# СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Раздел 1. Учебный план	4
Раздел 2. Основные сведения о дисциплине	5
Раздел 3. Рекомендуемая литература	6
Раздел 4. Электронные средства информации	6
Раздел 5. Электронный адрес кафедры физики для консультаций	7
Раздел 6. Структура дисциплины	7
Раздел 7. Учебная программа дисциплины «Физические основы современных технологий» и методические указания к изучению тем программы	8
Раздел 8. Терминология (понятийный аппарат)	14
Раздел 9. Практические занятия	15
Раздел 10. Контрольная работа	15
Приложения	46

# **ВВЕДЕНИЕ**

Дисциплина «Физические основы современных технологий» (ФОСТ) относится к математическому и естественнонаучному циклу дисциплин (код УЦ ООП Б.2.7). Она является непосредственным продолжением дисциплины «Физика» и развивает рассматриваемые в физике проблемы на основе современных концепций и технических приложений. Круг вопросов ФОСТ тесно связан с философией, использует ее законы и подкрепляет эти законы примерами. Являясь частью современной физики как фундаментальной дисциплины, дисциплина ФОСТ логически, содержательно и методически взаимосвязана с другими дисциплинами, модулями и практиками ООП. Дисциплина «Физические основы современных технологий» готовит студентов к эксплуатационной, исследовательской, конструкторской и технологической деятельности на основе использования последних достижений науки и техники, развивает способность использовать в познавательной и профессиональной деятельности современные знания из области естественных наук.

Предлагаемое издание содержит методические указания по изучению дисциплины «Физические основы современных технологий», изучаемой на втором курсе обучения, для студентов направления 162300 заочной формы обучения.

# РАЗДЕЛ 1. УЧЕБНЫЙ ПЛАН

# дисциплины «Физические основы современных технологий» направления 162300 (2-й курс)

-	насов по му пла- ДО	Объем и р	аспределен занятий		ных часов	Виды СРС			Форма итогового
Общие	Аудит.	Аудит.	Лекции	П3 и С3	ЛЗ	КП		Контр. работа	-
108	54	12	8	4	-	-	-	1	Зачет

# РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

**Целями** освоения дисциплины «Физические основы современных технологий» являются:

- формирование целостного представления о процессах и явлениях, лежащих в основе работы современной техники, о фундаментальных физических законах управляющих ими, о возможностях современных методов познания природы;
- подготовка специалистов к смене технологий;
- овладение знаниями по физическим основам современных технологий для освоения общепрофессиональных и специальных дисциплин.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

#### • Знать:

- перспективы применения новейших достижений физической науки в наукоемких сферах;
- физические законы, явления и процессы, лежащие в основе современной техники и диагностики технического состояния летательных аппаратов;
- физические основы работы современных электротехнических приборов и устройств ГА;
- физические основы техносферной безопасности.

#### Уметь:

- использовать новую технику в производственной деятельности;
- квалифицированно подходить к постановке задач, выбору объектов исследования в связи с их строением и структурой при решении научных, научноприкладных и технологических проблем;
- пользоваться общенаучной и специальной литературой, раскрывающей принципы работы новой техники.

#### • Владеть:

- культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию современной научной информации, постановке цели и выбору путей ее достижения:
- методами научно обоснованного выбора соответствующей технологии контроля состояния элементов авиационной техники, наиболее подходящей для решения конкретной задачи.

Базовыми дисциплинами для ФОСТ являются: классический курс физики, математический анализ, алгебра и геометрия, философия. Обучающийся должен владеть знаниями курса физики и математики по программам среднего образования и технического вуза.

Освоение курса ФОСТ необходимо как предшествующее для формируемых дисциплин: техническая диагностика, основы теории технического обслуживания, технологические процессы технического обслуживания, электротехника, электроника, конструкция и прочность самолета/вертолета, основы конструкции и прочности ЛА и Д, техническая эксплуатация ЛА и Д, производство и ремонт ЛА и Д.

#### РАЗДЕЛ 3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

#### 3.1. Основная литература

- 3.1.1. Учебники, учебные пособия (в том числе в электронном виде)
- 1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 2010. Кн. 3 и 5.
- 2. Лозовский В.Н., Константинова Г.С., Лозовский С.В. Нанотехнология в электронике. Введение в специальность: учебное пособие. 2-е изд., испр. СПб.: Изд-во «Лань», 2008.
- 3. Ковшов А.Н., Назаров Ю.Ф., Ибрагимов И.М. Основы нанотехнологии в технике: учебное пособие. МГОУ, 2006. <a href="www.iqlib.ru">www.iqlib.ru</a>
- 4. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Физматлит, 2008.

# 3.1.2. Литература по выполнению контрольных работ

5. Бутюгин М.А., Новиков С.М., Спасибкина С.Н Физические основы современных технологий. – М.: МГТУ ГА, 2014. *е*-ресурс МГТУ ГА.

# 3.2. Дополнительная литература

- 6. Рыбалкина М. Нанотехнологии для всех. М.: Nanotechnology News Network, 2005. www.nanonewsnet.ru
- 7. Лебедев А.Н. Физика полупроводниковых приборов. М.: Физматлит, 2008.

Пособия выдаются в деканате перед началом семестра, а также размещены на сайте университета (e-ресурс) или на странице кафедры физики на вкладке «Студенту-заочнику»: <a href="http://www.mstuca.ru/about/structure/kafedral/">http://www.mstuca.ru/about/structure/kafedral/</a> .

# РАЗДЕЛ 4. ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА ИНФОРМАЦИИ

# **4.1.** Электронные библиотечные ресурсы МГТУ ГА http://www.mstuca.ru/biblio/

# 4.2. Перечень адресов порталов и сайтов в Интернете, содержащих учебную информацию по дисциплине:

- 1. www.nanonewsnet.ru
- 2. www.rusnanonet.ru
- 3. www.nanomet.ru
- 4. www.nature.web.ru

# 4.3. Справочники, учебники и учебные пособия

- 1. Третьяков Ю.Д. Нанотехнологии. Азбука для всех. М.: Физматлит, 2009. www.nanometer.ru
- 2. Образовательные ресурсы Интернета. <a href="http://www.alleng.ru/edu/phys9.htm">http://www.alleng.ru/edu/phys9.htm</a>

# РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕКТРОННЫЙ АДРЕС КАФЕДРЫ ФИЗИКИ ДЛЯ КОНСУЛЬТАЦИЙ

#### kf@mstuca.aero

# РАЗДЕЛ 6. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

- **Тема 1.** Введение. Основные тенденции развития современных технологий при эксплуатации авиационной техники.
- Тема 2. Квантовые размерные эффекты в современных технологиях.
- Тема 3. Кристаллы.
- Тема 4. Тепловые свойства твердых тел.
- Тема 5. Оптические квантовые генераторы.
- Тема 6. Полупроводниковые материалы и их применение.
- **Тема 7.** Кристаллы со свойствами, обусловленными анизотропией. Упорядоченные молекулярные материалы жидкие кристаллы.
- **Тема 8.** Магнитные свойства вещества. Технологический контроль структуры ферромагнитных материалов.
- Тема 9. Оптические свойства кристаллов.
- Тема 10. Упругие волны в твердых телах. Ультразвуковые колебания.
- Тема 11. Инструменты нанотехнологий.
- Тема 12. Плазменные технологии.
- Тема 13. Материалы нанотехнологий.
- Тема 14. Контактные и термоэлектрические явления.
- Тема 15. Рентгеновская спектроскопия наноматериалов.
- Тема 16. Спектральные методы исследования структуры наноматериалов.
- Тема 17. Вакуумные системы и технологии.

# РАЗДЕЛ 7. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ» И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕМ ПРОГРАММЫ

# Тема 1. Введение.

Основные тенденции развития современных технологий при эксплуатации авиационной техники (AT). Цели и задачи курса «Физические основы современных технологий». Предмет ФОСТ. Основные понятия и терминология. Роль фундаментальных закономерностей, определяющих особенности развития технологии производства AT. Экономические и технологические основы контроля состояния узлов и агрегатов AT.

# Тема 2. Квантовые размерные эффекты в современных технологиях.

Квантовые размерные эффекты в современных технологиях. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Прохождение частицами потенциальных барьеров. Туннельный эффект. Пространственное распределение пси-функции в атоме водорода. Объяснение химических свойств элементов в квантовой теории. Связь атомов в молекулах. Ионная и ковалентная связи. Измерительная техника, работа которой основана на туннельном эффекте.

**Литература:** [1, кн. 5, стр. 85 - 101; 2, стр. 71 - 78].

**Центральные вопросы темы:** основное уравнение квантовой механики – уравнение Шредингера, туннельный эффект, связь атомов в молекулах.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Условия проявления квантовых размерных эффектов.
- 2. Что определяют квантовые числа в атомах?
- 3. Какие виды связи возникают в молекулах?
- 4. Что такое туннельный эффект?

# Тема 3. Кристаллы.

Кристаллическое состояние вещества. Кристаллические решетки. Пространственные группы и кристаллические классы. Симметрия кристаллов. Индексы Миллера. Дефекты в кристаллах. Точечные дефекты в кристаллах. Краевые и винтовые дислокации. Дислокации и пластичность. Металлические нанокластеры. Цеолиты. Технологии выращивания кристаллов. Применение направленной кристаллизации в авиастроении.

**Литература:** [1, кн. 3, стр. 129 – 143].

**Центральные вопросы темы:** кристаллическая решетка, пространственные группы и кристаллические классы, симметрии кристаллов, механизмы роста кристаллов.

#### Вопросы для самоконтроля

- 1. Какие типы решеток образуют кристаллические структуры?
- 2. Что определяют индексы Миллера в кристаллах?
- 3. Какие дефекты возникают в структуре кристаллов?
- 4. Как выращивают кристаллы?
- 5. Поясните процесс направленной кристаллизации.

# Тема 4. Тепловые свойства твердых тел.

Законы излучения абсолютно черного тела. Теплоемкость кристаллических тел. Теплопроводность. Оптическая пирометрия. Тепловые методы неразрушающего контроля и их применение в АТ.

**Литература:** [1, кн. 5, стр. 30 – 35, 200 – 217].

**Центральные вопросы темы:** законы излучения абсолютно черного тела, теплоемкость тел, теплопроводность.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Какие частицы относятся к классу бозонов?
- 2. Нарисуйте график, поясняющий закон излучения Планка.
- 3. Как максимум спектральной плотности излучения черного тела связан с температурой?

# Тема 5. Оптические квантовые генераторы.

Оптический квантовый генерато (лазер). Спонтанное и вынужденное излучение. Твердотельные лазеры. Газовые лазеры. Полупроводниковые лазеры. Процесс генерации. Свойства лазерного излучения. Взаимодействие лазерного излучения с веществом. Применение лазеров в современных технологиях. ОКГ в измерительной технике. Лазерные гироскопы. Принцип работы лазерных гироскопов. Голография.

**Литература:** [1, кн. 5, стр. 167 – 179; 2, стр. 110 –113].

**Центральные вопросы темы:** инверсия заселенности энергетических уровней, трехуровневый рубиновый лазер, свойства лазерного излучения.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. В чем различие между спонтанным и вынужденным излучением?
- 2. Поясните принцип работы трехуровневого лазера.
- 3. Свойства лазерного излучения.
- 4. Поясните понятие инверсной заселенности.

# Тема 6. Полупроводниковые материалы и их применение.

Энергетические уровни в атомах и энергетические зоны в кристаллах. Зоны Бриллюэна. Энергетические зоны и проводимость. Проводники, диэлектрики и полупроводники. Собственная проводимость полупроводников и ее зави-

симость от температуры. Примесная проводимость полупроводников. Полупроводниковые приборы. Терморезисторы. Магниторезисторы.

**Литература:** [1, кн. 5, стр. 224 – 250; 2, стр. 83 –100].

**Центральные вопросы темы:** энергетические зоны в кристаллах, зона проводимости, запрещенная зона, сверхпроводимость.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Что такое валентная зона, свободная зона, запрещенная зона?
- 2. В чем различие расположения электронов по энергетическим зонам в атомах проводников, диэлектриков, полупроводников?
- 3. Какие носители зарядов обеспечивают проводимость полупроводников?
- 4. Чем отличается металл от диэлектрика с точки зрения зонной теории?
- 5. Как изменяется электропроводность собственных полупроводников при увеличении температуры?
- 6. Что такое энергия Ферми?

# **Тема 7. Кристаллы со свойствами, обусловленными анизотропией. Упорядоченные молекулярные материалы - жидкие кристаллы.**

Поляризация диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость. Сегнетоэлектрики. Особенности кристаллической структуры сегнетоэлектриков. Пьезоэффект. Применение пьезоэлементов. МЭМС-гироскопы.

Жидкие кристаллы (ЖК). Основные определения и свойства жидких кристаллов. Смектические и нематические структуры. Влияние электромагнитных полей на структурные свойства жидких кристаллов. Эффекты бистабильного электрооптического переключения. Применение ЖК в современных технологиях. Электрореологические жидкости.

*Литература:* [1, кн. 2, стр. 72 – 98].

**Центральные вопросы темы:** сегнетоэлектрики, пьезоэффект, жидкие кристаллы.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Какую особенность имеют кристаллические структуры сегнетоэлектриков?
- 2. Как возникает пьезоэлектричество?
- 3. Какие типы структур имеют жидкие кристаллы?
- 4. Как влияют электромагнитные поля на структурные свойства жидких кристаллов?
- 5. Поясните принципиальную схему работы пикселя в ЖК мониторе.

#### Тема 8. Магнитные свойства вещества.

# Технологический контроль структуры ферромагнитных материалов.

Магнитные свойства атома. Магнетон Бора. Ядерный магнетон. Гиромагнитное отношение. Диамагнетизм. Парамагнетизм. Ферромагнетизм. Магнитная проницаемость. Гистерезис ферромагнетиков. Доменная структура ферро-

магнетиков. Ферромагнитные материалы и их свойства. Магнитореологические жидкости. Технологический контроль структуры ферромагнитных материалов.

**Литература:** [1, кн. 2, стр. 196 – 214, кн. 5, стр. 129 – 140].

**Центральные вопросы темы:** магнитный момент атома, диамагнетизм, парамагнетизм, ферромагнетизм.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Поясните появление магнитного момента у атома.
- 2. Поясните природу парамагнетизма вещества.
- 3. Поясните природу ферромагнетизма.
- 4. Что характеризует коэрцитивная сила?

# Тема 9. Оптические свойства кристаллов.

Геометрическая оптика. Оптические приборы. Разрешающая способность оптических приборов. Плоские волны в кристаллах. Поляризация волн. Поляризационные фильтры. Эллипсометрия. Дифракция света. Ближнепольный оптический микроскоп. Оптикоэлектронные волоконные информационные системы. Метаматериалы.

*Литература:* [1, кн. 4, стр. 57 – 91].

**Центральные вопросы темы:** оптические приборы, разрешающая способность оптических приборов, поляризация волн, дифракция света.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Какие волны называются поляризованными?
- 2. По каким базисным состояниям можно разложить циркулярно поляризованную волну?
- 3. В чем суть дифракции электромагнитных волн?
- 4. В чем заключается метод зон Френеля?

# Тема 10. Упругие волны в твердых телах. Ультразвуковые колебания

Волновое уравнение. Скорость упругих волн в твердых телах. Поверхностные волны. Вектор Умова. Энергия упругих волн. Эффект Доплера. Ультразвуковые волны. Ультразвуковая обработка материалов. Ультразвук и его применение для контроля узлов и агрегатов АТ.

**Литература:** [1, кн. 4, стр.7 – 38].

**Центральные вопросы темы:** упругие волны в твердых телах, волновое уравнение, ультразвук.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Каков физический смысл вектора Умова?
- 2. Каков диапазон длин волн ультразвука?
- 3. Какие характеристики среды определяют скорость упругих волн?
- 4. В чем состоит эффект Доплера?

# Тема 11. Инструменты нанотехнологий

Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла. Датчики Холла. Масс-спектроскопия. Магнитные линзы. Электронные микроскопы. Растровый электронный микроскоп. Сканирующий зондовый микроскоп.

**Литература:** [1, кн. 2, стр. 240 – 268, 276 – 279].

**Центральные вопросы темы:** движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях, эффект Холла, разрешающая способность электронных микроскопов.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Поясните характер движения заряженной частицы в электрических и магнитных полях.
- 2. Как используется туннельный эффект в зондовом микроскопе?
- 3. Объясните принцип работы масс-спектрометра.
- 4. Как возникает ЭДС Холла?
- 5. Объясните принцип работы электронного микроскопа.

#### Тема 12. Плазменные технологии.

Плазменное состояние вещества. Условия существования плазмы. Магнетронная плазма. Пылевая плазма. Применение кластеров для образования тонких пленок. Молекулярная эпитаксия. Литография. Плазменная сварка и резка материалов. Ионные и плазменные двигатели.

*Литература:* [1, кн. 2, стр. 295 – 300].

**Центральные вопросы темы:** виды плазменного состояния вещества, плазменные технологии.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Дайте определение плазменного состояния вещества.
- 2. Что такое магнетронная плазма?
- 3. Что такое пылевая плазма?
- 4. Условия возникновения и существования плазмы.

# Тема 13. Материалы нанотехнологий

Квазикристаллы. Фуллерены, углеродные нанотрубки, графены; их свойства, способы получения и перспективы применения. Топливные ячейки. Свойства наночастиц. Алмазоиды. Углеродная наноэлектроника.

**Литература** [2, стр. 240 –295].

**Центральные вопросы темы:** углеродные наноструктуры, кластеры.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Как получают углеродные наноструктуры?
- 2. Какая структура называется фуллереном?

- 3. Каковы основные свойства нанотрубок?
- 4. Какая структура называется графеном?

# Тема 14. Контактные и термоэлектрические явления

Контактная разность потенциалов. Термоэлектрические явления. Эффект Зеебека. Явление Пельтье. Термо-ЭДС. Прямое преобразование тепловой энергии в электрическую. Термоэмиссионные и термоэлектрические преобразователи. Контакт p и n полупроводников. p-n-переход. Гетеропереходы. Вольтамперная характеристика p-n-перехода. Диоды. Транзисторы. Резонанснотуннельные диоды.

*Литература* [1, кн. 5, стр. 251 – 268].

**Центральные вопросы темы:** контактная разность потенциалов, термо-ЭДС. **Вопросы для самоконтроля** 

- 1. Поясните понятие работы выхода электронов из металлов.
- 2. Каковы причины появления контактной разности потенциалов?
- 3. Принцип работы полупроводникового диода.
- 4. Принцип работы термоэмиссионных генераторов электроэнергии.
- 5. Принцип работы термоэлектрических генераторов электроэнергии.

# Тема 15. Рентгеновская спектроскопия наноматериалов.

Рентгеновское излучение. Закон Мозли. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решетке. Условие Брэгга -Вульфа. Уравнения Лауэ. Методы регистрации рентгеновского спектра. Рентгеновская литография. Поглощение рентгеновского излучения. Закон Бугера. Рентгеновские методы анализа в технологических процессах.

**Литература:** [1, кн 2. стр.285 – 290, кн. 5, стр. 35 – 37, 152 – 155].

**Центральные вопросы темы:** рентгеновское излучение, условие Брэгга-Вульфа, закон Бугера.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Способы получения рентгеновского излучения.
- 2. Объясните возникновение коротковолновой границы рентгеновского излучения.
- 3. Как регистрируется рентгеновское излучение?
- 4. Что такое характеристическое рентгеновское излучение?

# Тема 16. Спектральные методы исследования структуры наноматериалов.

Электронный парамагнитный резонанс. Ядерный магнитный резонанс. Ядерный гамма-резонанс (эффект Мёссбауэра).

**Литература** [1, кн. 5, стр. 140 – 142, 193 – 199].

**Центральные вопросы темы:** электронный парамагнитный резонанс, ядерный магнитный резонанс, ядерный гамма-резонанс (эффект Мёссбауэра).

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Объясните явление электронного парамагнитного резонанса.
- 2. Объясните явление ядерного магнитного резонанса.
- 3. Объясните явление ядерного гамма-резонанса.
- 4. Можно ли наблюдать ядерный гамма резонанс на свободных атомах?

# Тема 17. Вакуумные системы и технологии.

Физические основы вакуумных систем. Вакуумные насосы. Измерительные приборы для вакуумных систем. Применение вакуумных технологий в АТ.

**Литература** [1, кн. 3, стр. 194 – 196].

**Центральные вопросы темы:** ультраразреженные газы, физические основы вакуумных систем.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Чем объясняются особенности поведения ультраразреженных газов?
- 1. Объясните работу диффузионного вакуумного насоса.
- 2. Объясните работу гетероионного вакуумного насоса.
- 3. Какие методы положены в основу измерения вакуума?

# РАЗДЕЛ 8. ТЕРМИНОЛОГИЯ (ПОНЯТИЙНЫЙ АППАРАТ)

<u>Гетеропереход</u> – контакт двух различных полупроводников.

<u>Графен</u> – двумерная модификация углерода.

<u>Жидкие кристаллы</u> – вещества, в которых структурная упорядоченность является промежуточной между упорядоченностью обычных жидкостей и твердых кристаллических тел.

<u>Квантовые размерные эффекты</u> – эффекты, проявляющиеся в частицах с характерным размером менее 10 нм, при которых электроны ведут себя подобно электронам в изолированном атоме.

**Нанотехнологии** – совокупность процессов, позволяющих создавать материалы, устройства и технические системы, функционирование которых определяется наноструктурой, т.е. упорядоченными фрагментами размером от 1 до 100 нм.

<u>Наноэлектроника</u> — формирующаяся сегодня область техники, которая занимается разработкой физических и технологических основ создания интегральных электронных схем с характерными размерами элементов менее 100 нм.

<u>Оптоэлектроника</u> — научно-техническое направление, в котором используются эффекты взаимного преобразования электрических и оптических сигналов в веществе и на этой основе создаются устройства для генерации, передачи, хранения, обработки и отображения информации.

**Туннельный эффект** — преодоление частицей потенциального барьера в случае, когда ее полная энергия меньше высоты барьера.

<u>Фотонные кристаллы</u> — оптическая среда с периодическим изменением коэффициента преломления в масштабе, сопоставимом с длиной волны света.

Фуллерен – молекула углерода, имеющая форму покрышки футбольного мяча.

# РАЗДЕЛ 9. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (4 часа)

Тема занятия 1. Элементы кристаллографии.

Тема занятия 2. Упругие волны. Акустика.

# РАЗДЕЛ 10. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

В процессе заочной формы обучения выполнение домашних контрольных заданий является необходимой практической основой при изучении дисциплины. Решение задач способствует приобщению студента к самостоятельной творческой работе, учит анализировать физические явления, отвлекаясь от случайных и несущественных деталей. Важную роль в развитии умений будущих специалистов, в приобретении ими практических навыков играет самостоятельная работа студентов над решением задач.

Предлагаемое издание содержит варианты контрольной работы по дисциплине «Физические основы современных технологий» (ФОСТ) для самостоятельной работы студентов второго курса заочного отделения направления 162300. При составлении вариантов заданий не преследовалась цель наиболее полного охвата всех типов задач по той или иной теме. Распределение задач по вариантам обеспечивает студентам индивидуальные наборы наиболее типичных для каждой темы задач. Для повышения эффективности самостоятельной работы студента в начале каждой темы приведены краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы, методические указания к решению задач и подробно разобраны примеры их решения. В Приложении приведены необходимые для решения задач справочные материалы.

Все справочные материалы и решения примеров приведены в Международной системе единиц (СИ).

# 10.1. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом дисциплины «Физические основы современных технологий» направления 162300 каждый студент выполняет одну контрольную работу плановой трудоемкостью 32 часа по следующим темам:

- 1. Элементы кристаллографии.
- 2. Волны в упругой среде. Акустика.
- 3. Электрические свойства тел.

- 4. Магнитные свойства вещества.
- 5. Электроны в металлах и полупроводниках. Эффект Холла, *p-n*-переход.
- 6. Прохождение частиц через потенциальный барьер.
- 7. Рентгеновское излучение.
- 8. Ядерный гамма-резонанс. Электронный парамагнитный резонанс. Ядерный магнитный резонанс.

При оформлении контрольных работ студенту-заочнику необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы выполняются шариковой ручкой с черной или синей пастой в обычной школьной тетради (12 страниц в клетку), на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

Контрольная работа по курсу «Физические основы современных технологий»

# Вариант № 5

# Студентки заочного факультета МГТУ ГА Сахаровой Е.А. Шифр М – 037345

Адрес: г. Москва, ул. Верхняя, дом 17, кв.1

- 2. Выбор варианта задания осуществляется в соответствии с присвоенным студенту на период обучения номером Шифра.
- 3. Студент-заочник должен решить **восемь (8) задач** того варианта, номер которого совпадает с двумя последними цифрами его **Шифра**. Задачи варианта выбираются по **табл. 1,** приведенной ниже.
- 4. Условия задач переписываются в тетрадь полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради обязательно оставляются поля шириной 3-4 см.
- 5. Решение задач и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями.
- 6. Решение задач рекомендуется сначала сделать в общем виде, а затем произвести численные расчеты.

Задания, оформленные с нарушением этих требований или содержащие ошибки, возвращаются на доработку, которая выполняется в той же тетради.

Таблица 1

Bap. №	Темы рабочей программы и номера задач								
00	<u>1.1</u>	<u>2.1</u>	3.2	<u>4.8</u>	<u>5.3</u>	<u>6.1</u>	7.2	<u>8.1</u>	
01	<u>1.3</u>	<u>2.5</u>	3.1	4.4	<u>5.6</u>	<u>6.2</u>	7.2	<u>8.2</u>	
02	<u>1.10</u>	2.7	<u>3.6</u>	<u>4.6</u>	<u>5.2</u>	<u>6.7</u>	<u>7.1</u>	<u>8.10</u>	
03	<u>1.1</u>	<u>2.5</u>	<u>3.1</u>	<u>4.2</u>	<u>5.10</u>	<u>6.1</u>	<u>7.8</u>	<u>8.3</u>	
04	<u>1.5</u>	<u>2.3</u>	<u>3.6</u>	<u>4.9</u>	<u>5. 4</u>	<u>6.3</u>	<u>7.5</u>	<u>8.5</u>	
05	<u>1.9</u>	<u>2.2</u>	<u>3.2</u>	4.10	<u>5.1</u>	<u>6.2</u>	<u>7. 2</u>	8.10	
06	<u>1.4</u>	<u>2.8</u>	<u>3.3</u>	4.2	<u>5.5</u>	<u>6.4</u>	<u>7.2</u>	<u>8.7</u>	
07	<u>1.2</u>	<u>2.1</u>	<u>3.8</u>	<u>4.4</u>	<u>5.8</u>	<u>6.4</u>	<u>7.6</u>	<u>8.4</u>	
08	<u>1.10</u>	2.7	<u>3.4</u>	<u>4.9</u>	<u>5.6</u>	<u>6.8</u>	<u>7.7</u>	<u>8.8</u>	
09	<u>1.1</u>	2.8	<u>3.6</u>	<u>4.10</u>	<u>5.7</u>	<u>6.4</u>	<u>7.2</u>	8.2	
10	<u>1.2</u>	<u>2.9</u>	<u>3.2</u>	<u>4.1</u>	<u>5.4</u>	<u>6.5</u>	<u>7.9</u>	<u>8.4</u>	
11	<u>1.5</u>	<u>2.5</u>	<u>3.9</u>	<u>4.6</u>	<u>5.5</u>	<u>6.7</u>	<u>7.2</u>	8.2	
12	<u>1.8</u>	2.7	<u>3.7</u>	<u>4.7</u>	<u>5.8</u>	<u>6.9</u>	<u>7.1</u>	<u>8.4</u>	
13	<u>1.4</u>	<u>2.2</u>	<u>3.5</u>	<u>4.6</u>	<u>5.6</u>	<u>6.9</u>	<u>7.6</u>	<u>8.1</u>	
14	<u>1.2</u>	2.3	<u>3.6</u>	4.10	<u>5.3</u>	<u>6.9</u>	<u>7.8</u>	<u>8.7</u>	
15	<u>1.7</u>	2.10	<u>3.8</u>	<u>4.8</u>	<u>5.5</u>	<u>6.1</u>	<u>7.5</u>	<u>8.4</u>	
16	<u>1.2</u>	<u>2.7</u>	<u>3.6</u>	<u>4.1</u>	<u>5.1</u>	<u>6.7</u>	<u>7.6</u>	8.2	
17	<u>1.3</u>	2.1	<u>3.1</u>	<u>4.5</u>	<u>5.10</u>	<u>6.2</u>	<u>7.9</u>	<u>8.4</u>	
18	<u>1.5</u>	2.2	<u>3.5</u>	<u>4.4</u>	<u>5.9</u>	<u>6.1</u>	<u>7.6</u>	<u>8.3</u>	
19	<u>1.10</u>	<u>2.6</u>	<u>3.3</u>	<u>4.1</u>	<u>5.3</u>	<u>6.6</u>	<u>7.4</u>	8.10	
20	<u>1.9</u>	<u>2.4</u>	<u>3.7</u>	<u>4.9</u>	<u>5.2</u>	<u>6.4</u>	<u>7.3</u>	<u>8.8</u>	
21	<u>1.8</u>	<u>2.5</u>	<u>3.2</u>	<u>4.6</u>	<u>5.8</u>	<u>6.9</u>	<u>7.2</u>	<u>8.4</u>	
22	<u>1.4</u>	<u>2.10</u>	<u>3.8</u>	<u>4.3</u>	<u>5.5</u>	<u>6.3</u>	<u>7.6</u>	<u>8.8</u>	
23	<u>1.3</u>	2.6	3.2	4.10	<u>5.10</u>	<u>6.9</u>	<u>7.8</u>	<u>8.1</u>	
24	<u>1.1</u>	<u>2.1</u>	<u>3.4</u>	<u>4.1</u>	<u>5.1</u>	<u>6.10</u>	<u>7.9</u>	<u>8.2</u>	
25	1.2	<u>2.1</u>	<u>3.3</u>	<u>4.4</u>	<u>5.2</u>	<u>6.1</u>	<u>7.10</u>	<u>8.3</u>	

26	<u>1.3</u>	2.2	<u>3.1</u>	4.3	<u>5.7</u>	6.2	7.1	<u>8.4</u>
27	<u>1.4</u>	2.3	3.2	4.1	<u>5.3</u>	<u>6.4</u>	7.2	<u>8.5</u>
28	<u>1.5</u>	2.4	3.3	4.2	<u>5.1</u>	<u>6.3</u>	<u>7.8</u>	<u>8.6</u>
29	<u>1.7</u>	2.4	<u>3.5</u>	<u>4.7</u>	<u>5.9</u>	<u>6.10</u>	<u>7.4</u>	<u>8.10</u>
30	<u>1.6</u>	<u>2.9</u>	<u>3.9</u>	<u>4.8</u>	<u>5.6</u>	<u>6.7</u>	<u>7.1</u>	<u>8.5</u>
31	<u>1.1</u>	2.3	<u>3.1</u>	4.3	<u>5.2</u>	<u>6.3</u>	<u>7.1</u>	<u>8.3</u>
32	<u>1.4</u>	2.3	<u>3.4</u>	4.2	<u>5.4</u>	<u>6.6</u>	<u>7.7</u>	<u>8.8</u>
33	<u>1.8</u>	2.7	3.3	4.8	<u>5.2</u>	<u>6.2</u>	7.2	<u>8.2</u>
34	<u>1.10</u>	<u>2.1</u>	3.10	4.10	<u>5.1</u>	<u>6.1</u>	<u>7.10</u>	<u>8.1</u>
35	<u>1.3</u>	2.8	3.8	4.9	<u>5.3</u>	6.3	<u>7.2</u>	<u>8.2</u>
36	<u>1.5</u>	<u>2.5</u>	3.5	4.6	<u>5.6</u>	<u>6.5</u>	<u>7.6</u>	<u>8.6</u>
37	<u>1.6</u>	2.7	3.7	4.7	<u>5.7</u>	<u>6.7</u>	7.7	<u>8.1</u>
38	<u>1.4</u>	2.4	3.9	4.4	<u>5.3</u>	<u>6.1</u>	<u>7.1</u>	<u>8.4</u>
39	<u>1.5</u>	<u>2.5</u>	3.5	<u>4.5</u>	<u>5.2</u>	<u>6.2</u>	<u>7.5</u>	<u>8.5</u>
40	<u>1.9</u>	2.7	3.2	4.10	<u>5.9</u>	<u>6.5</u>	<u>7.8</u>	<u>8.8</u>
41	<u>1.5</u>	2.9	3.6	4.3	<u>5.8</u>	<u>6.2</u>	7.7	<u>8.2</u>
42	1.2	2.2	3.2	4.2	<u>5.2</u>	<u>6.2</u>	7.2	<u>8.6</u>
43	<u>1.7</u>	<u>2.7</u>	3.7	<u>4.7</u>	<u>5.7</u>	<u>6.7</u>	7.7	<u>8.9</u>
44	<u>1.1</u>	2.1	3.1	4.1	<u>5.8</u>	<u>6.1</u>	7.8	<u>8.1</u>
45	1.8	2.3	3.10	4.10	<u>5.7</u>	<u>6.4</u>	7.5	<u>8.2</u>
46	1.3	2.8	3.6	4.1	<u>5. 7</u>	<u>6.6</u>	7.4	<u>8.3</u>
47	<u>1.5</u>	2.10	3.8	4.4	<u>5.6</u>	<u>6.2</u>	<u>7.10</u>	<u>8.5</u>
48	<u>1.9</u>	2.7	3.5	4.2	<u>5.3</u>	<u>6.9</u>	7.7	<u>8.8</u>
49	<u>1.4</u>	<u>2.5</u>	<u>3.4</u>	<u>4.8</u>	<u>5.2</u>	<u>6.8</u>	<u>7.10</u>	<u>8.3</u>
50	<u>1.2</u>	<u>2.7</u>	<u>3.3</u>	<u>4.5</u>	<u>5.2</u>	<u>6.5</u>	<u>7.8</u>	<u>8.3</u>
51	<u>1.5</u>	<u>2.2</u>	<u>3.5</u>	<u>4.5</u>	<u>5.3</u>	<u>6.10</u>	<u>7.4</u>	<u>8.7</u>
52	<u>1.8</u>	<u>2.1</u>	<u>3.4</u>	4.2	<u>5.4</u>	<u>6.3</u>	<u>7.8</u>	<u>8.5</u>
53	<u>1.2</u>	<u>2.4</u>	<u>3.6</u>	<u>4.6</u>	<u>5.9</u>	<u>6.5</u>	<u>7.1</u>	<u>8.3</u>
54	<u>1.3</u>	<u>2.5</u>	<u>3.4</u>	<u>4.3</u>	<u>5.8</u>	<u>6.2</u>	<u>7.5</u>	<u>8.2</u>

55	<u>1.9</u>	2.2	<u>3.4</u>	4.2	<u>5.8</u>	<u>6.6</u>	7.3	<u>8.7</u>
56	1.3	2.3	<u>3.1</u>	<u>4.1</u>	<u>5.9</u>	<u>6.2</u>	<u>7.6</u>	<u>8.10</u>
57	<u>1.1</u>	<u>2.1</u>	3.3	<u>4.4</u>	<u>5.5</u>	6.6	<u>7.7</u>	<u>8.8</u>
58	<u>1.2</u>	2.2	<u>3.4</u>	<u>4.5</u>	<u>5.6</u>	<u>6.7</u>	<u>7.8</u>	<u>8.9</u>
59	<u>1.3</u>	2.3	<u>3.5</u>	<u>4.6</u>	<u>5.7</u>	<u>6.8</u>	<u>7.9</u>	<u>8.10</u>
60	<u>1.4</u>	<u>2.4</u>	<u>3.6</u>	<u>4.7</u>	<u>5.8</u>	<u>6.9</u>	<u>7.10</u>	<u>8.1</u>
61	<u>1.6</u>	<u>2.1</u>	3.3	<u>4.8</u>	<u>5.5</u>	<u>6.3</u>	<u>7.8</u>	<u>8.4</u>
62	<u>1.7</u>	<u>2.10</u>	<u>3.2</u>	<u>4.4</u>	<u>5.4</u>	<u>6.4</u>	<u>7.10</u>	<u>8.5</u>
63	<u>1.9</u>	<u>2.7</u>	<u>3.7</u>	<u>4.3</u>	<u>5.9</u>	<u>6.10</u>	<u>7.7</u>	8.3
64	<u>1.4</u>	<u>2.2</u>	<u>3.6</u>	<u>4.6</u>	<u>5.5</u>	<u>6.5</u>	<u>7.10</u>	<u>8.2</u>
65	1.10	<u>2.1</u>	3.3	<u>4.2</u>	<u>5.4</u>	<u>6.6</u>	<u>7.8</u>	<u>8.7</u>
66	<u>1.7</u>	2.6	3.2	<u>4.3</u>	<u>5.8</u>	<u>6.10</u>	<u>7.4</u>	<u>8.2</u>
67	1.2	2.9	3.8	<u>4.6</u>	<u>5.5</u>	<u>6.5</u>	<u>7.9</u>	<u>8.6</u>
68	<u>1.4</u>	2.3	3.2	<u>4.8</u>	<u>5.10</u>	<u>6.4</u>	<u>7.10</u>	8.2
69	<u>1.5</u>	2.4	3.6	<u>4.8</u>	<u>5.1</u>	<u>6.1</u>	<u>7.9</u>	<u>8.1</u>
70	<u>1.8</u>	2.1	3.2	<u>4.1</u>	<u>5.7</u>	<u>6.2</u>	<u>7.1</u>	<u>8.2</u>
71	<u>1.1</u>	2.2	3.1	<u>4.2</u>	<u>5.3</u>	<u>6.5</u>	7.2	<u>8.6</u>
72	<u>1.5</u>	<u>2.1</u>	3.3	4.3	<u>5.9</u>	<u>6.6</u>	<u>7.10</u>	8.2
73	<u>1.1</u>	2.2	3.3	<u>4.4</u>	<u>5.5</u>	<u>6.6</u>	7.7	<u>8.8</u>
74	1.6	<u>2.5</u>	3.4	<u>4.3</u>	<u>5.1</u>	<u>6.4</u>	7.3	<u>8.2</u>
75	1.2	2.8	3.4	<u>4.1</u>	<u>5.3</u>	<u>6.1</u>	<u>7.1</u>	<u>8.8</u>
76	1.3	2.1	3.7	<u>4.6</u>	<u>5.4</u>	<u>6.5</u>	7.7	<u>8.8</u>
77	1.10	2.6	3.1	<u>4.9</u>	<u>5.3</u>	<u>6.2</u>	7.4	8.2
78	<u>1.7</u>	2.11	3.8	<u>4.2</u>	<u>5.6</u>	<u>6.7</u>	7.2	<u>8.10</u>
79	1.2	2.3	3.4	<u>4.5</u>	<u>5.7</u>	<u>6.8</u>	<u>7.9</u>	<u>8.1</u>
80	<u>1.3</u>	<u>2.4</u>	<u>3.5</u>	<u>4.6</u>	<u>5.7</u>	<u>6.10</u>	<u>7.1</u>	<u>8.6</u>
81	<u>1.5</u>	<u>2.2</u>	<u>3.2</u>	<u>4.2</u>	<u>5.2</u>	<u>6.4</u>	<u>7.5</u>	<u>8.7</u>
82	<u>1.8</u>	<u>2.9</u>	<u>3.10</u>	<u>4.1</u>	<u>5.2</u>	<u>6.3</u>	<u>7.4</u>	<u>8.5</u>
83	<u>1.9</u>	<u>2.10</u>	<u>3.8</u>	<u>4.6</u>	<u>5.4</u>	<u>6.2</u>	<u>7.3</u>	<u>8.7</u>

84	<u>1.2</u>	<u>2.1</u>	<u>3.9</u>	4.2	<u>5.2</u>	<u>6.1</u>	<u>7.3</u>	<u>8.5</u>
85	<u>1.10</u>	<u>2.5</u>	3.4	<u>4.1</u>	<u>5.2</u>	<u>6.8</u>	<u>7.7</u>	<u>8.8</u>
86	<u>1.1</u>	<u>2.6</u>	<u>3.2</u>	<u>4.7</u>	<u>5.10</u>	<u>6.9</u>	<u>7.1</u>	<u>8.1</u>
87	1.2	<u>2.7</u>	3.3	<u>4.8</u>	<u>5.1</u>	<u>6.6</u>	7.2	8.2
88	<u>1.3</u>	<u>2.8</u>	<u>3.4</u>	<u>4.9</u>	<u>5.6</u>	<u>6.7</u>	<u>7.3</u>	<u>8.3</u>
89	<u>1.4</u>	<u>2.9</u>	<u>3.6</u>	<u>4.4</u>	<u>5.2</u>	<u>6.2</u>	<u>7.4</u>	<u>8.4</u>
90	<u>1.5</u>	<u>2.10</u>	<u>3.8</u>	<u>4.3</u>	<u>5.4</u>	<u>6.6</u>	<u>7.5</u>	<u>8.5</u>
91	<u>1.8</u>	<u>2.1</u>	<u>3.1</u>	<u>4.7</u>	<u>5.1</u>	<u>6.3</u>	<u>7.10</u>	<u>8.5</u>
92	<u>1.4</u>	<u>2.2</u>	<u>3.1</u>	4.2	<u>5.8</u>	<u>6.7</u>	<u>7.6</u>	<u>8.9</u>
93	<u>1.6</u>	<u>2.3</u>	<u>3.2</u>	<u>4.7</u>	<u>5.7</u>	<u>6.8</u>	<u>7.2</u>	<u>8.3</u>
94	<u>1.5</u>	<u>2.4</u>	<u>3.1</u>	<u>4.8</u>	<u>5.5</u>	<u>6.9</u>	<u>7.1</u>	<u>8.4</u>
95	<u>1.9</u>	<u>2.5</u>	<u>3.10</u>	<u>4.9</u>	<u>5.4</u>	<u>6.10</u>	<u>7.8</u>	<u>8.5</u>
96	<u>1.8</u>	<u>2.6</u>	<u>3.9</u>	<u>4.10</u>	<u>5.1</u>	<u>6.5</u>	<u>7.6</u>	<u>8.6</u>
97	<u>1.7</u>	<u>2.7</u>	<u>3.8</u>	<u>4.1</u>	<u>5.2</u>	<u>6.4</u>	<u>7.5</u>	<u>8.7</u>
98	<u>1.6</u>	<u>2.7</u>	<u>3.10</u>	<u>4.6</u>	<u>5.6</u>	<u>6.7</u>	<u>7.10</u>	<u>8.7</u>
99	<u>1.2</u>	<u>2.3</u>	<u>3.5</u>	<u>4.9</u>	<u>5.4</u>	<u>6.8</u>	<u>7.9</u>	<u>8.8</u>

# 10.2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

В пособие включены задачи различной сложности, однако для их решения, как правило, не требуется знаний, выходящих за рамки типовой программы и учебников по курсу «Физические основы современных технологий». Поэтому прежде чем приступать к решению задач, следует изучить материал соответствующего раздела учебника или конспекта лекций.

Каждая тема пособия начинается с типовой задачи, к которой дано решение. Прочитав условие задачи, не спешите смотреть решение, а попробуйте решить задачу самостоятельно. Разобрав типовую задачу, приступайте к решению задачи своего варианта.

При решении задачи необходимо, прежде всего, установить, какие физические закономерности лежат в ее основе. Затем с помощью формул, выражающих эти закономерности, следует найти решение задачи или части ее в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях), причем искомая величина должна быть выражена через заданные величины. После этого можно перейти к подстановке

числовых данных, выраженных обязательно в одной и той же системе единиц. Как правило, следует пользоваться единицами системы СИ. Числовой ответ обязательно должен иметь наименование единицы измерения (размерность).

При получении числового ответа следует обращать внимание на точность окончательного результата, которая не должна превышать точности исходных величин. Большую часть задач достаточно решать с точностью до двух-трех знаков после запятой.

# 10.3. ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

# Тема 1. Элементы кристаллографии

# Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Молярный объем кристалла рассчитывается по формуле

$$V_m = \frac{M}{\rho}$$
,

где M — молярная масса вещества,  $\rho$  — плотность кристалла. Очевидно, что если a — параметр кубической решетки кристалла, то объем ее элементарной ячейки  $V=a^3$ .

2. Число  $Z_{\rm m}$  элементарных ячеек в одном моле кристалла

$$Z_m = \frac{V_m}{V}$$
 или  $Z_m = \frac{kN_A}{n}$ ,

где k — число одинаковых атомов в химической формуле соединения,  $N_{\rm A}$  — число Авогадро, n — число одинаковых атомов, приходящихся на элементарную ячейку.

$$Z = \frac{Z_m}{V_m}$$
 или  $Z = \frac{\rho k N_A}{nM}$ .

3. Тогда параметр a кубической решетки можно рассчитать по формуле

$$a = \sqrt[3]{\frac{nM}{k\rho N_A}}.$$

Расстояние d между соседними атомами в кубической решетке:

- а) в гранецентрированной и базоцентрированной  $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ;
- б) в объемно-центрированной  $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ .
- 4. Для обозначения узлов, направлений и плоскостей в кристаллической решетке вводятся специальные индексы в виде набора цифр (рис.1).

Индексы узлов записывают в двойных квадратных скобках [[mnp]]. Для отрицательных индексов над буквой (цифрой) ставится знак минус.

5. Индексы направлений (линии в кристалле, которые проходят через начало координат и выделенные узлы) записываются в одинарных квадратных скобках [mnp]. Индекс направления совпадает с индексом узла, через который проходит прямая. Индексы направления задают не одну прямую в кристалле, а семейство параллельных прямых. Изменение всех индексов на обратные по знаку [ $m\bar{n}p$ ] означает то же самое направление в кристалле.

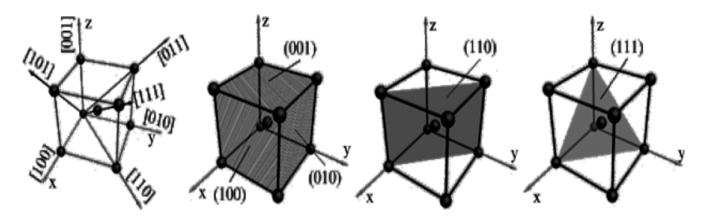


Рис.1

6. Период идентичности вдоль прямой, заданной индексами [*mnp*], в кубической решетке выражается соотношением

$$l = a\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}.$$

7. Угол  $\phi$  между двумя прямыми  $[m_1n_1p_1]$  и  $[m_2n_2p_2]$  в кубической решетке выражается формулой

$$\cos \varphi = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}.$$

- 8. Индексы плоскости (индексы Миллера) записывают в круглых скобках (hkl). Изменение всех индексов на обратные по знаку  $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$  отвечает тому же семейству плоскостей.
- 9. Индексы Миллера связаны с минимальными отрезкам и отсекаемыми плоскостью на осях координат. Для нахождения этих отрезков следует взять обратные величины индексов Миллера 1/h, 1/k, 1/l и привести их к наименьшему целому, кратному каждому из полученных чисел. Полученные значения и есть наименьшие отрезки, отсекаемые плоскостью (hkl) на осях координат.

Индексы Миллера пропорциональны направляющим косинусам вектора нормали к данной плоскости. Поэтому индексы Миллера для некоторого семейства плоскостей совпадают с индексами направлений нормали к этим плоскостям.

10. Угол между двумя плоскостями  $(h_1k_1l_1)$  и  $(h_2k_2l_2)$  определяется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}},$$

а между прямой [mnp] и плоскостью (hkl) по формуле

$$\cos \varphi = \frac{hm + kn + lp}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

#### Примеры решения задач

**Задача 1.** Определить параметр а и расстояние д между ближайшими атомами кристалла кальция (решетка кубическая гранецентрированная). Плотность  $\rho$  кальция равна  $1,55\cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

#### Решение

Объем элементарной ячейки кристалла кубической решетки равен  $V = a^3$  или отношению молярного объема к числу элементарных ячеек в одном моле  $V = V_m/Z_m$ . Приравняв правые части этих формул, получим

$$a^3 = V_m/Z_m. (1)$$

Молярный объем  $V_m = M/\rho$ , где  $\rho$  – плотность кальция, M – его молярная масса. Число элементарных ячеек в моле  $Z_m = N_\alpha/n$ , где n – число атомов, приходящихся на одну ячейку. Подставив в формулу (1) выражения  $V_m$  и  $Z_m$ , получим

$$a^3 = nM/(\rho N_A). \tag{2}$$

Из формулы (2) определим

$$a = \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}} \tag{3}$$

Подставим в полученную формулу значения величин M,  $\rho$  и  $N_A$  и учитывая, что n=4, произведем вычисления

$$a = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{1,55 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 0,56 \text{ HM}.$$

Расстояние d между ближайшими соседними атомами в гранецентрированной кубической решетке равно

$$d = a \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.39 \text{ HM}.$$

Ответ: a = 0.56 нм, d = 0.39 нм.

# Задачи для самостоятельного решения

**1.1**. Сколько атомов приходится на одну элементарную ячейку: 1) примитивной кубической решетки; 2) объемно-центрированной кубической решетки;

3) гранецентрированной кубической решетки; 4) базоцентрированной кубической решетки.

Ответ: 1; 2; 4; 2.

- **1.2**. Определить число элементарных ячеек в кристалле объемом  $V = 1 \text{ m}^3$ :
- хлористого цезия (решетка объемно-центрированная, кубическая);
- меди (решетка гранецентрированная, кубическая).

Ответ:  $1.4 \cdot 10^{28}$ ;  $2.1 \cdot 10^{28}$ .

 $\underline{\textbf{1.3}}$ . Найти плотность  $\rho$  кристалла стронция, если известно, что решетка гранецентрированная кубическая, а расстояние d между ближайшими соседними атомами равно 0,43 нм.

Ответ:  $2600 \text{ кг/м}^3$ .

<u>1.4</u>. Определить относительную атомную массу A кристалла, если известно, что расстояние d между ближайшими соседними атомами равно 0,304 нм. Решетка объемно-центрированная, кубическая. Плотность  $\rho$  кристалла равна 534 кг/м<sup>3</sup>.

Ответ: 6,95.

<u>1.5</u>. Найти постоянную a решетки и расстояние d между ближайшими соседними атомами кристалла: 1) алюминия (решетка гранецентрированная, кубическая); 2) вольфрама (решетка объемно-центрированная, кубическая).

Ответ: для Al - 0,404 нм и 0,286 нм; для W - 0,316 нм и 0,274 нм.

<u>1.6</u>. Написать индексы Миллера для плоскостей, содержащих узлы с кристаллографическими индексами [[100]], [[010]], [[001]].

Ответ: (111).

<u>1.7</u>. Система плоскостей примитивной кубической решетки задана индексами (111). Определить расстояние d между соседними плоскостями, если параметр a решетки равен 0,3 нм.

Ответ: 0,173 нм.

<u>1.8</u>. Определить параметр a примитивной кубической решетки, если меж-плоскостное расстояние d для системы плоскостей, заданных индексами Миллера (111) при рентгеноструктурном измерении, оказалось равным 0,12 нм.

Ответ: 0,36 нм.

 $\underline{\textbf{1.9}}$ . Определить в кубической решетке угол  $\phi$  между прямой [111] и плоскостью (111).

Ответ:  $\phi = 0^{\circ}$ .

**1.10**. Плоскость в кубической решетке задана индексами Миллера (110), направление прямой – индексами [111]. Определить угол ф между этой прямой и плоскостью.

Ответ:  $\phi = \pi/4$ .

# Тема 2. Волны в упругой среде. Акустика

# Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Уравнение плоской волны можно записать в виде

$$\xi x, t = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$
 или  $\xi x, t = A\cos\omega t - kx$ ,

где  $\xi(x, t)$  — смещение точек среды с координатой x в момент времени t,  $\omega$  - частота,  $\upsilon$  — скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость), k — волновое число ( $k = 2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны).

2. Длина волны связана с периодом T колебаний и частотой v соотношениями

$$\lambda = \upsilon T$$
 и  $\lambda = \upsilon / \upsilon$ .

3. Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно  $\Delta x$ , определяется по формуле

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$
.

4. Уравнение стоячей волны

$$\xi x,t = A\cos\left(\frac{\omega x}{\upsilon}\right)\cdot\cos\omega t$$
 или  $\xi x,t = A\cos kx\cdot\cos\omega t$ .

- 5. Фазовая скорость продольных волн в упругой среде:
- в твердых телах  $\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , где E модуль Юнга,  $\rho$  плотность вещества;

- в газах 
$$-\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$
, или  $\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ ,

где  $\gamma$  — показатель адиабаты газа ( $\gamma = c_p/c_v$  — отношение удельных теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме), R — газовая постоянная, T — температура, M — молярная масса, p — давление газа.

6. Акустический эффект Доплера

$$v = v_0 \frac{v + u_{\text{mp}}}{v - u_{\text{MCT}}},$$

где v — частота звука, воспринимаемого движущимся прибором (или ухом),  $\upsilon$  — скорость звука в среде,  $u_{\rm пp}$  — скорость прибора относительно среды,  $u_{\rm ист}$  — скорость источника звука относительно среды;  $v_0$  — частота звука, испускаемого источником.

7. Амплитуда звукового давления

$$p_0 = 2\pi \nu \rho \upsilon A$$
,

где v — частота звука, A — амплитуда колебаний частиц среды,  $\upsilon$  — скорость звука в среде,  $\rho$  — ее плотность.

8. Средняя объемная плотность энергии звукового поля

$$< w> = 0.5 \frac{p_0^2}{\rho v^2} = 0.5 \rho \omega^2 A^2,$$

где ω – частота звуковых волн.

9. Энергия звукового поля, заключенного в некотором объеме V

$$W = \langle w \rangle V$$
.

10. Поток звуковой энергии

$$\Phi = W/t$$
,

где W – энергия, переносимая через данную поверхность за время t.

11. Интенсивность звука (плотность потока звуковой энергии)

$$I = \Phi/S$$
.

12. Интенсивность звука связана со средней объемной плотностью энергии звукового поля соотношением

$$I = \langle w \rangle v$$
,

где v – скорость звука в среде.

13. Связь мощности N точечного изотропного источника звука с интенсивностью звука

$$I=\frac{N}{4\pi r^2}\,,$$

где r — расстояние от источника звука до точки звукового поля, в которой определяется интенсивность.

14. Удельное акустическое сопротивление среды

$$Z_s = \rho v$$
.

15. Акустическое сопротивление

$$Z_a = \frac{Z_s}{S}$$
,

где S — площадь сечения участка акустического поля (например, площадь поперечного сечения трубы при распространении в ней звука).

# Примеры решения задач

**Задача 1.** Источник звука частотой v = 20 к $\Gamma$ ц приближается к неподвижно установленному резонатору, настроенному на акустическую длину волны  $\lambda = 1,5$  см. Определить, с какой скоростью должен двигаться источник, чтобы возбудить резонатор? Температура воздуха T = 290~K.

#### Решение

В соответствии с эффектом Доплера, частота v звука, воспринимаемая резонатором, зависит от скорости  $u_{\text{ист}}$  источника звука и скорости прибора  $u_{\text{пр}}$ . Эта зависимость определяется формулой

$$v = v_0 \frac{v + u_{\text{np}}}{v - u_{\text{ncr}}}.$$
 (1)

Так как резонатор остается неподвижным, из формулы (1) получим

$$v = v_0 \frac{v}{v - u_{\text{MCT}}},$$

откуда следует

$$u_{\text{HCT}} = \upsilon \left( 1 - \frac{v_0}{v} \right). \tag{2}$$

Скорость звука в воздухе о определим из соотношения

$$\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}},\tag{3}$$

Чтобы волна, приходящая к резонатору, вызвала его колебания, частота v этих волн должна совпадать с собственной частотой  $v_{\text{pes}}$  резонатора

$$v = v_{pe3} = \upsilon/\lambda_{pe3} \ . \tag{4}$$

Подставив выражения (3) и (4) в формулу (2), получим

$$u_{\text{\tiny MCT}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} - v_0 \lambda_{\text{pes}} .$$

Проведя вычисления по этой формуле, найдем

$$u_{\text{HCT}} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 290}{29 \cdot 10^{-3}}} - 2 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} = 41 \,\text{M/c}.$$

Ответ:  $u_{\text{ист}} = 41 \text{ м/c}.$ 

# Задачи для самостоятельного решения

**2.1.** Задано уравнение плоской волны  $\xi$   $x,t=A\cos \omega t-kx$ , где A =0,5 см,  $\omega$  = 628 c<sup>-1</sup>, k = 2 м<sup>-1</sup>. Определить: 1) частоту колебаний v и длину волны  $\lambda$ ; 2) фазовую скорость  $\upsilon$ ; 3) максимальные значения скорости  $\upsilon_{\max}$  и ускорения  $a_{\max}$  колебаний частиц среды.

Ответ:  $100 \, \Gamma$ ц;  $3,14 \, \text{м}$ ;  $0,314 \, \text{м/c}$ ;  $197 \, \text{м/c}^2$ .

**2.2.** Звуковые колебания, имеющие частоту v = 0.5 к $\Gamma$ ц и амплитуду A = 0.25 мм, распространяются в упругой среде. Длина волны  $\lambda = 70$  см. Найти: 1) скорость  $\upsilon$  распространения волн; 2) максимальную скорость  $\upsilon_{max}$  частиц среды.

Ответ: 350 м/с; 0,79 м/с.

**2.3.** Определить скорость  $\upsilon$  распространения волны в упругой среде, если разность фаз  $\Delta \varphi$  колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на  $\Delta x = 10$  см, равна  $\pi/3$ . Частота  $\nu$  колебаний равна 25  $\Gamma$ ц.

Ответ: 15 м/с.

**2.4.** В трубе длиной L=1,2 м находится воздух при температуре T=300 К. Определить минимальную частоту  $v_{\min}$  возможных колебаний воздушного столба в двух случаях: 1) труба открыта; 2) труба закрыта.

Ответ: 144 Гц; 72 Гц.

**2.5.** Поезд проходит мимо станции со скоростью  $\upsilon = 40$  м/с. Частота  $v_0$  гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту v тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется.

Ответ: 341 Гц; 268 Гц.

**2.6.** Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, высота тона звукового сигнала меняется скачком. Определить относительное изменение частоты  $\Delta v/v$ , если скорость поезда равна 54 км/ч.

Ответ: 0,09.

<u>2.7.</u> Поезд движется со скоростью  $\upsilon = 120$  км/ч. Он дает свисток длительностью 5 с. Какова будет кажущаяся продолжительность свистка для неподвижного наблюдателя, если: 1) поезд приближается к нему; 2) удаляется? Принять скорость звука в воздухе равной 348 м/с.

Ответ: 4,5 с; 5,5 с.

**2.8.** По цилиндрической трубе диаметром d=20 см и длиной l=5 м, заполненной сухим воздухом, распространяется звуковая волна средней за период интенсивностью I=50 мВт/м $^2$ . Найти энергию W звукового поля, заключенного в трубе.

Ответ: 23,7мкДж.

**2.9.** Интенсивность звука I = 1 Вт/м<sup>2</sup>. Определить среднюю объемную плотность < w > энергии звуковой волны, если звук распространяется в сухом воздухе при нормальных условиях.

Ответ:  $3,01 \text{ мДж/м}^3$ .

**2.10.** Определить акустическое сопротивление  $Z_a$  воздуха в трубе диаметром d=20 см при температуре T=300 К и давлении p=200 кПа.

Ответ: 25,7 кПа·с/м<sup>3</sup>.

# **Тема 3. Электрические свойства тел. Поляризация диэлектриков. Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы.**

1. Поляризованность диэлектрика (при однородной поляризации)

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{N} \vec{p}_{i},$$

где  $\vec{p}_i$  — электрический момент отдельной молекулы, N — число молекул, содержащихся в объёме  $\Delta V$ .

2. Связь величины поляризованности с напряженностью E среднего макроскопического поля в диэлектрике

$$P=\chi \varepsilon_0 E,$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

3. Напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике связана с напряженностью  $E_0$  внешнего поля соотношениями

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$
 или  $E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$ .

4. Напряженность локального поля  $E_{\text{лок}}$  для неполярных жидкостей и кубических кристаллов определяется формулами

$$E_{\scriptscriptstyle 
m JOK} = E + rac{P}{3 \epsilon_{\scriptscriptstyle 0}}$$
 или  $E_{\scriptscriptstyle 
m JOK} = E_{\scriptscriptstyle 0} rac{\epsilon + 2}{3 \epsilon}.$ 

5. Индуцированный дипольный момент молекулы

$$p = \alpha \varepsilon_0 E_{\text{nok}}$$

где  $\alpha$  — поляризуемость молекулы ( $\alpha$  =  $\alpha_e$  +  $\alpha_\alpha$ ),  $\alpha_e$  — электронная поляризуемость,  $\alpha_\alpha$  — атомная поляризуемость.

6. Связь диэлектрической восприимчивости с поляризуемостью молекулы

$$\frac{\chi}{\chi+3}=\alpha\frac{n}{3},$$

где n — концентрация молекул.

7. Уравнение Мосотти-Клаузиуса

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \alpha \frac{n}{3}$$
 или  $\frac{M \varepsilon - 1}{\rho \varepsilon + 2} = \alpha \frac{N_A}{3}$ .

8. Ориентационная поляризуемость молекулы

$$\alpha_{op}=p^2/(3\varepsilon_0\cdot\kappa T),$$

где p — дипольный момент молекулы,  $\kappa$  — постоянная Больцмана, T — температура.

# Примеры решения задач

**Задача 1.** В атоме кислорода, находящемся на расстоянии r=1нм от альфа-частицы, индуцирован электрический момент  $p=1,5\cdot 10^{-32}~K$ л·м. Определить поляризуемость атома кислорода.

#### Решение

Индуцированный дипольный момент молекулы определяется формулой

$$p = \alpha \varepsilon_0 E_{\text{nok}},$$
 (1)

где p — индуцированный электрический момент атома,  $E_{\rm nok}$  — напряженность локального электрического поля.

Из формулы (1) поляризуемость атома может быть представлена в виде

$$\alpha = \frac{p}{\varepsilon_0 E_{\text{mok}}},\tag{2}$$

где p — индуцированный электрический момент атома,  $E_{\text{лок}}$  — напряженность локального электрического поля, созданного альфа-частицей, в месте нахождения атома.

Эта напряженность определяется формулой

$$E_{\text{\tiny MOK}} = \frac{2e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$
 (3)

Подставив выражение  $E_{\text{лок}}$  из формулы (3) в (2), получим

$$\alpha = \frac{2\pi r^2 p}{e}.\tag{4}$$

Выполнив расчет по этой формуле, получим

 $\alpha = 2.3,14.10^{-18} \cdot 1,5.10^{-32}/1,6.10^{-19} = 5,9.10^{-30} \text{ m}^3$ .

Otbet:  $\alpha = 5.9 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$ .

# Задачи для самостоятельного решения

**3.1.** Молекула HF обладает электрическим моментом  $p = 6,4\cdot10^{-30}$  Кл·м. Межъядерное расстояние в ней d = 92 пм. Найти заряд Q такого диполя и объяснить, почему найденное значение Q существенно отличается от значения элементарного заряда |e|.

Ответ: 0,7·10<sup>-19</sup> Кл.

<u>3.2</u>. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 мм, разность потенциалов U=1,8 кВ. Диэлектрик — стекло. Определить диэлектрическую восприимчивость  $\chi$  стекла и поверхностную плотность  $\sigma$  поляризационных (связанных) зарядов на поверхности стекла.

Ответ: 6; 47,7 мкKл/ $M^2$ .

<u>3.3</u>. Эбонитовая плоскопараллельная пластина помещена в однородное электрическое поле напряженностью  $E_0 = 2$  MB/м. Грани пластины перпендикулярны линиям напряженности. Определить поверхностную плотность  $\sigma$  связанных зарядов на гранях пластины.

Ответ: 11,8 мкKл/м $^2$ .

<u>3.4</u>. Определить поляризованность P стекла, помещенного во внешнее электрическое поле напряженностью  $E_0 = 5 \text{ MB/m}$ .

Ответ: 37,9 мк $K_{\Pi}/M^{2}$ .

 $\underline{3.5}$ . Диэлектрик поместили в электрическое поле напряженностью  $E_0 = 20 \ \mathrm{kB/m}$ . Чему равна поляризованность P диэлектрика, если напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике оказалась равной 4 кВ/м?

Ответ:  $142 \text{ нкКл/м}^2$ .

- <u>3.6</u>. Во внешнем электрическом поле напряженностью  $E_0 = 40$  МВ/м поляризованность P жидкого азота оказалась равной 109 мкКл/м<sup>2</sup>. Определить:
- 1) диэлектрическую проницаемость є жидкого азота;
- 2) индуцированный электрический момент p одной молекулы. Плотность  $\rho$  жидкого азота принять равной  $804~{\rm kr/m}^3$ .

Ответ: 1,44; 6,3·10<sup>-4</sup> Кл·м.

<u>3.7</u>. Определить поляризуемость  $\alpha$  молекул азота, если диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  жидкого азота равна 1,445 и его плотность  $\rho = 804 \text{ кг/m}^3$ .

Ответ:  $2,24 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$ .

<u>3.8.</u> Атом ксенона (поляризуемость  $\alpha = 5,2\cdot 10^{-29} \text{м}^3$ ) находится на расстоянии r=1 нм от протона. Определить индуцированный в атоме ксенона электрический момент p.

Ответ: 5,1·10<sup>-31</sup> Кл·м.

3.9. Определить поляризуемость  $\alpha$  атомов углерода в алмазе. Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  алмаза равна 5,6, плотность  $\rho = 3,5\cdot 10^3$  кг/м $^3$ .

Ответ:  $1,4\cdot10^{-29}$  м<sup>3</sup>.

**3.10**. Вычислить ориентационную поляризуемость молекул воды при температуре t = 27 °C, если электрический момент  $\rho$  молекулы воды  $6.1 \cdot 10^{-30}$  Кл·м. Ответ:  $3.38 \cdot 10^{-28}$  м<sup>3</sup>.

# Тема 4. Магнитные свойства вещества. Магнитный момент. Намагниченность. Магнитная восприимчивость. Диа- и парамагнетизм. Ферромагнетизм.

# Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Намагниченность  $\vec{J}$  – величина, равная отношению магнитного момента молекул к объему, в котором заключены эти молекулы:

$$\vec{J} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{\mu}_{i}}{\Delta V},$$

где  $\vec{\mu}_i$  — магнитный момент i-й молекулы, N — число молекул, содержащихся в объеме  $\Delta V$ .

2. Намагниченность  $\vec{J}$  в изотропном магнетике пропорциональна напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ 

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$
.

где χ – магнитная восприимчивость (безразмерна).

3. Удельная магнитная восприимчивость  $\chi_{yд}$  определяется соотношением

$$\chi_{yA} = \frac{\chi}{\rho}$$
,

где  $\rho$  – плотность вещества.

4. Молярная магнитная восприимчивость определяется соотношением

$$\chi_m = \frac{M}{\rho} \chi,$$

где M — молярная масса.

5. Магнетон Бора  $\mu_{\rm B}$  – элементарный магнитный момент равен  $\mu_{\rm E} = e\hbar/(2m)$ ,

где е и т – заряд и масса электрона.

6. Магнитная индукция  $\vec{B}$ , напряженность  $\vec{H}$  и намагниченность в изотропном магнетике связаны соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \ \vec{H} + \vec{J}$$
 ,

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

7. Магнитная восприимчивость парамагнитных веществ при  $\mu_{M}B << kT$  равна

$$\chi = \frac{\mu_0 n \mu_M^2}{3kT},$$

где n – концентрация молекул,  $\mu_{\rm M}$  – магнитный момент молекулы.

# Примеры решения задач

**Задача 1.** Определить магнитный момент  $\mu_{\rm M}$  молекулы  $Cr_2O_3$  (в магнетонах Бора) при температуре t=27 °C. Молярная восприимчивость  $\chi_{\rm m}$  окиси хрома равна  $5.8\cdot10^{-8}$  м<sup>3</sup>/моль.

#### Решение

Магнитная восприимчивость χ парамагнитных веществ определяется формулой

$$\chi = \frac{\mu_0 n \mu_M^2}{3kT},\tag{1}$$

где n – концентрация молекул,  $\mu_{\rm M}$  – магнитный момент молекулы.

Концентрация молекул  $n = \rho N_A/M$ . Подставив это значение в формулу (1), получим

$$\chi = \frac{\mu_0 \rho N_A \mu_M^2}{3kTM},\tag{2}$$

Магнитную восприимчивость  $\chi$  можно выразить через молярную  $\chi_{m.}$ 

Воспользуемся взаимосвязью молярной магнитной восприимчивости с магнитной восприимчивостью

$$\chi_m = \frac{M}{\rho} \chi = \frac{\mu_0 N_A \mu_M^2}{3kT}.$$
 (3)

Отсюда получим

$$\mu_M = \sqrt{\frac{3kT\chi_m}{\mu_0 N_A}}. (4)$$

Подставляя в последнюю формулу числовые значения условия задачи, получим

$$\mu_{\scriptscriptstyle M} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 5,8 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 3,09 \cdot 10^{23} \quad A \cdot M^2$$

или в магнетонах Бора ( $\mu_{\rm b} = 0.927 \cdot 10^{-23} \; {\rm A \cdot m}^2$ )

$$\mu_{\rm M} = 3.34 \ \mu_{\rm B}$$
.

Ответ:  $\mu_{\text{м}} = 3,34 \ \mu_{\text{Б}}.$ 

# Задачи для самостоятельного решения

**4.1.** Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом r=53 пм. Вычислить магнитный момент  $p_m$  эквивалентного кругового тока, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция B поля равна 0,1 Тл.

Ответ:  $0.77 \cdot 10^{-31} \text{ A·м}^2$ .

**4.2.** Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента  $p_m$  эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать направления векторов  $p_m$  и L.

Ответ:  $p_m/L = -0.88 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ , направления векторов  $p_m$  и L противоположны.

<u>4.3</u>. Определить намагниченность J тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора  $\mu_{\rm E}$  и концентрация атомов  $n=6\cdot 10^{28}~{\rm M}^{-3}$ .

Ответ: 556 кА/м.

 $\underline{\textbf{4.4}}$ . Магнитная восприимчивость  $\chi$  марганца равна  $1,21\cdot 10^{-1}$ . Вычислить намагниченность J и молярную намагниченность  $J_m$  марганца в магнитном поле напряженностью H=100 кА/м. Плотность марганца считать известной.

Ответ: 12,1 A/м; 1,66 м $A \cdot m^2 / \kappa \Gamma$ .

**4.5**. Найти магнитную восприимчивость  $\chi$  AgBr, если его молярная магнитная восприимчивость  $\chi_m \approx 7,5 \cdot 10^{-10} \, \text{м}^3/\text{моль}$ .

Ответ:  $7,3\cdot10^{-5}$ .

**4.6.** Определить магнитную восприимчивость  $\chi$  и молярную магнитную восприимчивость  $\chi_m$  платины, если удельная магнитная восприимчивость  $\chi_{v\pi} = 1,30\cdot 10^{-9} \; \text{м}^3/\text{кг}$ .

Ответ:  $27,8\cdot10^{-6}$ ;  $2,5\cdot10^{-9}$  м<sup>3</sup>/моль.

**4.7.** Магнитная восприимчивость  $\chi$  алюминия равна  $2,1\cdot 10^{-5}$ . Определить его удельную магнитную  $\chi_{yд}$  и молярную  $\chi_m$  восприимчивость.

Ответ:  $0.77 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{кг}$ ;  $2.08 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

**4.8.** Удельная парамагнитная восприимчивость  $\chi_{yд}$  трехоксида ванадия  $(V_2O_3)$  при t=17 °C равна  $1,89\cdot 10^{-7}$  м<sup>3</sup>/кг. Определить магнитный момент  $\mu_{\rm M}$  (в магнетонах Бора), приходящийся на одну молекулу  $V_2O_3$ , если плотность  $\rho$  трехоксида ванадия равна  $4,87\cdot 10^3$  кг/м <sup>3</sup>.

Ответ: 2,24 μ<sub>Б</sub>.

**4.9.** Прямоугольный ферромагнитный брусок объемом  $V = 10 \text{ см}^3$  приобрел в магнитном поле напряженностью H=800 A/м магнитный момент  $p_{\rm m}$ = 0,8 A·м². Определить магнитную проницаемость  $\mu$  ферромагнетика.

Ответ: 101.

**4.10.** Определить частоту прецессии электронной орбиты в атоме, если индукция B магнитного поля равна 1 Тл.

Ответ:  $8,8\cdot10^{16}\,\mathrm{c}^{-1}$ .

# Тема 5. Распределение Ферми-Дирака. Электроны в металлах и полупроводниках. Эффект Холла. *p-n*-переход.

# Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Распределение Ферми-Дирака

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + 1}.$$

Величина  $\langle n_i \rangle$  представляет собой среднее число электронов, находящихся в конкретном квантовом состоянии с энергией  $E_i$ .

2. В металлах с концентрацией свободных электронов n значение энергии Ферми можно найти по формуле

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{2}{3}},$$

а среднее значение энергии свободных электронов  $< E > = \frac{3}{5} E_F$ .

Используя функцию распределения Ферми-Дирака (1), можно получить выражение для концентрации электронов проводимости  $n_e$  в чистом полупроводнике

$$n_e \sim e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$$
,

где  $\Delta E$  — ширина запрещенной зоны.

3. Поскольку электропроводность  $\sigma$  пропорциональна концентрации  $n_e$  носителей тока, можно сделать вывод, что для чистых полупроводников  $\sigma$  изменяется по закону

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$$
, где  $\sigma_0 \approx {\rm const.}$ 

4. Удельная электропроводность  $\sigma$  собственных полупроводников определяется выражением

$$\sigma = en \cdot (b_n + b_p),$$

где e - заряд электрона, n - концентрация носителей заряда (электронов и дырок),  $b_n$  и  $b_p$  - подвижность электронов и дырок.

5. Сила тока в p-n - переходе определяется формулой

$$I = I_0 \cdot [\exp(eU/kT) - 1],$$

где U- напряжение на p-n - переходе,  $I_0 \approx {\rm const.}$ 

6. Напряжение на гранях образца при эффекте Холла равно

$$U_H = R_H B j \cdot l$$
,

где  $R_H$  - постоянная Холла, В - индукция магнитного поля, l - ширина пластины, j - плотность тока.

7. Постоянная Холла  $R_H$  для полупроводников (типа германия) определяется выражением

$$R_H = 3\pi/(8en)$$
,

где n - концентрация носителей заряда.

# Примеры решения задач

**Задача 1.** Образец из чистого полупроводника нагревают на  $\Delta T = 125~K$  от температуры  $T_1 = 250~K$ . При этом его удельная электрическая проводимость увеличивается в 800 раз. Как она изменится при последующем нагревании еще на  $\Delta T = 125~K$ ?

#### Решение

Используя формулу температурной зависимости удельной электрической проводимости чистого полупроводника, запишем отношение ее значения  $\sigma_2$  при температуре  $T_2 = T_1 + \Delta T$  к значению  $\sigma_1$  при температуре  $T_1$ :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}$$
или 
$$\ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = \frac{\Delta E}{2k} \frac{\Delta T}{T_1 T_2}.$$

Аналогичное соотношение для значений  $\sigma_3$  при температуре  $T_3 = T_1 + 2\Delta T$  и  $\sigma_2$  имеет вид:

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3}\right)}$$
или 
$$\ln \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3}\right) = \frac{\Delta E}{2k} \frac{\Delta T}{T_2 T_3}.$$

Решая полученную систему уравнений (исключая ширину запрещенной зоны  $\Delta E$ ), находим

$$\ln \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{\Delta E}{2k} \frac{\Delta T}{T_2 T_3} = \frac{\Delta T}{T_2 T_3} \frac{T_1 T_2}{\Delta T} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{T_1}{T_3} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{T_1}{T_1 + 2\Delta T} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1}.$$

Учитывая, что  $T_1 + 2\Delta T = 2T_1$ , упростим это выражение

$$\ln \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{T_1}{T_1 + 2\Delta T} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \ln \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}.$$

Тогда 
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \approx 28,3.$$

Otbet: 
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \approx 28.3$$
.

# Задачи для самостоятельного решения

5.1. Исходя из классической теории электропроводности металлов, определить среднюю кинетическую энергию  $\langle E \rangle$  электронов в металле, если отношение удельной теплопроводности х к удельной проводимости о равно  $\lambda/\sigma = 6.7 \cdot 10^{-6} \text{ Br}^2/\text{K}.$ 

Ответ:  $\langle E \rangle = 39 \text{ мэВ}.$ 

5.2. Во сколько раз число свободных электронов, приходящихся на один атом металла при T = 0, больше в алюминии, чем в меди, если уровни Ферми соответственно равны  $E_{F1} = 11,7$  эВ,  $E_{F2} = -7,0$  эВ?

Ответ: в 3 раза.

5.3. Собственный полупроводник (германий) имеет при некоторой температуре удельное сопротивление  $\rho = 0.48 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Определить концентрацию n носителей заряда, если подвижности  $b_n$  и  $b_p$  электронов и дырок соответственно равны 0,36 и 0,16 м<sup>2</sup>/(B·c). Ответ:  $n = 2,5 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>.

**5.4**. Удельная проводимость полупроводника кремния равна  $\sigma = 112 \text{ См/м}$ . Определить подвижность  $b_p$  дырок и их концентрацию  $n_p$ , если постоянная Холла  $R_H = 3,66 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/Кл. Принять, что полупроводник обладает только дырочной проводимостью.

Otbet:  $b_p = 3.5 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{m}^2 / (\mathrm{B \cdot c})$ .

5.5. В германии часть атомов замещена атомами сурьмы. Рассматривая дополнительный электрон примесного атома по модели Бора, оценить его энергию связи E и радиус r орбиты. Диэлектрическая проницаемость германия  $\epsilon$ равна 16.

Otbet: E = 0.0533B; r = 0.85HM.

**5.6**. Полупроводник в виде тонкой пластины шириной l=1 см и длиной L = 10 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией B = 0.2 Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости пластины. К концам пластины (по направлению L) приложено постоянное напряжение U = 300 B. Определить холловскую разность потенциалов  $U_H$  на гранях пластины, если постоянная Холла  $R_{\rm H} = 0.1 \, {\rm m}^3/{\rm K}$ л, удельное сопротивление  $\rho = 0.5 \, {\rm Om} \cdot {\rm m}$ .

Ответ:  $U_H = 1.2 \text{ B}.$ 

**5.7**. Тонкая пластина из кремния шириной 1 = 2 см помещена перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ( $B=0.5~{\rm Tr}$ ). При плотности тока  $j = 2 \text{ мкA/мм}^2$ , направленного вдоль пластины, холловская разность потенциалов  $U_n$  оказалась равной 2,8 В. Определить концентрацию n носителей заряда.

Otbet:  $n = 5,25 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$ .

**5.8.** Прямое напряжение U, приложенное к p-n-переходу, равно 2 В. Во сколько раз возрастет сила тока через p-n-переход, если изменить температуру от  $T_1 = 300 \text{ K}$  до  $T_2 = 273 \text{ K}$ ?

OTBET:  $I_2/I_1 = 2.09 \cdot 10^3$ .

**5.9** Сопротивление  $R_1$  кристалла PbS при температуре  $T_1 = 20$  °C равно  $10^4$  Ом. Определить его сопротивление  $R_2$  при температуре  $T_2 = 80$  °C.

Ответ:  $R_2 = 10^3$  Ом.

5.10 Каково значение энергии Ферми  $E_F$  у электронов проводимости двухвалентной меди? Выразить энергию Ферми в джоулях и электрон-вольтах.

Ответ:  $E_F = 2.39 \cdot 10^{-20}$  Дж.

# Тема 6. Прохождение частиц через потенциальный барьер

# Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Потенциальный барьер - пространственно ограниченная область высокой потенциальной энергии частицы в силовом поле, с одной или с двух сторон которой потенциальная энергия более или менее резко спадает. На рис. 2.1 приведен потенциальный барьер простейшей формы для случая движения частицы вдоль оси 0x. Максимальное значение потенциальной энергии  $U_0$  называется высотой барьера.

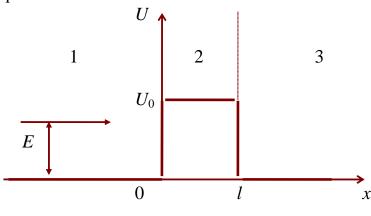


Рис. 2.1

Решение стационарного уравнения Шредингера для частиц, движущихся в области потенциального барьера, приводит к отличным от классической физики выводам. У нее имеется вероятность отразиться, вероятность проникнуть в область 2 и вероятность пройти сквозь потенциальный барьер и попасть в область 3.

2. Плотность вероятности обнаружить частицу "внутри" потенциального барьера (при l > x > 0) убывает экспоненциально в соответствии с формулой

$$/\psi(x)/^2 = C \exp(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}x),$$

где C = const.

В области 1 наблюдается интерференция падающей и отраженной волн де Бройля частицы.

3. Изменение кинетической энергии частицы при прохождении границы областей 1 и 2 с разной потенциальной энергией приводит к изменению ее волнового числа  $k=2\pi/\lambda$  и длины волны де Бройля. Величина

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

называется коэффициентом преломления волн де Бройля.

4. Соответствующий коэффициент прохождения (пропускания или прозрачности) D определяется по формуле

$$D \approx e \operatorname{xp}(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \ell),$$

Вероятность отражения (коэффициент отражения) R и коэффициент прохождения D связаны соотношением

$$D + R = 1$$
.

# Примеры решения задач

**Задача 1.** Поток электронов с энергией E = 4,9 эВ встречает на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 5$  эВ. Вычислить при какой ширине барьера l коэффициент прохождения D через него будет равен 0,2?

#### Решение

Используем формулу, определяющую коэффициент прохождения D

$$D \approx e \operatorname{xp}(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\ell), \tag{1}$$

Логарифмируем выражение (1)

$$\ln D = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \cdot l \tag{2}$$

Изменим знаки правой и левой частей этого равенства и найдем l:

$$l = \frac{\ln\frac{1}{D}}{\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$
(3)

Подставим в эту формулу числовые значения входящих в нее величин и получим

$$l = 4.95 \cdot 10^{-10} \text{ M} \approx 0.5 \text{ HM}.$$

Ответ: ширина потенциального барьера приблизительно равна  $l \approx 0.5\,$  нм.

# Задачи для самостоятельного решения

<u>6.1</u>. Моноэнергетический поток электронов (E = 100 эВ) падает на потенциальный барьер. Ширина барьера l = 1 пм. Определить высоту потенциального барьера  $U_0$ , если известно, что 4 % падающих на барьер электронов отражается.

Ответ:  $U_0 = 55,5$  эВ.

<u>6.2.</u> Электрон с энергией E = 4,9 эВ движется в положительном направлении оси x, встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 5$  эВ (рис. 2.1). При какой ширине барьера l вероятность прохождения электрона через него будет равна 0,2?

Ответ: l = 0,5 нм.

<u>6.3.</u> Две частицы, позитрон и протон, обе с энергией E = 5 эВ, движутся в положительном направлении оси x, встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 10$  эВ, шириной барьера l = 1 пм. Определите отношение вероятностей прохождения частицами этого барьера.

Ответ: 2,6.

<u>6.4.</u> Прямоугольный потенциальный барьер (рис. 2.1) имеет ширину l=0,1 нм. При какой разности  $(U_0-E)$  вероятность прохождения электрона через барьер равна D=0,9?

Ответ:  $U_0 - E = 0.8$  эВ.

<u>6.5.</u> При какой ширине прямоугольного потенциального барьера l (рис. 2.1) коэффициент прозрачности для электронов равен D=0.01, если разность энергий  $(U_0-E)=10$  эВ?

Ответ: l = 140 пм.

<u>6.6.</u> Электрон с энергией E = 4,9 эВ движется в положительном направлении оси x, встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 5$  эВ (рис. 2.1). При какой ширине барьера l вероятность прохождения электрона через него будет равна D = 0,1?

Ответ: l = 0.25 нм.

<u>6.7.</u> Ширина прямоугольного потенциального барьера (рис. 2.1) равна l=0,2 нм. Полная механическая энергия налетающего на него электрона на 1 эВ меньше высоты барьера. Во сколько раз изменится вероятность прохождения электрона через барьер, если эта разность энергий возрастет в 10 раз?

Ответ: 83,4.

<u>**6.8.**</u> Электрон проходит через прямоугольный потенциальный барьер шириной l = 0,5 нм (рис. 2.1). Высота  $U_0$  барьера больше энергии E электрона на 1%. Вычислить коэффициент прозрачности барьера D, если энергия электрона: 1) E = 10 эB; 2) E = 100 эВ.

Ответ: 0,2; 0,06.

<u>**6.9.**</u> Протон с энергией E = 5 эВ движется в положительном направлении оси x, встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой

 $U_0 = 10$  эВ и шириной l = 0,1 нм. Во сколько раз необходимо сузить барьер, чтобы вероятность прохождения его протоном была такой же, как для позитрона при вышеприведенных условиях?

Ответ: 43.

6.10. Процесс α-распада ядра можно смоделировать как прохождение  $\alpha$ -частицей через прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 10 \text{ M}{\circ}\mathrm{B}$ и шириной  $l=10^{-15}$  м. Найдите коэффициент прозрачности барьера D для  $\alpha$ -частиц, имеющих энергию E = 5 МэВ.

Ответ: D = 0,14.

# Тема 7. Рентгеновское излучение

#### Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

1. Коротковолновая граница  $\lambda_{min}$  сплошного рентгеновского спектра  $\lambda_{\min} = (2\pi\hbar c)/(|e|U),$ 

где e - заряд электрона,  $\hbar$  - постоянная Планка, c - скорость света, U -ускоряющее напряжение на рентгеновской трубке.

2. Закон Мозли в общем виде

$$\omega = CR \cdot (Z - \sigma)^2,$$

где  $\omega$  - частота рентгеновского спектра,  $\sigma$  - постоянная экранирования, Z - атомный номер элемента, излучающего этот спектр, C - постоянная (для  $K_a$  - линий C = 3/4,  $\sigma = 1$ ), R-постоянная Ридберга( $R = 2.07 \cdot 10^{-16} \text{ c}^{-1}$ ).

3. Энергия фотона  $K_a$  - линии рентгеновского излучения

$$E_{K\alpha} = 0.75 \cdot E_{\rm H} ((Z-1)^2,$$

где  $E_H$  - энергия ионизации атома водорода.

# Примеры решения задач

**Задача 1.** Определить длину волны  $\lambda_{K\alpha}$  и энергию  $E_{K\alpha}$  – линии рентгеновского спектра излучаемого вольфрамом при бомбардировке его быстрыми электронами.

#### Решение

Длина волны рентгеновского излучения может быть определена по закону Мозли с учетом: ω = 2πc/λ, C = 1 и σ = 1.

$$\lambda_{K\alpha} = 2\pi c/R(Z-1)^2. \tag{1}$$

Подставив в эту формулу значения  $c = 3.10^8$  м/c,  $R = 2.07.10^{-16}$   $c^{-1}$  и 74 получим  $Z_{\rm W} = 74$ , получим

$$\lambda_{K\alpha} = (2\cdot3,14\cdot3\cdot10^8)/(2,07\cdot10^{-16}\cdot(74-1)^2) = 2,28\cdot10^{-11} \text{ m}.$$

Энергию можно определить по формуле

$$E_{K\alpha} = 2\pi\hbar c / \lambda_{K\alpha}. \tag{2}$$

Вычислим значение  $E_{Ka}$ .

Энергия фотона  $E_{K\alpha}=(2\cdot3,14\cdot1,01\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8)/2,28\cdot10^{-11}=8,7\cdot10^{-15}$  Дж или  $E_{K\alpha}=54,4\cdot10^3$  эВ.

Ответ: длина волны рентгеновского излучения  $\lambda_{K\alpha}$ = 2,28·10<sup>-11</sup> м, энергия фотона  $E_{K\alpha}$  = 54,4·10<sup>3</sup> эВ.

# Задачи для самостоятельного решения

**7.1.** Определить скорость v электронов, падающих на анод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны  $\lambda_{min}$  в сплошном спектре рентгеновского излучения равна 1 нм.

Ответ: v = 21 Mm/c.

**7.2.** Определить коротковолновую границу  $\lambda_{\min}$  сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением  $U=30~\mathrm{kB}$ .

Ответ:  $\lambda_{min} = 41$ пм.

<u>7.3.</u> Вычислить наибольшую длину волны  $\lambda_{\min}$  в  $K_{\alpha}$  -серии характеристического рентгеновского спектра скандия.

Ответ:  $\lambda_{\min} = 304 \text{ пм.}$ 

**7.4.** При исследовании линейчатого рентгеновского спектра некоторого элемента было найдено, что длина волны  $\lambda_{\min}$  линии  $K_{\alpha}$  равна 76 пм. Какой это элемент?

Ответ: Z = 41 (ниобий).

<u>7.5.</u> Какую наименьшую разность потенциалов  $U_{\min}$  нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием (Z=23), чтобы в спектре рентгеновского излучения появились все линии  $K_{\alpha}$ -серии ванадия? Граница  $K_{\alpha}$ -серии для ванадия  $\lambda_{\min}=226$  пм.

Otbet:  $U_{\min} = 5.5 \cdot 10^3 \text{ B}.$ 

**7.6.** Определить энергию E фотона, соответствующего линии  $K_{\alpha}$ , в характеристическом спектре марганца (Z=25).

Ответ: E = 5.9 кэВ.

**7.7.** В атоме вольфрама электрон перешел с M-слоя на L-слой. Принимая постоянную экранирования  $\sigma$  равной 5,5, определить длину волны  $\lambda_{\min}$  испущенного фотона.

Ответ:  $\lambda_{min} = 0.14$  нм.

<u>7.8.</u> Рентгеновская трубка работает под напряжением U=1 MB. Определить наименьшую длину волны  $\lambda_{\min}$  рентгеновского излучения.

Ответ:  $\lambda_{min} = 1,24$  пм.

**7.9.** Вычислить длину волны  $\lambda_{\min}$  и энергию *E* фотона, принадлежащего  $K_{\alpha}$ -линии в спектре характеристического рентгеновского излучения платины.

Ответ:  $\lambda_{\min} = 20.5$  пм; E = 60.5 кэВ.

**7.10.** При каком наименьшем напряжении  $U_{\min}$  на рентгеновской трубке начинают появляться линии серии  $K_{\alpha}$  меди?

Ответ:  $U_{\min} = 8 \text{ кэВ.}$ 

# Тема 8. Ядерный гамма-резонанс (ЯГР). Электронный парамагнитный резонанс (ЭПР). Ядерный магнитный резонанс (ЯМР)

# Краткие теоретические сведения и основные расчетные формулы

# 1. Ядерный гамма-резонанс (ЯГР)

При испускании или поглощении гамма-кванта, согласно закону сохранения импульса, свободное ядро массы  $m_{\pi}$  получает импульс отдачи  $p=E_0/c$  и соответствующую этому импульсу энергию отдачи  $R=p^2/(2m_{\pi})$ . На эту же величину оказывается меньше, по сравнению с разностью энергий между ядерными уровнями  $E_0$ , энергия испущенного гамма-кванта, а резонансное поглощение наблюдается для фотонов с энергией, равной  $E_0+R$ . В итоге, для одинаковых ядер линии испускания и поглощения разнесены на величину 2R и условие резонанса может быть выполнено только в случае совмещения этих линий либо их частичного перекрытия.

1.1. Относительное изменение частоты, обусловленное эффектом Доплера,

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\upsilon}{c}\cos\varphi, \upsilon \ll c,$$

где  $\vec{v}$  — скорость атома, c — скорость электромагнитного излучения (скорость света),  $\phi$  — угол между вектором  $\vec{v}$  и направлением наблюдения.

1.2. Энергия отдачи ядра при испускании гамма-кванта

$$R=(\hbar\omega)^2/(2m_{\rm R}c^2),$$

где  $\hbar\omega$  – энергия гамма-фотона,  $m_{\rm s}$  – масса ядра.

1.3. Естественная ширина спектральной линии

$$\Gamma = \hbar/\tau$$
,

где т - среднее время жизни ядра в возбужденном состоянии.

# 2. Электронный парамагнитный резонанс (ЭПР)

ЭПР - резонансное поглощение (излучение) электромагнитных волн радиочастотного диапазона ( $10^9$ - $10^{12}$  Гц) парамагнетиками, парамагнетизм которых обусловлен электронами. Магнитный момент неспаренного электрона во внешнем магнитном поле может ориентироваться двумя способами - по полю и против поля. Таким образом, если в исследуемой системе имеются неспаренные электроны, наложение внешнего магнитного поля приводит к разделению электронов по группам: магнитные моменты одних электронов ориентированы по полю, других — против поля.

Каждой из ориентаций магнитных моментов электронов соответствует энергия соответственно  $E_+$  и E

2.1. Разница в энергии электронов определяется выражением

$$\Delta E = E_+ - E_- = g \cdot \mu_B \cdot B$$
.

2.2. Магнетон Бора ( $\mu_{\rm b}$  – элементарный магнитный момент) равен  $\mu_{\rm b} = e\hbar/(2m)$ ,

где e и m —заряд и масса электрона.

2.3. Резонансное поглощение энергии электроном,

$$\omega_0 = \gamma B_0$$
,

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение электрона,  $\gamma = g\mu_{\rm b}/\hbar$ ,  $B_0$  — магнитная индукция внешнего постоянного магнитного поля.

Для свободного электрона g = 2.

# 3. Ядерный магнитный резонанс (ЯМР)

В основе явления ядерного магнитного резонанса лежат магнитные свойства атомных ядер, состоящих из нуклонов с полуцелым спином и взаимодействующие с внешним магнитным полем. Магнитные моменты нуклонов во внешнем магнитном поле могут ориентироваться двумя способами — по полю и против поля.

Магнитный момент ядра определяется соотношением

$$\mu = g \cdot \mu_{\scriptscriptstyle R} \sqrt{I(I+1)} \,,$$

где g — ядерный фактор Ланде;  $\mu_{\rm s}$  — ядерный магнетон ( $\mu_{\rm s}=e\hbar/2m_p$ );  $m_{\rm p}$  — масса протона; I — спиновое квантовое число ядра.

3.1. Магнитный момент ядра  $\mu_{\rm I}$  и момент импульса  $L_{\rm I}$  связаны соотношением

$$\mu_{\rm I} = \gamma_{\rm s} L_{\rm I}$$
,

где  $\gamma_{\rm s}$  – гиромагнитное отношение для ядра ( $\gamma_{\rm s}=g\mu_{\rm s}/\hbar$ ).

3.2. Резонансное поглощение энергии нуклоном

$$\omega_0 = \gamma_{\scriptscriptstyle \rm M} B_0$$
,

где  $B_0$  — магнитная индукция постоянного внешнего магнитного поля.

3.3. Разница в энергии нуклонов определяется выражением

$$\Delta E = E_+ - E_- = g \cdot \mu$$
.

# Примеры решения задач

**Задача 1.** Резонансное поглощение энергии нейтроном наблюдается при магнитной индукции  $B_0$  поля, равной 0,682 Тл и частоте  $v_0$  переменного магнитного поля, равной 19,9 МГ ц. Вычислить g-фактор для нейтрона.

Известно, что направление собственного механического и магнитного моментов (спина) нейтрона противоположны.

#### Решение

Используем формулу, определяющую частоту  $\omega_0$  резонансного поглощения,

$$\omega_0 = \gamma_{\mathsf{M}} B_{0}, \tag{1}$$

где  $\gamma_{\rm s}$  — гиромагнитное отношение ядра,  $B_0$  — индукция магнитного поля. Гиромагнитное отношение определяется соотношением

$$\gamma_{\mathsf{M}} = g\mu_{\mathsf{M}}/\hbar,\tag{2}$$

где g — ядерный фактор Ланде,  $\mu_{\text{я}}$  — ядерный магнетон,  $\hbar$  — постоянная Планка. Ядерный магнетон равен

$$\mu_{\mathsf{H}} = e\hbar/2m_p,\tag{3}$$

где e — заряд электрона,  $m_p$  — масса протона.

Подставим выражения (2) и (3) в формулу (1) и учитывая, что  $\omega = 2\pi \nu$ , получим

$$g = \frac{2\pi v_0 \cdot 2m_p}{B_0 \cdot e} \ . \tag{4}$$

Выполнив расчет по формуле (4), определим д

$$g = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 19,9 \cdot 10^{6} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}}{0.682 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 3,82.$$

Учитывая условие задачи о направлении спинового механического и магнитного моментов, запишем ответ.

Ответ: ядерный фактор Ланде для нейтрона равен g = -3.82.

# Задачи для самостоятельного решения

- **<u>8.1</u>**. Определить гиромагнитное отношение  $\gamma$  для свободного электрона. Ответ:  $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11} \, (\text{T} \cdot \text{c})^{-1}$ .
- <u>8.2</u>. Свободный электрон находится в постоянном магнитном поле  $(B_o = 1 \text{ Tr})$ . Определить частоту  $v_0$  переменного магнитного поля, при которой происходит резонансное поглощение энергии электроном (g-фактор для свободного электрона равен 2).

Ответ:  $v_0 = 28 \ \Gamma \Gamma$ ц.

<u>8.3</u>. Стандартные спектрометры для наблюдения электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) имеют на одном из диапазонов фиксированную частоту  $v_0 = 9,9$  ГГц. Определить магнитную индукцию поля  $B_O$ , при которой происходит резонансное поглощение энергии радиочастотного поля свободным электроном (g-фактор равен 2).

Ответ:  $B_O = 0.353$ Тл.

- **8.4**. Определить гиромагнитное отношение  $\gamma$  для свободного протона. Ответ:  $\gamma = 2.68 \cdot 10^8 \; (\text{T} \cdot \text{c})^{-1}$ .
- **8.5**. Свободный протон находится в постоянном магнитном поле  $B_0 = 1$  Тл. Определить частоту  $v_0$  переменного магнитного поля, при которой происходит резонансное поглощение энергии протоном (g-фактор равен 5,58).

Ответ:  $v_0 = 42,6 \text{ M}\Gamma$ ц.

<u>8.6</u>.Определить частоту  $v_0$  переменного магнитного поля, при которой происходит резонансное поглощение энергии протоном. Свободный протон находится в постоянном магнитном поле  $B_0=2$  Тл (g-фактор равен 5,58).

Ответ:  $v_0 = 85,2 \text{ M}\Gamma$ ц.

**8.7**. Вычислить энергию R, которую приобретает атом вследствие отдачи, в трех случаях: 1) при излучении в видимой части спектра ( $\lambda = 500$  нм); 2) при рентгеновском излучении ( $\lambda = 0.5$  нм); 3) при гамма-излучении ( $\lambda = 5.10^{-3}$  нм). Массу атома во всех случаях считать одинаковой и равной 100 а.е.

Ответ: 33 пэВ; 33 мэВ; 0,33 эВ.

<u>8.8</u>. Свободное ядро атома калия  $^{40}$ К испустило гамма-фотон с энергией E=30 кэВ. Определить относительное смещение  $\Delta E/E$  спектральной линии, обусловленное отдачей ядра.

Otbet:  $\Delta E / E = 4.10^{-7}$ .

<u>8.9</u>. Ядро атома цинка  $^{67}Zn$  с энергией возбуждения E=93 кэВ перешло в основное состояние, испустив гамма-фотон. Найти относительное изменение  $\Delta E/E$  энергии гамма-фотона, возникающее вследствие отдачи свободного ядра.

OTBET:  $\Delta E/E = 7.45 \cdot 10^{-7}$ .

**8.10.** Энергия возбуждения E ядра атома иридия <sup>191</sup>Іг равна 129 кэВ. При какой скорости **VI** сближения источника и мишени, содержащей свободные ядра <sup>191</sup>Іг, можно вследствие эффекта Доплера скомпенсировать сдвиг полос поглощения и испускания, обусловленных отдачей ядер?

Other: |v| = 218 m/c.

# приложения

# 1. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

	Обозначение
Название	и величина
Постоянная Авогадро	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Скорость света в вакууме	$c = 3.10^8 \text{ m/c}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}  \Phi/M$
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ H} \cdot \text{m}^2 / \text{K} \cdot \text{J}^2$
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ K}$ л
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \mathrm{K}\Gamma$
Постоянная Планка	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж <sup>с</sup> с
Атомная единица массы	1 a.e.м.= 1,66·10 <sup>-27</sup> кг
Электрон-вольт	$1  ext{  ext{9}B} = 1,6 \cdot 10^{-19} Дж$

# 2. ПЛОТНОСТЬ р И МОЛЯРНАЯ МАССА *М* НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОВ, У КОТОРЫХ НА КАЖДЫЙ АТОМ ПРИХОДИТСЯ В СРЕДНЕМ ПО ОДНОМУ СВОБОДНОМУ ЭЛЕКТРОНУ

Металл	Литий	Калий	Рубидий	Цезий	Медь	Серебро	Золото
$\rho$ ,	530	870	1530	1870	8900	10500	19300
$\kappa\Gamma/M^3$							
M,	0,0069	0,0391	0,0855	0,1329	0,0635	0,1079	0,1970
кг/моль							

# ДЛЯ ЗАМЕТОК