ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

Кафедра физики

М.А. Бутюгин, А.Н. Разумовский

ФИЗИКА

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ПОСОБИЕ
по выполнению контрольных работ
и контрольные задания

*для студентов I курса
всех направлений и специальностей
заочной формы обучения*

Москва - 2014

ББК 53
Б93

Рецензент д-р техн. наук, проф. С.К. Камзолов

Бутюгин М.А., Разумовский А.Н.

Б93 Физика. Молекулярная физика и термодинамика: пособие по выполнению контрольных работ и контрольные задания. - М.: МГТУ ГА, 2014. - 64 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Физика» по учебному плану для студентов I курса всех направлений и специальностей заочной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 28.01.2014 г. и методического совета 20.03.2014 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение домашних контрольных заданий является необходимой практической основой при изучении курса физики. Оно способствует приобщению студентов к самостоятельной творческой работе, учит анализировать физические явления, отвлекаясь от случайных и несущественных деталей.

Предлагаемое издание является вторым в серии аналогичных изданий по всем разделам курса физики и содержит методические указания и типовые задания к решению задач по второй части курса «Молекулярная физика и термодинамика». При составлении вариантов заданий не преследовалась цель наиболее полного охвата всех типов задач по той или иной теме. Распределение задач по вариантам обеспечивает студентам индивидуальные наборы наиболее типичных для каждой темы задач. Для удобства выполнения индивидуальных заданий пособие содержит краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы. Формулы даются, как правило, без подробных пояснений: предполагается, что смысл входящих в них величин студенту, приступающему к решению задач, уже известен. Кроме того, приводятся примеры решения задач по всем разделам изучаемого курса.

При выполнении контрольных работ студенту-заочнику необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы выполняются черной или синей шариковой ручкой в обычной школьной тетради (12 страниц, в клетку), на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

Контрольная работа по физике №2 Вариант №15 Студент заочного факультета МГТУ ГА **Никитин В.А.** **Шифр М – 037315** Адрес: г. Тюмень, ул. Молодежная, дом 12, кв. 64

2. Выбор задания осуществляется в соответствии с присвоенным студенту на период обучения номером шифра.

3. Студент – заочник должен решить **восемь (8) задач** того варианта, номер которого совпадает с последними **двумя** цифрами его **шифра**. Задачи варианта выбираются по таблице 1 (см. стр. 57).

4. Условия задач переписываются в тетрадь <u>полностью, без сокращений</u>. Для замечаний преподавателя на страницах тетради обязательно оставляются поля шириной 4 – 5 см.

5. Решение задач и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями.

6. Решения задач рекомендуется сначала сделать в общем виде, а затем произвести численные расчеты. Для полученной расчетной формулы выполнить проверку размерности и записать ответ.

7. В конце контрольной работы указывается, какими учебными пособиями студент пользовался при выполнении контрольной работы (название, авторы, год издания).

Задания, оформленные с нарушением этих требований или содержащие ошибки, возвращаются на доработку, которая производится в той же тетради.

Для самостоятельного изучения курса «Молекулярная физика и термодинамика» ниже приводится список литературы.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Дмитриева В.Д., Прокофьев В.Л.. **Основы физики**: Учеб. пособие для студентов вузов. – М. Высшая школа, 2008.

2. Трофимова Т.И. **Курс физики**. – М. Академия, 2008.

Дополнительная

1. Савельев И.В. **Курс физики**: Учебник. Т.1. Механика. Молекулярная физика. – М. Наука, 2010.

Тема 1. Атомно – молекулярная структура вещества. Газовые законы

1.1. Атомы и молекулы. Количество вещества

Идеальный газ – модель газа, в которой предполагается, что потенциальной энергией взаимодействия молекул можно пренебречь по сравнению с их кинетической энергией. Между молекулами не действуют силы притяжения или отталкивания, соударения частиц между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие, а время взаимодействия между молекулами пренебрежимо мало по сравнению со средним временем между столкновениями.

Атомная единица массы (а.е.м.): это 1/12 часть массы атома углерода C^{12}.

$$1\ \text{а.е.м.} = \frac{1}{12} m_{c^{12}} = 1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{кг}$$

Относительная атомная A_r или относительная молекулярная масса вещества M_r равны:

$$A_r = \frac{m_0}{a.e.м.}^{*},\quad M_r = \frac{m_0}{a.e.м.},$$

где m_0 – масса одного атома или молекулы вещества, соответственно относительные атомные массы химических элементов указаны в таблице Менделеева.

В тексте часто относительную атомную массу и относительную молекулярную массу называют атомной массой или массовым числом вещества.

Молекулярная масса молекулы определяется по химической формуле вещества. Например, определим молекулярную массу воды M_r (H_2O).
Т.к. химическая формула воды H_2O, то согласно таблице Менделеева
$M_r = 2 + 16 = 18$.

Молярная масса μ вещества – это масса 1 моля вещества, численно равная относительной атомной массе A_r этого вещества (если вещество состоит из отдельных атомов), или относительной молекулярной массе вещества M_r (если вещество состоит из молекул), выраженной в граммах μ г/моль.

Пример: молекула воды (H_2O) $M_r = 18$, следовательно,
μ (H_2O) = 18 г/моль = $18\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Количество вещества ν измеряется в молях. В одном моле любого вещества содержится число атомов или молекул (смотря, из чего состоит вещество), равное числу Авогадро $N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

$$\nu = \frac{N}{N_A},\ \text{или}\ \nu = \frac{m}{\mu}\ \text{моль},$$

где N – число молекул или атомов газа, m – масса газа, μ – его молярная масса. Если система представляет собой **смесь различных газов**, то количество вещества газовой смеси подсчитывается по формуле:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1 + N_2 + \ldots + N_n}{N_A},$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где ν_i, N_i, m_i, μ_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса и молярная масса i – й компоненты газовой смеси (i = 1,2,….n).

1.2. Газовые законы

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$pV = \nu RT \quad \text{или} \quad pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где p – давление газа, V – объем газа, m – масса газа, μ – молярная масса газа, R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура газа, $T = t + 273$, где t – температура в градусах Цельсия.

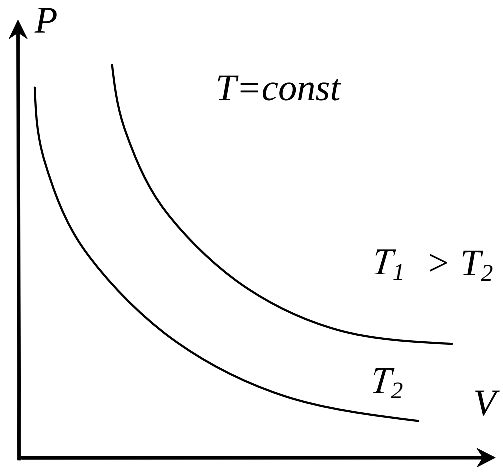

Рис. 1. Изотермический процесс

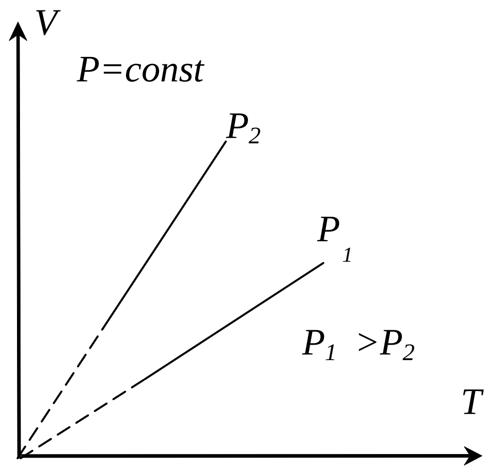

Рис. 2. Изобарический процесс

Газовые законы. Из уравнения Менделеева – Клапейрона при постоянном количестве вещества ν можно получить следующие законы:

а) при T = const (изотермический процесс):

$$p \cdot V = const,$$

или для двух состояний газа:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

где p_1 и V_1 – давление и объем газа в начальном состоянии; p_2 и V_2 – давление и объем газа в конечном состоянии (рис. 1);

б) p = const (изобарический процесс):

$$V/T = \text{const},$$

или для двух состояний газа:

$$V_1/T_1 = V_2/T_2,$$

где V_1 и T_1 – объем и температура газа в начальном состоянии, V_2 и T_2 – объем и температура в конечном состоянии (рис. 2);

в) V = const (изохорический процесс):

$$\frac{p}{T} = const,$$

или для двух состояний газа:

$$p_1 T_1 = p_2 T_2,$$

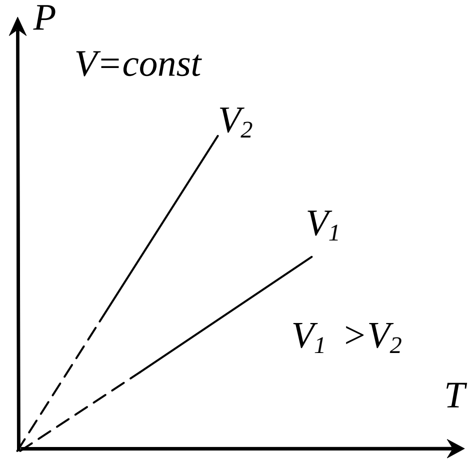

Рис. 3. Изохорический процесс

где p_1 и T_1 – давление и температура газа в начальном состоянии, p_2 и T_2 – давление и температура в конечном состоянии (рис.3);

г) объединенный газовый закон. При изменении p, V и T выполняется соотношение:

$$\frac{pV}{T} = \text{const},$$

откуда следует для двух состояний газа

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

где p_1, V_1, T_1 – давление, объем и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2, T_2 – давление, объем и температура в конечном состоянии.

Закон Дальтона определяет давление, создаваемое смесью газов в объеме V, при температуре T:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n}\right)\frac{RT}{V},$$

где p_i – парциальные давления компонент газовой смеси (i=1,2,..n); n – число компонент.

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT}{V}, \;\ldots\ldots,\; p_n = \frac{m_n}{\mu_n}\frac{RT}{V}.$$

Парциальное давление данной составляющей газа – это давление, создаваемое данной составляющей, если бы она только одна занимала весь объем V.

Концентрация молекул (число молекул в единице объема):

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{\mu}\rho,$$

где N – число молекул газа в объеме V; ρ – плотность газа. Формула справедлива не только для газов, но и для жидкостей и твердых веществ.

Примеры решения задач

Задача 1. Подсчитать количество молекул, содержащихся в объеме равном V = 1 см^3 воды. Определить приблизительно диаметр d молекулы воды и выразить величину d в метрах.

Решение: масса воды m кг, содержащейся в объеме V = 10^{-6} м^3, равна произведению ее плотности ρ кг/м^3 на объем V м^3:

$$m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 10^{-6} = 0{,}001\,\text{кг} = 1\ \text{г}.$$

Молекулярная масса воды (H_2O) равна M_r = 2 + 16 и, следовательно, молярная масса воды равна μ = 18 г/моль. Тогда получим искомое число молекул в объеме V = 1 см^3 воды:

$$N = \frac{m}{\mu} N_A = \frac{1}{18} 6{,}02 \cdot 10^{23} = 0{,}33 \cdot 10^{23}.$$

Молекулы жидкости практически соприкасаются друг с другом. Поэтому на каждую молекулу приходится объем V_1, равный объему V всей жидкости, деленному на количество молекул жидкости в этом объеме:

$$V_1 = \frac{V}{N} = \frac{1}{3{,}3 \cdot 10^{22}} = 3 \cdot 10^{-23} \text{см}^3.$$

Если молекулу представлять кубом с ребром d, тогда поперечный размер (диаметр) d молекулы воды равен:

$$d = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-23}} = 3{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ñì}.$$

Ответ: число молекул в объеме 1 см^3 воды равно $3{,}3 \cdot 10^{22}$; поперечный размер молекулы воды $d = 3{,}1 \cdot 10^{-8}$ см $= 3{,}1 \cdot 10^{-10}$ м.

Задача 2. Определить массу кислорода, заключенного в баллоне, объемом V = 10л, если при температуре t = 13 ºС манометр на баллоне показывает давление $p_м = 9{,}0 \cdot 10^6$ Н/м^2.

Дано: V = 10 л = 0,010 м^3, T = 273 + 13 = 286 К, $p_м = 9{,}0 \cdot 10^6$ Н/м^2, $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг·моль$^{-1}$.

Найти: m = ?

Решение: запишем уравнение состояния газа:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Отсюда следует выражение для вычисления массы газа:

$$m = \frac{\mu PV}{RT}.$$

Т. к. манометр измеряет давление в баллоне по отношению к атмосферному давлению, т. е. $P_м = p - p_0$, следовательно, $p = p_м + p_0$, где p_0 – атмосферное давление. Поскольку в данной задаче $p_м >> p_0$, то для расчета возьмем $p = p_м$.

Молярная масса кислорода μ = 32 г/моль, объем баллона V=10 л = 0,01 м^3, абсолютная температура $T = t + 273$ = 286 К. Подставляя эти данные в последнее уравнение, получим искомую массу кислорода:

$$m = \frac{\mu pV}{RT} = \frac{0{,}032 \cdot 9{,}0 \cdot 10^6 \cdot 0{,}01}{8{,}31 \cdot 286} = 1{,}21 \text{ кг.}$$

Ответ: масса кислорода в баллоне m = 1,21 кг.

Задача 3. Компрессор захватывает при каждом качании V_0 = 4 л воздуха при атмосферном давлении $p_0 = 10^5$ Н/м^2 и температуре t_0 = – 3 ºС, и нагнетает его в резервуар объемом V_1 = 1,5 м^3 (рис.4.), причем температура воздуха в резервуаре равна t_1 = 45° С. Определить, сколько циклов качаний должен сделать компрессор, чтобы давление в резервуаре достигло значения $p_1 = 1{,}96\cdot10^5$ Н/м^2?

Дано: V_0 = 4 л = 0,004 м^3, T_0 = 273 - 3 = 270 К, $p_0 = 10^5$ Па, V_1 = 1,5 м^3, T_1 = 273 + 45 = 318 К, $p_1 = 1{,}96\cdot10^5$ Па.
Найти: N_k = ?

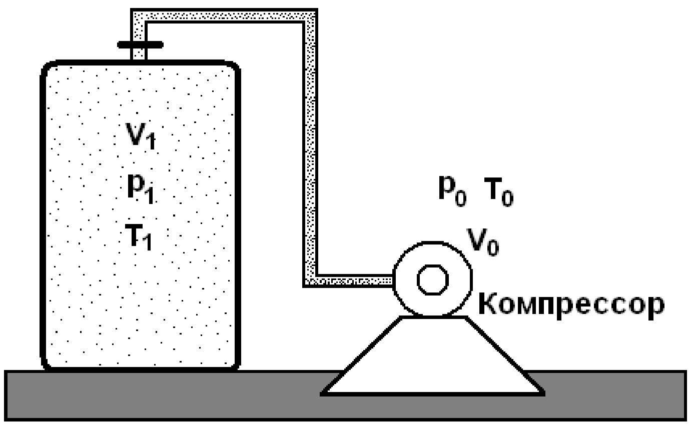

Рис. 4. Схема установки

Решение: масса воздуха m_0, которую компрессор захватывает из атмосферы за один цикл качания, равна:

$$m_0 = \frac{\mu p_0 V_0}{R T_0}.$$

Определим массу воздуха в резервуаре после его подкачки компрессором до давления p_1.

Исходное состояние газа в резервуаре описывается уравнением:

$$p_0 V_1 = \frac{m_1}{\mu} R T_1$$

Конечное состояние газа в резервуаре описывается уравнением:

$$p_1 V_1 = \frac{m_2}{\mu} R T_1.$$

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{\mu p_1 V_1}{R T_1} - \frac{\mu p_0 V_1}{R T_1} = \frac{\mu V_1}{R T_1}\left(p_1 - p_0\right).$$

Разделив Δm на m_0, получим число циклов качания компрессора:

$$N_k = \frac{\Delta m}{m_0} = \frac{\mu V_1}{R T_1}(p_1 - p_0)\frac{R T_o}{\mu\, p_0 V_0} = \frac{V_1}{V_0}\cdot\frac{T_0}{T_1}\left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right).$$

Подставляя в последнюю формулу числовые данные задачи, окончательно получаем:

$$N_k = \frac{V_1}{V_0}\cdot\frac{T_0}{T_1}\left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right) = \frac{1{,}5}{0{,}004}\cdot\frac{270}{318}\left(\frac{1{,}96}{1} - 1\right) = 305{,}6.$$

Ответ: компрессор должен сделать N_k = 306 циклов качаний.

Задача 4. Некоторая масса газа, занимающего объем V_1 = 10 л, находится под давлением $p_1 = 10^5$ Н/м^2 и при температуре $T_1 = 300$ К. Газ сначала нагревают при постоянном давлении до температуры $T_2 = 320^0 K$, а затем изотермически сжимают до объема $V = 0{,}5$ л. Найти конечное давление газа.

Дано: $V_1 = 10$ л $= 0{,}010$ м^3, $p_1 = 10^5$ Па, $T_1 = 300$ К;

$T_2 = 320$ К, $V = 0{,}5\ л = 0{,}0005$ м^3.

Найти: p - ?

Решение: процесс нагревания газа от T_1 до T_2 – изобарический по условию задачи, поэтому справедливо уравнение:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Следующий шаг – изотермическое сжатие газа от V_2 до V. Имеем для этого случая уравнение:

$$p_1V_2 = pV.$$

Из этих двух уравнений следует выражение для конечного давления газа p:

$$p = p_1\frac{V_2}{V} = p_1\frac{V_1T_2}{V\,T_1}$$

Подставляя в последнее выражение численные значения параметров состояния газа, получим искомое конечное давление газа:

$$p = 10^5\,\frac{10}{0{,}5}\cdot\frac{320}{300} = 2{,}13\cdot 10^6\ \text{Н/м}^2.$$

Ответ: конечное давление газа $p = 2{,}13\cdot 10^6$ Н/м^2.

Задача 5. Газ, находящийся в цилиндре под поршнем нагрели при постоянном давлении так, что его объем увеличится в $k = 1{,}5$ раза. Затем поршень закрепили и нагрели газ так, что его давление возросло в два раза. Чему равно отношение конечной абсолютной температуры газа к его начальной абсолютной температуре ?

Дано: $p_1 = p_2$, $V_2 = 1{,}5\cdot V_1$; $p_3 = 2p_2$, $V_3 = V_2$;

Найти: $T_3 / T_1 = ?$

Решение: пусть (p_1, V_1, T_1) – параметры начального состояния газа; (p_2, V_2, T_2) – параметры промежуточного состояния газа; аналогично (p_3, V_3, T_3) – параметры конечного состояния газа в цилиндре под поршнем. При изобарном нагревании отношение объемов газа равно отношению его абсолютных температур:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

При изохорном нагревании отношение давлений газа также равно отношению его абсолютных температур:

$$\frac{p_3}{p_2}=\frac{T_3}{T_2}.$$

Из этих соотношений получим:

$$\frac{T_3}{T_1}=\frac{p_3}{p_2}\cdot\frac{V_2}{V_1}=2\cdot1{,}5=3.$$

Ответ: отношение конечной абсолютной температуры газа к его начальной абсолютной температуре равно: $T_3 / T_1 = 3$.

Задача 6. Чистый воздух содержит 21% кислорода O_2 и 79% азота N_2. Вычислить молярную массу воздуха.

Дано: $m_1 = 0{,}21m\,(O_2)$; $m_2 = 0{,}79m\,(N_2)$; m – масса воздуха.

Найти: $\mu = ?$

Решение: считая воздух однородным газом, можно записать уравнение его состояния:

$$pV=\frac{m}{\mu}\cdot RT,$$

где m – масса воздуха в объеме V; μ - его молярная масса, которую предстоит определить.

Поскольку на самом деле воздух является смесью двух газов (кислорода O_2 и азота N_2), то уравнение его состояния есть на основании закона Дальтона будет иметь вид:

$$pV=\left(\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}\right)\cdot RT.$$

Приравнивая правые части этих уравнений, получаем соотношение:

$$\frac{m}{\mu}=\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}.$$

По условию имеем:

$$m_1=0{,}21m, \qquad m_2=0{,}79m.$$

Следовательно, получаем:

$$\frac{1}{\mu}=\frac{0{,}21}{\mu_1}+\frac{0{,}79}{\mu_2}.$$

Отсюда находим молярную массу воздуха:

$$\mu=\frac{\mu_1\cdot\mu_2}{0{,}79\mu_1+0{,}2\mu_2}=\frac{32\cdot28}{0{,}79\cdot32+0{,}21\cdot28}=29\ \text{г/моль}$$

Ответ: молярная масса воздуха μ=29 г/моль.

Задача 7. На рис. 6 дан график изменения состояния идеального газа (циклический процесс) в координатах (*V, T)*. Представить этот же процесс на графике в координатах *(p, V)*.

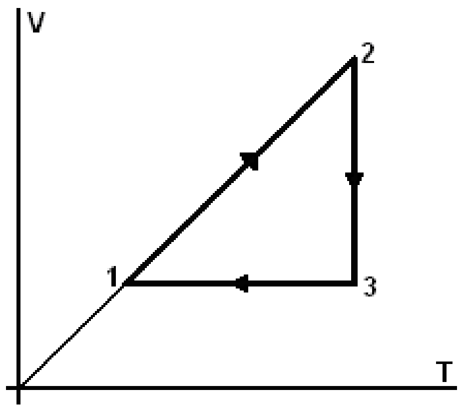

Рис. 6. Диаграмма процесса в координатах (*V, T)*

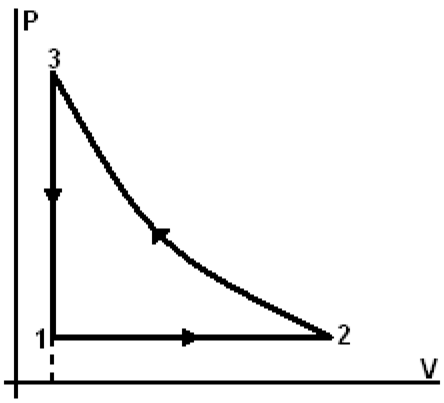

Рис. 7. Диаграмма процесса в координатах (*p,V)*

Решение: из рис. 6 видно, что участок (2–3) соответствует изотермическому процессу, а участок (3–1) соответствует изохорическому процессу. На участке (1–2) зависимость объема газа *V* от температуры *T* является линейной и соответствует изобарному процессу. Учитывая все сказанное выше, построим график заданного процесса в координатных осях (*p, V*,).

Для этого сначала проведем гиперболу-изотерму и отметим на ней точки 2 и 3 точка 3 лежит на изотерме выше точки 2, так как $p_3 > p_2$

Затем через точку 2 проводим прямую-изобару, а через точку 3 прямую – изохору.

Точка 1 является точкой пересечения изобары (1–2) и изохоры (1–3). Таким образом, получим график циклического процесса (1–2–3–1), но уже в новых координатных осях *(p, V).* Что и показано на рис. 7.

Задачу построения диаграммы процесса рис. 7 в координатах *(p, T*) мы оставляем в качестве упражнения для изучающих курс молекулярной физики по данному пособию.

Тема 2. Кинетическая теория идеального газа

2.1. Средняя энергия молекулы

В кинетической теории газ рассматривается как система *N* частиц, состояние которой определяется полным набором координат и скоростей $\{\vec{r}_i, \vec{V}_i\}$ (i=1, 2,…..*N*) всех его молекул.

Число степеней свободы *i* молекулы газа - это число независимых координат, с помощью которых можно задать положение молекулы в пространстве, считая ее механической системой. Например, одноатомную молекулу можно смоделировать материальной точкой, положение которой в пространстве определятся тремя ее координатами. Тогда ее число степеней свободы i = 3.

Согласно **теореме о равнораспределении энергии** по степеням свободы, при тепловом равновесии на каждую степень свободы приходится средняя энергия, равная (1/2)·kT. У многоатомных молекул помимо кинетической энергии поступательного движения может быть кинетическая энергия вращательного движения и механическая (кинетическая и потенциальная) энергия колебательного движения.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа:

$$< w_{пост} >= \frac{i_{пост}}{2} kT ,$$

где $\boldsymbol{i_{пост}}$ **– число степеней свободы поступательного движения молекул,** $\boldsymbol{i_{пост}} = 3$, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура газа.

Средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы газа:

$$< w_{вр} >= \frac{i_{вр}}{2} kT ,$$

где $i_{вр} = 2$ – для линейных молекул. Линейные молекулы – это молекулы, у которых атомы расположены вдоль прямой линии (т.к энергия вращения атомов вокруг оси, на которой они лежат, не учитывается), $i_{вр} = 3$ для нелинейных молекул (у нелинейных молекул атомы располагаются не на одной прямой).

Полная средняя энергия молекулы идеального газа:

$$< \mathrm{w} >= \frac{i}{2} kT ,$$

где i – полное число степеней свободы молекулы газа – сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы (т.к. они обладают кинетической и потенциальной энергией):

$$i = i_{пост} + i_{вр} + 2i_{колеб}.$$

Число степеней свободы колебательного движения рассчитывается по формуле:

$$i_{колеб} = (3N - i_{пост} - i_{вр}),$$

где N – число атомов в молекуле.

При вычислении теплоемкости газа учет степеней свободы i зависит от температуры T.

Поступательные степени свободы необходимо учитывать при всех температурах.

Вращательные степени свободы необходимо учитывать при «не очень низких» температурах (например, для молекулы водорода при $T > 80$ К).

Колебательные же степени свободы начинают давать ощутимый вклад в величину теплоемкости только при очень высоких температурах (например, для молекул водорода при температурах $T > 6000$ К). Поэтому при нормальных атмосферных условиях колебательные степени свободы не учитываются. В этом случае расчет числа степеней свободы молекулы производится по формуле:

$$i = i_{пост} + i_{вр}.$$

Внутренняя энергия идеального газа U равна сумме энергий отдельных молекул $U = \frac{i}{2}kTN$, где N – число молекул газа, следовательно, внутренняя энергия моля идеального газа равна $U = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT$, где учтено, что $kN_A = R$.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3}n < w_{пост} >,$$

где p – давление газа, n – концентрация молекул, $<w_{пост}>$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа.

2.2. Распределение Максвелла (распределение молекул газа по скоростям)

Из-за невозможности подробного описания состояния всех частиц в макросистемах в кинетической теории газов используется аппарат теории вероятностей. Если известна вероятность *dP(A)* того, что значение физической величины *A*, характеризующей отдельную молекулу газа, находится в узком интервале от *A* до *A + dA*, то количество молекул *dN* с такими значениями величины *A* определяется формулой:

$$dN = NdP(A) = Nf(A)dA,$$

где *f(A)* – плотность вероятности. Ее также называют функцией распределения вероятностей величины *A* или просто функцией распределения.

Распределением Максвелла называется функция распределения молекул газа по скоростям. В частности, распределение газа по значениям проекции скорости V_x имеет вид:

$$\mathrm{f}(\upsilon_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon_x^2}{2kT}\right),$$

где m_0 – масса отдельной молекулы.

График этой функции приведен на рис 8. Площадь заштрихованного участка соответствует вероятности того, что молекула обладает проекцией скорости, значение которой находится в интервале $d\upsilon_x$.

В практических задачах часто удобнее использовать функцию распределения молекул по модулю скорости:

$$\mathrm{F}(\upsilon) = 4\pi\upsilon^2 \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right)$$

Отношение m_0 / k можно использовать в виде $m_0 / k = \mu / R$, где μ - молярная масса газа; $R = N_A k$ - универсальная газовая постоянная.

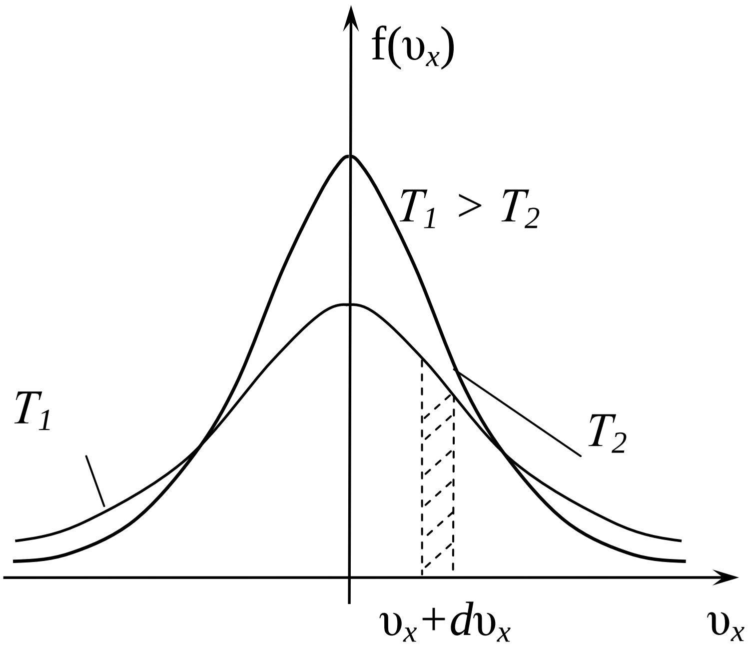

Рис. 8. Распределение Максвелла по проекции скорости

График этой функции приведен на рис. 9.

Максимум функции распределения F(υ) соответствует наиболее вероятной скорости молекул $\upsilon_B = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}}$.

Зная функцию распределения f*(A)* можно найти среднее значение величины $A_{ср}$ или же величины *Ф*, зависящей *А*, т.е. $Ф_{ср}(A)$ по формулам:

$$Ф_{ср} = \int Ф(A) \cdot f(A) dA,$$

$$A_{ср} = \int A f(A) dA.$$

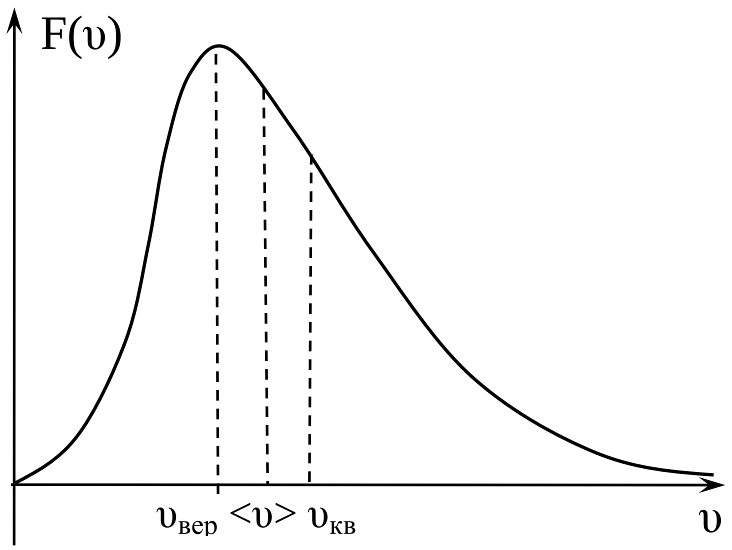

Рис. 9. Распределение Максвелла по модулю скорости

Например, определенные таким образом средняя скорость $\upsilon_{ср}$ и средняя квадратичная скорость $\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{\langle \upsilon^2 \rangle}$ равны:

$$\upsilon_{ср} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}},$$

$$\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

2.3. Распределение Больцмана (распределение молекул в потенциальном поле сил)

Функция распределения частиц по пространственным координатам в потенциальном поле сил называется распределением Больцмана. Например, если потенциальная энергия частиц зависит только от координаты *x*, то распределение Больцмана имеет вид:

$$f(x) = C_1 \exp\left[-\frac{U(x)}{kT}\right],$$

где $U(x)$ – потенциальная энергия частицы в точке с координатой x; C_1 – постоянная, определяемая из условия нормировки:

$$\int f(x)dx = 1, \text{ или } C_1 = \frac{1}{\int \exp\left[-\frac{U(x)}{kT}\right]dx}.$$

Как следствие из распределения Больцмана можно получить:

а) барометрическую формулу (зависимость атмосферного давления от высоты x, при постоянной температуре T) и постоянном ускорении свободного падения

$$p(x) = p_0 e^{-\frac{\mu g x}{RT}},$$

где p_0 – давление воздуха на нулевой высоте $x = 0$;

б) формулу зависимости концентрации частиц газа от координат в потенциальном поле сил:

$$n(\vec{r}) = n(\vec{r}_0) e^{-\frac{U(\vec{r})}{kT}},$$

где $n(\vec{r}_0)$ – концентрация частиц в точке с нулевой потенциальной энергией $U(\vec{r}_0) = 0$.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти среднюю кинетическую энергию $<w_{ср}>$ вращательного движения одной молекулы кислорода (O_2) при температуре T = 350 К, а также кинетическую энергию $W_к$ вращательного движения всех молекул кислорода общей массой m = 4 г.

Дано: m = 4 г = 0,004 кг; T = 350 К.

Найти: $<w_{вр}>$ = ?, $W_{вр}$ = ?

Решение: согласно гипотезе Максвелла о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул, на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая энергия:

$$<\mathrm{w}_0> = \frac{1}{2} \cdot kT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура газа.

Молекула кислорода (O_2) – это двухатомная молекула, поэтому она имеет две вращательных степени свободы (см. выше). Следовательно, средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы кислорода будет равна:

$$<w_{вр}> = 2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4{,}83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул кислорода общей массой m = 4 г определяется по формуле:

$$W_{\text{вр}} = \frac{m}{\mu} \cdot N_A \cdot < w_{\text{вр}} >= \frac{m}{\mu} \cdot N_A \cdot kT = \frac{m}{\mu} \cdot RT \,,$$

где $\mu = 32$ г/моль – молярная масса кислорода; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ 1/моль – число Авогадро. Подставляя в последнюю формулу числовые данные задачи, получаем:

$$W_{\text{вр}} = \frac{4}{32} \cdot 8{,}31 \cdot 350 = 364 \text{ Дж.}$$

Проверка размерности:

$$\left[W_{вр}\right] = \left[\frac{m}{\mu} RT\right] = \frac{\text{г}}{\text{г}/\text{моль}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж} \,.$$

Ответ: средняя кинетическая энергия вращения одной молекулы кислорода при температуре T = 350 К равна $<W_{вр}>$ = $4{,}83 \cdot 10^{21}$ Дж. Общая кинетическая энергия вращения молекул кислорода массой m = 4 г равна $W_{вр}$ = 364 Дж.

Задача 2. Баллон содержит водород массой m = 10 г при температуре T = 280 К. Определить кинетическую энергию всех молекул газа.

Дано: m =10 г = 0,010 кг; T = 280 К.

Найти: W_k = ?

Решение: двухатомные молекулы водорода при заданной температуре имеют пять степеней свободы и на каждую из них приходится энергия (1/2) kT. Тогда кинетическая энергия молекул газа будет равна

$$W_k = N \frac{5}{2} kT \,,$$

где N – количество молекул в m = 10 г водорода. Его определим по формуле:

$$N = \frac{m}{\mu} N_A \,.$$

Тогда получаем расчетную формулу:

$$\text{N} = \frac{5m}{2\mu} k N_A T = \frac{5m}{2\mu} = 29{,}1 \text{ кДж.}$$

Проверка размерности:

$$\left[W_k\right] = \left[\frac{m}{\mu} RT\right] = \frac{\text{г}}{\text{г}/\text{моль}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж} \,.$$

Ответ: кинетическая энергия всех молекул m = 10 г водорода в баллоне при температуре T = 280 К равна $W_к$ = 29,1 кДж.

Задача 3. Сколько молекул водорода находится в сосуде с V = 2 л, если средняя квадратичная скорость движения молекул $\upsilon_{ср.кв.}$ = 500 м/с, а давление на стенки равно $p = 10^4$ Па?

Дано: $V = 2л = 0{,}002$ м^3, p = 10^4 Н/м^2; $\upsilon_{ср.кв.}$ = 500 м/с;

Найти: N = ?

Решение: для решения этой задачи достаточно применить основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m_0 \upsilon^2}{2} \right\rangle = \frac{1}{3} n m_0 \left\langle \upsilon^2 \right\rangle .$$

Из этого уравнения выражаем концентрацию n молекул газа и получаем искомую величину:

$$N = nV = \frac{3pV}{m_0 \left\langle \upsilon^2 \right\rangle} = \frac{3pV}{m_0 \upsilon_{ср.кв}{}^2},$$

где масса молекулы водорода

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Тогда получаем:

$$N = \frac{3pVN_A}{\mu \cdot \upsilon_{ср.кв.}{}^2} = \frac{3 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}002 \cdot 500^2} = 0{,}72 \cdot 10^{23}.$$

Ответ: число молекул в сосуде $N = 0{,}72 \cdot 10^{23}$.

Задача 4. Вычислить среднюю квадратичную скорость молекул кислорода (O_2), находящегося в баллоне объемом V = 10 л при давлении p = 10^7 Н/м^2. Масса кислорода в баллоне m = 160 г.

Дано: $V = 10$ л $= 0{,}010$ м^3; p = 10^7 Н/м^2; m = 160 г = 0,16 кг;

Найти: $\upsilon_{ср.кв.} = ?$

Решение: средняя квадратичная скорость молекул идеального газа определяется по формуле:

$$\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

где R = 8,31 Дж/моль - газовая постоянная, T – температура газа, μ - его молярная масса. Неизвестную температура T кислорода в баллоне можно найти из уравнения состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \to T = \frac{\mu pV}{mR}.$$

Подставляя это выражение для T в формулу $\upsilon_{ср.кв.}$, получим:

$$\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3\cdot 10^{7}\cdot 0{,}010}{0{,}160}} = 1370 \text{ м/с}.$$

<u>Проверка размерности:</u>

$$[\upsilon_{ср.кв.}] = \left[\frac{pV}{m}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{м}^{3}}{\text{кг}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\text{м}^{2}}{\text{с}^{2}}\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: средняя квадратичная скорость молекул кислорода при заданных условиях равна $\upsilon_{\text{ср.кв.}}$ = 1970 м/с.

Задача 5. Найти отношение η числа молекул водорода (H_2), проекции скоростей которых υ_x лежат в интервале 3000 – 3010 м/с, к числу молекул водорода, имеющих проекции скоростей υ_x в интервале 1500 – 1505 м/с. Температура водорода 300 К.

<u>Дано:</u> $\upsilon_{x1} = 3000$ м/с, $\Delta\upsilon_{x1} = 10$ м/с, $\upsilon_{x2} = 1500$ м/с, $\Delta\upsilon_{x2} = 5$ м/с, T = 300 К.

<u>Найти:</u> $\eta = \Delta N_1 / \Delta N_2 = ?$

Решение: так как заданные интервалы скоростей относительно небольшие, то можно принять, что плотность вероятности $f(\upsilon_x)$ на каждом интервале постоянна. Тогда число частиц в заданном интервале скоростей можно записать в виде $\Delta N = N\cdot f(\upsilon_x)\cdot\Delta\upsilon_x$, искомое отношение становится равным:

$$\eta = \frac{N\cdot f_1(\upsilon_x)\cdot\Delta\upsilon_{x1}}{N\cdot f_2(\upsilon_x)\cdot\Delta\upsilon_{x2}} = \frac{e^{-\frac{m_0\upsilon_{x1}^2}{2kT}}\cdot\Delta\upsilon_{x1}}{e^{-\frac{m_0\upsilon_{x2}^2}{2kT}}\cdot\Delta\upsilon_{x2}}.$$

Выполним упрощения и произведем расчет:

$$\eta = e^{-\frac{m_0}{2kT}(\upsilon_{x1}^2-\upsilon_{x2}^2)}\cdot\frac{\Delta\upsilon_{x1}}{\Delta\upsilon_{x2}} = 2e^{-2,7} \approx 0{,}13,$$

$$\eta = e^{-\frac{m_0}{2kT}(\upsilon_{x1}^2-\upsilon_{x2}^2)}\cdot\frac{\Delta\upsilon_{x1}}{\Delta\upsilon_{x2}} = 2e^{-2,7} \approx 0{,}13.$$

При расчетах учтена масса молекулы водорода $m_0 = 3{,}34\cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: отношение числа молекул водорода с проекциями скоростей υ_x в заданных интервалах при температуре T = 300 К равно η = 0,13.

Задача 6. В некотором объеме содержится один моль газа. Рассматривая этот газ как идеальный, определить число молекул ΔN, величина скорости которых меньше $\upsilon_1 = 0{,}001\upsilon_B$.

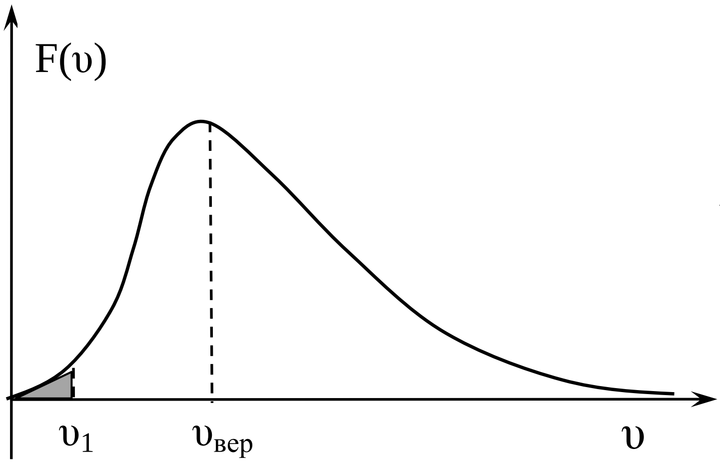

Рис.9. Распределение Максвелла по модулю скорости

Решение: искомую величину можно определить как произведение общего количества молекул газа N (в данной задаче $N = N_A$) и вероятность ΔP того, что отдельная молекула газа имеет величину скорости в интервале от 0 до υ_1 (ей соответствует площадь заштрихованного участка на рис. 9).

Эта вероятность находится интегрированием функции распределения F_υ молекул газа по величине скорости:

$$\Delta N = N_A \Delta p = N_A \int_0^{v_1} F(\upsilon)\cdot d\upsilon$$

Процесс интегрирования можно упростить, если учесть, что по условию в заданном диапазоне $\upsilon << \upsilon_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$, или $\frac{m_0 \upsilon^2}{2kT} \ll 1.$

Тогда выполняется приближение

$$e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} = 1 - \frac{m_0\upsilon^2}{2kT},$$

и функцию $F(v)$ можно представить:

$$F(\upsilon) = 4\pi\upsilon^2\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right) \cong 4\pi\upsilon^2\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Тогда искомая величина (число молекул ΔN, величина скорости которых меньше $V_1 = 0{,}001\cdot V_B$) равна:

$$\Delta N = N_A \Delta p = N_A \int_0^{\upsilon_1} F(\upsilon) d\upsilon = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} N_A \int_0^{\upsilon_1} \upsilon^2 d\upsilon = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} N_A \frac{\upsilon_1^3}{3}$$

учитывая, что по условию задачи

$$\upsilon_1^3 = 10^{-6}\upsilon_B^3 = 10^{-9}\left(\frac{2kT}{m_0}\right)^{\frac{3}{2}},$$

получим

$$\Delta N = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} N_A \frac{\upsilon_1}{3} = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} N_A 10^{-9}\left(\frac{2kT}{m_0}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_A 10^{-9} = 4,5\cdot 10^{14}$$

Ответ: число молекул ΔN идеального газа, величина скорости которых меньше $\upsilon_1 = 0{,}001\cdot\upsilon_B$, не зависит от температуры и равно $\Delta N = 4{,}5\cdot 10^{14}$ при общем числе молекул $N = N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$.

Задача 7. Какая дополнительная сила действует на обшивку самолета (в расчете на 1 м^2 плоской поверхности) за счет перепада давления в салоне и снаружи самолета, если давление в салоне равно $p_0 = 10^5$ Па, а высота его полета $h = 10000$ м. Температура атмосферы $t = -23^0$С и не зависит от высоты? Давление вблизи поверхности земли $p_0 = 10^5$ Па.

Дано: $p_0 = 10^5$ Па, $h = 10000$ м, $S = 1$ м^2, $T = t + 273 = -23 + 273 = 250$ К.

Найти: $F = ?$

Решение: искомая сила $F = (p_0 - p_h)S$, где p_0 – давление в салоне, $S = 1$ м^2, p_h – давление за бортом на высоте $h = 10000$ м, которое можно определить по барометрической формуле:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$$

Тогда получим:

$$F = p_0 S\left(1 - e^{-\frac{\mu g h}{RT}}\right),$$

где молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль=0,029 кг/моль.

Подставив значения величин в эту формулу и производя вычисления, получим:

$$F = 10^5\cdot 1\left(1 - e^{-\frac{0{,}029\cdot 9{,}8\cdot 10^4}{8{,}31\cdot 250}}\right) = 0{,}75\cdot 10^5 H.$$

Получилась весьма ощутимая величина силы, которую необходимо учитывать в расчетах конструкции самолета на прочность.

Ответ: дополнительная сила, действующая на обшивку самолета за счет перепада давления в салоне и снаружи самолета, равна $F = 0{,}75\cdot 10^5$ Н.

Задача 8. Определить зависимость концентрации молекул газа в центрифуге от расстояния r до оси вращения. Масса молекулы газа m_0, температура T, угловая скорость вращения центрифуги ω.

Решение: центрифугу можно смоделировать цилиндрическим сосудом (рис. 11), который очень быстро вращается вокруг своей оси.

Молекулы внутри центрифуги имеют центростремительное ускорение $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$. В неинерциальной системе отсчета, связанной с вращающейся центрифугой, это проявляется в наличии поля центробежных сил $\vec{F} = m_0\omega^2\vec{r}$, которое, как и все центральные поля, можно описать с помощью потенциальной энергии. По определению потенциальная энергия равна:

$$U(\vec{r}) = -\int \vec{F} d\vec{r} = -\int m_0 \omega^2 \vec{r} d\vec{r} = -\frac{m_0 \omega^2 r^2}{2} + \tilde{N},$$

где C – произвольная постоянная. Приняв, что при $r = 0$ потенциальная энергия частицы газа равна нулю, получим $C = 0$. Тогда ее потенциальная энергия внутри центрифуги запишется в виде:

$$U(r) = -\frac{m_0 \omega^2 r^2}{2}.$$

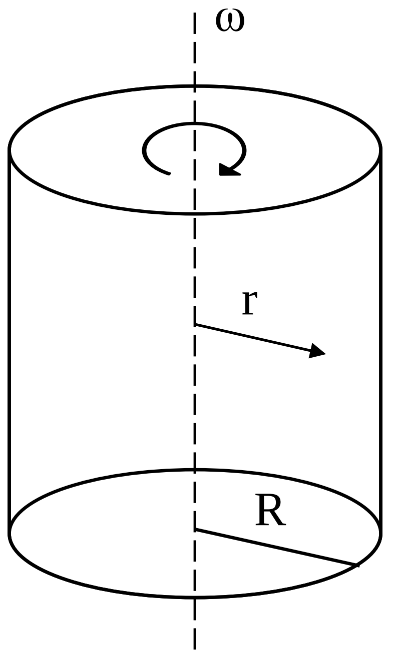

Рис.10. Схема центрифуги

с помощью распределения Больцмана получаем зависимость концентрации частиц от расстояния r до оси центрифуги:

$$n(r) = n(0) e^{-\frac{U(r)}{kT}} = n(0) e^{\frac{m_0 \omega^2 r^2}{2kT}},$$

где $n(0)$ – концентрация молекул на оси центрифуги.

Анализ результата. Из последней формулы видно, что по мере удаления от оси вращения концентрация частиц газа возрастает. При этом возле стенок центрифуги наибольшей будет концентрации самых тяжелых частиц (если частицы газа имеют разную массу). Это, в принципе, позволяет использовать центрифугу для разделения смеси газовых молекул по массам.

Тема 3. Основы термодинамики

3.1. Теплоемкость идеального газа

Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме (C_V) и при постоянном давлении (C_p):

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V = \frac{i}{2} R, \; C_p = \left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_p = \frac{i+2}{2} R \; \frac{\textit{Дж}}{\textit{моль} \cdot \textit{К}},$$

где δQ – полученное молем газа количество теплоты при изменении его температуры на dT; i – число степеней свободы молекулы газа.

$$R = kN_A = 8{,}31 \, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и при постоянном давлении (c_p):

$$c_V = \frac{iR}{2\mu},\ c_p = \frac{i+2}{2\mu}R\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}},$$

где μ – молярная масса газа; i – число степеней свободы молекулы газа.

Уравнение Майера:

$$C_p - C_v = R,$$

где C_p и C_v – молярные теплоемкости.

3.2. Первое начало термодинамики.

Как и в других разделах физики, в термодинамике одним из основных параметров системы является энергия. В отличие от механики, здесь рассматривается только **внутренняя энергия** системы, т.е. все виды энергии системы без учета потенциальной энергии взаимодействия системы с другими системами и кинетической энергии движения всей системы как целого. Таким образом, внутренняя энергия системы U складывается из энергии движения отдельных молекул.

В термодинамические формулы всегда входит изменение внутренней энергии ΔU системы в процессе перехода из одного состояния в другое. Для ее расчета используется **первое начало термодинамики,** которое выражает закон сохранения энергии в макроскопических процессах и записывается в виде:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – получаемое системой количество теплоты, ΔU – изменение внутренней энергии, А – работа, совершенная системой над внешними телами. В дифференциальной форме это уравнение будет иметь вид:

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A,$$

где δQ – бесконечно малое количество теплоты, полученное системой, $\mathrm{d}U$ – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, δA – бесконечно малая работа, совершенная системой. Если система отдает тепло или работа совершается над системой, то знак у соответствующей величины нужно поменять на противоположный.

При переходе макросистемы (системы, состоящей из большого числа частиц) из одного состояния 1 в состояние 2, получаемое количество теплоты можно рассчитать по формуле:

$$Q = m\int_{1-2} c\,\mathrm{d}T = \nu\int_{1-2} C_\mu \mathrm{d}T,$$

где m – масса вещества, ν – число молей вещества; c – удельная **теплоемкость** вещества, C_μ – его **молярная теплоемкость.**

В большинстве предлагаемых в данном пособии задач, значение теплоемкостей C и C_μ можно считать независящими от температуры и вынести их из-под знака интеграла. При этом необходимо учитывать, что количество теплоты и соответственно величины теплоемкостей зависят от типа процесса 1-2.

3.2.1. Работа идеального газа в изопроцессах:

Расчет работы, совершаемой газом в процессе перехода 1 - 2, производится по формуле:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV$$

Работа газа в изопроцессах:

а. При ихохорическом процессе (V = const) :

$$A=0$$

б. При изобарическом процессе (p = const):

$$A = p(V_2 - V_1).$$

в. При изотермическом процессе (T = const):

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln(\frac{V_2}{V_1}).$$

г. При адиабатическом процессе (Q = 0):

$$A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2).$$

Расчет работы расширения газа A существенно облегчается, если удается использовать уравнение соответствующего процесса. Например, при постоянстве температуры (изотермический процесс) можно воспользоваться уравнением: $pV = p_1V_1$, где p_1 и V_1 – параметры одного из состояний. Если же процесс идет без теплообмена (адиабатический процесс), то удобно применить одно из **уравнений Пуассона:**

$$pV^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma}, \qquad TV^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1},$$

где показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} > 1.$$

Например, если состояние 1 является начальным, а состояние 2 конечным, то работа ΔA при адиабатическом изменении объема газа равна:

$$A = \int\limits_{1-2} p(V)\mathrm{dV} = p_1 V_1^{\gamma} \int\limits_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^{\gamma}} \mathrm{d}V = \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{1-\gamma} \left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right).$$

На графике изменения состояния газа в координатах p – V величина работы ΔA равна площади под линией процесса.

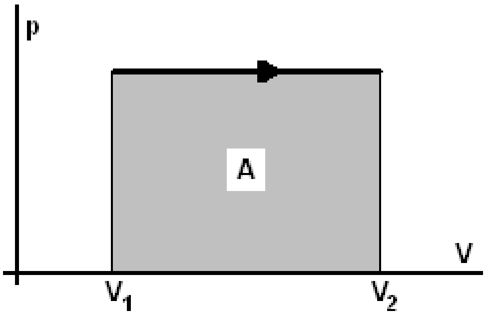

Рис. 11. Работа газа при P = const (изобарический процесс)

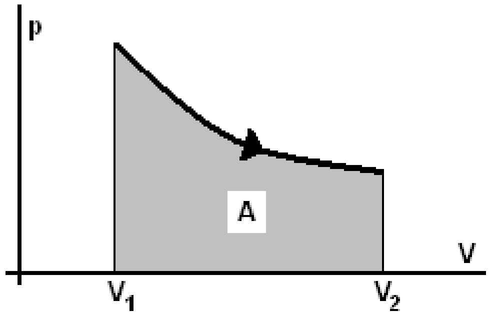

Рис. 12. Работа газа при Q = 0 (адиабатический процесс)

Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме (C_V) и при постоянном давлении (C_p), как функции показателя адиабаты γ:

$$C_V = \frac{1}{\gamma - 1} R, \quad C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \; \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu} C_V T,$$

где m – масса газа, μ – его молярная масса. Внутренняя энергия идеального газа изменяется только при изменении температуры газа.

3.3. Энтропия макросистемы

3.3.1. Макросостояние системы. Энтропия

Состояние системы, состоящей из большого числа частиц $N >> 10^{10}$ (макросистемы), можно описать следующими макропараметрами: N – число частиц; V – объем; p – давление; T – температура.

Если для данной системы эти параметры определены, то говорят, что система находится в макросостоянии (N, V, p, T).

Характерным свойством макросистем, состоящих из большого числа N частиц является то, что одному и тому же макросостоянию (N, V, p, T) обычно соответствует огромное число различных макросостояний, заданных набором координат и скоростей частиц $\{\vec{r}_i, \vec{V}_i\}$, где $i = 1,2,3,\ldots N$.

Мерой вероятности какого-либо макроскопического состояния системы при заданных внешних условиях является **энтропия *S***, которая определяется по формуле:

$$S = k \ln \Omega, \text{ (Дж/К).}$$

где Ω – **статистический вес** макросостояния (N, V, p, T), то есть число различных микросостояний, посредством которых может быть реализовано данное макросостояние. Например, для одного моля газа при нормальных условиях количество различных микросостояний, отличающихся расположением частиц внутри объема газа, а также и величинами их скоростей, выражается числом порядка $\Omega \cong 10^{31}$.

Статистический вес и энтропию макросистемы, состоящей из *n* подсистем, определяют по формулам:

$$\Omega = \Omega_1 \cdot \Omega_2 \cdot \ldots \cdot \Omega_n,$$
$$S = S_1 + S_2 + \ldots + S_n.$$

3.3.2. Изменения энтропии при обратимых процессах в макросистмах

Клаузиус ввел функцию состояния газа *S*, которую назвали энтропией. Для обратимых процессов полный дифференциал этой функции определяется выражением:

$$\mathrm{d}S = \frac{\delta Q}{T},$$

где *T* – температура тела при бесконечно малом изменении теплоты δQ. Тогда, при обратимом переходе из состояния 1 в состояние 2 приращение энтропии макросистемы равно:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_{1-2} \frac{\delta Q}{T}.$$

Изменение энтропии идеального газа в изопроцессах:

а: при адиабатическом процессе ($\delta Q = 0$):

$$\Delta S_{12} = 0;$$

б: при изотермическом процессе
(T = const):

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right);$$

в: при изобарическом процессе (p = const):

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} C_v \, ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{m}{\mu} R \, ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

г: при изохорическом процессе (V = const):

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln\frac{T_2}{T_1}.$$

3.4. Теория тепловых машин. Цикл Карно

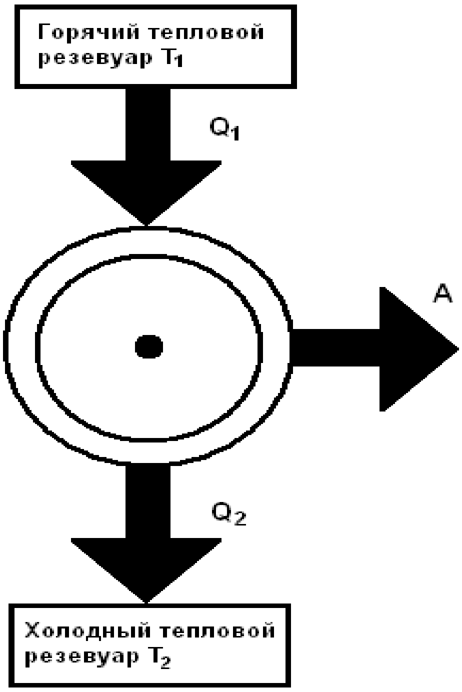

Рис. 13. Схема тепловой машины

Тепловой машиной называется устройство, позволяющее производить механическую работу A при циклическом процессе теплообмена между нагревателем, рабочим веществом и холдильником (рис. 13). Рабочим веществом тепловой машины будем считать идеальный газ. Под нагревателем понимается совокупность тепловых резервуаров, из которых тепловая машина получает тепловую энергию Q_1, а под холодильником будем понимать резервуар, которому рабочее вещество отдает неиспользованную теплоту Q_2. **Закон сохранения энергии** для тепловых машин имеет вид:

$$A = Q_1 - Q_2,$$

где A – полезная работа, совершенная тепловой машиной

Коэффициентом полезного действия КПД η тепловой машины называется величина:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Из определения КПД следует, что для тепловой машины КПД η тем больше, чем большая часть полученной рабочим веществом теплоты Q_1 превращается в результате рабочего цикла в механическую работу А.

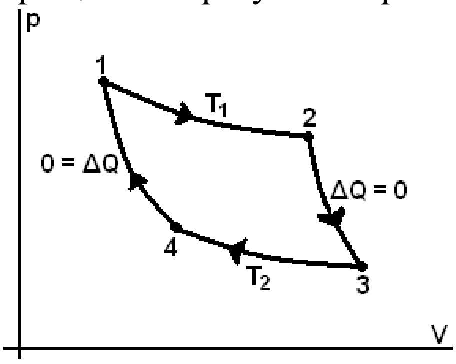

Рис. 14. Цикл Карно

Тепловая машина, рабочим веществом которой является газ, не может иметь КПД, превышающий величину:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, а T_2 – температура холодильника. Максимальное значение КПД η реализуются лишь в тепловой машине, рабочее вещество которой совершает замкнутый цикл Карно, состоящий из двух изотерм и двух адиабат (см. рис. 14).

Примеры решения задач

Задача 1. Во сколько раз изменится число ударов жестких (без учета колебательных степеней свободы) двухатомных молекул газа о поверхность сосуда в единицу времени, если газ адиабатически расширить в два раза?

Решение: удары молекул о стенку сосуда сопровождаются передачей импульса. В результате стенки испытывает силу давления со стороны газа, которая пропорциональна количеству ударов в единицу времени N и среднему изменению импульса молекул при ударах.

Среднее изменение импульса пропорционально величине среднего импульса молекулы $<m_0\upsilon>$. Тогда давление газа $P \sim N\cdot<m_0\upsilon>$. Соответственно, получаем:

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{N_2<m_0\upsilon_2>}{N_1<m_0\upsilon_1>}.$$

Тогда отношение числа ударов за единицу времени в первом и во втором случае равно:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{p_2<\upsilon_1>}{p_1<\upsilon_2>}.$$

Учитывая, что средняя скорость молекул $<\upsilon> \sim \sqrt{T}$ получаем:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{p_2\sqrt{T_1}}{p_1\sqrt{T_2}}.$$

Принимая во внимание уравнения Пуассона для адиабатических процессов $pV^{\gamma}=const$ и $TV^{\gamma-1}=const$, можно записать:

$$\frac{p_2}{p_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \text{ и } \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}.$$

и найти соотношение:

$$\frac{N_2}{N_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}\cdot\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}.$$

Для жестких двухатомных молекул число степеней свободы $i = 5$ (три поступательные и две вращательные степени свободы). Поэтому показатель адиабаты γ легко вычисляется:

$$\gamma=\frac{i+2}{i}=\frac{7}{5}=1{,}4 \text{ и } \frac{\gamma+1}{2}=1{,}2.$$

Так как по условию задачи $V_1/V_2=1/2$, то получаем окончательный ответ:

$$\frac{N_2}{N_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}2}=0{,}435.$$

Таким образом, число ударов уменьшится более чем в два раза.

Ответ: отношение числа ударов молекул газа о стенки сосуда уменьшится и станет равным $N_2/N_1 = 0{,}435$

Задача 2. Получить формулу для работы идеального газа при адиабатическом изменения его температуры от начального ее значения T_1 до конечного значения T_2, если известно, что $T_1 > T_2$. Число молей газа ν считать постоянным.

Дано: $T_{1,}T_2$, $T_1 > T_2$ ν

Решение: воспользуемся известной формулой для работы A при адиабатическом изменении объема газа:

$$\mathrm{A} = \int\limits_{1-2} p(V)dV = p_1V_1^{\gamma}\int\limits_{V_1}^{V_2}\frac{1}{V^{\gamma}}dV = \frac{p_1V_1^{\gamma}}{1-\gamma}\left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right).$$

Согласно уравнению Пуассона для адиабатического процесса имеем

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}.$$

Используя последнее соотношение, формулу для работы ΔA можно переписать в виде:

$$\mathrm{A} = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Далее применим уравнение состояния газа $p_1V_1 = \nu RT_1$. Тогда получим:

$$\mathrm{A} = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{\nu RT_1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = \nu\frac{R}{\gamma-1}(T_1-T_2).$$

С учетом уравнения Майера $C_p - C_V = R$ и соотношения $\gamma = C_P/C_V$, работу адиабатического расширения газа можно записать в виде: $\mathrm{A} = \nu C_V(T_1-T_2)$.

Ответ: $\mathrm{A} = \nu C_V(T_1-T_2)$ или $\mathrm{A} = \nu\frac{R}{\gamma-1}(T_1-T_2)$.

Задача 3. В исходном состоянии один моль идеального газа имеет объем V_1 = 0,1 л, давление $p_1 = 5\cdot10^7$ Па. Расширяясь сначала изотермически, газ увеличивает объем вдвое до значения V_2 = 0,2 л. Затем изменение состояния газа становится адиабатическим, и газ приходит в конечное состояние с температурой $T_3 = 300^0$ К. Какова совершенная газом работа? Газ двухатомный.

Дано: ν = 1 моль; $p_1 = 5\cdot10^7$ Па; V_1 = 0,1 л = 10^{-4} м^3, V_2 = 0,2 л = $2\cdot10^{-4}$ м^3, T_3 = 300 К.

Найти: $A = ?$

Решение: из уравнения состояния газа $p_1V_1 = \nu RT_1$ находим температуру в исходном состоянии:

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 8{,}31} = 600\,K\,.$$

Поскольку переход из состояния 1 в состояние 2 изотермический, то температура $T_1 = T_2 = 600^0$ К, а совершенная газом работа равна:

$$A_{12} = \nu R T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 1 \cdot 8{,}31 \cdot 600 \cdot 0{,}693 = 3455\,\text{Дж.}$$

При адиабатическом переходе из состояния 2 в состояние 3 совершенная газом работа зависит от разности температур $T_2 - T_1$ и равна:

$$\text{А}_{23} = \nu C_V (T_2 - T_3) = \nu \frac{5}{2} R (T_2 - T_3) = \frac{5}{2} 8{,}31 \cdot 300 = 6233 \quad \text{Äæ}$$

Полная работа расширения газа равна сумме работ А_{12} и А_{23}:

$$\text{А} = \text{А}_{12} + \text{А}_{23} = 3455 + 6233 = 9688\ \text{Дж.}$$

Задача 4. Термодинамический цикл бензинового двигателя внутреннего сгорания изображен на $p - V$ диаграмме (рис.16). Участок 1 – 2 – соответствует адиабатическому сжатию горючей смеси; участок 2 – 3 – изохорическому увеличению давления при сгорании топлива; участок 3 – 4 – адиабатическому расширению газообразных продуктов сгорания топлива (рабочий ход); участок 4 – 1 – изохорическому выхлопу отработавших газов. Выразить КПД двигателя через степень сжатия газа $k = V_1 / V_2$. Сделать расчет для $k = 7$ при показателе адиабаты $\gamma = 1{,}4$.

Дано: $k = V_1 / V_2 = 7$; $\gamma = 1{,}4$

Найти: $\eta = ?$

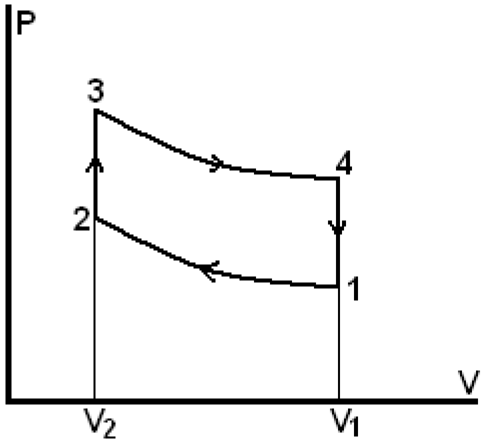

Рис. 16. Термодинамический цикл бензинового двигателя

Решение: КПД двигателя определяется отношением полезной работы A_n за цикл к полученной за цикл теплоте Q_n:

$$\eta = \frac{A_n}{Q_n}\,.$$

Проанализируем происходящие в этом цикле процессы с точки зрения теплообмена и совершения работы:

1 – 2 – адиабатический процесс с уменьшением объема $Q_{1\text{-}2} = 0$, $A_{1\text{-}2} < 0$ – работа совершается внешними силами при сжатии газа

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV < 0\,.$$

Для вычисления интеграла используем адиабатическое уравнение Пуассона:

$$pV^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \text{ или } p = p_2V_2^{\gamma}\cdot\frac{1}{V^{\gamma}}.$$

Тогда получим:

$$A_{1-2} = p_2V_2^{\gamma}\int\limits_{V_1}^{V_2}\frac{1}{V^{\gamma}}dV = \frac{p_2V_2^{\gamma}}{1-\gamma}\left[\frac{1}{V_2^{\gamma-1}}-\frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right] = \frac{p_2V_2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1\right] = \frac{p_2V_2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{1}{k}\right)^{\gamma-1}-1\right] < 0\,.$$

Участок 2 – 3 – изохорический процесс. В этом случае работа $A_{2\text{-}3} = 0$. Увеличение давления на этом участке связано с увеличением температуры за счет сгорания топлива. Следовательно, внутренняя энергия газа увеличивается за счет получаемого при сгорании топлива количества теплоты.

$$Q_{2-3} = \nu C_v(T_3 - T_2) = \nu C_v\left(\frac{p_3V_2}{\nu R}-\frac{p_2V_2}{\nu R}\right) = C_v\,\frac{V_2}{R}(p_3-p_2)>0.$$

Участок 3 – 4 – процесс аналогичен процессу 1 – 2, но идет в противоположном направлении. Поэтому $Q_{3\text{-}4}=0$, $A_{3\text{-}4}>0$.

$$A_{3-4} = -\frac{p_3V_2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1\right] = \frac{p_3V_2}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{1}{k}\right)^{\gamma-1}\right]>0.$$

Участок 4 - 1 – процесс аналогичен процессу 2 – 3. Работа $A_{4\text{-}1} = 0$, температура и внутренняя энергия газа уменьшаются за счет «сбрасывания» количества теплоты в атмосферу $Q_{4\text{-}1} < 0$.

Используя полученные результаты можно найти коэффициент полезного действия. При этом необходимо учесть, что полезной (результирующей) работой является величина $A_{3\text{-}4} + A_{1\text{-}2}$, где $A_{1\text{-}2} < 0$.

$$\eta = \frac{A_n}{Q_n} = \frac{A_{3-4}+A_{1-2}}{Q_{2-3}}\, p\, \frac{\dfrac{V_2(p_3-p_2)}{\gamma-1}\left(1-\dfrac{1}{k^{\gamma-1}}\right)}{\dfrac{C_VV_2}{R}(p_3-p_2)} = \frac{R}{C_V}\frac{1}{\gamma-1}\left(1-\frac{1}{k^{\gamma-1}}\right).$$

С учетом уравнения Майера

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \gamma - 1\,.$$

Тогда получаем КПД двигателя:

$$\eta = 1-\frac{1}{k^{\gamma-1}} = 1-\frac{1}{7^{0,4}} = 0{,}54\,.$$

Замечание: реальный КПД бензиновых двигателей гораздо меньше, так как в приведенных выше расчетах не учтены силы трения, а также теплообмен со стенками цилиндров и другие факторы.

Ответ: КПД бензинового двигателя при степени сжатия газа $k = V_1/V_2 = 7$ будет равен $\eta = 0{,}54$ (т.е. 54 %).

Задача 5. Найти КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, если при адиабатическом расширении рабочей смеси давление уменьшается в 2 раза. Постоянная адиабаты $\gamma = 1{,}5$.

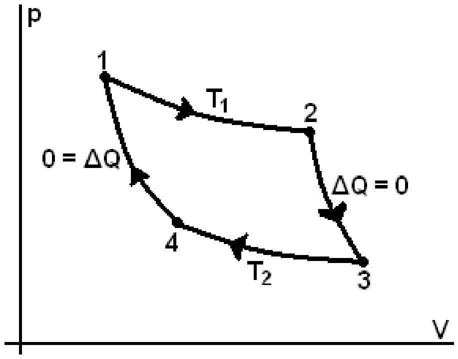

Рис. 17.Диаграмма цикла

Решение: Цикл Карно состоит из двух адиабат и двух изотерм (рис.17). Его КПД равен

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Для определения отношения минимальной T_2 и максимальной T_1 температур в цикле можно использовать уравнение адиабаты:

$$pV^{\gamma} = const.$$

С помощью уравнения Клапейрон-Менделеева, его можно преобразовать к виду:

$$p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T = const.$$

Применив последнее уравнение, для участка 2 - 3 получим:

$$p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2.$$

Отсюда легко определяем отношение верхней и нижней температур заданного теплового цикла:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = (2)^{\frac{1-1,5}{1,5}} = (2)^{-\frac{1}{3}} = 0,79 \quad .$$

С учетом этого рассчитаем значение КПД цикла:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - 0,79 = 0,21.$$

Ответ: КПД тепловой машины Карно η = 0,21 (т.е. 21%).

Задача 6. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа A_1 изометрического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу изометрического сжатия A_2, если известно, что КПД этого цикла $\eta = 0,2$.

Решение: особенность цикла Карно (рис.17) состоит в том, что процессы теплообмена происходят лишь на участках изотермического расширения газа (1 – 2) и изотермического его сжатия (3 – 4).

В изотермических процессах (T = const) изменение внутренней энергии газа равно нулю: $\Delta U_{12} = 0,\ \Delta U_{34} = 0$, тогда из **1 – го Начала** термодинамики следует:

$$Q_1 = \Delta U_{12} + A_1 = A_1,$$

$$Q_2 = \Delta U_{34} + A_2 = A_2,$$

где Q_1 – полученная газом теплота в цикле Карно; Q_2 – отданная газом теплота в цикле Карно.

Согласно теории тепловых машин, величина КПД цикла равна:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

С учетом того, что $Q_1 = A_1$ и $Q_2 = A_2$, находим:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{A_2}{A_1}, \; A_2 = A_1(1-\eta).$$

Подставляя числовые данные задачи в последнюю формулу, получим искомый результат:

$$A_2 = A_1(1-\eta) = 5\cdot(1-0,2) = 4 \text{ Дж}.$$

Ответ: работа изотермического сжатия A_2 = 4 Дж.

Задача 7. Температура газа в рабочем цикле двигателя равна 727^0 С. Температура отработанных газов равна 100^0 С. Двигатель расходует за 1 час работы 36 кг топлива. Какую максимальную полезную мощность $W_\text{п}$ развивать этот двигатель? Удельная теплота сгорания топлива равна q = 42 МДж/кг.

Дано: $T_1 = 727 + 273 = 1000\text{К}$, $T_2 = 100 + 273 = 373\text{К}$, $m = 36$ кг

T = 1час = 3600 с, q = 42 М Дж/кг

Найти: W_n = ?

Решение: общее количество теплоты от сгорания топлива равно:

$$Q = qm = 42\cdot10^6\cdot36 = 1,5\cdot10^9 \text{ Дж}.$$

Максимально возможное значение КПД двигателя оценивается по формуле Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1000-373}{1000} = 0,63$$

Тогда величина совершенной двигателем полезной работы равна:

$$A = \eta Q = 0,63\cdot1,5\cdot10^9 = 0,95\cdot10^9 \text{ Дж}.$$

Учитывая то, что эта работа совершается двигателем за время t = 3600 с, получаем оценку максимальной полезной мощности:

$$W_n = \frac{A}{t} = \frac{0,95\cdot10^9}{3600} = 264\cdot10^3 \text{ Вт} = 264 \text{ кВт}.$$

Ответ: максимальная полезная мощность двигателя W_n = 264 кВт.

Задача 8. Найти приращение энтропии воды массой m = 0,1 кг при нагревании ее от температуры t_1 = 0^0 С до температуры t_2 = 100^0 С и последующем превращении воды в пар.

Дано: m = 0,1 кг, $T_1 = t_1 + 273 = 273$К, $T_2 = t_2 + 273$К, r = 2250000 Дж/К – удельная теплота парообразования воды.

Найти: приращение энтропии $\Delta S = ?$

Решение: найдем отдельно изменение энтропии воды при нагревании ΔS_1 и при превращении ее в пар ΔS_2. В процессе нагревания приращение энтропии равно:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{уд} m\, dT}{T},$$

где $c_{уд}$ – удельная теплоемкость воды; m – масса воды. Поскольку эти две величины не зависят от температуры, то после интегрирования получаем:

$$\Delta S_1 = c_{уд} m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

При испарении воды ее температура остается постоянной. Поэтому в процессе испарения приращение энтропии будет равно:

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T_2}\int \delta Q = \frac{r \cdot m}{T_2}.$$

где r – удельная теплота испарения воды. После вычислений получаем:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = c_{уд} m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{r \cdot m}{T_2} = 4190 \cdot 0{,}1 \cdot \ln \frac{373}{273} + \frac{2250000 \cdot 0{,}1}{373} = 737\ \frac{Дж}{К}.$$

Ответ: приращение энтропии в процессе нагревания и последующего испарения воды массой $m = 0{,}1$ кг составляет величину $\Delta S = 737$Дж/К.

Задача 9. Определить изменение энтропии, если температура одного моля идеального газа увеличивается в $e \approx 2{,}7$ раз при: а)изобарическом, б) изохорическом, в) адиабатическом процессах.

Решение: используем первое начало термодинамики для газов:

$$\delta Q = dU + pdV,$$

где dQ – полученная газом теплота; dU – приращение внутренней энергии газа; dV – приращение объема газа. С учетом соотношения Клаузиуса.

$$\delta Q = TdS.$$

Предыдущую формулу можно переписать в виде:

$$TdS = dU + pdV.$$

а) в случае изобарного процесса имеем:

$$dU = \nu C_V dT,\ \ pdV = \nu R dT,$$

где ν – количество молей газа; C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме; R – универсальная газовая постоянная. С учетом этих соотношений получим:

$$dS = \nu(C_V + R)\frac{dT}{T} = \nu C_p \ln e = \nu C_p,$$

где C_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении. После интегрирования последней формулы находим:

$$\Delta S = \nu C_P \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_P \frac{dT}{T}.$$

б) в случае изохорического процесса имеем:

$$dU = \nu C_V dT,\ pdV = 0.$$

С учетом этих соотношений получим:

$$dS = \nu C_V \frac{dT}{T}.$$

После интегрирования этой формулы получаем:

$$\Delta S = \nu C_V \ln\frac{T_2}{T_1} = \nu C_V \ln e = \nu C_V.$$

в) в случае адиабатического процесса имеем:

$dS = 0$ и соответственно, приращение энтропии $\Delta S = 0$.

Ответ: если температура одного моля идеального газа увеличивается в $e \approx 2{,}7$ раза, то: а) при изобарном процессе $\Delta S = \nu C_P$; б) при изохорическом процессе $\Delta S = \nu C_v$; в) при адиабатическом процессе $\Delta S = 0$.

Тема 4. Явления переноса в газах

Плотностью потока j_a физической величины *a* называется ее количество, переносимое в единицу времени через единичную площадку, плоскость которой перпендикулярна направлению переноса.

4.1. Диффузия

Выравнивание концентрации примесных молекул в системе называется диффузией. В одномерном случае плотность потока молекул j_N вдоль направления Z определяется эмпирической формулой (1-ый закон Фика):

$$j_N = -D\frac{dn}{dz},$$

где D – **коэффициент диффузии**; величина dn/dz показывает изменение (градиент) концентрации примесных молекул вдоль направления оси *z*.

4.2. Теплопроводность

Выравнивание температуры в объеме системы сопровождается потоком тепла, плотность которого j_q определяется эмпирическим **законом теплопроводности Фурье**:

$$j_q = -K\frac{dT}{dz},$$

где K – **коэффициент теплопроводности**; величина dT/dz характеризует изменение температуры по направлению *z*.

4.3. Вязкость

Процесс, при котором в системе от одного участка к другому передается импульс. Плотность потока импульса j_p определяется эмпирическим уравнением вязкости:

$$j_p = -\eta \frac{d\upsilon}{dz},$$

где η – коэффициент вязкости (или коэффициент динамической вязкости); величина $d\upsilon / dz$ показывает, как быстро изменяется скорость в направлении оси z, перпендикулярной к направлению движения слоя жидкости или газа ($oz \perp \vec{\upsilon}$). Обмен импульсом между слоями приводит к возникновению силы вязкого трения $F_{тр}$ между соседними слоями жидкости. Основной закон для силы вязкого трения при площади соприкосновения слоев S был установлен И. Ньютоном:

$$F_{тр} = \eta |d\upsilon/dz| \cdot S$$

Коэффициенты диффузии, теплопроводности и вязкости определяют экспериментально или оцениваются на основании молекулярно-кинетических представлений. Для газов эти оценки приводят к следующим формулам:

$$D = \frac{1}{3}\upsilon_{cp}\lambda, \; K = \frac{1}{3}\upsilon_{cp}\lambda c_V \rho,$$

$$\eta = \frac{1}{3}\upsilon_{cp}\lambda\rho,$$

где $\upsilon_{cp} = \sqrt{8RT/\pi\mu}$ – средняя скорость теплового движения молекул газа; ρ – плотность газа, c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Среднюю длину свободного пробега между соударениями молекул газа λ и частоту соударений ν можно рассчитать по формуле:

$$\lambda = \frac{\upsilon_{cp}}{\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma n} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n},$$

где $\sigma = \pi d^2$ – площадь эффективного сечения столкновений молекул; d – эффективный диаметр молекул; n – концентрация молекул (число молекул в единице объема газа).

Если в системе имеется локальная неоднородность по температуре или по концентрации молекул, то с течением времени она рассасывается. Для оценки характерного размера области L, на границах которой температура или концентрация приблизительно в $e \approx 2{,}7$ раз меньше по сравнению с максимальным значением, можно использовать приближенные формулы:

$$L_{ДИФФ} = \sqrt{D\tau}, \; L_{ТЕПЛ} = \sqrt{\frac{k \cdot \tau}{\rho \cdot c_p}},$$

где τ – время от начала «рассасывания» неоднородности; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; K – коэффициент теплопроводности.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить среднюю длину свободного пробега молекул кислорода, находящегося в сосуде емкостью V = 2 л при температуре t = 27^0 С и давлении p = 100кПа. Рассчитать среднюю частоту соударений ν для каждой молекулы газа в данном сосуде. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $d = 2{,}9 \cdot 10^{-10}$ м.

Дано: $V = 2\text{л} = 0{,}002$ м^3; p = 100 кПа; $T = t + 273 = 300$ К; $d = 2{,}9 \cdot 10^{-10}$ м.
Найти: $\lambda = ?$, $N_1 = ?$

Решение: средняя длина свободного пробега молекул газа вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\, d^2 n},$$

где n – концентрация молекул газа.

Необходимое для расчета значение концентрации n молекул выразим из уравнения состояния идеального газа:

$$p = nkT,\quad n = \frac{p}{kT} = \frac{10^5}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2{,}4 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Тогда получим

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2} \cdot \pi d^2 p} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\sqrt{2} \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-20} \cdot 10^5} = 1{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Частота соударений для молекулы газа определяется по формуле:

$$\nu = \frac{\upsilon_{cp}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \frac{1}{1{,}1 \cdot 10^{-7}} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{3{,}14 \cdot 0{,}032}} = 4{,}05 \cdot 10^9 c^{-1}$$

Ответ: средняя длина свободного пробега молекул $\lambda = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ м; частота соударений для молекулы газа равна $\nu = 4{,}05 \cdot 10^9$ с$^{-1}$.

Задача 2. Определить коэффициент диффузии для азота (N_2), имеющего температуру T = 300К при давлении p = 100кПа. Эффективный диаметр молекул азота принять равным $3{,}1 \cdot 10^{-10}$ м.

Дано: p = 100 кПа; T = 300К; $d = 3{,}1 \cdot 10^{-10}$ м.

Найти: D = ?

Решение: коэффициент диффузии определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{3}\upsilon_{cp}\lambda,$$

где υ_{cp} – средняя скорость молекул газа; λ – средняя длина свободного пробега молекул.

Средняя длина свободного пробега находится так же, как и в предыдущей задаче:

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\cdot \pi d^2 p}$$

Тогда получим:

$$D = \frac{1}{3}\cdot\frac{kT}{\sqrt{2}\cdot \pi d^2 p}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 1,5\cdot 10^{-5}\ \text{м}^2/\text{с}$$

Ответ: Коэффициент диффузии для азота (N_2), имеющего температуру T = 300 К при давлении p = 100 кПа равен $D = 1,5\cdot 10^{-5}$ м^2/с.

Задача 3. Температура воздуха между стеклами оконных рам изменяется от $t = 0^0 C$ у наружного стекла до $t = +\ 10^0\ C$ у внутреннего. Оценить среднее значение коэффициента теплопроводности для этих условий и с его помощью рассчитать поток тепла через окно за счет явления теплопроводности. Площадь окна $S = 2\text{м}^2$, зазор между стеклами b = 5см. Эффективный диаметр молекул воздуха равен $d = 3,0\cdot 10^{-10}\,\text{м}$.

Дано: $t_1 = 0^0 C$; $t_2 = +10^0 C$; $S = 2\,\text{м}^2$; $b = 5\ \text{см} = 0,05\ \text{м}$; $d = 3,0\cdot 10^{-10}\ \text{м}$.

Найти: K – ? Φ_q = ?

Решение: Коэффициент теплопроводности газа оценивается по формуле:

$$K = \frac{1}{3}\upsilon_{cp}\,\lambda c_V\,\rho = \frac{1}{3}\upsilon_{cp}\,\lambda\left(\frac{i}{2}kn\right),$$

где i – число степеней свободы для молекул воздуха (воздух состоит из двух-атомных молекул азота и кислорода, у которых i = 5.

Принимая во внимание формулы для средней скорости υ_{cp} и средней длины λ свободного пробега молекул газа, получаем:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n},\ \upsilon_{cp} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}},\ K = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2 n}\left(\frac{i}{2}kn\right) = \frac{ik}{3\pi d^2}\sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}}\ .$$

Подставляя числовые данные задачи в последнюю формулу, получим:

$$K = \frac{ik}{3\pi d^2}\sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}} = \frac{5\cdot 1,38\cdot 10^{-23}}{3\cdot 3,14\cdot 9\cdot 10^{-20}}\sqrt{\frac{8,31\cdot 280}{3,14\cdot 0,029}} = 1,3\cdot 10^{-2}\ \text{Дж/м}^2\text{с}$$

Поток тепла через окно вычисляется с помощью закона Фурье:

$$\Phi_q = j_q S = -K\frac{dT}{dz}S\ .$$

Знак минус указывает направление потока и в расчетах опускается. С оценочной точностью имеем:

$$\Phi_q = j_q S = K\frac{dT}{dz}S == K\frac{T_2 - T_1}{b}S = 1,3\cdot 10^{-2}\,\frac{10}{0,05}\cdot 2 = 5,5\ \text{Дж/с}.$$

Ответ: Среднее значение коэффициента теплопроводности $K = 1,3\cdot 10^{-2}$ Дж/м$^2\cdot$с; поток тепла через окно за счет явления теплопроводности Φ_q = 5,5 Дж/с.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1

1.1. Рассчитайте число молекул воды, которое пришлось бы на квадратный сантиметр, если бы 1 г воды был равномерно распределен по всей земной поверхности. (Отв.: 6500 шт/см^2)

1.2. Озеро имеет среднюю глубину H = 100 м и площадь поверхности S = 10 км^2. В него бросили кристаллик поваренной соли массой m = 0,01 г. Сколько молекул этой соли оказалось бы в наперстке воды объемом V = 2 см^3, взятом из этого озера, если считать, что соль, растворившись, равномерно распределилась в озере? Молярная масса соли равна 58,5 г/моль. (Отв.: $2{,}02 \cdot 10^5$)

1.3. Определить массу одной молекулы воды. (Отв.: $3{,}0 \cdot 10^{-26}$ кг)

1.4. Определить концентрацию атомов бериллия в металлическом состоянии. Плотность бериллия ρ = 1,84 г/см^3, молярная масса μ = 9 г/моль. (Отв.: $3{,}0 \cdot 10^{-26}$ м^3)

1.5. Капля воды испарилась за 1 час. Сколько в среднем испарялось молекул воды за 1 с, если первоначальная масса капли была равна 0,2 г? (Отв.: $1{,}89 \cdot 10^{18}$ с$^{-1}$)

1.6. При нормальных условиях концентрация молекул газообразного азота равна n = $2{,}7 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Во сколько раз увеличится концентрация молекул азота, если его перевести в жидкое состояние с плотностью ρ = 800 кг/м^3? (Отв.: 637)

1.7. Зная, что диаметр молекул кислорода равен 0,31 нм, подсчитать длину цепочки, которую можно построить из 1 мг молекул кислорода, если эти молекулы расположить вплотную в один ряд. (Отв.: $5{,}8 \cdot 10^9$ м)

1.8. Оцените объем, приходящийся на долю одного атома калия в металлическом состоянии. Плотность калия ρ = 0,85 г/см^3, молярная масса μ = 39 г/моль. (Отв.: $7{,}6 \cdot 10^{-23}$ м^3)

1.9. Современные вакуумные насосы позволяют получать давление p = $1 \cdot 10^{-11}$ Па при комнатной температуре T = 300 К. Считая, что газом является азот**,** найти объем, который в среднем приходится на одну молекулу при этих условиях. (Отв.: 0,414 мм^3)

1.10. В баллоне находится газообразный азот с плотностью ρ = 0,466 кг/м^3 определить концентрацию атомов азота в баллоне. (Отв.: $2{,}0 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$)

1.11. Какое число молекул воды может поместиться в колбу, в которой находилось 7,3·1025 молекул кислорода при температуре T = 300 К и давлении p = $1 \cdot 10^5$Па? (Отв.: 10^{29})

1.12. В морозный день на поверхности оконного стекла сконденсировалось N = 34· 10^{22} молекул воды. Какова масса образовавшегося льда? (Отв.: 10,2 г)

1.13. Оцените минимальное расстояние между центрами соседних атомов железа, считая его кристаллическую решетку кубической. Плотность железа ρ = 7,11 г/см^3, молярная масса μ = 0,056 кг/моль. (Отв.: 2,28·10^{-10} м)

1.14. Кристалл алмаза содержит N = 1,76·10^{23} атомов углерода. Плотность алмаза ρ = 3,5 г/см^3. Найти объем кристалла. (Отв.:1,0 см^3)

1.15. Считая, что объем одной молекулы воды равен 1,1·10^{-23} см^3, найти, какой процент от всего пространства, занятого водой, приходится на долю самих молекул. (Отв.: 36,8%)

1.16. Поверхность изделия с площадью 1 см^2 покрыли одноатомным слоем золота. Считая, что атомы золота образовали квадратную решетку с расстояниями между центрами 2,9·10^{-10} м, определить, на сколько возросла масса изделия. Молярная масса золота μ = 197 кг/кмоль. (Отв.: 0,39 мкг)

1.17. На изделие, площадь поверхности которого равна 20 см^2, нанесен слой серебра толщиной 1 мкм. Сколько атомов серебра содержится в покрытии? Плотность серебра равна 10,5 г/см^3, молярная масса 108 кг/кмоль. (Отв.: 1,17·10^{20})

1.18. Для уменьшения влажности воздуха в упаковки с техническими изделиями помещают сорбенты. Через какое время сорбент поглотит 11 г воды, если ежесекундно поглощается 10^{22} молекул воды? (Отв.: 36,8 с)

1.19. Во сколько раз число атомов в 1 см^3 алюминия меньше, чем в 1 см^3 воды, если плотность алюминия ρ = 2,7 г/см^3, а молярная масса μ = 27 кг/кмоль? (Отв.: ≈ 1,67)

1.20. В лаборатории разлили ртуть. Какая масса ртути испарится, если в комнате при насыщении концентрация ртути равна n = 1,5·10^{20} м$^{-3}$? Объем помещения V = 100 м $^{-3}$ молярная масса ртути μ = 200,6 кг/кмоль. (Отв.:5,0 г)

Задача 2

2.1. Сферическая оболочка воздушного шара сделана из материала, квадратный метр которого имеет массу m = 1 кг. Шар наполнен гелием при давлении p = 1·10^5 Па. При каком минимальном радиусе шар поднимет сам себя? Молярная масса гелия равна 4 кг/кмоль, воздуха 29 кг/кмоль, Температуры газов одинаковы и равны 0° С. (Отв.: 2,72 м)

2.2. Какова должна быть масса оболочки воздушного детского шарика, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная сила шарика была равна нулю, т.е. чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Радиус шарика r = 12,5 см, молярная масса воздуха μ = 29 кг/кмоль. (Отв.: 9,7 г)

2.3. В сосуде находится углекислый газ. При некоторой температуре четвертая часть молекул углекислого газа распалась на кислород и окись углерода. Во сколько раз давление в сосуде при этих условиях будет больше того давления, которое было бы, если бы молекулы углекислого газа не распались? (Отв.: 1,125)

2.4. Наилучший достигнутый вакуум в наземных условиях соответствует давлению около 10^{-11} Па. Сколько молекул остается в 1 $м^3$ такого вакуума при температуре T = 300 К? (Отв.: 2420 $см^{-3}$)

2.5. Оболочку воздушного шара объемом V = 800 $м^3$ целиком заполняет водород при температуре T_1 = 273 К. На сколько изменится подъемная сила шара при повышении температуры до T_2 = 293 К, если в нижней ее части имеется отверстие, через которое водород может выходить в окружающее пространство? Считать объем оболочки неизменным и внешнее давление нормальным. Температуры водорода в воздушном шаре и атмосферы одинаковы. (Отв.: 640 Н)

2.6. Газ заполняет оболочку аэростата лишь частично. При этом его объем равен 1500 $м^3$ температура атмосферы 273 К. На сколько изменится подъемная сила аэростата, если газ в аэростате нагреть от температуры T_1 = 273 К до T_2 = 293 К? Давление газа в оболочке и окружающего воздуха постоянны и равны $1 \cdot 10^5$ Па. (Отв.:1377 Н)

2.7. Оболочка аэростата, находящегося на поверхности Земли, наполнена водородом на 7/8 своего максимального значения V_{max} = 1600 $м^3$ при давлении p_0 = $1 \cdot 10^5$ Па и температуре T_0 = 290 К. Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление стало p_1 = 80 кПа и температура T_2 = 280 К. Определить массу водорода, вышедшего из оболочки при подъеме аэростата. (Отв.: 6,2 кг)

2.8. В баллоне, имеющем объем V = 10 л, находится гелий под давлением p_1 = 1 МПа при температуре T_1 = 300 К. После того, как из баллона был израсходован гелий массой m = 10 г, температура в баллоне понизилась до значения T_2 = 290 К. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне. (Отв.: 364 кПа)

2.9. Давление воздуха в шине автомобиля p = 300 кПа при температуре t_1 = 17° С. Во сколько раз уменьшится площадь соприкосновения колеса с дорогой, если во время езды температура в шине повысилась до t_2 = 57° С? Изменением объема шины пренебречь. Атмосферное давление равно 100 кПа. (Отв.: 1,21)

2.10. В двигателе внутреннего сгорания объем цилиндра равен 940 $см^3$. К моменту открытия выпускного клапана температура газа в цилиндре и его давление имеют значения 1000 °С и 0,5 МПа. Какой объем занимает выхлопной газ в атмосфере после того, как он охладится до 0 С? Давление атмосферы равно 100 кПа. (Отв.: 1008 $см^3$)

2.11. До какого давления накачан футбольный мяч емкостью V = 3 л, если при этом сделано 40 качаний поршневого насоса? Объем камеры насоса равен 150 $см^3$. Мяч вначале был пустой. Атмосферное давление p_0 = 100 кПа, температуру воздуха считать постоянной. (Отв.: 200 кПа)

2.12. Найдите формулу соединения азота с кислородом, если 1 г его в газообразном состоянии в объеме V = 1 л при температуре T = 17°С создает давление $3{,}17 \cdot 10^4$ Па. (Отв.: N_2O_3)

2.13. Какое количество баллонов водорода емкостью V_1 = 50л каждый при температуре t_1 = 27 °С и давлении p_1 = 4 МПа потребуется для заполнения аэростата объемом V = 1000 м^3, если при температуре t = 7 °С давление в нем должно быть равно p = 100кПа? (Отв.: *550)*

2.14. Сосуд объемом V = 20 л содержит смесь водорода и гелия при температуре t = 20 °С и давлении p = 200 кПа. Масса смеси m = 5 г. Найти отношение массы водорода к массе гелия в данной смеси. (Отв.: 0,46)

2.15. В сосуде находится смесь 7 г азота и 11 г углекислого газа при температуре T = 290К и давлении p = 100 кПа. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными. (Отв.: 1,49 кг/м^3)

2.16. Воздух в стакане высотой H = 10см с площадью дна S = 25 см^2 нагрет до температуры t_1 = 87° С. Стакан погружен вверх дном в воду так, что его дно находится на уровне поверхности воды. Какой объем воды войдет в стакан, когда воздух в нем примет температуру воды t_2 = 17°С? Атмосферное давление равно 100 кПа. (Отв.: 50 см^3)

2.17. Компрессор засасывает из атмосферы каждую секунду 4 л воздуха, который подается в баллон емкостью V = 120 л. Через сколько времени давление в баллоне будет превышать атмосферное в 9 раз, если температура воздуха в баллоне равна 300 К, а температура атмосферы 290 К? Начальное давление в баллоне равно атмосферному. (Отв.: 261 с)

2.18. По газопроводной трубе идет углекислый газ при давлении p = 2400 кПа и температуре t = 7 °С. Какова средняя скорость движения газа в трубе, если за 10 мин протекает m = 2 кг углекислого газа? Площадь сечения трубы равна 5 см^2. (Отв.: 14,7 см/с)

2.19. На дне цилиндра, заполненного воздухом, лежит стальной полый шарик радиусом r = 2 см, массой m = 5 г. До какого давления необходимо сжать газ, чтобы шарик поднялся наверх? Считать, что воздух при больших давлениях продолжает подчиняться уравнению состояния идеального газа. Температура воздуха t = 20 °С. (Отв.: 12,5 МПа)

2.20. Баллон емкостью V = 50л наполнили воздухом при температуре t = 27 °С до давления p = 10 МПа. Какой объем воды можно вытеснить из балластного резервуара подводной лодки воздухом из этого баллона, если вытеснение производится на глубине H = 40 м? Температура воздуха в резервуаре после расширения становится равной 3°С. (Отв.: 935 л)

Задача 3

3.1. Сколько ударов молекул испытывает ежесекундно каждый квадратный сантиметр поверхности стенки сосуда, в котором находится азот при давлении p = 0,1 МПа и температуре $t = 20^0 C$?(Отв.: $2{,}1\cdot10^{23}$ 1/с·см^2)

3.2. Средняя энергия молекул одноатомного газа равна $6\cdot10^{-21}$ Дж. Найти число молекул газа в единице объема при давлении p = 0,2 МПа. (Отв.: $5\cdot10^{25}$ м$^{-3}$)

3.3. Найти среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул азота при температуре t = 27 °С. (Отв.: $6{,}2\cdot10^{-21}$ Дж)

3.4. Как изменится число ударов молекул азота о стенки сосуда, если объем сосуда изотермически уменьшить в 2 раза? (Отв.: 0,5)

3.5. Найти среднюю кинетическую энергию молекулы азота при температуре 77^0. (Отв.: $1{,}21\cdot10^{-20}$ Дж)

3.6. Газ занимает объем V = 2 л под давлением p = 0,5 МПа. Определить суммарную кинетическую энергию поступательного движения молекул. (Отв.: 1,5 кДж)

3.7. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения и среднее значение полной кинетической энергии молекулы водяного пара при температуре T = 600 К. (Отв.: $1{,}24\cdot10^{-20}$ Дж; $2{,}48\cdot10^{-20}$ Дж)

3.8. Определить среднее значение полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре T = 400 К. (Отв.: $8{,}3\cdot10^{-21}$ Дж; $1{,}38\cdot10^{-20}$ Дж; $1{,}66\cdot10^{-20}$ Дж)

3.9. Молярная внутренняя энергия кислорода равна 6,02 кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы. (Отв.: $6{,}0\cdot10^{-21}$ Дж)

3.10. Водород находится при температуре T = 300 К. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, а также внутреннюю энергию 0,5 моля водорода. (Отв.: $4{,}14\cdot10^{-21}$ Дж; 3,1 кДж)

3.11. В закрытом сосуде находится идеальный газ. Как изменится его давление, если средняя квадратичная скорость молекул увеличится на 20%? (Отв.: на 44%)

3.12. При температуре T = 1000 К у четырехатомных нелинейных молекул некоторого идеального газа оказываются возбужденными все степени свободы (включая колебательные). Определить внутреннюю энергию моля газа. (Отв.: 74,8 кДж)

3.13. Взвешенные в воздухе мельчайшие пылинки движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Определить среднюю квадратичную скорость пылинки массой $m = 10^{-10}$ г, если температура воздуха равна 300 К. (Отв.: 0,35 мм/с)

3.14. При какой температуре молекулы кислорода имеют такую же среднюю квадратичную скорость, как и молекулы водорода при температуре T = 100 К? (Отв.: 1600 К)

3.15. Определить температуру газа, если средняя кинетическая энергия поступательного движения его молекул равна $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж. (Отв.: 7730 К)

3.16. Газ, состоящий из нелинейных молекул, каждая из которых состоит из четырех атомов, имеет температуру, при которой у молекул возбуждены все степени свободы. Какую часть средней энергии молекулы такого газа составляет энергия поступательного движения? (Отв.: ≈ 0,167)

3.17. Средняя квадратичная скорость некоторого газа при нормальных условиях 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этого газа? (Отв.: $2{,}04\cdot10^{22}$ Дж).

3.18. В колбе вместимостью V = 0,5 л находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе. (Отв.: 75,9 Дж).

3.19. Найти среднюю квадратичную скорость молекул азота при температуре t = 27°.(Отв.: 517 м/с)

3.20. Два одинаковых сосуда, содержащих одинаковое количество молекул азота соединены краном. В первом сосуде средняя квадратичная скорость молекул равна 400 м/с, а во втором 500 м/с. Какая установится температура, если , открыть кран, соединяющий сосуды? (Отв.: 230 *К*)

Задача 4

4.1. В воздухе при некоторой температуре плотность вероятности обнаружения молекул со скоростью υ = 600 м/с для кислорода и воды оказалась одинаковой. Определить эту температуру. (Отв.: 351 К)

4.2. Определить температуру аргона, если при ее увеличении в два раза плотность вероятности обнаружения его молекул со скоростью υ = 500 м/с не изменилась. (Отв.: 289,3 К)

4.3. Для какого значения проекции скорости υ_x плотность вероятности обнаружения молекул гелия одинакова при температурах T_1 = 300 К и T_2 = 1200 К? (Отв.: ±1070 м/с)

4.4. Некоторый газ находится в равновесном состоянии. Какая доля молекул газа обладает скоростями, отличными от наиболее вероятной скорости не более чем на 1%? (Отв.: ≈ 0,0166)

4.5. Азот находится в равновесном состоянии при температуре T = 421 К. Определить относительное число $\Delta N/N$ молекул, скорости которых заключены в пределах от υ_1 = 999,9 м/с до υ_2 = 1000,1 м/с. (Отв.: ≈ $6{,}6\cdot10^{-5}$)

4.6. В сосуде находится смесь гелия и кислорода при температуре T = 300 К. Для какого значения проекции скорости υ_x плотность вероятности обнаружения молекул этих газов одинакова? (Отв.: ± 430 м/с)

4.7. Найти долю молекул идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на 0,001 от значения средней скорости. (Отв.: ≈ 0,002)

4.8. Найти для газообразного азота температуру, при которой плотность вероятности обнаружения молекул со скоростями υ_1 = 300 м/с и υ_2 = 600 м/с одинакова. Дайте графическое пояснение. (Отв.: 328 К)

4.9. Плотность вероятности обнаружения молекул гелия с некоторой скоростью υ оказалась одинаковой при температурах T_1 = 300 К и T_2 = 600 К. Найти значение этой скорости. (Отв.: 1610 м/с)

4.10. Смесь водорода и гелия находится при температуре T = 300 К. Для какого значения скорости υ плотность вероятности обнаружения молекул будет одинаковой для обоих газов? (Отв.: 1610 м/с)

4.11. При какой температуре T газообразного азота число молекул со скоростями в заданном интервале 700 м/с ÷ 710 м/с будет максимально? (Отв.: 558 К)

4.12. Вычислить с помощью распределения Максвелла среднее значение модуля проекции скорости $<|\upsilon_x|>$ молекул газа с молярной массой μ = 18 г/моль при температуре T = 300 К. (Отв.: 297 м/с)

4.13. Найти с помощью распределения Максвелла среднее значение проекции квадрата скорости $<|\upsilon_x^2|>$ молекул газа с молярной массой μ = 32 кг/моль при температуре T = 300 К. (Отв.: 77900 м^2/с^2)

4.14. Баллон заполнили смесью гелия (He_1) и кислорода (O_2) при температуре T = 300 К. Во сколько раз различаются значения максимумов функций распределения молекул этих газов по модулю скорости? (Отв.: ≈ 2,83)

4.15. Найти относительное число молекул газа, скорости которых отличаются не более чем на 1% от значения средней квадратичной скорости. (Отв.: ≈ 0,019)

4.16. Какова высота нижнего слоя земной атмосферы, в котором сосредоточена половина ее массы? Температуру атмосферы считать постоянной по высоте и равной T = 300 К. (Отв.: 6120 м)

4.17. Концентрация молекул воздуха у поверхности Земли $n = 2{,}7\cdot10^{25}$ м$^{-3}$, температура T = 300К. Определить общее количество молекул воздуха в вертикальном столбе бесконечной высоты с площадью основания S = 1 м^2. Температуру и ускорение свободного падения считать неизменными по высоте. (Отв.: $2{,}38\cdot10^{29}$)

4.18. Найти вероятность того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $2\upsilon_B$ не более, чем на 1%. (Отв.: ≈ $6{,}6\cdot10^{-3}$)

4.19. Барометр в кабине вертолета показывает давление p = 90 кПа. На какой высоте летит вертолет, если на поверхности Земли давление p_0 = 100 кПа? Атмосферу считать изотермической с температурой T = 290 К. (Отв.: 900 м)

4.20. На некоторой высоте плотность воздуха в e = 2,7 раза меньше, чем на уровне моря. Какая доля массы земной атмосферы находится в нижнем слое, ограниченном этим уровнем? Атмосферу считать изотермической с температурой T = 300 К. (Отв.: ≈ 0,632)

Задача 5

5.1. Масса m = 12 г азота находится в закрытом сосуде объемом V = 2 л при температуре t = 10 °С. После нагревания давление в сосуде стало равным p = 1,33 МПа. Какое количество теплоты Q сообщено газу при нагревании? (Отв.: 4,15 кДж)

5.2. В закрытом сосуде находится масса m = 14 г азота при давлении p_1 = 0,1 МПа и температуре t_1 = 27 °С. После нагревания давление в сосуде повысилось в 5 раз. До какой температуры t_2 был нагрет газ? Найти объем V сосуда и количество теплоты Q, сообщенное газу. (Отв.: 1500 К; 12,4 л; 12,4 Дж)

5.3. В закрытом сосуде объемом V = 10 л находится воздух при давлении p = 0,1 МПа. Какое количество теплоты Q надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз? (Отв.: 545 Дж)

5.4. В закрытом сосуде объемом V = 2 л находится азот, плотность которого ρ = 1,4 кг/м^3. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы нагреть его на ΔT = 100 К? (Отв.: 207, 75 Дж)

5.5. Азот находится в закрытом сосуде объемом V = 3 л при температуре t_1 = 27 °С и давление p_1 = 0,3 МПа. После нагревания давление в сосуде повысилось до p_2 = 2,5 МПа. Найти температуру t_2 азота после нагревания и количество теплоты Q, сообщенное азоту. (Отв.: 2500 К; 16500 Дж)

5.6. Для нагревания некоторой массы газа на Δt_1 = 50 °С при p = const необходимо затратить количество теплоты Q_1 = 670 Дж. Если эту же массу газа охладить на Δt_2 = 100 °С при V = const, то выделяется количество теплоты Q_2 = 1005 Дж. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа? (Отв.: i = 6)

5.7. Масса m = 10 г кислорода находится при давлении p = 300 кПа и температуре t = 10°С. После нагревания при p = const газ занял объем V = 10 л. Найти количество теплоты Q, полученное газом, изменения ΔU внутренней энергии газа и работу A, совершенную газом при расширении. (Отв.: Q = 7,92 кДж; ΔU = 5,66 кДж; A = 2,26 кДж)

5.8. Масса m = 6,5 г водорода, находящегося при температуре t = 27 °С, расширяется вдвое при p=const за счет притока тепла извне. Найти работу A расширения газа, изменения ΔU внутренней энергии газа и количество теплоты Q, сообщенное газу. (Отв.: A = 8,1 кДж; ΔU = 20,25 кДж; Q = 28,35 кДж)

5.9. Количество ν = 2 кмоль углекислого газа нагревается при постоянном давлении на ΔT = 50 К. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, работу A расширения газа и количество теплоты Q, сообщенное газу. (Отв.: ΔU = 2,5 МДж; A = 0,83 МДж; Q = 3,32 МДж)

5.10. Двухатомному газу сообщено количество теплоты Q = 2,093 кДж. Газ расширяется при p = const. Найти работу A расширения газа. (Отв.: 598 Дж)

5.11. Количество ν = 1 кмоль многоатомного газа нагревается на ΔT = 100 К в условиях свободного расширения. Найти количество теплоты Q, сообщенное газу, изменение ΔU его внутренней энергии и работу A расширения газа. (Отв.: Q = 3,32 МДж; ΔU = 2,49 МДж; A = 831 Дж)

5.12. В сосуде под поршнем находится азот m = 1 г. Какое количество теплоты Q надо затратить, чтобы нагреть азот на ΔT = 10 К? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня M = 1 кг, площадь его поперечного сечения S = 10 см^2. Давление под поршнем p = 100 кПа. (Отв.: 10,39 Дж; 2,7 см)

5.13. Масса m = 10,5 г азота изотермически расширяется при температуре t = –23°С, причем его давление изменяется от p_1 = 250 кПа до p_2 = 100 кПа. Найти работу A, совершенную газом при расширении. (Отв.:713,85 Дж)

5.14. При изотермическом расширении массы m = 10 г азота, находящегося при температуре t = 17 °С была совершена работа 860 Дж. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении? (Отв.: 2,72)

5.15. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема V_1 = 1 л до V_2 = 2 л. Найти работу A совершенную газом при расширении и количество теплоты Q, сообщенное газу. (Отв.:A = 70 Дж; Q = 70 Дж)

5.16. При изометрическом расширении газа, занимавшего объем V = 2м^3, давление его меняется от p_1 = 0,5 МПа до p_2 = 0,4 МПа. Найти работу A, совершенную газом. (Отв.: 223 Дж)

5.17. Количество ν = 1 кмоль азота находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до V_2 = 5V_1. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и работу A, совершенную газом при расширении. (Отв.: ΔU = 2,69 Дж; A = 2,69 Дж)

5.18. Необходимо сжать воздух от объема V_1 = 10 л до V_2 = 2 л. Как выгоднее его сжимать (адиабатически или изотермически)? (Отв.: изотермически)

5.19. Два различных газа, из которых один одноатомный, а другой двухатомный, находится при одинаковых температурах и занимают одинаковые объемы. Газы сжимаются адиабатически так, что объем их уменьшается вдвое. Какой из газов нагреется больше и во сколько раз? (Отв.: одноатомный газ в 1,2 раза)

5.20. Масса m = 1 кг воздуха, находящегося при давлении p_1 = 150 кПа и температуре t_1 = 30 °С, расширяется адиабатически и давление при этом падает до p_1 = 100 кПа. Во сколько раз увеличился объем воздуха? Найти конечную температуру t_2 и работу A, совершенную газом при расширении. (Отв.: 1,34; 720 К; 24 кДж)

Задача 6

6.1. Как изменится средняя энергия молекул одноатомного газа, если его объем адиабатически увеличить в 2 раза? (Отв.: 1,59)

6.2. Из скольких атомов состоят молекулы газа, если при "замораживании" колебательных степеней свободы постоянная адиабаты γ увеличивается в 1,2 раза? (Отв.: 4)

6.3. Вычислить удельные теплоемкости c_p и c_V для газовой смеси, состоящей из 7 г азота и 20 г аргона. Газы считать идеальными. (Отв.: 654 Дж/кг·К; 423 Дж/кг·К)

6.4. Вычислить величину постоянной адиабаты γ для газовой смеси, состоящей из двух молей кислорода и трех молей углекислого газа. Газы считать идеальными. (Отв.: 1,36)

6.5. Пусть газ нагрет до температуры, при которой у молекул возбуждены все степени свободы, включая колебательные. Найти молярную теплоемкость такого газа при изохорном процессе, если газ состоит из линейных трехатомных молекул. (Отв.: 54 Дж/кг·К)

6.6. Идеальный газ совершает цикла Карно. Температура T_1 нагревателя равна 470 К, температура T_2 охладителя равна 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу A = 100 Дж. Определить термический к.п.д. η цикла, а так же количество теплоты Q_2, которое газ отдает охладителю при изотермическом сжатии. (Отв.: 40%, 59,6 Дж)

6.7. Идеальный газ совершает цикла Карно. Температура T_1 нагревателя в четыре раза выше температуры T_2 охладителя. Какую долю ω количества теплоты, получаемого за один цикл от нагревателя, газ отдает охладителю? (Отв.: 0,25)

6.8. Вычислить показатель адиабаты для смеси, состоящей из двух молей одноатомного газа и трех молей двухатомного газа. Колебательные степени свободы не учитывать. (Отв.: 1,48)

6.9. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль, находится под давлением p_1 = 250 кПа и занимает объем V_1 = 10 л. Сначала газ изохорно нагревают до температуры T_2 = 400 К. Далее, изотермически расширяя, доводят его до первоначального давления. После этого путем изобарного сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический к.п.д. цикла. (Отв.: 4,1 %)

6.10. Найти молярную массу и число степеней свободы молекул газа, если известны его удельные теплоемкости: c_p = 0,91 Дж/г·К и c_V = 0,65 Дж/г·К. (Отв.: 32 г/моль; 5)

6.11. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль, совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Наименьший объем V_{min} = 10 л, наибольший V_{max} = 20 л, наименьшее давление p_{min} = 246 кПа, наибольшее p_{max} = 410 кПа. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический К.П.Д. (Отв.: 300 К; 500 К; 1000 К; 605 К; η = 8,55%)

6.12. Азот массой 500 г, находящийся под давлением p_1 = 1 МПа при температуре t_1 = 127 °С, подвергли изотермическому расширению, в результате которого давление газа уменьшилось в n = 3 раза. После этого газ подвергли адиабатному сжатию до начального давления, а затем он был изобарно сжат до начального объема. Постройте график цикла и определите работу, совершенную газом за цикл. (Отв.: 11,5 кДж)

6.13. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль и находящийся под давлением p_1 = 0,1 МПа при температуре T_1 = 300 К, нагревают при постоянном объеме до давления p_2 = 0,2 МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема V_1. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический к.п.д.
(Отв.: $T_1 = T_2$ = 600 К; η = 9,9%)

6.14. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего. Определить термический К.П.Д. η цикла. (Отв.: 0,11)

6.15. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа A_1 изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если термический к.п.д. η цикла равен 0,2. (Отв.: 4 Дж)

6.16. Наименьший объем V_1 газа, совершающего цикл Карно, равен 153 л. Определить наибольший объем V_3, если V_2 изотермического расширения и объем V_3 в конце изотермического сжатия равны соответственно 600 и 189 л. (Отв.: 0,74м^3)

6.17. Идеальный газ совершает цикл Карно, термический КПД которого равен 0,4. Определите работу изотермического сжатия газа, если работа изотермического расширения составляет 400Дж. (Отв.: 240Дж)

6.18. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 = 500 К, холодильника T_2 = 300 К. Работа изотермического расширения газа составляет 2 кДж. Определите: 1)термический КПД цикла; 2)количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии холодильнику.
(Отв.: 40 %; 1,2 кДж)

6.19. Идеальный двухатомный газ, занимающий объем V_1=2 л, подвергли адиабатному расширению. При этом его объем возрос в 5 раз. Затем газ подвергли изобарному сжатию до начального объема. В результате изохорного нагревания он был возвращен в первоначальное состояние. Постройте график цикла и определите термический КПД цикла. (Отв.: 34,1%)

6.20. Рабочее тело – идеальный газ – теплового двигателя совершает цикл, состоящий из последовательных процессов изобарного, адиабатного и изотермического. В результате изобарного процесса газ нагревается от T_1 = 300 К до T_2 = 600 К. Определите термический КПД теплового двигателя. (Отв.: 30,7 %)

Задача 7

7.1. Некоторая термодинамическая система перешла из одного состояния в другое. Статистический вес второго состояния превосходит статистический вес первого состояния в 2 раза. Чему равно приращение энтропии системы? (Отв.: $9{,}6\cdot10^{-24}$ Дж/К)

7.2. Статистический вес состояния некоторой массы газа равен $1\cdot10^{10}$. Определить статистический вес состояния в 2 раза большей массы того же газа. Температура и давление газа в обоих случаях одинаковы. (Отв.: 10^{20})

7.3. Статистический вес термодинамической системы увеличивается от $1\cdot10^{10}$ до $5\cdot10^{10}$. Чему равно относительное изменение энтропии системы $\Delta S / S_1$? (Отв.: 0,070)

7.4. Энтропия одного моля водорода при температуре t = 25°С и давлении p = 101,3 кПа равна 130 Дж/моль·К. Определить статистический вес этого состояния. (Отв.: $\exp(9{,}6\cdot 10^{24})$)

7.5. Определить, во сколько раз увеличивается статистический вес одного моля воды при переходе ее из жидкого в газообразное состояние при температуре t = 100 °С. (Отв.: $\exp(7{,}9\cdot 10^{24})$)

7.6. Некоторая система, находящаяся при температуре T = 300 К, поглотила один фотон видимого света с энергией $E_ф$ = 0,26 эВ. Во сколько раз увеличился статистический вес системы? (Отв.: ≈ 23120)

7.7. Найти приращения энтропии при превращении 300 г льда, находившегося при температуре t = –10,7 °С, в воду с температурой 0°С. (Отв.: 392 Дж/К)

7.8. Найти изменение энтропии при конденсации m=1кг пара, находившегося при температуре 100°С, в воду с последующим ее охлаждением до температуры t = 20 °С. (Отв.: –7060 Дж/К)

7.9. При нагревании одного моля одноатомного газа в закупоренном сосуде его энтропия увеличилась на 12,45 Дж/К. Во сколько раз изменилась температура газа? (Отв.: 2,72)

7.10. В некоторой температурной области энтропия термодинамической системы изменяется по закону $S = \alpha + \beta T$, где α = 100 Дж/К, β = 5 Дж/К^2. Какое количество тепла получает система при нагревании в этой области от T_1 = 290 К до T_2 = 310 К. (Отв.: 30 кДж)

7.11. В ходе изотермического процесса, протекающего при температуре T = 350 К, тело совершает работу A = 80 Дж, а внутренняя энергия тела получает приращение ΔU = 7,5 Дж. Как изменяется энтропия тела? (Отв.: 0,25 Дж/к)

7.12. В соответствии с правилом "Дюлонга и Пти" молярная теплоемкость металлов при достаточно высоких температурах равна $3R$. Определить изменение энтропии одного моля металла при увеличении абсолютной температуры в 2 раза, считая, что это правило выполняется. (R = 8,31 Дж/моль·К – газовая постоянная). (Отв.: 17,3 Дж/К)

7.13. Определить изменение энтропии 1 моля льда при его плавлении. (Отв.: 22,0 Дж/К)

7.14. Определить изменение энтропии моля алюминия при нагревании от температуры T_1 = 300 К до T_2 = 600 К. Удельная теплоемкость алюминия равна 900 Дж/кг·К. (Отв.: 16,8 Дж/К)

7.15. Во сколько раз увеличивается статистический вес системы при увеличении энтропии на 1 мДж/К? (Отв.: $\exp(7{,}2\cdot 10^{19})$)

7.16. Статистический вес системы в некотором процессе увеличился в $\exp(2{,}4\cdot 10^{25})$ раз. Определить изменение энтропии. (Отв.: $7{,}9\cdot 10^{-22}$ Дж/К)

7.17. Допустим, что при падении воды в водопаде потенциальная энергия целиком переходит в теплоту. Оценить изменение энтропии моля воды, если высота водопада равна 20 м, начальная температура воды t = 17 °С. (Отв.: 12,2 мДж/К)

7.18. Статистический вес 1 мг воды при нагревании увеличился в $\exp(2,4\cdot 10^{19})$ раз. Определить конечную температуру воды, если начальная температура равна 0° С. (Отв.: 273 К)

7.19. Определить изменение энтропии при затвердевании отливки из серебра массой m = 20 г. Удельная теплота плавления серебра равна 88 кДж/кг, температура плавления t = 961 °С. (Отв.: -1,43 Дж/К)

7.20. Энтропия изделия из стали массой m = 20кг при нагревании увеличилась на ΔS = 9000 Дж/К. Определить конечную температуру изделия, если начальная температура T = 400 К; удельная теплоемкость стали C = 450 Дж/кг К. (Отв.: 1090 К)

Задача 8

8.1. Как изменится длина свободного пробега молекулы воздуха, если температура повысится от t = 17 °С до t = 27 °С ? Атомосферное давление считать постоянным. (Отв.: λ_2 / λ_1= 1,034)

8.2. При атмосферном давлении p = 100 кПа и температуре t = 0 °С длина свободного пробега молекул водорода λ = 0,13 мкм. Оцените диаметр молекулы водорода. (Отв.: 0,255 нм)

8.3. В одном баллоне содержится водород, а в другом кислород при той же температуре и давлении. Во сколько раз частота соударений у молекулы водорода больше, чем у молекулы кислорода? Диаметр молекулы водорода равен 0,28 нм, кислорода – 0,36 нм. (Отв.: 2,25)

8.4. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул водорода равна 2,5 см, если температура газа t = 67 °С? Эффективный диаметр молекулы водорода принять равным 0,28 нм. (Отв.: 0,54 Па)

8.5. Определить среднюю продолжительность свободного пробега молекул водорода при температуре t = 27 °С давлении p = 5 кПа. Диаметр молекулы водорода равен 0,28 нм. (Отв.: 1,33 нс)

8.6. При температуре T = 300 К и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода равна 0,1 мкм. Чему равно среднее число столкновений, испытываемых каждой молекулой за 1 с, если сосуд откачать при постоянной температуре до 0,1 первоначального давления? (Отв.: $4{,}5\cdot 10^{8}$ с$^{-1}$)

8.7. В одном сосуде содержится водород, а в другом азот при одинаковой температуре и давлении. Во сколько раз средняя длина свободного пробега молекулы водорода отличается от средней длины свободного пробега молекулы азота в этих газах? Эффективный диаметр молекул водорода равен 0,28 нм, азота 0,38 нм. (Отв.: $\lambda_{H_2} / \lambda_{N_2} = 1{,}84$)

8.8. Как изменится средняя длина свободного пробега молекул азота, находящегося в цилиндре под поршнем, при двукратном увеличении объема? (Отв.: $\lambda_2 / \lambda_1 = 2$)

8.9. Концентрация п радиоактивных атомов в атмосфере линейно растет с высотой по закону $n = \alpha \cdot h$, где $\alpha = 1 \cdot 10^4 м^{-4}$, h – высота. Оценить плотность потока этих атомов на Землю, если молярная масса изотопа равна 14 г/моль, длина свободного пробега = 80 нм, температура атмосферы T = 300 К. (Отв.: 0,18 $м^{-2}$ $с^{-1}$)

8.10. Пространство между двумя большими параллельными пластинами, расстояние между которыми d = 6 мм, заполнено гелием. Температура одной пластины T_1 = 290 К, а другой T_2 = 310 К. Вычислить плотность теплового потока между пластинами. Эффективный диаметр молекул гелия равен 0,22 нм. (Отв.: 135 Вт/$м^2$)

8.11. Изотопный источник тепла заключен в двойную сферическую оболочку. Зазор между сферами равен 2 см, а средний радиус R = 11см. Поверхность внутренней сферы имеет постоянную температуру T_1 = 320 К, а внешней сферы T_1 = 300 К. В этих условиях от внутренней сферы к внешней течет установившийся поток тепла q = 2 кВт. Оценить коэффициент теплопроводности вещества в зазоре между сферами. (Отв.: 13,2 Вт/м·К)

8.12. В одном сосуде находится водород, а в другом кислород при одинаковых температурах и давлениях. Во колько раз различаются коэффициенты диффузии молекул этих газов? Эффективный диаметр молекул водорода равен 0,28 нм,кислорода 0,36 нм. (Отв.: 6,61)

8.13. Коэффициент теплопроводности гелия при температуре t = 0 °С и давлении p = 100 кПа равен 0,143 Вт/м·К. Оценить коэффициент вязкости при тех же условиях. (Отв.: 45,9 мкПа·с)

8.14. Между двумя параллельными очень большими пластинами имеется зазор толщиной b = 1см, заполненный аргоном. Температуры пластин T_1 = 299,5 К и T_2 = 300,5 К. Оценить плотность теплового потока в случае, если эффективный диаметр молекул аргона равен 0,37 нм. (Отв.: 0,45 Вт/$м^2$)

8.15. В центр сферического сосуда с газом ввели небольшую порцию другого газа. Радиус сосуда R = 1 м, коэффициенты диффузии газов одинаковы и равны $5 \cdot 10^{-5}$ $м^2$/с. Оценить порядок величины времени диффузионного выравнивания концентраций. (Отв.: $0{,}2 \cdot 10^5$ с)

8.16. Каково отношение времени диффузионного выравнивания концентраций для азота и водорода, если сосуды и условия опыта одинаковы. Эффективные диаметры молекул водорода и азота соответственно равны 0,28 нм и 0,37 нм. (Отв.: 6,9)

8.17. В воздухе на расстоянии h = 2 мм от движущейся со скоростью υ = 70 м/с плоской широкой ленты расположили параллельно плоскую пластину площадью S = 4 $м^2$. Какую силу надо приложить к этой пластине, чтобы она оставалась неподвижной? Массой пластины пренебречь. Температура воздуха t = 27 °С, эффективный диаметр молекул воздуха равен 0,37 нм. (Отв.: 0,17 мН)

8.18. Определить массу азота, прошедшего вследствие диффузии через плоскую поверхность площадью S = 50 см^2 за время 20 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном этой поверхности, равен 1кг/м^4. Температура азота T = 290 К, средняя длина свободного пробега его молекул равна 1 мкм. (Отв.: 15,6 мг)

8.19. Две плоские параллельные пластины находятся в воздухе на расстоянии 1 мм друг от друга. Между пластинами поддерживается разность температур ΔT = 1 К. Площадь каждой пластины равна 0,01 м^2. Какое количество теплоты передается за счет теплопроводности от одной пластины к другой за время 10 мин? Давление воздуха p = 100 кПа, средняя температура в зазоре между пластинами t = 27 °С, эффективный диаметр молекул воздуха равен 0,37 нм. (Отв.: 53,3 Дж)

8.20. В сосуде объемом V = 2 л находится $N = 4 \cdot 10^{22}$ молекул двухатомного газа. Коэффициент теплопроводности газа равен 14 мВт/мК. Найти коэффициент диффузии газа. (Отв.: $2 \cdot 10^{-5}$ м^2/с)

Варианты задач для направления 25.03.01 (162300) и специальности 25.05.03 (162107)

Студент-заочник должен решить восемь (8) задач того варианта, номер которого совпадает с последними двумя цифрами его шифра

Таблица №1

№№ Варианта	Номера задач							
00	1.12	2.17	3.2	4.17	5.9	6.18	7.3	8.8
01	1.5	2.20	3.17	4.15	5.10	6.14	7.7	8.17
02	1.18	2.7	3.14	4.9	5.3	6.8	7.15	8.9
03	1.20	2.14	3.16	4.6	5.15	6.3	7.16	8.11
04	1.10	2.19	3.4	4.13	5.18	6.15	7.12	8.16
05	1.19	2.10	3.4	4.17	5.6	6.3	7.7	8.14
06	1.9	2.3	3.14	4.12	5.20	6.16	7.11	8.10
07	1.1	2.1	3.3	4.4	5.6	6.7	7.8	8.9
08	1.2	2.3	3.4	4.5	5.7	6.8	7.9	8.10
09	1.3	2.3	3.5	4.6	5.8	6.9	7.10	8.11
10	1.4	2.4	3.6	4.7	5.9	6.10	7.11	8.12
11	1.16	2.7	3.2	4.8	5.3	6.18	7.5	8.2
12	1.17	2.20	3.12	4.4	5.14	6.10	7.11	8.11
13	1.19	2.7	3.18	4.13	5.11	6.17	7.16	8.8
14	1.14	2.5	3.16	4.6	5.5	6.10	7.7	8.12
15	1.10	2.14	3.19	4.17	5.6	6.20	7.17	8.19
16	1.7	2.16	3.2	4.3	5.11	6.4	7.12	8.13
17	1.12	2.9	3.8	4.18	5.5	6.19	7.16	8.7
18	1.4	2.10	3.2	4.8	5.1	6.20	7.10	8.11
19	1.5	2.14	3.16	4.18	5.17	6.9	7.12	8.6
20	1.8	2.17	3.17	4.13	5.2	6.14	7.2	8.19
21	1.18	2.12	3.11	4.14	5.5	6.3	7.6	8.20
22	1.15	2.11	3.2	4.3	5.16	6.20	7.7	8.18
23	1.1	2.2	3.3	4.4	5.6	6.7	7.8	8.9

24	1.6	2.5	3.4	4.3	5.4	6.3	7.2	8.1
25	1.2	2.7	3.4	4.15	5.19	6.13	7.18	8.8
26	1.9	2.16	3.17	4.20	5.11	6.7	7.8	8.5
27	1.10	2.6	3.12	4.9	5.3	6.4	7.2	8.14
28	1.7	2.11	3.18	4.12	5.17	6.2	7.20	8.10
29	1.12	2.13	3.14	4.15	5.18	6.19	7.10	8.15
30	1.3	2.4	3.5	4.6	5.10	6.11	7.12	8.13
31	1.19	2.19	3.2	4.9	5.20	6.19	7.18	8.17
32	1.8	2.9	3.10	4.11	5.13	6.14	7.15	8.16
33	1.9	2.10	3.18	4.16	5.12	6.13	7.7	8.19
34	1.3	2.7	3.19	4.9	5.11	6.3	7.15	8.17
35	1.20	2.5	3.14	4.11	5.8	6.8	7.8	8.9
36	1.11	2.16	3.2	4.7	5.9	6.1	7.1	8.13
37	1.12	2.17	3.3	4.8	5.6	6.2	7.2	8.8
38	1.13	2.18	3.4	4.9	5.7	6.3	7.3	8.7
39	1.14	2.19	3.6	4.4	5.1	6.4	7.4	8.6
40	1.15	2.20	3.8	4.3	5.4	6.5	7.5	8.5
41	1.8	2.12	3.17	4.7	5.3	6.11	7.9	8.13
42	1.4	2.8	3.16	4.17	5.2	6.6	7.9	8.10
43	1.11	2.13	3.12	4.7	5.8	6.2	7.3	8.15
44	1.20	2.14	3.11	4.8	5.19	6.1	7.4	8.14
45	1.19	2.15	3.10	4.9	5.20	6.20	7.5	8.13
46	1.18	2.16	3.9	4.10	5.10	6.18	7.6	8.7
47	1.17	2.17	3.8	4.11	5.5	6.17	7.7	8.8
48	1.12	2.7	3.10	4.16	5.17	6.10	7.7	8.17
49	1.2	2.13	3.15	4.9	5.18	6.2	7.18	8.14
50	1.14	2.12	3.13	4.8	5.19	6.20	7.13	8.9
51	1.3	2.5	3.15	4.4	5.4	6.7	7.2	8.11
52	1.11	2.7	3.6	4.6	5.7	6.10	7.20	8.12
53	1.9	2.5	3.19	4.5	5.19	6.11	7.8	8.16

54	1.19	2.3	3.6	4.9	5.13	6.15	7.5	8.11
55	1.5	2.8	3.1	4.10	5.2	6.12	7.10	8.3
56	1.4	2.18	3.13	4.20	5.14	6.20	7.17	8.14
57	1.12	2.17	3.8	4.6	5.4	6.16	7.4	8.16
58	1.20	2.7	3.2	4.19	5.18	6.3	7.8	8.18
59	1.11	2.12	3.16	4.10	5.14	6.6	7.2	8.14
60	1.12	2.19	3.2	4.11	5.15	6.9	7.5	8.7
61	1.19	2.5	3.9	4.6	5.17	6.2	7.2	8.17
62	1.3	2.13	3.1	4.17	5.9	6.1	7.4	8.8
63	1.14	2.8	3.20	4.16	5.19	6.6	7.12	8.5
64	1.12	2.10	3.11	4.10	5.9	6.8	7.11	8.14
65	1.17	2.20	3.14	4.18	5.19	6.15	7.5	8.13
66	1.12	2.7	3.6	4.1	5.1	6.16	7.2	8.4
67	1.9	2.17	3.1	4.5	5.7	6.9	7.4	8.1
68	1.19	2.2	3.5	4.18	5.12	6.16	7.5	8.2
69	1.20	2.1	3.17	4.11	5.6	6.17	7.11	8.7
70	1.9	2.16	3.7	4.9	5.8	6.20	7.8	8.3
71	1.14	2.12	3.1	4.6	5.19	6.2	7.14	8.17
72	1.4	2.10	3.18	4.13	5.3	6.16	7.18	8.15
73	1.13	2.14	3.12	4.11	5.9	6.8	7.1	8.2
74	1.1	2.13	3.14	4.12	5.10	6.9	7.2	8.3
75	1.2	2.1	3.13	4.14	5.11	6.10	7.3	8.4
76	1.3	2.2	3.1	4.13	5.12	6.11	7.4	8.5
77	1.4	2.3	3.2	4.1	5.14	6.12	7.5	8.7
78	1.5	2.4	3.3	4.2	5.13	6.14	7.6	8.6
79	1.13	2.14	3.15	4.17	5.11	6.4	7.20	8.3
80	1.6	2.10	3.19	4.8	5.7	6.1	7.5	8.18
81	1.1	2.3	3.1	4.3	5.3	6.1	7.3	8.1
82	1.4	2.5	3.4	4.2	5.6	6.7	7.8	8.9
83	1.9	2.10	3.2	4.9	5.4	6.16	7.7	8.13

84	1.11	2.11	3.11	4.1	5.11	6.11	7.11	8.11
85	1.13	2.13	3.13	4.13	5.13	6.2	7.2	8.2
86	1.5	2.5	3.5	4.6	5.5	6.6	7.6	8.6
87	1.6	2.7	3.7	4.7	5.7	6.7	7.1	8.1
88	1.14	2.14	3.14	4.14	5.1	6.1	7.14	8.14
89	1.15	2.15	3.15	4.15	5.2	6.15	7.15	8.15
90	1.9	2.17	3.1	4.10	5.15	6.18	7.18	8.18
91	1.5	2.9	3.12	4.3	5.20	6.7	7.2	8.14
92	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.15	7.7	8.13
93	1.17	2.17	3.17	4.17	5.17	6.17	7.17	8.17
94	1.1	2.1	3.1	4.1	5.18	6.18	7.1	8.12
95	1.18	2.10	3.10	4.19	5.6	6.5	7.2	8.6
96	1.13	2.12	3.16	4.1	5.16	6.4	7.13	8.7
97	1.15	2.20	3.1	4.4	5.12	6.11	7.11	8.15
98	1.9	2.7	3.5	4.2	5.9	6.17	7.18	8.3
99	1.3	2.19	3.14	4.8	5.8	6.10	7.16	8.13

Варианты задач для направления 25.03.02 (162500)

Студент-заочник специальности АК (25.03.02 или 162500) в контрольной работе №1 (в первом семестре) должен выполнить 10 задач по двум темам: «МЕХАНИКА» и «МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА»: из них пять (5) задач по механике согласно таблице 2 (см. ниже) и пять (5) задач по термодинамике согласно таблице 3 своего варианта.

Студент должен решить задачи того варианта, номер которого совпадает с последними двумя цифрами его шифра.

Обращаем Ваше внимание, что пять (5) задач по механике в первой контрольной работе необходимо брать из пособия «Физика: ч.1 Физические основы механики». Методическое пособие и контрольные задания. - М. МГТУ ГА, 2009. А пять (5) задач по молекулярной физике и термодинамике - из пособия «Физика: ч.2 Молекулярная физика и термодинамика». Методическое пособие и контрольные задания. - М. МГТУ ГА, 2013.

Соответствующую Таблицу вариантов можно также скачать на сайте МГТУ ГА на странице кафедры физики на вкладке «Заочнику».

Таблица 2

(Задачи размещены в Пособии «Физика: ч.1 «Физические основы механики». Методическое пособие и контрольные задания. - М. МГТУ ГА, 2009)

№№ Вари-анта	Номера задач					№ Вари-анта	Номера задач				
00	2.12	4.8	6.19	7.20	8.13	**24**	2.13	4.12	6.10	7.9	8.2
01	2.5	4.4	6.24	7.2	8.2	**25**	2.1	4.14	6.11	7.10	8.3
02	2.7	4.6	6.7	7.10	8.20	**26**	2.2	4.13	6.12	7.11	8.4
03	2.5	4. 4	6.19	7.11	8.3	**27**	2.3	4.1	6.14	7.12	8.5
04	2.3	4.9	6.13	7.15	8.5	**28**	2.4	4.2	6.13	7.14	8.6
05	2.2	4.10	6.2	7.12	8.10	**29**	2.14	4. 1	6.11	7.4	8.20
06	2.18	4.20	6.14	7.2	8.17	**30**	2. 3	4.8	6.7	7.1	8.5
07	2.17	4.2	6.4	7.16	8.4	**31**	2.3	4.3	6.3	7.1	8.3
08	2.7	4.19	6.18	7. 2	8.8	**32**	2.3	4.2	6.6	7.7	8.8
09	2. 3	4.10	6.14	7. 1	8.2	**33**	2.13	4.12	6.12	7.12	8.12
10	2.19	4.11	6.15	7.9	8. 4	**34**	2.11	4.11	6.11	7.11	8.11
11	2.5	4.2	6.17	7.2	8.2	**35**	2.13	4.13	6.13	7.2	8.2
12	2. 3	4.17	6.9	7.1	8.4	**36**	2.5	4.6	6.5	7.6	8.6
13	2.12	4.16	6.19	7.6	8.12	**37**	2.7	4.7	6.7	7.7	8.1
14	2.13	4.10	6.9	7.8	8.15	**38**	2.14	4.14	6.1	7.1	8.14
15	2.20	4.18	6.19	7.15	8.14	**39**	2.15	4.15	6.2	7.15	8.15
16	2.7	4.1	6.1	7.16	8.2	**40**	2.17	4.10	6.15	7.18	8.18
17	2.17	4.5	6.12	7.9	8.4	**41**	2.13	4.3	6.12	7.7	8.2
18	2.2	4.14	6.12	7.16	8.13	**42**	2.2	4.2	6.2	7.12	8.12
19	2.1	4.11	6.6	7.11	8.11	**43**	2.17	4.17	6.17	7.17	8.17
20	2.14	4.9	6.14	7.20	8.8	**44**	2.1	4.1	6.18	7.18	8.1
21	2.12	4.6	6.19	7.2	8.14	**45**	2. 3	4.19	6. 4	7.5	8.2
22	2.10	4.13	6.3	7.16	8.18	**46**	2.12	4.1	6.16	7.4	8.13
23	2.14	4.11	6.9	7.8	8.1	**47**	2.20	4.4	6.12	7.11	8. 5

48	2.7	4.2	6.9	7.17	8.18	**74**	2.5	4.3	6.4	7.3	8.2
49	2. 5	4.8	6.8	7.10	8.3	**75**	2. 1	4.15	6.19	7.13	8.18
50	2.17	4.2	6. 5	7.18	8.3	**76**	2.16	4.20	6.11	7.7	8.8
51	2.20	4.15	6.10	7.14	8.2	**77**	2.6	4.9	6.2	7.4	8.2
52	2.1	4. 2	6.3	7.8	8.15	**78**	2.11	4.12	6.17	7.2	8.20
53	2.14	4.6	6.15	7.24	8.13	**79**	2.13	4.15	6.18	7.19	8. 1
54	2.15	4.13	6.11	7.15	8.12	**80**	2.4	4.6	6.10	7.11	8.12
55	2.13	4.11	6.6	7.3	8.7	**81**	2.14	4.12	6.20	7.19	8.18
56	2.3	4.12	6.11	7.16	8.11	**82**	2.9	4.11	6.13	7.14	8.15
57	2.1	4.4	6.6	7.7	8.8	**83**	2.10	4.16	6.12	7.13	8.7
58	2.2	4.5	6.7	7.8	8.9	**84**	2.11	4.12	6.11	7.3	8.15
59	2.3	4.6	6.8	7.9	8.10	**85**	2.5	4.11	6.8	7.17	8.8
60	2.4	4.7	6.9	7.10	8.11	**86**	2.16	4.7	6.9	7.1	8.1
61	2.11	4.8	6.3	7.18	8.14	**87**	2.17	4.8	6.6	7.2	8.2
62	2.20	4.4	6.14	7.10	8.15	**88**	2.18	4.9	6.7	7.3	8.3
63	2.7	4.13	6.11	7.17	8.2	**89**	2.19	4.4	6.13	7.4	8.4
64	2. 1	4.6	6.5	7.10	8.12	**90**	2.20	4.3	6.21	7.5	8.5
65	2.14	4. 1	6.6	7.20	8.17	**91**	2.12	4.7	6.3	7.11	8.5
66	2.16	4.3	6.11	7.4	8.12	**92**	2.2	4.11	6.13	7.6	8.9
67	2.9	4.2	6.5	7.19	8.16	**93**	2.13	4.7	6.8	7.2	8.3
68	2.3	4.8	6.2	7.20	8.2	**94**	2.14	4.8	6.19	7.1	8.4
69	2.14	4.18	6.17	7.9	8.12	**95**	2.15	4.9	6.20	7.18	8.5
70	2.17	4.13	6.3	7.14	8.2	**96**	2.16	4.10	6.11	7. 4	8.6
71	2.12	4.2	6.5	7.2	8.6	**97**	2.17	4.11	6.12	7.2	8.7
72	2.11	4.3	6.16	7.20	8.2	**98**	2.7	4.16	6.17	7.10	8.7
73	2.2	4.4	6.6	7.7	8.8	**99**	2.2	4.9	6.18	7.13	8.18

(**Таблица 3**

(Задачи размещены в настоящем пособии «Физика: ч. II. Молекулярная физика и термодинамика»)

№№ Вари-анта	Номера задач					№№ Вари-анта	Номера задач				
00	2.17	3.2	4.17	5.9	7.3	**25**	2.7	3.4	4.15	5.19	7.18
01	2.20	3.17	4.15	5.10	7.7	**26**	2.16	3.17	4.20	5.11	7.8
02	2.7	3.14	4.9	5.3	7.15	**27**	2.6	3.12	4.9	5.3	7.2
03	2.14	3.16	4.6	5.15	7.16	**28**	2.11	3.18	4.12	5.17	7.20
04	2.19	3.4	4.13	5.18	7.12	**29**	2.13	3.14	4.15	5.18	7.10
05	2.10	3.4	4.17	5.6	7.7	**30**	2.4	3.5	4.6	5.10	7.12
06	2.3	3.14	4.12	5.20	7.11	**31**	2.19	3.2	4.9	5.20	7.18
07	2.1	3.3	4.4	5.6	7.8	**32**	2.9	3.10	4.11	5.13	7.15
08	2.3	3.4	4.5	5.7	7.9	**33**	2.10	3.18	4.16	5.12	7.7
09	2.3	3.5	4.6	5.8	7.10	**34**	2.7	3.19	4.9	5.11	7.15
10	2.4	3.6	4.7	5.9	7.11	**35**	2.5	3.14	4.11	5.8	7.8
11	2.7	3.2	4.8	5.3	7.5	**36**	2.16	3.2	4.7	5.9	7.1
12	2.20	3.12	4.4	5.14	7.11	**37**	2.17	3.3	4.8	5.6	7.2
13	2.7	3.18	4.13	5.11	7.16	**38**	2.18	3.4	4.9	5.7	7.3
14	2.5	3.16	4.6	5.5	7.7	**39**	2.19	3.6	4.4	5.1	7.4
15	2.14	3.19	4.17	5.6	7.17	**40**	2.20	3.8	4.3	5.4	7.5
16	2.16	3.2	4.3	5.11	7.12	**41**	2.12	3.17	4.7	5.3	7.9
17	2.9	3.8	4.18	5.5	7.16	**42**	2.8	3.16	4.17	5.2	7.9
18	2.10	3.2	4.8	5.1	7.10	**43**	2.13	3.12	4.7	5.8	7.3
19	2.14	3.16	4.18	5.17	7.12	**44**	2.14	3.11	4.8	5.19	7.4
20	2.17	3.17	4.13	5.4	7.2	**45**	2.15	3.10	4.9	5.20	7.5
21	2.12	3.11	4.14	5.5	7.6	**46**	2.16	3.9	4.10	5.10	7.6
22	2.11	3.2	4.3	5.16	7.7	**47**	2.17	3.8	4.11	5.5	7.7
23	2.2	3.3	4.4	5.6	7.8	**48**	2.7	3.10	4.16	5.17	7.7

24	2.5	3.4	4.3	5.4	7.2	**49**	2.13	3.15	4.9	5.18	7.18
50	2.12	3.13	4.8	5.19	7.13	**76**	2.2	3.1	4.13	5.12	7.4
51	2.5	3.15	4.4	5.4	7.2	**77**	2.3	3.2	4.1	5.14	7.5
52	2.7	3.6	4.6	5.7	7.20	**78**	2.4	3.3	4.2	5.13	7.6
53	2.5	3.19	4.5	5.19	7.8	**79**	2.14	3.15	4.17	5.11	7.20
54	2.3	3.6	4.9	5.13	7.5	**80**	2.10	3.19	4.8	5.7	7.5
55	2.8	3.1	4.10	5.2	7.10	**81**	2.3	3.1	4.3	5.3	7.3
56	2.18	3.13	4.20	5.14	7.17	**82**	2.5	3.4	4.2	5.6	7.8
57	2.17	3.8	4.6	5.4	7.4	**83**	2.10	3.2	4.9	5.4	7.7
58	2.7	3.2	4.19	5.18	7.8	**84**	2.11	3.11	4.1	5.11	7.11
59	2.12	3.16	4.10	5.14	7.2	**85**	2.13	3.13	4.13	5.13	7.2
60	2.19	3.2	4.11	5.15	7.5	**86**	2.5	3.5	4.6	5.5	7.6
61	2.5	3.9	4.6	5.17	7.2	**87**	2.7	3.7	4.7	5.7	7.1
62	2.13	3.1	4.17	5.9	7.4	**88**	2.14	3.14	4.14	5.1	7.14
63	2.8	3.20	4.16	5.19	7.12	**89**	2.15	3.15	4.15	5.2	7.15
64	2.10	3.11	4.10	5.9	7.11	**90**	2.17	3.1	4.10	5.15	7.18
65	2.20	3.14	4.18	5.19	7.5	**91**	2.9	3.12	4.3	5.20	7.2
66	2.7	3.6	4.1	5.1	7.2	**92**	2.2	3.2	4.2	5.2	7.7
67	2.17	3.1	4.5	5.7	7.4	**93**	2.17	3.17	4.17	5.17	7.17
68	2.2	3.5	4.18	5.12	7.5	**94**	2.1	3.1	4.1	5.18	7.1
69	2.1	3.17	4.11	5.6	7.11	**95**	2.10	3.10	4.19	5.6	7.2
70	2.16	3.7	4.9	5.8	7.8	**96**	2.12	3.16	4.1	5.16	7.13
71	2.12	3.1	4.6	5.19	7.14	**97**	2.20	3.1	4.4	5.12	7.11
72	2.10	3.18	4.13	5.3	7.18	**98**	2.7	3.5	4.2	5.9	7.18
73	2.14	3.12	4.11	5.9	7.1	**99**	2.19	3.14	4.8	5.8	7.16
74	2.13	3.14	4.12	5.10	7.2						
75	2.1	3.13	4.14	5.11	7.3						

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Подписано в печать 04.04.14 г.

Печать офсетная	Формат 60х84/16	3,56 уч.-изд. л.
3,72 усл.печ.л.	Заказ № 1799/	Тираж 200 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а