) всё, что выше оси Ox (включая точки на оси), остаётся
$f(x)$	1) всё, что левее оси Oy , исчезает; 2) всё, что правее оси Oy (включая точку на оси), остаётся; 3) правая часть симметрично относительно оси Oy отражается налево

Приложение 2.

Некоторые формулы элементарной математики

$$\begin{array}{lll}
(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 & (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 & a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \\
(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 & & a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\
(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 & & a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\
\frac{1}{x^n} = x^{-n} & \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} & \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \\
a^b \cdot a^c = a^{b+c} & a^c \cdot b^c = (ab)^c & (a^b)^c = a^{bc} \\
\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c} & \frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c & \\
\log_a 1 = 0 & \log_a a = 1 & \log_a \frac{1}{a} = -1 \\
\lg x \equiv \log_{10} x & \ln x \equiv \log_e x & e \approx 2,7 \\
\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c & \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c & \\
\log_a b^p = p \log_a b & \log_{a^q} b = \frac{1}{q} \log_a b & \\
\sin^2 x + \cos^2 x = 1 & \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} & \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \\
& \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 & \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - 1 \\
\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x & \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 & \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \\
\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y)) & & \sin 2x = 2 \sin x \cos x \\
\cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y)) & & \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \\
\sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y)) & & \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}
\end{array}$$

Приложение 3.

Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow 0$

$\sin x \sim x$	$\arcsin x \sim x$	$e^x - 1 \sim x$
$\operatorname{tg} x \sim x$	$\operatorname{arctg} x \sim x$	$a^x - 1 \sim x \ln a$
$\ln(1+x) \sim x$	$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$	$(1+x)^m - 1 \sim mx$
$\log_a(1+x) \sim \frac{x}{\ln a}$		$\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim \frac{x}{n}$

Приложение 4.

Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow a$, $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 0$ (a — число или символ ∞)

$\sin \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$\arcsin \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$e^{\varphi(x)} - 1 \sim \varphi(x)$
$\operatorname{tg} \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$\operatorname{arctg} \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$a^{\varphi(x)} - 1 \sim \varphi(x) \ln a$
$\ln(1+\varphi(x)) \sim \varphi(x)$	$1 - \cos \varphi(x) \sim \frac{\varphi^2(x)}{2}$	$(1+\varphi(x))^m - 1 \sim m\varphi(x)$
$\log_a(1+\varphi(x)) \sim \frac{\varphi(x)}{\ln a}$		$\sqrt[n]{1+\varphi(x)} - 1 \sim \frac{\varphi(x)}{n}$

Приложение 5.

Таблица производных

$(c)' = 0$ (c — число)	$x' = 1$	$(x^2)' = 2x$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(u+v)' = u' + v'$	$(u-v)' = u' - v'$	$(cu)' = cu'$ (c — число)
$(uv)' = u'v + uv'$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	

Таблица интегралов

$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C$$

$$\int F'(x) dx = \int d(F(x)) = F(x) + C$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int dx = \int 1 dx = x + C$$

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$$

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

Таблица дифференциалов

$$d(f(x)) = (f(x))' dx$$

$$d(a) = 0 \quad (a - \text{число})$$

$$dx = d(x + a)$$

$$dx = d(x - a)$$

$$dx = -d(-x)$$

$$dx = \frac{1}{b} d(bx)$$

$$dx = b d\left(\frac{x}{b}\right)$$

$$x^n dx = \frac{1}{n+1} d(x^{n+1})$$

$$\frac{dx}{x} = d(\ln x)$$

$$dx = \frac{1}{a} d(ax + b)$$

$$x dx = \frac{1}{2} d(x^2)$$

$$\frac{dx}{x^2} = -d\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 d(\sqrt{x})$$

$$e^x dx = d(e^x)$$

$$\cos x dx = d(\sin x)$$

$$\frac{dx}{\cos^2 x} = d(\operatorname{tg} x)$$

$$a^x dx = \frac{1}{\ln a} d(a^x)$$

$$\sin x dx = -d(\cos x)$$

$$\frac{dx}{\sin^2 x} = -d(\operatorname{ctg} x)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x)$$

$$\frac{dx}{1+x^2} = d(\operatorname{arctg} x)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d(\arccos x)$$

$$\frac{dx}{1+x^2} = -d(\operatorname{arcctg} x)$$

Приложение 8.

Таблица разложений функций в ряд Тейлора

$$\begin{aligned}
e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, \quad |x| < \infty, \\
\sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots, \\
& \hspace{25em} |x| < \infty, \\
\cos x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots, \quad |x| < \infty, \\
\ln(1+x) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots, \\
& \hspace{25em} -1 < x \leq 1, \\
\ln(1-x) &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} - \dots, \quad -1 \leq x < 1, \\
\frac{1}{1+x} &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + \dots, \quad |x| < 1, \\
\frac{1}{1-x} &= \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots, \quad |x| < 1, \\
(1+x)^m &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)}{n!} x^n = \\
&= 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \dots \\
& \dots + \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)}{n!} x^n + \dots, \quad m \in \mathbb{R}, \quad |x| < 1.
\end{aligned}$$

Рекомендуемая литература

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. Издательство Айрис-пресс, 2013.
2. Шипачёв В. С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство Юрайт, 2013.
3. Шипачёв В. С. Начала высшей математики. Издательство Лань, 2013.

Содержание

1 семестр

Контрольное домашнее задание №1 3

Контрольное домашнее задание №2 9

2 семестр

Контрольное домашнее задание №1 22

Контрольное домашнее задание №2 31

Приложения

Приложение 1. Таблица преобразований графика функции 39

Приложение 2. Некоторые формулы элементарной математики 40

Приложение 3. Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow 0$ 41

Приложение 4. Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow a$ 41

Приложение 5. Таблица производных 41

Приложение 6. Таблица интегралов 42

Приложение 7. Таблица дифференциалов 43

Приложение 8. Таблица разложений функций в ряд Тейлора 44

Рекомендуемая литература 44