

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Б.А. Чичков

**ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И  
ФОРМ КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧКИ**

*ПОСОБИЕ* по выполнению лабораторной работы

- 1) по дисциплинам “Конструкция и прочность авиационных двигателей” и “Конструкция и прочность двигателей”, “Основы конструкции и прочности летательных аппаратов и двигателей (ДЛА)” для студентов 4 курса направления 160900 и 162300 (специальность 160901) дневной и заочной форм обучения;
- 2) по дисциплине “Основы конструкции авиационных двигателей” для студентов 3 курса специальности 280102 дневной и заочной форм обучения.

Москва – 2013

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

---

**Кафедра двигателей летательных аппаратов**

**Б.А.Чичков**

**ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И  
ФОРМ КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧКИ**

***ПОСОБИЕ*** по выполнению лабораторной работы

- 1) по дисциплинам “Конструкция и прочность авиационных двигателей” и “Конструкция и прочность двигателей”, “Основы конструкции и прочности летательных аппаратов и двигателей (ДЛА)” для студентов 4 курса направления 160900 и 162300 (специальность 160901) дневной и заочной форм обучения;
- 2) по дисциплине “Основы конструкции авиационных двигателей” для студентов 3 курса специальности 280102 дневной и заочной форм обучения.

Рецензент: д.т.н., проф. Котовский В.Н.

Чичков Б.А.

Данное пособие издается в соответствии с рабочими программами дисциплин “Конструкция и прочность авиационных двигателей”, “Конструкция и прочность двигателей”, “Основы конструкции и прочности летательных аппаратов и двигателей (ДЛА)” для студентов 4 курса дневной и заочной форм обучения и “Основы конструкции авиационных двигателей” для студентов 3 курса дневной и заочной форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры “Двигатели летательных аппаратов” 14 марта 2013 г. и методическим советом механического факультета 19 марта 2013 г.

## Введение

Настоящее пособие посвящено исследованию собственных частот и форм колебаний цилиндрической оболочки с использованием резонансного метода, анализу влияния конструктивных и эксплуатационных факторов на собственные частоты колебаний оболочки и оценке возможных мест разрушения оболочек, применяемых в конструкции двигателей; ознакомлению с конструктивными мероприятиями по обеспечению работоспособности оболочек на конкретных образцах техники.

### 1. Общие замечания, цель и задачи работы

В конструкциях двигателей широко применяются детали, которые можно схематизировать в виде тонкостенных оболочек: камера сгорания, корпуса, элементы ротора и т.д. Как свидетельствует анализ отказов указанных элементов, значительная их часть является следствием усталости материала; кроме того, в жаровых трубах температурные напряжения могут суммироваться с напряжениями от колебаний, что повышает вероятность превышения допустимых нагрузок, появления трещин и разрушения. Колебания участков камеры сгорания возбуждаются в результате колебания давления газов, возникающего вследствие наличия возмущений в газоздушном тракте двигателя, колебания давления топлива, подаваемого в камеру сгорания, вибрационного горения в камере. Вынужденные колебания оболочек могут так же возникнуть при кинематическом возбуждении (например неуравновешенным ротором). Если частота колебаний давления воздуха или газа резонирует с собственными колебаниями оболочки, то при нарастающей усталости материала возможно появление трещин – см. рис.1.

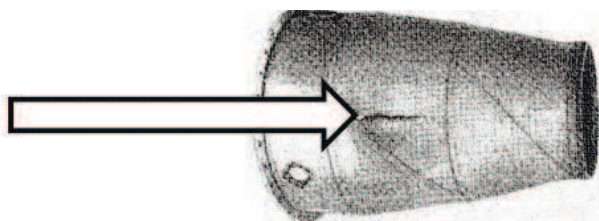


Рис. 1. Усталостные трещины на наружном кожухе камеры сгорания [2]

Конструкции в виде оболочек также широко применяются в составе объектов и систем топливообеспечения аэропортов и воздушных судов гражданской авиации. При расчете оболочек, помимо расчетов на прочность и устойчивость, обязательно проводится расчет динамических характеристик, при котором определяется собственные формы и частоты колебаний оболочек и проводится их сравнение с частотами возбуждающих нагрузок. При неудовлетворительных результатах расчета разрабатывают мероприятия по отстройке от опасных резонансных режимов путем изменения основных размеров оболочки (длины, толщины, диаметра), применение материалов с большим коэффициентом демпфирования или изменение частоты возбуждения, подбирают положение сварных швов, ребер жесткости и т.д.. Важная часть этих исследований –

определение (исследование) собственных частот и соответствующих им форм колебаний оболочек, что и является основной целью настоящей работы.

Для их достижения поставленной цели необходимо:

1. ознакомиться с резонансным методом исследования спектра собственных частот и форм колебаний и их особенностями для оболочек;
2. рассчитать значение собственной частоты колебаний оболочки по 1-й изгибной форме (с одной полуволной по длине) и сравнить расчетное значение с полученным в результате эксперимента;
3. получить экспериментальные значения собственных частот колебаний оболочки, рисунки узловых линий и построить частотную диаграмму;
4. проанализировать влияние конструктивных и эксплуатационных факторов на собственные частоты колебаний оболочки и оценить возможные места разрушения оболочки при колебаниях по наиболее вероятным формам;
5. изучить и задокументировать конструктивные мероприятия по снижению опасности развития опасных колебаний оболочек на конкретных образцах техники.

## 2. Основные понятия

Как система с непрерывно распределенными параметрами оболочка имеет бесконечное число частот собственных колебаний, каждой из которых соответствуют свои вид и форма колебаний, характеризующиеся перемещением точек ее поверхности. Для оболочек различают радиальные, тангенциальные и продольные виды колебаний. Для классификации форм колебаний оболочек используются значения числа полуволн  $n$  в продольном направлении и число  $q$  в окружном направлении – см. рис.2. Точки поверхности, перемещения которых равны нулю, образуют узловые линии (образующие) [1,2,3].

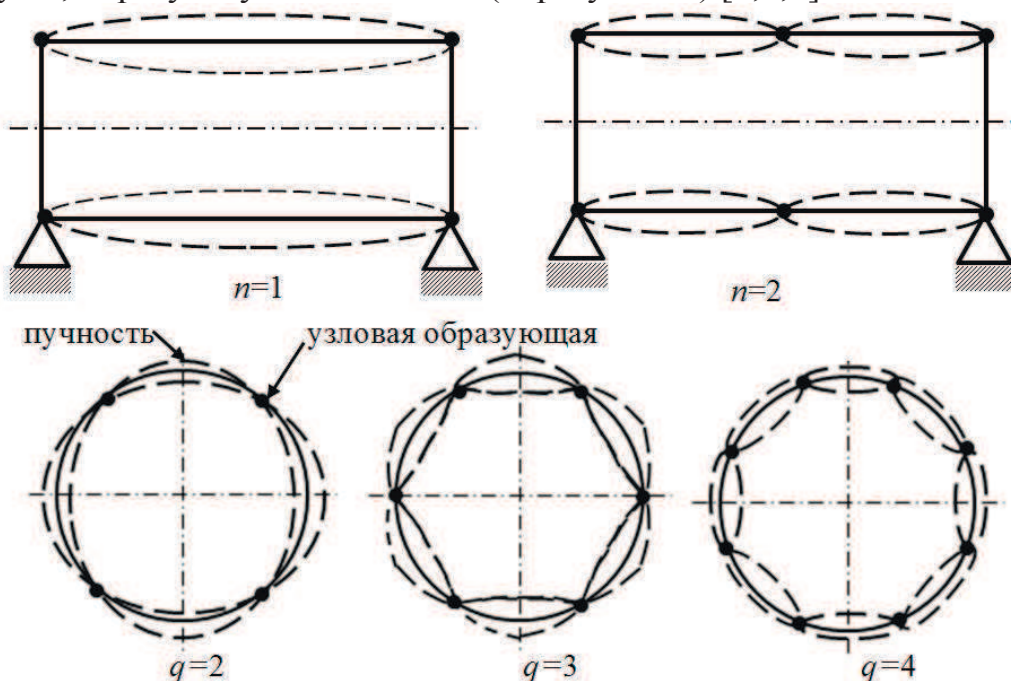


Рис.2. Некоторые формы колебаний оболочки

На рис.2: ●- точки, расположенные на узловых линиях, — — — - положение поверхности неколеблущейся оболочки, — — — - положение поверхности колеблющейся оболочки )

Для оболочки со свободным опиранием на краях и  $n=1$  для расчета собственных частот колебаний оболочки  $f_{1,q}$  (1) может быть использована формула В.Е. Бреславского (2).

$$f_{1,q} = \frac{w_q}{2 \cdot \pi}, \text{ Гц} \quad (1)$$

где круговая частота собственных колебаний

$$w_q = \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot (1-\mu^2)} \cdot \frac{\varepsilon^2 \cdot (\lambda^2 + q^2)^2 + (1-\mu^2) \cdot \lambda^2}{\lambda^2 + q^2 \cdot (1+2 \cdot \lambda^2) + q^4}}, \text{ рад/с} \quad (2)$$

где

$$\lambda = \frac{\pi \cdot r}{l}, \quad (3); \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{12} \cdot r}, \quad (4)$$

где  $E$  - модуль упругости материала оболочки, Па;  $\rho$  - плотность материала оболочки, кг/м<sup>3</sup>;  $r$  - радиус оболочки, м;  $\mu$  - коэффициент Пуассона;  $l$  - длина оболочки, м;  $\sigma = \tau$  - толщина оболочки, м.

При заземлении краев частоты собственных колебаний возрастают. Однако практически влияние граничных условий сказывается лишь на небольшом участке оболочки, прилегающем к местам опирания, поэтому приведенными выше формулами можно пользоваться и при жестком заземлении краев в случае если отношение  $l/(2 \cdot r) > 2.5$ .

Графики зависимостей собственных частот колебаний от форм колебаний называются частотными диаграммами. На рис.3,4 представлены частотные диаграммы для оболочек различного конструктивного исполнения. Необходимо отметить, что значения собственных частот на частотных диаграммах соединяются линиями лишь условно.

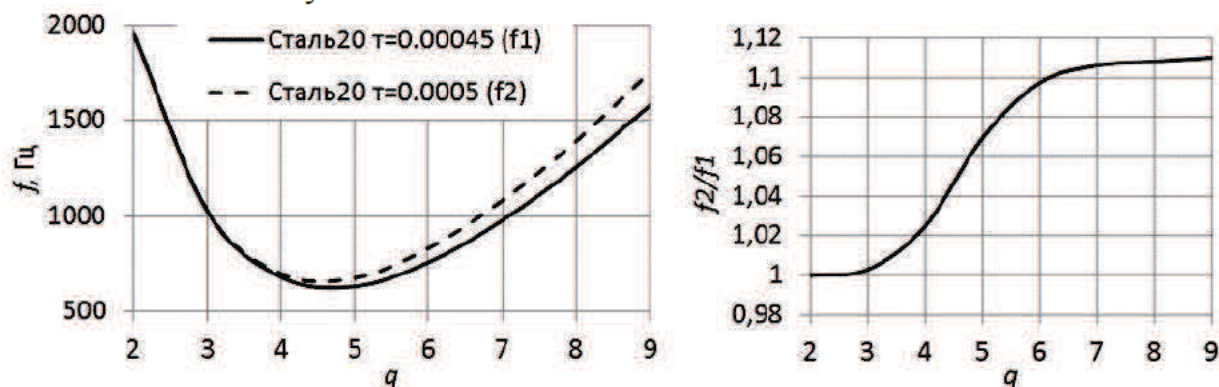


Рис.3. Влияние толщины и числа волн в окружном направлении на собственные частоты колебаний оболочки для  $n=1$  при прочих равных параметрах



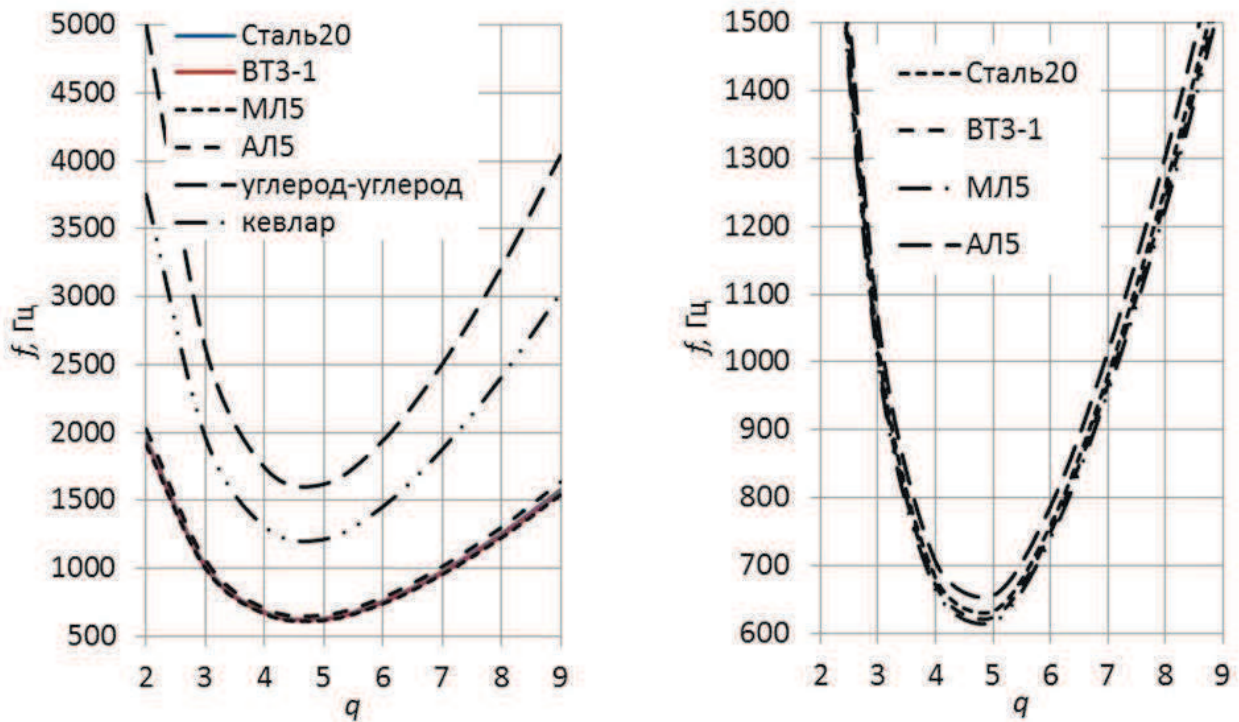


Рис.4. Влияние материала и числа волн в окружном направлении на собственные частоты колебаний оболочки ( $n=1$ , прочие параметры равны)

Вид частотных диаграмм объясним с позиций изменения потенциальной энергии растяжения и изгиба в процессе колебаний оболочки.

### 3. Описание лабораторной установки

Состав и описание элементов лабораторной отражены на рис.5,6,8,9.

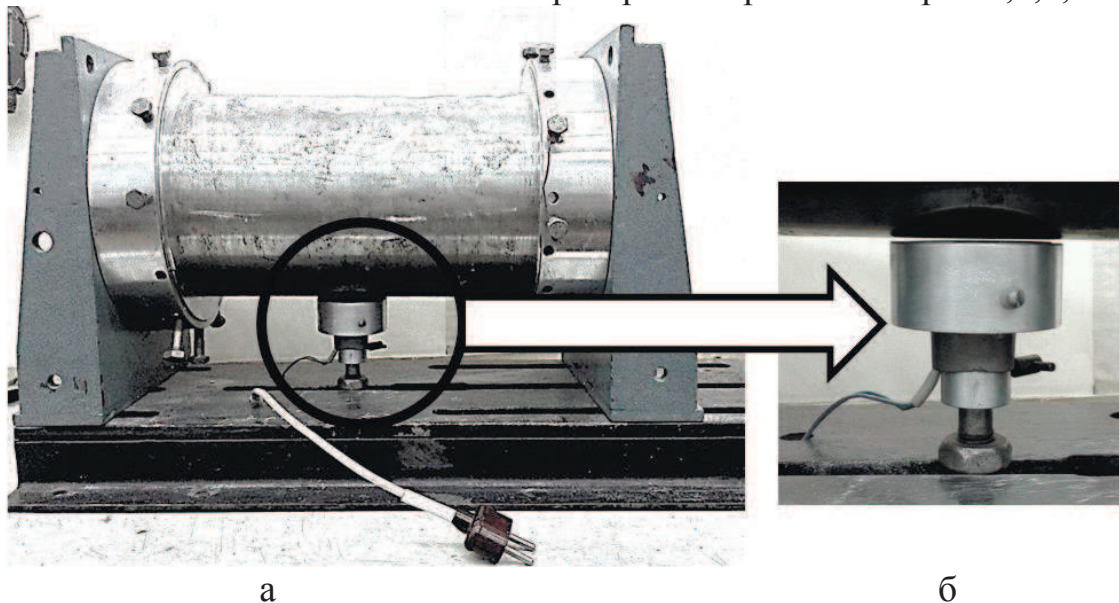


Рис.5. Объект исследования – оболочка (а) и электромагнитный возбудитель (б)

В приведенных выше обозначения характеристики оболочки:  
 $\rho=7800 \text{ кг/м}^3$ ,  $E=2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,  $\mu=0.3$ ,  $r=0.075 \text{ м}$ ,  $\sigma=0.045 \text{ м}$ ,  $l=0.237 \text{ м}$ .

**3.** Механические колебания оболочки с помощью пьезодатчика 3 преобразуются в электрический сигнал, который подается на вертикальный вход осциллографа. (Находясь в механическом контакте с оболочкой пьезоэлемент датчика подвергается деформации растяжения-сжатия. В результате вырабатывается электрический сигнал, величина которого пропорциональна амплитуде колебаний оболочки, а фаза и частота равны фазе и частоте её колебаний.

**4.** На вертикальные пластины трубки осциллографа подать переменное напряжение от звукового генератора, питающего возбуждатель. Тогда отклонение луча в горизонтальном направлении будет совершаться с частотой, задаваемой звуковым генератором, а в вертикальном направлении с частотой колебаний оболочки. В результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний на экране осциллографа появится фигура Лиссажу. При совпадении частот эта фигура будет иметь форму эллипса.

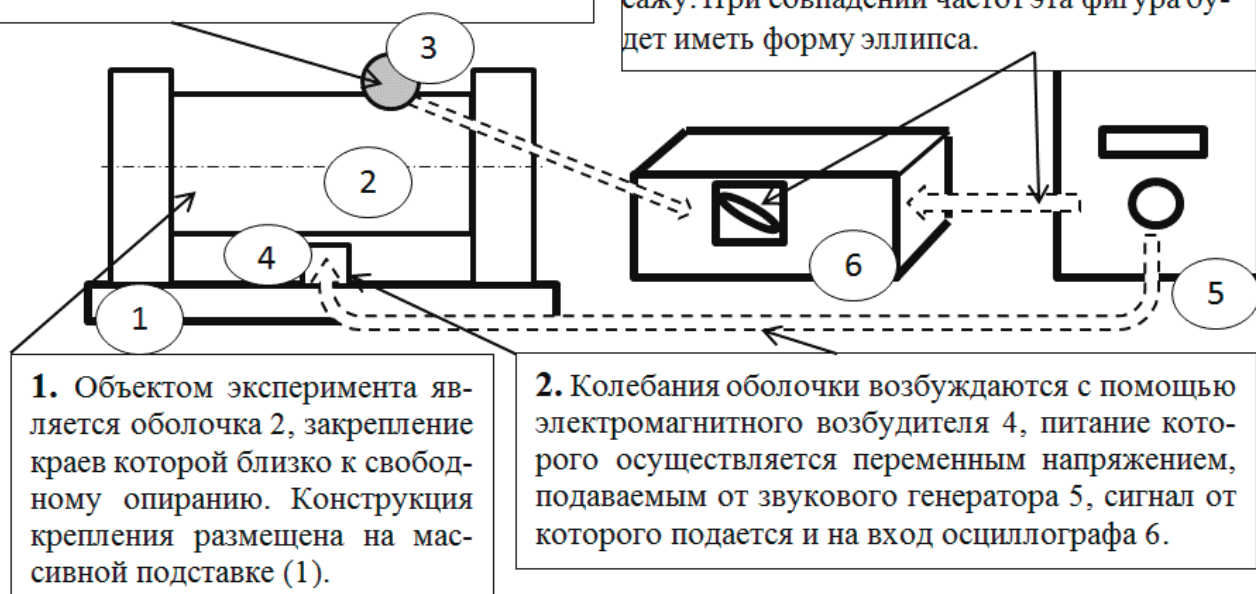


Рис.6. Элементы лабораторной установки и принципиальная схема передачи электрических сигналов (штриховые линии) между компонентами установки

#### 4. Принцип определения резонансного режима, форм и собственных частот колебаний оболочки

Резонансный режим колебаний определяется по фигурам Лиссажу, получаемым на экране осциллографа в результате сложения сигналов от пьезощупа и звукового генератора. При совпадении частот сигналов образуется эллипс, наклон и соотношение осей которого зависят от соотношения фаз и амплитуд колебаний оболочки и возбуждающего сигнала. При переходе через резонанс фаза колебания оболочки отличается на  $(\pi/2)$  от фазы возбуждающего сигнала, поэтому наступление резонанса можно определить по моменту изменения наклона осей эллипса. Значение частот собственных колебаний оболочки снимается с табло частотомера и с лимба звукового генератора. С помощью пьезощупа можно также определить формы колебаний. Амплитуда колебаний оболочки на резонансном режиме меняется от нуля в узлах до максимальной в пучностях, а фазы колебаний до и после узла отличаются на  $\pi$ . Проводя пье-



зошупом по образующей оболочки и в поперечном направлении и наблюдая за изменением фигур Лиссажу, добиваются изменением частоты генератора резонансного режима и считают количество узловых линий в продольном и поперечном направлении, т.е. определяют  $n$  и  $q$ .

Суть процесса отражает рис. 7.

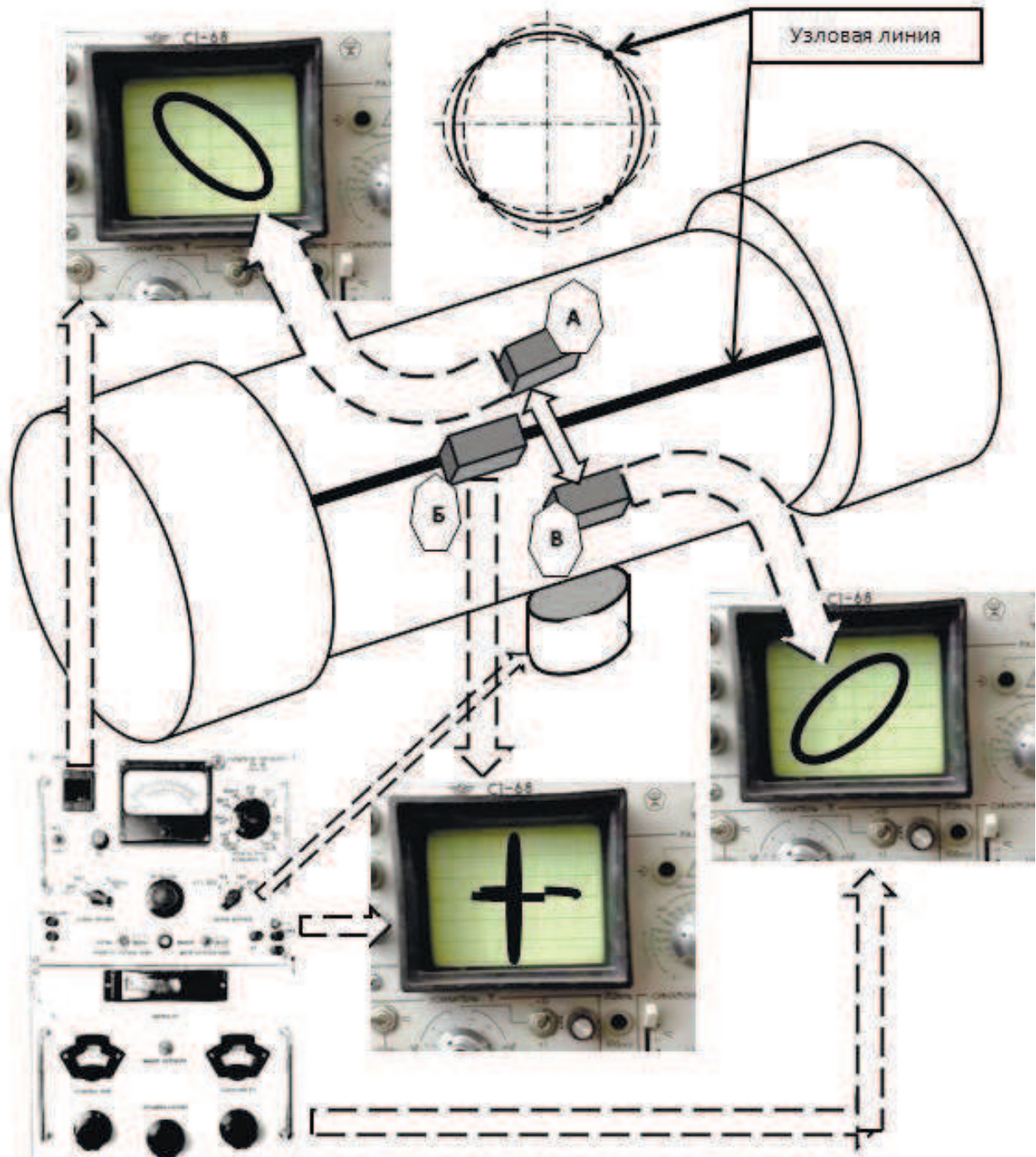


Рис. 7. К определению мест узловых линий - изменение вида фигур Лиссажу при переходе через узловую линию

Углы осей эллипсов на рис.7 показаны условно. Стрелками со штрихами показана передача электрических сигналов от датчика и звукового генератора; А, Б, В – положения датчика при проведении эксперимента.

Полученные места узловых линий зафиксировать засечками (мелом).

Следует иметь в виду, что периодическая возбуждающая сила может содержать в себе высшие гармоники (даже несмотря на строгий гармонический закон переменного тока, подаваемого от звукового генератора к возбудителю, т.е. возможно искажение гармонического закона силового воздействия возбудителя на оболочку). Это способно привести к ошибке в определении собственной частоты по шкале звукового генератора, поскольку резонанс может быть вызван силой, действующей с частотой не первой гармоники, определяемой по шкале, а силой, частота которой в целое число раз превышает ее. Для того, чтобы избежать такой ошибки необходимо убедиться в совпадении частот возбуждения и колебаний - при совпадении частот эта фигура Лиссажу будет иметь форму эллипса или наклонной прямой. Если же частота колебаний вдвое больше частоты, задаваемой генератором, что возможно при возбуждении резонанса второй гармоникой, то на экране возникнет фигура в виде лежащей восьмерки или подковообразной кривой.

#### 5. Правила техники безопасности при выполнении работы

Следовать указаниям сотрудников лаборатории и преподавателя.

Сборку и разборку установки, выставление зазора между возбудителем и лопаткой выполнять при обесточенном щите питания розеток ауд. 104б.

При проведении эксперимента находиться на резиновом коврике, который предварительно разместить перед стойкой с оборудованием.

Не прикасаться к соединительным проводам и элементам их крепления в процессе проведения эксперимента и соблюдать прочие общепринятые меры электро- и пожарной безопасности.

Для снижения негативного воздействия генерируемых в процессе проведения эксперимента звуковых колебаний стараться минимизировать время проведения эксперимента и отключать установку сразу после получения необходимых результатов.

При работе на образцах конкретной авиационной техники:

не пытаться провернуть ротор(-ы) двигателей,

беречься выступов и элементов разрезов, проволочной контровки,

размещать демонтированные элементы конструкций (камеры сгорания и их части, затурбинные конусы и т.п.) на поверхностях, не допускающих падение изучаемых элементов;

не перемещать без необходимости и без предупреждения работающих на технике членов бригады расстопоренные элементы реверсивных устройств и т.п..

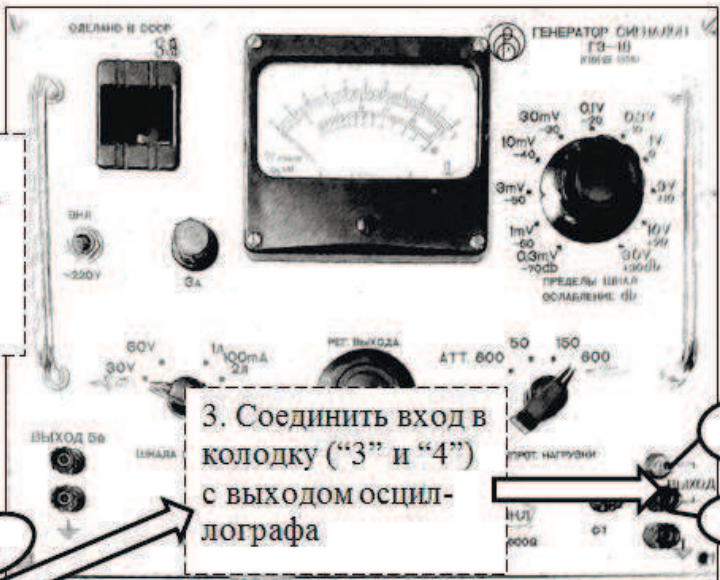


0. Убедиться, что щит питания обесточен !



1. Соединить возбудитель с колодкой

2. Соединить указанные разъемы "1" и "2" колодки с входом на пластины X осциллографа (сбоку)



3. Соединить вход в колодку ("3" и "4") с выходом осциллографа



4. Соединить указанный вход осциллографа с приемником сигнала – пьезодатчиком

Вид на вход пластин X (сбоку осциллографа)

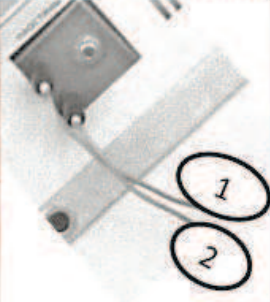


Рис.8. Электрические соединения компонентов лабораторной установки



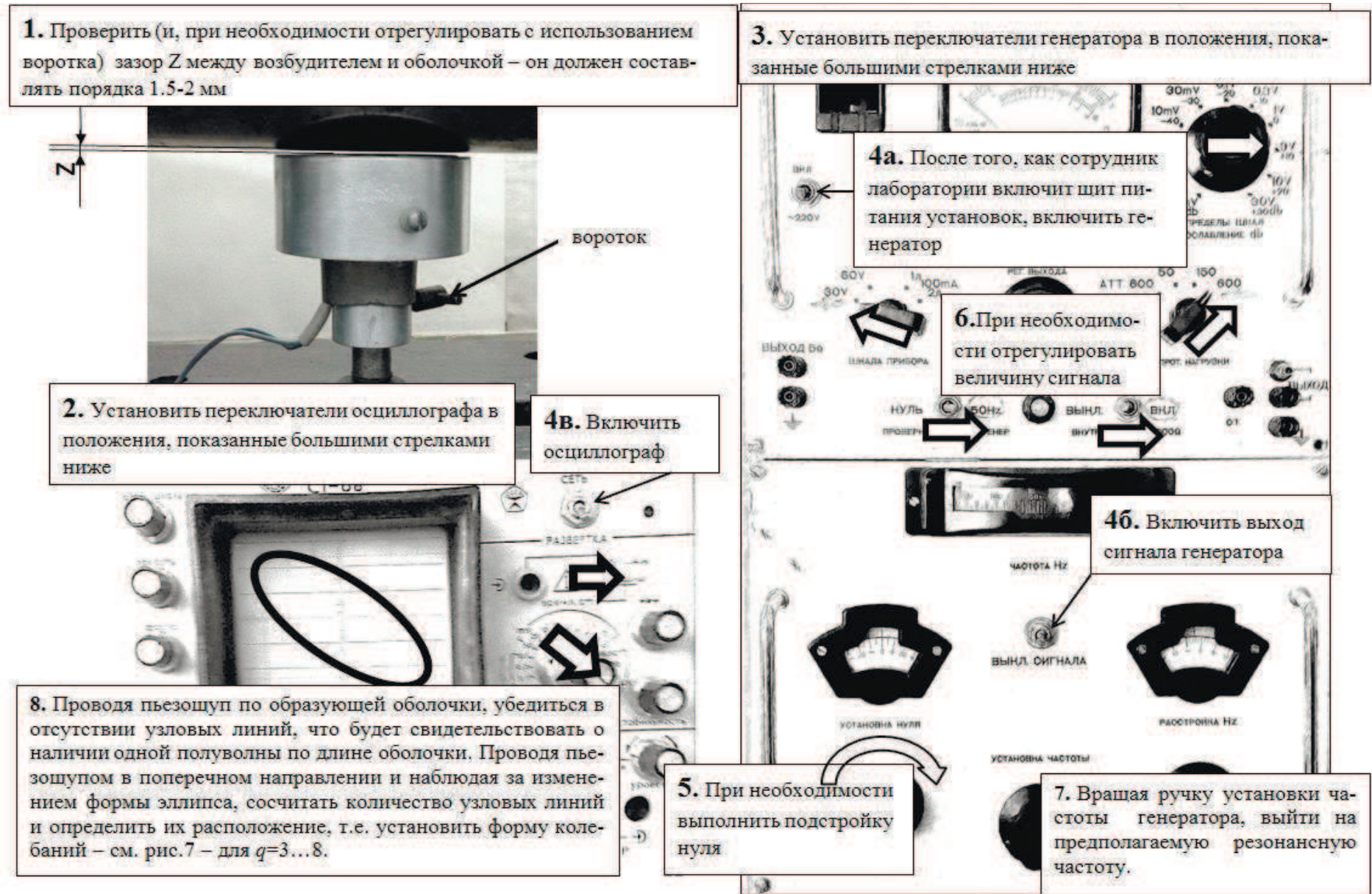


Рис.9. Порядок работы на установке

## 6. Примерный порядок выполнения и хронометраж работы

0. домашняя подготовка - ознакомление с материалами настоящих методических указаний и материалами лекций и др. источников (т.н. самостоятельная работа студента – порядка 30 мин)

Общее время аудиторной работы - 180 мин, из них:

1. 15 мин- аудиторная подготовка – завершение ознакомления с материалами настоящих методических указаний и начало оформления отчета. Опрос о составе установки и порядке проведения эксперимента. Ознакомление с правилами техники безопасности,
2. 20 мин – подготовка исходных данных и расчет собственной частоты колебаний оболочки по формуле В.Е. Бреславского для  $q=3\dots 8$ ,  
далее – в бригадах по 3-6 человек (параллельно):
3. 50 мин - экспериментальное определение собственных частот и форм колебаний оболочки (ауд.104б). Заполнение отчета,
4. 50 мин – изучение и документирование конструктивных мероприятий по снижению опасности развития опасных колебаний оболочек на конкретных образцах техники (ауд.101б-103б). Изучение и документирование конструктивных мероприятий по обеспечению устойчивости и непробиваемости оболочек (корпусов АД). Заполнение отчета,  
далее –в подгруппе:
5. 25 мин – решение задач по оценке влияния конструктивных характеристик оболочек на собственные частоты колебаний,
6. 15 мин – завершение оформления отчета,
7. 25 мин – итоговый опрос – собеседование.

## 7. Содержание отчета о работе

Отчет о работе оформляется в “Журнале лабораторных работ”, а, в случае его отсутствия, должен содержать:

- 1) название и изложение цели работы;
- 2) схему и описание лабораторной установки;
- 3) методику проведения эксперимента;
- 4) таблицу собственных форм с рисунками узловых линий и собственными частотами;
- 5) частотные кривые;
- 6) исходные данные к расчету собственной частоты колебаний оболочки;
- 7) алгоритм и протокол расчета собственной частоты колебаний оболочки по формуле В.Е. Бреславского;
- 8) описание примеров конструктивных мероприятий по снижению опасности развития опасных колебаний на конкретных образцах техники;
- 9) решение задач по оценке влияния конструктивных характеристик оболочек на собственные частоты колебаний. Проанализируйте влияние радиуса и числа волн в окружном направлении на собственные частоты колебаний оболочки



при прочих равных параметрах. Результаты представьте в виде, схожем с рис. 3,4;

10) выводы.

#### 8. Контрольные вопросы к работе

1. Каковы источники возбуждения колебаний оболочек на работающем двигателе?
2. Назовите условия возникновения резонанса ?
3. Для чего надо знать спектр собственных частот и форм колебаний оболочек?
4. Что понимается под формой колебаний оболочки? Какие формы колебаний оболочек Вы знаете?
5. Опишите состав и назначение элементов экспериментальной установки.
6. Как фиксируется момент возникновения резонансных колебаний оболочки?
7. Как убедиться в совпадении частоты возбуждения, задаваемой звуковым генератором, с частотой колебаний оболочки? Почему эти частоты могут не совпадать ?
8. Как выявляется рисунок узловых линий при экспериментальном определении форм колебаний оболочки ?
9. Как выглядят частотные диаграммы и как они могут быть использованы при исследовании спектров собственных частот и форм оболочек ?
10. Какими исходными данными надо обладать для определения частот собственных колебаний оболочек ?
11. Объясните характер протекания зависимостей собственных частот колебаний от  $q$  с энергетических позиций.
12. Опишите и проиллюстрируйте на образцах техники конструктивные мероприятия по снижению опасности развития опасных колебаний оболочек.
13. Опишите и проиллюстрируйте на образцах техники конструктивные мероприятия по обеспечению устойчивости и непробиваемости оболочек.  
(в вопросах 14-17 - при прочих равных условиях)
14. Как влияют геометрические характеристики оболочки на собственную частоту колебаний по первой форме? Как изменится значение собственной частоты колебаний свободно опертой оболочки при увеличении ее длины на 25 % ?
15. Как влияет давление внутри оболочки на собственные частоты ее колебаний?
16. Как влияет нагрев на собственные частоты колебаний оболочек?
17. Как влияет материал на собственные частоты колебаний оболочек?
18. Какие мероприятия Вы будете реализовывать в процессе эксплуатации ГТД с целью недопущения опасных колебаний оболочек и недопущения потери ими устойчивости?

## Литература

1. Лозицкий Л.П. и др. Конструкция и прочность авиационных газотурбинных двигателей. – М.: Воздушный транспорт, 1992.
2. Скубачевский Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей. – М.: Машиностроение, 1969.
3. Умушкин Б.П., Иванов В.П., Чичков Б.А. Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине “КиП АД” для студентов специальности 13.03 всех форм обучения.- М.: МИИГА, 1996.

## Содержание

Введение.....	3
1. Общие замечания, цели и задачи работы ...	3
2. Основные понятия.....	4
3. Описание лабораторной установки .....	6
4. Принцип определения резонансного режима, форм и собственных частот колебаний оболочки.....	7
5. Правила техники безопасности при выполнении работы.....	9
6. Примерный порядок выполнения и хронометраж работы... ..	12
7. Содержание отчета о работе .....	12
8. Контрольные вопросы к работе.....	13
Литература.....	14