

## ВВЕДЕНИЕ

Для описания свойств макросистем, т.е. систем, содержащих огромное количество движущихся и взаимодействующих частиц, оказались необходимы способы, отличные от тех, которые используются в механике. Существуют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода описания процессов в макросистемах: **термодинамический и статистический**.

В основе **термодинамики** лежат фундаментальные законы (начала), установленные путем обобщения опытных фактов. Свойства макроскопических тел и протекающие в них процессы описываются без учета их микроскопической структуры с помощью термодинамических параметров, характеризующих систему в целом (температура, плотность, давление и т.д.).

**Статистический** метод в физике возник по мере развития представлений о молекулах и атомах, существование которых предсказывали еще древние мыслители. В основе этого метода лежат модельные атомно-молекулярные представления о строении макросистем, т.е. систем, состоящих из очень большого количества частиц (молекул, атомов, электронов и т.п.). Статистическая физика дает способы вычисления свойств макроскопических тел через свойства этих частиц и взаимодействие между ними. При этом свойства тел, непосредственно наблюдаемые на опыте (давление, температура и т.д.), истолковываются как суммарный, усредненный результат поведения отдельных молекул.

Однако даже в начале XX в. были ученые, и в их числе знаменитые физики и химики, которые не верили в существование молекул. Атомно-молекулярная теория медленно и с трудом завоевывала признание. Окончательное подтверждение она получила в экспериментах Ж.Б. Перрена. Своим циклом исследований броуновского движения он подтвердил молекулярно-статистическую теорию Эйнштейна-Смолуховского и окончательно убедил научный мир в том, что броуновское движение является следствием теплового движения среды. Истинность теории Ж.Б. Перрен проверил, исследуя распределение частиц эмульсии по высоте. В основу этой экспериментальной работы легли результаты исследования Л. Больцмана, который в 1876 г. открыл закон распределения молекул атмосферного воздуха в поле тяготения. По результатам серии блестяще поставленных экспериментов Ж.Б. Перрену удалось получить значение числа Авогадро, хорошо согласующееся со значениями, полученными другими методами, и окончательно доказать справедливость молекулярных воззрений на строение вещества. Тем самым в работах Ж.Б. Перрена была впервые произведена экспериментальная проверка статистического метода в физике. В 1926 г. за исследования дискретной природы материи Ж.Б. Перрен получил Нобелевскую премию по физике.

В приведенных в этом пособии лабораторных работах студентам предлагается познакомиться со статистическим методом и повторить великие опыты Ж.Б. Перрена с помощью средств современного компьютерного моделирования.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА СТ-1К «БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ» (опыт Перрена)

## 1. Цель работы

Знакомство со статистическим методом исследований в физике на примере броуновского движения. С помощью виртуального эксперимента определение числа Авогадро, коэффициента диффузии и средней длины свободного пробега броуновской частицы.

## 2. Подготовка к работе

Изучите теоретический материал по лекциям или учебнику [1, 2]: статистический и термодинамический методы изучения процессов в макросистемах, явления переноса в газах. Обязательно ознакомьтесь с введением к данному пособию. Прочитайте разделы 3 и 4 методического описания, ознакомьтесь с методом Ж.Б. Перрена по исследованию броуновского движения, порядком проведения измерений и обработки их результатов. Подготовьте ответы на вопросы из раздела 7 данного описания.

## 3. Краткая теория

Непосредственным доказательством хаотического движения молекул служит броуновское движение. Это явление впервые открыл шотландский ботаник Роберт Броун, который в 1827 г. наблюдал в микроскоп беспорядочное движение крошечных цитоплазматических зернышек цветочной пыльцы, взвешенных в воде. Но объяснить это загадочное явление не смог ни сам Броун, ни другие ученые в течение многих лет.

Причина броуновского движения – тепловое движение молекул среды. Столкновения молекул среды с частицей носят случайный характер, поэтому удары с разных сторон оказываются некомпенсированными. Всесторонние удары молекул среды по поверхности частицы никогда в точности не уравновешивают друг друга и приводят частицу в беспорядочное движение: скорость ее хаотически меняется по величине и направлению. Броуновское движение – наиболее наглядное экспериментальное подтверждение представлений молекулярно-кинетической теории о хаотическом тепловом движении атомов и молекул.

Чем больше размер частицы, тем большее число молекул окружающей среды могут столкнуться с ней и, следовательно, тем меньшее количество ударов останется некомпенсированным. Поэтому большая частица не приходит в движение. Если частица имеет небольшие размеры  $\sim 1$  мкм, число столкновений будет невелико, следовательно, большее количество ударов останется

некомпенсированным, и частица придет в движение. Такую **частицу** называют **броуновской**.

Как это ни удивительно, но, несмотря на кажущийся беспорядок и случайные перемещения броуновских частиц, оказалось все же возможным описать это движение методами статистической физики. Полная теория броуновского движения была дана в 1905 г. А. Эйнштейном и почти одновременно с ним польским физиком М. Смолуховским.

Рассмотрим перемещение броуновской частицы относительно точки 0, выбранной за начало отсчета. Положение частицы будем фиксировать через равные интервалы времени  $\Delta t$ . Хотя за время  $\Delta t$  частица движется по сложной ломаной траектории, несколько раз меняя направление скорости, ее перемещение за очередное время  $\Delta t$  будем описывать вектором перемещения  $\Delta \vec{r}_i$  (рис. 1). Ломаная линия на рисунке называется **случайным блужданием** броуновской частицы (траектория молекулы газа имеет такой же вид).

После  $n$  последовательных перемещений броуновской частицы за промежуток времени  $t = n\Delta t$  ее радиус-вектор  $\vec{r}$  (вектор перемещения относительно точки 0) будет равен

$$\vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 + \Delta \vec{r}_3 + \dots + \Delta \vec{r}_n = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{r}_i.$$

Если провести ряд независимых экспериментов, то в каждом случае броуновская частица будет удаляться от начала координат, но в силу хаотичности направлений перемещений средний по результатам всех экспериментов радиус-вектор будет равен нулю  $\langle \vec{r} \rangle = 0$ . Средний же модуль радиус-вектора не будет равен нулю  $\langle |\vec{r}| \rangle \neq 0$ . Его можно найти, взяв квадратный корень из среднего значения квадрата перемещения  $\langle |\vec{r}| \rangle = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$ , где

$$\langle r^2 \rangle = \left\langle \left( \sum_{i=1}^n \Delta \vec{r}_i \right)^2 \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^n \Delta \vec{r}_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta \vec{r}_i \cdot \Delta \vec{r}_j \right\rangle = \sum_{i=1}^n \langle \Delta \vec{r}_i^2 \rangle = n \langle \Delta \vec{r}_i^2 \rangle,$$

$n = \frac{t}{\Delta t}$  – число измерений за все время  $t$  движения частицы, а  $\Delta t$  – промежуток времени между двумя измерениями. Здесь учтено, что среднее значение скалярного произведения неодинаковых векторов перемещения обращается в ноль из-за равноправия направлений перемещения  $\langle \Delta \vec{r}_i \cdot \Delta \vec{r}_j \rangle = \langle \Delta r_i \Delta r_j \cos \alpha_{ij} \rangle = 0$ .

Все перемещения броуновской частицы за одинаковые интервалы времени  $\Delta t$  равновероятны. Поэтому средние значения квадратов перемещений частицы за время  $\Delta t$  одинаковы  $\langle \Delta \vec{r}_i^2 \rangle = \lambda^2 = \text{const}$ . Таким образом, для среднего квадрата перемещения частицы за время  $t$  получается уравнение

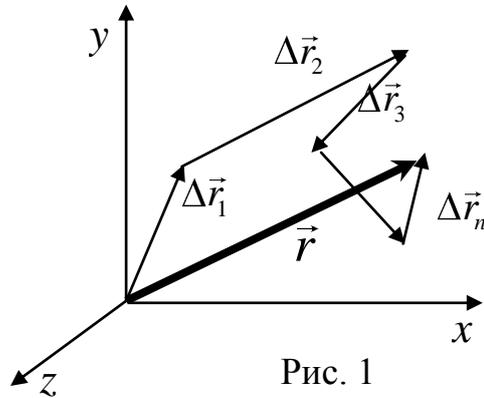


Рис. 1

$$\langle r^2 \rangle = n\lambda^2.$$

Так как  $n = \frac{t}{\Delta t}$ , то это уравнение можно записать в виде  $\langle r^2 \rangle = \frac{\lambda^2}{\Delta t} t$ . Введя обозначение  $\frac{\lambda^2}{\Delta t} = a$ , получим формулу

$$\langle r^2 \rangle = at. \quad (1)$$

Эйнштейн показал, что в случае двумерного движения броуновской частицы в жидкости среднее значение квадрата перемещения броуновской частицы  $\langle r^2 \rangle$  за время  $t$  прямо пропорционально температуре  $T$  и обратно пропорционально вязкости жидкости  $\eta$ , числу Авогадро и диаметру частицы  $d$ :

$$\langle r^2 \rangle = 4 \frac{RT}{3\pi\eta d N_A} t. \quad (2)$$

Заметим, что аналогичный вид имеют формулы для перемещения (**диффузии**) молекул в газах, жидкостях и твердых телах. И диффузия, и броуновское движение являются следствием хаотического теплового движения молекул и потому описываются схожими математическими зависимостями.

Поэтому по аналогии с движением молекул величину  $D = \frac{RT}{3\pi\eta d N_A}$  называют **коэффициентом диффузии броуновской частицы**, а  $\lambda$  ее **средней длиной свободного пробега**.

Теория броуновского движения нашла широкое применение не только для описания случайного движения броуновской частицы в жидкости. Она оказалась применима и для решения широкого круга прикладных задач. Этой теории подчиняются случайные тепловые колебания высокоточных измерительных устройств (например, крутильных весов, гальванометров). Уравнения теории броуновского движения могут использоваться для анализа точности работы различных управляющих систем. С их помощью можно рассчитать случайные ошибки, которые возникают при управлении техническими устройствами, и выполнить оптимизацию параметров работы последних.

#### 4. Методика проведения эксперимента и описание установки

Как уже отмечалось, атомно-молекулярные представления о строении макросистем получили окончательное подтверждение в блестящих экспериментах Ж.Б. Перрена (1908 г.). Он использовал изобретенный в 1902 г. ультрамикроскоп, который позволял обнаруживать мельчайшие частицы благодаря рассеянию на них света от мощного бокового осветителя. Крошечные шарики почти сферической формы и примерно одинакового размера Ж.Б. Перрен получал из гуммигута – сгущенного сока некоторых тропических деревьев. Эти крошечные шарики были взвешены в смеси глицерина с водой; вязкая жидкость препятствовала появлению в ней внутренних потоков, которые смазали бы картину.

Вооружившись секундомером, Перрен отмечал и потом зарисовывал в сильно увеличенном масштабе на разграфленном листе бумаги положение частиц через равные интервалы времени, например, через каждые полминуты. Соединяя полученные точки прямыми линиями, он получал замысловатые траектории. Усреднив результаты многих наблюдений, Ж.Б. Перрен получил достаточно точное для того времени значение числа Авогадро:  $6,8 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

В настоящее время аналогичные эксперименты можно проводить с помощью цифровых микроскопов с выводом изображения на экран монитора. По заданной программе положение броуновской частицы фотографируется через равные промежутки времени и рассчитывается ее отклонение от начального положения. На экране отображается ломаная линия, соединяющая полученные положения броуновской частицы.

Реализация такого тонкого и кропотливого эксперимента в условиях лаборатории вуза затруднительна. Поэтому в данной работе процесс движения броуновской частицы в вязкой среде моделируется с помощью средств компьютерной графики. На рис. 2 приведено изображение окна программы, моделирующей броуновское движение. При нажатии кнопки «Очистить» в левом верх-

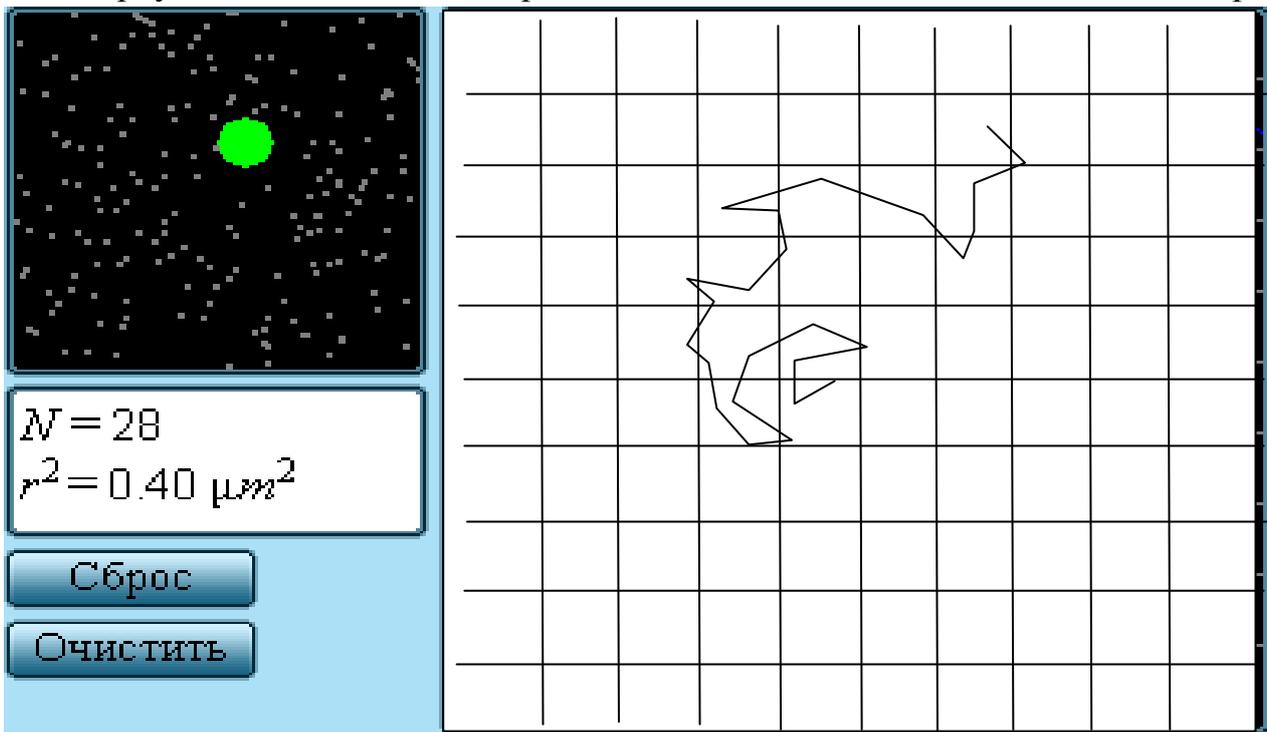


Рис. 2

нем углу компьютерная модель демонстрирует хаотическое движение броуновской частицы в двумерной среде. Через равные интервалы времени  $\Delta t$  автоматически определяются координаты броуновской частицы, и вычисляется квадрат ее перемещения из положения равновесия. Соответствующие точки положения частицы автоматически отображаются в правой части окна программы и соединяются полилинией. Над кнопкой сброс находится табло, на котором отображается число равных интервалов времени  $N$ , прошедших после начала наблюдения за очередной частицей, и квадрат перемещения броуновской ча-

стицы из положения равновесия  $r^2$ . Через каждые  $N = 100$  интервалов времени компьютер автоматически переключается на следующую частицу. То же происходит при нажатии кнопки «Сброс». В отдельных случаях, если изображение броуновской частицы выходит за рамку экрана, то происходит автоматическое переключение на новую частицу. Такой результат не учитывается и измерение нужно повторить.

Проследив за движением многих броуновских частиц с фиксацией их квадрата смещения от первоначального положения через равные промежутки времени, можно рассчитать средние значения  $\langle r_i^2 \rangle$  и с помощью формул (1) и (2) рассчитать число Авогадро.

### **5. Порядок выполнения работы**

Найдите на рабочем столе компьютера ярлык 1-й части сборника компьютерных моделей «Модели 1», разработанных компанией «Физикон». С помощью левой кнопки мыши откройте список моделей и в разделе 3 «Молекулярная физика» активируйте модель 3.1 «Броуновское движение».

#### 5.1. Определение значения интервала времени $\Delta t$ .

5.1.1. Нажав одновременно кнопку запуска на секундомере и кнопку «Сброс» на изображении модели, измерьте время  $t_0$ , за которое происходит  $N = 50$  интервалов перемещений броуновской частицы. Если изображение частицы выходит за рамку экрана раньше 50 интервалов, то измерение необходимо повторить. Рассчитайте время одного интервала движения броуновской частицы  $\Delta t = \frac{t_0}{50}$  и запишите полученное значение в табл. 1.

#### 5.2. Измерение квадратов перемещений броуновских частиц.

5.2. 1. Нажав на кнопку «Очистить» на изображении модели, определите квадраты смещения из положения равновесия  $r_i^2$  для первой броуновской частицы через каждые пять значений интервалов времени  $\Delta t$  до  $N = 50$ , т.е.  $N = 5, 10, \dots, 50$ . Эту процедуру удобно выполнять вдвоем: один студент следит за показаниями  $N$  и  $r^2$  на экране монитора и диктует значения  $r^2$  через каждые пять шагов броуновской частицы, второй студент записывает эти значения в соответствующие ячейки табл. 1.

5.2.2. Проведите аналогичные п. 5.2.1. измерения еще для 9-ти броуновских частиц. Перед каждым измерением обязательно необходимо нажать кнопку «Очистить». Результаты запишите в табл. 1.

## 6. Обработка результатов измерений и оформление отчёта

Дальнейшую обработку результатов измерений можно произвести либо с помощью программы Microsoft Excel (предпочтительно), либо с помощью калькулятора.

### Расчет с помощью программы Microsoft Excel

6.1. Откройте папку «Обработка результатов ЛР», расположенную на рабочем столе лабораторного компьютера, выберите файл «Расчет ЛР СТ-1К». Откройте его.

6.2. Запишите в ячейку С4 рассчитанное в п. 5.1.1. значение  $\Delta t$ . Введите в ячейки таблицы значения квадрата смещения  $r_i^2$  для каждой броуновской частицы.

6.3. Перепишите в табл. 1 рассчитанные компьютером средние значения смещения  $\langle r_i^2 \rangle$ . Скопируйте график зависимости  $\langle r_i^2 \rangle$  от времени  $t$ . Примите в качестве погрешности определения величины  $a$  стандартную погрешность (т.е.  $\Delta a \approx \sigma_a$ ). Перепишите в последнюю строку табл. 1 значение углового коэффициента в стандартной форме  $a \pm \Delta a$ .

6.4. Рассчитайте коэффициент диффузии по формуле  $D = \frac{a}{4}$ , среднюю длину свободного пробега броуновской частицы  $\lambda = \sqrt{a \cdot \Delta t}$  и число Авогадро (см. формулы (1) и (2)). Необходимые для расчета значения температуры  $T$ , вязкости жидкости  $\eta$  и диаметра частицы  $d$  приведены в верхней части табл. 1. Рассчитайте погрешности косвенного определения коэффициента диффузии  $D$ , средней длины свободного пробега броуновской частицы  $\lambda$  и числа Авогадро  $A$  по методике, приведенной на стенде в лаборатории, и запишите полученные результаты в табл. 1 в стандартной форме  $D \pm \Delta D$ ,  $\lambda \pm \Delta \lambda$ ,  $N_A \pm \Delta N_A$ .

6.5. По результатам эксперимента запишите в отчет выводы.

### Расчет с помощью калькулятора

6.1. Рассчитайте время  $t = N \cdot \Delta t$  для соответствующих этапов измерений и запишите полученные значения в четвертую строку табл. 1. Рассчитайте средние значения смещения  $\langle r_i^2 \rangle$  в вертикальных столбцах табл. 1. Полученные результаты запишите в соответствующую строку табл. 1.

6.2. Постройте график зависимости  $\langle r_i^2 \rangle$  от времени  $t$ , проведя прямую линию вида  $y = ax$  так, чтобы экспериментальные точки были от нее на минимальных расстояниях по разные стороны.

6.3. Определите графическим методом угловой коэффициент  $a$ . Запишите полученное значение в последнюю строку табл. 1.

Таблица 1

$t_0 = \dots \pm 1 \text{ с}$			$T = 295 \pm 1 \text{ К}$				$d = 0,20 \pm 0,02 \text{ мкм}$			
$\Delta t = \dots \pm 0,02 \text{ с}$			$\eta = 0,45 \pm 0,05 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$							
$N$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$t = N \cdot \Delta t, \text{ с}$										
Значения квадрата смещения броуновской частицы из положения равновесия $r^2$ , мкм <sup>2</sup>										
Номер броуновской частицы	1.									
	2.									
	3.									
	4.									
	5.									
	6.									
	7.									
	8.									
	9.									
	10.									
Среднее $\langle r_i^2 \rangle$ , мкм <sup>2</sup>										
$a = \dots \pm \dots \text{ м}^2/\text{с}$		$D = \dots \pm \dots \text{ м}^2/\text{с}$			$\lambda = \dots \pm \dots \text{ м}$			$N_A = \dots \pm \dots \text{ моль}^{-1}$		

### 7. Вопросы для допуска к лабораторной работе

- 7.1. Опишите статистический метод в физике.
- 7.2. Какая частица называется броуновской?
- 7.3. Каков механизм броуновского движения?
- 7.4. Поясните метод случайных блужданий в теории Эйнштейна.
- 7.5. Как средний модуль смещения броуновских частиц из некоторого начального положения зависит от времени?
- 7.6. От каких величин зависит средний квадрат смещения броуновских частиц?
- 7.7. Какую физическую величину называют коэффициентом диффузии.
- 7.8. Опишите порядок выполнения работы.

### 8. Литература

- 8.1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2008 и др.
- 8.2. Савельев И.В. Курс общей физики. - Кн. 3. - М.: Наука, 2009 и др.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА СТ-4К «РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БОЛЬЦМАНА» (ОПЫТ Ж.Б. ПЕРРЕНА)

### 1. Цель работы

Изучение распределения Больцмана на примере поведения взвешенных в жидкости микрочастиц в поле силы тяжести. Определение постоянной Больцмана с помощью виртуального эксперимента.

### 2. Подготовка к работе

Изучите теоретический материал по лекциям или учебникам [1, 2]: статистический метод изучения процессов в макросистемах, барометрическую формулу, распределение Больцмана и следствия из него. Обязательно ознакомьтесь с введением к данному пособию. Прочитайте разделы 3 и 4 методического описания, ознакомьтесь с методом Ж.Б. Перрена по исследованию распределения взвешенных микрочастиц в поле тяжести, порядком проведения измерений и обработки их результатов. Подготовьте ответы на вопросы из раздела 7 данного описания.

### 3. Краткая теория

Если на молекулы газа не действуют внешние силовые поля, то из-за хаотичности движения молекулы газа равномерно распределяются по объему сосуда. При этом концентрация молекул газа (так же, как давление и температура) во всех элементах занимаемого объема одинакова. Но во многих случаях необходимо учитывать влияние внешних сил (например, поля тяжести Земли, электрического поля и т.п.) на свойства газа (или совокупности других частиц) в различных областях занимаемого пространства. В этом случае молекулы газа будут стремиться занять положение с минимальной потенциальной энергией. Хаотичность теплового движения молекул, с одной стороны, и действие силового поля, с другой, приводят к некоторому стационарному распределению концентрации молекул газа в пространстве.

В 1868 г. Л. Больцман доказал, что в любом потенциальном поле сил для совокупности **любых** одинаковых частиц, находящихся в состоянии хаотического теплового движения, справедливо распределение в пространстве, которое можно записать следующим образом:

$$n = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}, \quad (1)$$

где  $n$  – концентрация частиц в области пространства, в которой их потенциальная энергия равна  $E_p$ ,  $n_0$  – концентрация частиц в том месте пространства, где их потенциальная энергия равна нулю,  $T$  – температура,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана.

Формула (1) называется **распределением Больцмана**. Имеются и другие формы записи этого распределения [1, 2]. Следствием из распределения Больцмана является формула для вычисления отношения концентраций частиц  $n_1$  к  $n_2$  в точках пространства, где их потенциальные энергии имеют соответственно значения  $E_{p1}$  и  $E_{p2}$

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{E_{p1}-E_{p2}}{kT}}. \quad (2)$$

Распределение Больцмана лежит в основе работы современных высокотехнологичных устройств (полупроводниковая техника, лазеры и т.д.). Из формулы (1) следует, что молекулы, электроны или другие одинаковые частицы располагаются с большей плотностью там, где их потенциальная энергия меньше. Например, если принять, что ускорение свободного падения  $g$  и температура земной атмосферы не меняются с высотой над поверхностью Земли, то концентрация молекул газа или других одинаковых частиц массой  $m$  зависит от высоты  $h$  над поверхностью в соответствии с формулой

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \quad (3)$$

Воспользовавшись уравнением состояния идеального газа  $p = nkT$ , из этого выражения можно получить зависимость давления атмосферы планет от высоты – **барометрическую формулу**

$$p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}, \quad (4)$$

где  $p$  и  $p_0$  – давление атмосферы на высоте  $h$  и на поверхности планеты соответственно,  $T = \text{const}$  и  $g = \text{const}$  – температура и ускорение свободного падения на поверхности планеты.

#### **4. Методика проведения эксперимента и описание установки**

Распределение Больцмана (1) было использовано французским физиком Жаном Батистом Перреном (1870 – 1942) для экспериментального определения постоянной Больцмана  $k$  и постоянной Авогадро (числа Авогадро)  $N_A$ . В работах, выполненных Перреном в 1908 – 1911 гг., измерялось распределение концентрации взвешенных в жидкости микроскопических частиц (эмульсии) в поле тяжести Земли. Отметим, что совокупность микрочастиц, находящихся во взвешенном состоянии в жидкости, близка по своей молекулярно-кинетической структуре к идеальному газу. Это делает возможным при определении распределения микрочастиц во внешнем силовом поле использовать распределение Больцмана (1) и следствия из него.

В соответствии с формулой (3) при увеличении вертикальной координаты слоя эмульсии  $h$  концентрация частиц  $n(h)$  экспоненциально убывает. Перрен для экспериментального определения зависимости  $n(h)$  использовал микроскоп, глубина резкости объектива которого обеспечивала измерение положения микроскопических частиц в тонком слое эмульсии с точностью до 1 мкм. Эмульсия представляла собой взвесь одинаковых сферических частиц специального дре-

весного сока или смолы (гуммигута) в воде. Диаметр этих частиц в опытах Перрена был менее 0,4 мкм. Потенциальная энергия микроскопической частицы в однородном поле сил тяжести  $mg$  и Архимеда  $F_A$  имеет вид

$$E_p = mgh - F_A h = \rho Vgh - \rho_{ж} Vgh = (\rho - \rho_{ж}) Vgh = (\rho - \rho_{ж}) \frac{4}{3} \pi r^3 gh,$$

где  $\rho$  – плотность взвешенных частиц,  $\rho_{ж}$  – плотность жидкости,  $V$  – объем взвешенных частиц,  $r$  – их радиус,  $h$  – значение вертикальной координаты, отсчитанное от уровня, где потенциальная энергия принята за ноль. Запишем распределение Больцмана (1) с учетом этой формулы

$$n h = n_0 e^{-\frac{\rho - \rho_{ж} \frac{4}{3} \pi r^3 gh}{kT}}. \quad (5)$$

Для экспериментальной проверки этой формулы ее удобно переписать в виде

$$\ln \frac{n h}{n_0} = -\frac{\rho - \rho_{ж} \frac{4}{3} \pi r^3 g}{kT} h. \quad (6)$$

В координатах  $\ln \frac{n h}{n_0}$  и  $h$  это уравнение прямой линии с угловым коэффициентом

$$a = -\frac{\rho - \rho_{ж} \frac{4}{3} \pi r^3 g}{kT}. \quad (7)$$

Полученная в эксперименте зависимость концентрации микрочастиц от высоты  $n(h)$  и измеренные независимым способом температура, плотность и объем микроскопических частиц позволили Перрену с помощью этой формулы рассчитать постоянную Больцмана  $k$ . Дальнейшее определение постоянной Авогадро выполнялось по формуле  $N_A = R/k$ , где  $R$  – универсальная газовая постоянная. Полученное таким образом значение постоянной Авогадро оказалось близко к установленному позднее более точными методами значению  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

Проведенные Перреном эксперименты, кроме установления величины постоянной Авогадро, позволили также доказать применимость формулы Больцмана к описанию распределения не только молекул газа, но и любых других микрочастиц.

Реализация такого тонкого и кропотливого эксперимента в условиях лаборатории вуза затруднительна. Поэтому в данной лабораторной работе используется компьютерный симулятор эксперимента Перрена (рис. 1), разработанный студентом факультета ПМиВТ МГТУ ГА Е.М. Беляевым. В его основу положен модифицированный опыт Перрена: для определения зависимости  $n(z)$  используется современный цифровой микроскоп 1 с выводом изображения на экран монитора. Чашка Петри 3 (мелкий цилиндрический сосуд) с исследуемой эмульсией накрыта плоской стеклянной пластиной и размещена на предметном

столе микроскопа. С помощью кнопок управления на микроскопе  $\oplus$  и  $\ominus$  можно сфокусировать объектив микроскопа на определенном слое эмульсии, значение координаты  $h$  (высоты) которого отображается в верхнее левое углу монитора.

## 5. Порядок выполнения работы

### 5.1. Подготовка к работе

5.1.1. Найдите на рабочем столе лабораторного компьютера ярлык папки «Виртуальные ЛР», откройте её с помощью левой кнопки компьютерной мыши и запустите программу «Распределение Больцмана» из этой папки. На экране монитора

появится изображение симулятора лабораторного стенда (рис. 1). Включите монитор кнопкой 2. Слева от микроскопа 1 на специальном коврик 4 находится чашка Петри с подготовленной лаборантом эмульсией. Наведите на нее курсор. При этом стрелка курсора сменится на руку с указательным пальцем. Нажмите левую кнопку компьютерной мыши и переместите чашку Петри на предметный стол микроскопа 3. На экране монитора появится изображение движущихся в слое эмульсии частиц.

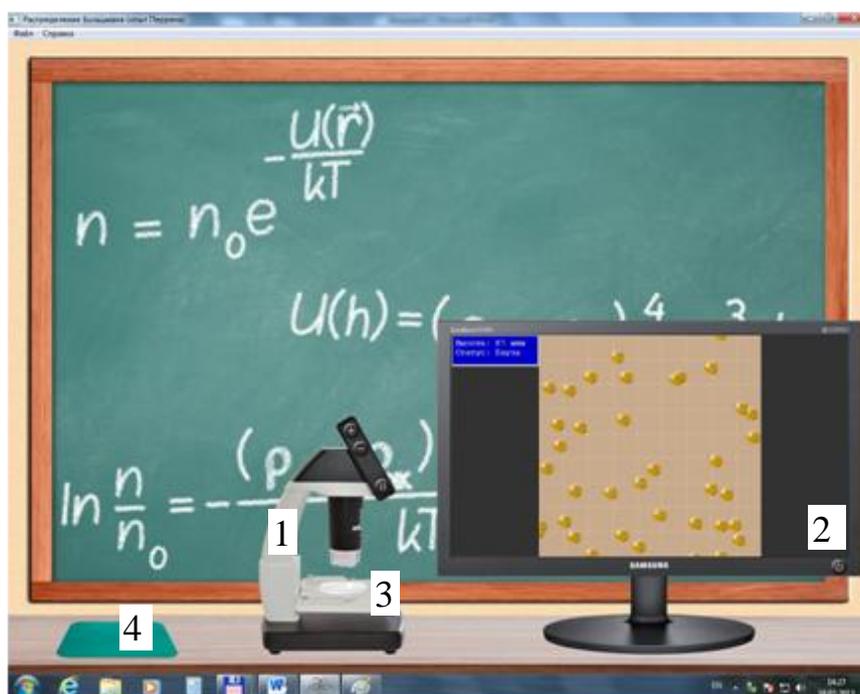


Рис. 1

5.1.2. С помощью кнопок управления высотой объектива микроскопа  $\oplus$  и  $\ominus$  сфокусируйте изображение на слое эмульсии с начальным значением координаты  $z_0$  в соответствии с таблицей вариантов 1. **Внимание:** ниже указанных в табл. 1 значений опускать объектив микроскопа не рекомендуется во избежание разрушения объектива или покровного стекла на чашке Петри.

### 5.2. Проведение измерений

5.2.1. С помощью кнопки на микроскопе «пауза»  $\textcircled{\parallel}$  сфотографируйте изображение на экране монитора. Сосчитайте количество частиц эмульсии  $N_0$  наблюдаемых на фотоснимке. Запишите значение координаты  $z_0$  слоя эмульсии и количество наблюдаемых в нем частиц  $N_0$  в табл. 2.

5.2.2. Нажав на кнопку «пауза»  $\text{⏸}$ , верните режим наблюдения за движением частиц. С помощью кнопки  $\text{⊕}$  переместите объектив микроскопа на 10 мкм выше и вновь сосчитайте количество частиц эмульсии, наблюдаемых на экране монитора. Значения  $z_1$  и  $N_1$  запишите в табл. 2.

5.2.3. Проведите аналогичные измерения еще для девяти значений вертикальной координаты  $z_i$ , поднимая каждый раз объектив микроскопа примерно на 10 мкм. Результаты подсчета числа видимых частиц эмульсии запишите в табл. 2.

5.2.4. Снимите чашку Петри с предметного стола микроскопа и выключите экран монитора.

Таблица 1

Номер бригады	1	2	3	4
Начальное значение координаты $z_0$	65 мкм	70 мкм	75 мкм	80 мкм

Таблица 2

$\rho = 1100 \pm 10$ кг/м <sup>3</sup>		$\rho_{\text{ж}} = 980 \pm 10$ кг/м <sup>3</sup>				$T = 295 \pm 1$ К			$r = 0,25 \pm 0,01$ мкм		
$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_i$ , мкм											
$N_i$											
$h_i = z_i - z_0$ , мкм	0										
$\frac{n_i}{n_0} = \frac{N_i}{N_0}$	1										
$\ln \frac{n_i}{n_0}$	0										
$a_{\text{гр}} =$						$k_{\text{гр}} =$					
$a \pm \Delta a =$						$k \pm \Delta k =$					

## 6. Обработка результатов измерений и оформление отчёта

6.1. Приняв начальное значение координаты  $z_0$  за нулевой уровень, рассчитайте значения  $h_i = z_i - z_0$ . Результаты расчетов запишите в табл. 2.

6.2. По результатам измерений рассчитайте отношения  $\frac{n_i}{n_0} = \frac{N_i}{N_0}$  и  $\ln \frac{n_i}{n_0}$ .

Запишите полученные значения в табл. 2.

6.3. По полученным результатам постройте два графика: зависимости  $\frac{n}{n_0}$  от  $h$  и зависимости  $\ln \frac{n}{n_0}$  от  $h$ . Определите графическим методом уг-

ловой коэффициент  $a_{\text{гр}}$  прямой линии на втором графике. Запишите результат в табл. 2.

6.4. Рассчитайте угловой коэффициент  $a$  и стандартную погрешность  $\sigma_a$  его определения методом наименьших квадратов на компьютере, используя программу Microsoft Excel. Для этого откройте папку «Обработка результатов ЛР», расположенную на рабочем столе лабораторного компьютера, и запустите файл «Расчет  $y=ax$  МНК.xls». Затем руководствуйтесь приведенными в файле пояснениями, введя обозначения  $y_i = \ln \frac{n_i}{n_0}$  и  $x_i = h_i$ . Примите в качестве погрешности определения величины  $a$  стандартную погрешность (т.е.  $\Delta a \approx \sigma_a$ ). Запишите результаты расчетов в табл. 2 в стандартной форме  $a \pm \Delta a$ .

**Замечание:** последнее означает, что мы принимаем величину доверительной вероятности (надежности измерения)  $P = 0,68$  (68%) и поэтому коэффициент Стьюдента  $t_{P,n-1} \approx 1,0$ .

6.5. Воспользовавшись формулой (7) и значениями параметров из первой строки табл. 2, рассчитайте постоянную Больцмана  $k_{\text{гр}}$  с помощью  $a_{\text{гр}}$  (см. п.6.3.) и  $k$  с помощью  $a$  (см. п.6.4.). Запишите результат в табл. 2.

6.6. Рассчитайте погрешность косвенных измерений постоянной Больцмана  $\Delta k$  по методике, приведенной на стенде в лаборатории. Запишите результаты расчета в табл. 2 в стандартной форме  $k \pm \Delta k$ .

6.7. По полученным результатам эксперимента сделайте выводы.

## 7. Вопросы для допуска к лабораторной работе

7.1. Распределение каких частиц и при каких условиях изучалось в опыте Ж. Перрена?

7.2. Опишите порядок выполнения лабораторной работы.

7.3. Какие силы действуют на частицы эмульсии?

7.4. Как меняется характер распределения молекул в атмосфере при увеличении температуры?

7.5. Как изменится характер распределения частиц эмульсии при увеличении их плотности?

7.6. Какой график используется для расчета постоянной Больцмана?

7.7. Можно ли распределение Больцмана применять к электронам в полупроводниках?

## 8. Литература

8.1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2008 и др.

8.2. Савельев И.В. Курс общей физики. - Кн. 3. - М.: Наука, 2009 и др.