

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

Кафедра электротехники и авиационного электрооборудования

Ю.П. Артеменко

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

ПОСОБИЕ

по выполнению лабораторных работ

*для студентов II курса
направления 162500
всех форм обучения*

Москва – 2013

ББК 537
А86

Рецензент канд. техн. наук, доц. Е.Ж. Сапожникова
Артеменко Ю.П.

А86 Теория электромагнитного поля: пособие по выполнению лабораторных работ. - М.: МГТУ ГА, 2013. - 36 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Теория электромагнитного поля» по Учебному плану для студентов II курса направления 162500 всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 14.05.13 г. и методического совета 23.05.13 г.

Редактор И.В. Вилкова

Подписано в печать 24.09.13 г.

Печать офсетная
2,09 усл.печ.л.

Формат 60x84/16
Заказ № 1672/

2,04 уч.-изд. л.
Тираж 80 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

© Московский государственный
технический университет ГА, 2013

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТ

Лабораторные работы проводятся на стендах в лаборатории «Теоретических основ электротехники» с использованием реального оборудования. Возможно также проведение работ на компьютере с применением моделирующих программ ElectronicsWorkBench или Multisim, при этом содержание работ остается неизменным.

Для выполнения лабораторных работ учебная группа (подгруппа) разбивается на бригады по 2-4 человека.

Перед проведением работы студенты должны ознакомиться с ее описанием и заданиями, изучить соответствующий раздел теоретического курса, подготовить (начертить) электрические схемы и таблицы для результатов измерений и вычислений.

Допуск студентов к лабораторной работе осуществляется на основе индивидуальной беседы преподавателя со студентом или при условии положительных ответов студента на вопросы автоматизированных средств контроля. Допуск к очередной работе может производиться при условии предварительной защиты предыдущих работ. При недопуске студент обеспечивается индивидуальным учебным заданием и должен находиться до окончания занятий в учебной лаборатории.

Прежде чем приступить к сборке схемы лабораторной работы, нужно подобрать необходимые приборы, вспомогательную аппаратуру (реостаты, шунты, магазины сопротивлений, емкостей и т.п.).

Сборку электрической схемы следует начинать с основных силовых цепей, включающих нагрузки, амперметры, токовые обмотки ваттметров. После чего подключить вольтметры и обмотки напряжений ваттметров. После окончания сборки схемы следует предъявить ее для проверки преподавателю. **Включать схему под напряжение только с разрешения преподавателя !**

ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА И ЗАЩИТА

После оформления экспериментальной части лабораторной работы студенты обрабатывают результаты и составляют отчет о проделанной работе. Отчет оформляется в тетради или на специальных бланках выполнения лабораторных работ.

Схемы, таблицы, графики выполняются карандашом в соответствии с требованиями стандартов ЕСКД. Допускается применение средств компьютерной графики.

Таблицы с данными измерений и вычислений, графики и диаграммы сопровождаются краткими пояснениями.

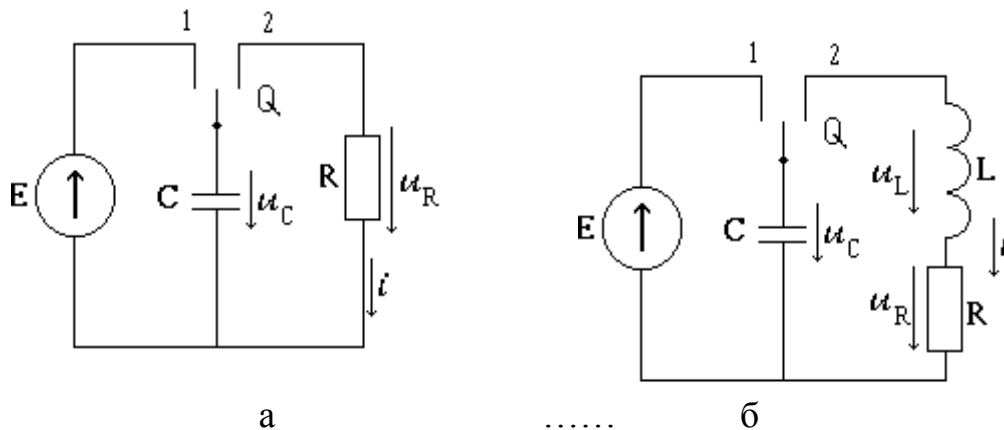
Защита лабораторной работы производится непосредственно после ее выполнения и оформления на данном или следующем занятии в лаборатории.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РАЗРЯДЕ КОНДЕНСАТОРА

Цель работы: в ходе эксперимента изучить переходные процессы в линейной электрической цепи и выявить факторы, влияющие на их характер и продолжительность.

1.1. Основные сведения

Настоящая работа ставит задачу экспериментально проверить установленные теоретически законы изменения тока и напряжений в переходных процессах первого и второго порядков на участках цепи, содержащей R и C , или R L и C в схемах, представленных на рис. 1.1а, б, при разряде конденсатора.



.....
Рис. 1.1

В этих схемах заряженный конденсатор переключается с контакта 1 на контакт 2 переключателя Q . После переключения конденсатор разряжается по ветви, содержащей индуктивность L и сопротивление R . При отсутствии индуктивности имеем переходный процесс первого порядка, при наличии - второго. Процесс может быть записан в функции времени аналитически (в виде формулы), графически (кривая на графике) и экспериментально в виде осциллограммы.

Аналитически переходный процесс можно записать после решения следующего интегро-дифференциального уравнения, вытекающего из 2-го закона Кирхгофа.

Для процесса первого порядка

$$-u_C + u_R = \frac{1}{C} \int i dt + iR = 0. \quad (1.1)$$

Для процесса второго порядка

$$-u_C + u_L + u_R = \frac{1}{C} \int i dt + L \frac{di}{dt} + iR = 0. \quad (1.2)$$

При этом начальные условия определяются *законами коммутации*.

1-й закон: Ток в ветви с индуктивностью в первый момент после коммутации равен току в этой же ветви в момент, непосредственно предшествующий коммутации ($i_L(0) = i_L(0_-)$).

2-й закон: Напряжение на емкости в первый момент после коммутации равно напряжению на этой же емкости в момент, непосредственно предшествующий коммутации ($u_C(0) = u_C(0_-)$).

Иначе говоря, ток на индуктивности и напряжение на емкости не могут изменяться скачком. В рассматриваемых схемах до коммутации (положение ключа 1) напряжение на конденсаторе равно ЭДС источника, а ток через индуктивность не течет. Таким образом, совокупность независимых начальных условий для схем (рис. 1.1) имеет вид:

$$\text{для процесса первого порядка} - u_C(0) = E; \quad (1.3)$$

$$\text{для процесса второго порядка} - i(0) = 0, u_C(0) = E. \quad (1.4)$$

Напряжение и ток в переходном процессе в общем случае содержат две компоненты: принужденную (u_{Cnp}), обусловленную наличием источников ЭДС в послекоммутационной схеме, и свободную ($u_{Cсв}$), обусловленную свободной энергией, запасаемой в магнитном поле индуктивности и электрическом поле емкости

$$u_C(t) = u_{Cnp}(t) + u_{Cсв}(t).$$

Так как в данной цепи при переключении с клеммы 1 на клемму 2 ЭДС исключается, то и принужденные составляющие напряжения и тока будут отсутствовать, т.е. $u_{Cnp}(t) = 0$, $u_C(t) = u_{Cсв}(t)$.

Дифференциальному уравнению (1.1) соответствует характеристическое уравнение

$$1/pC + R = 0.$$

Его корень $p = -1/RC$, а общий вид свободной составляющей

$$u_C(t) = Ae^{-pt} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} = Ae^{-\frac{t}{R_0C}}.$$

Постоянная интегрирования A определяется из начального условия (1.3), следовательно $A = E$.

$$\text{Окончательно } u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Величина τ называется *постоянной времени* процесса и численно равна времени, в течение которого свободная составляющая уменьшается в e (2,72) раз.

Дифференциальному уравнению (1.2) соответствует характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} 1/pC + pL + R &= 0 \\ \text{или } p^2 + pR/L + 1/LC &= 0. \end{aligned}$$

Решая, получим следующие два корня

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, \quad (1.5)$$

где $\delta = R/2L$ - коэффициент затухания свободного тока, 1/с;

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - собственная угловая частота, 1/с.

Как видно из (1.5), возможны *три случая* значений корней характеристического уравнения в зависимости от знака подкоренного выражения. Соответственно существуют три типа, или характера, переходных процессов. Рассмотрим их применительно к исследуемой цепи.

1. Случай апериодического разряда конденсатора.

Имеет место, когда корни действительные и различные, то есть

$$\delta > \omega_0 \text{ или } R/2L > 1/\sqrt{LC} \text{ или } R > 2\rho,$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ - волновое сопротивление контура.

В этом случае переходный процесс описывается следующим уравнением

$$i(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

где A_1 и A_2 - постоянные интегрирования, которые определяют по начальным условиям (1.4)

$$i(0) = A_1 + A_2 = 0;$$

$$u_C(0) = u_L(0) + u_R(0) = Li'(0) + Ri(0) = p_1 A_1 L + p_2 A_2 L = E.$$

То есть необходимо решить систему уравнений

$$A_1 + A_2 = 0; \quad p_1 A_1 + p_2 A_2 = E/L \quad \dots \quad (1.6)$$

Откуда $A_1 = -A_2 = \frac{E}{L} \frac{1}{p_1 - p_2}$.

Окончательно имеем закон изменения тока в цепи

$$i(t) = \frac{E}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}),$$

если принять $|p_1| < |p_2|$, то

$$i(t) = \frac{E}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t});$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = \frac{E}{2\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}); \quad (1.7)$$

$$u_C(t) = u_L + u_R = L \frac{di}{dt} + iR = \frac{E}{2\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}).$$

Графики зависимостей $i(t)$, $u_L(t)$ и $u_C(t)$ изображены на рис. 1.2.

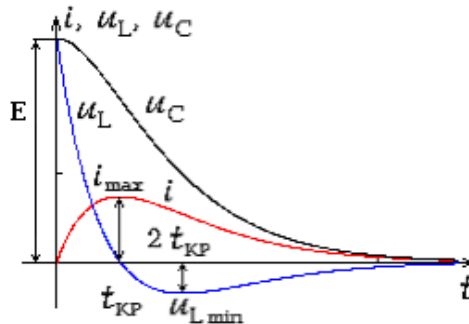


Рис. 1.2

Из уравнения $i'(t) = 0$ (или $u_L(t) = 0$) можно найти значение критического времени, соответствующее максимуму разрядного тока

$$p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t} = 0,$$

откуда $t_{кр} = \frac{1}{p_1 - p_2} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$.

Напряжение на индуктивности начинает изменяться от значения $u_L = E$, с течением времени спадает по аperiodическому закону и при $t = t_{кр}$ достигает нулевого значения, затем меняет знак и достигает своего отрицательного максимума при $t = 2t_{кр}$, в дальнейшем, не меняя знака, уменьшается до нуля.

Энергетическая сторона переходного процесса объясняется следующим образом. Потенциальная энергия электрического поля заряженного конденсатора ($CE^2/2$) с течением времени расходуется на рассеивание в виде тепла в сопротивлении R и на увеличение запаса потенциальной энергии в магнитном поле индуктивности ($LI^2/2$). От нуля до $t_{кр}$ энергия магнитного поля увеличивается, достигая своего максимума вместе с током, затем убывает, а тепловые потери в сопротивлении R уменьшаются не только за счет убыли энергии конденсатора, но и за счет уменьшения энергии, запасенной индуктивностью.

2. Случай критического разряда.

Имеет место, когда корни действительные и равные, то есть

$$\delta = \omega_0 \text{ или } R/2L = 1/\sqrt{LC} \text{ или } R = 2\rho, p_1 = p_2 = -\delta.$$

Тогда переходный процесс описывается следующим выражением

$$i(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\delta t},$$

где A_1 и A_2 - постоянные интегрирования, которые определяют по начальным условиям таким же образом, как это было сделано для аperiodического разряда. Окончательно выражения, описывающие критический разряд в схеме, имеют вид:

$$i(t) = \frac{E}{L} t e^{-\delta t};$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = E(1 - \delta t) e^{-\delta t}; \quad (1.8)$$

$$u_C(t) = u_L + iR = E(1 + \delta t) e^{-\delta t}.$$

Кривые критического переходного процесса по характеру аналогичны кривым (рис.1.2).

3. Случай колебательного разряда конденсатора.

Имеет место, когда корни комплексно-сопряженные, то есть

$$\delta < \omega_0 \text{ или } R/2L < 1/\sqrt{LC} \text{ или } R < 2\rho;$$

$$p_1 = -\delta + j\omega, p_2 = -\delta - j\omega,$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ - угловая частота затухающих колебаний.

Тогда переходный процесс описывается следующим выражением

$$i(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \alpha),$$

где A и α - постоянные интегрирования, определяемые по начальным условиям. В нашем случае получим

$$A = E / \omega L, \quad \alpha = 0.$$

Окончательно выражения, описывающие колебательный разряд в схеме, имеют вид:

$$i(t) = \frac{E}{\omega L} e^{-\delta t} \sin(\omega t);$$

$$u_L(t) = -E \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin(\omega t - \alpha');$$

$$u_C(t) = E \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin(\omega t + \alpha').$$
(1.9)

где $\alpha' = \arctg \frac{\omega}{\delta}$.

Графики кривых при колебательном разряде конденсатора изображены на рис. 1.3. Они соответствуют некоторому соотношению между периодом колебаний и быстротой уменьшения их амплитуды; при других соотношениях между ними вид картинки может несколько отличаться.

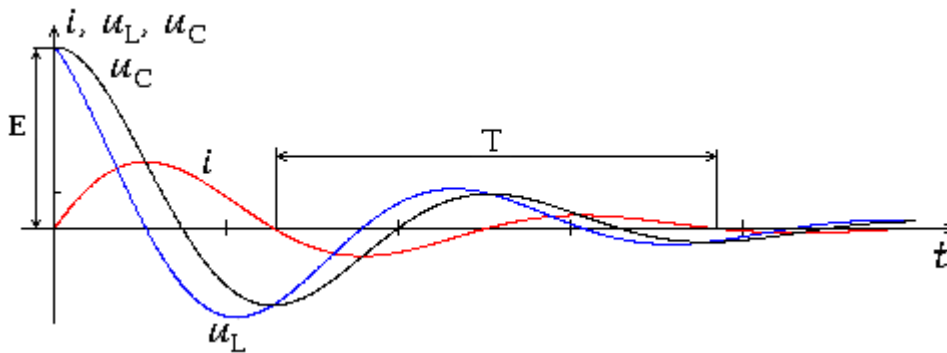


Рис. 1.3

Период затухающих колебаний $T = 2\pi / \omega$.

Помимо описанных возможны такие случаи коммутации, когда попытка использования законов коммутации в сформулированной выше форме не дает возможности определить начальные условия процесса, так как приводит к противоречию, например, схемы на рис. 1.4 и рис. 1.5.

В схеме рис. 1.4, применяя закон коммутации, запишем $u_{C1}(0) = E$ и $u_{C2}(0) = 0$, но, с другой стороны, после коммутации $u_{C1}(0) = u_{C2}(0)$!

Также и в схеме рис. 1.5: ток i_1 до коммутации равен E/R_1 , а ток i_2 равен нулю, но после коммутации это просто один и тот же ток, то есть $i_1 = i_2$!

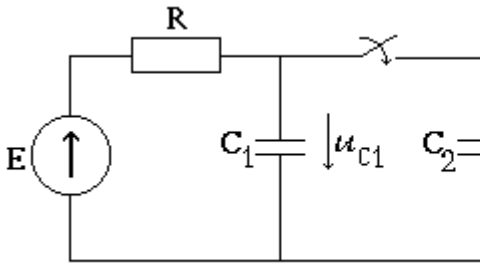


Рис. 1.4

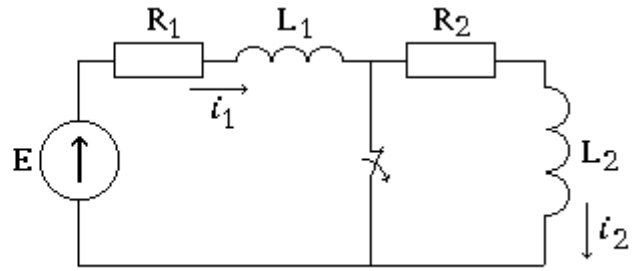


Рис. 1.5

Можно заметить, что в этих схемах при коммутации происходит мгновенное изменение одного из параметров цепи: емкости в первом случае и индуктивности во втором. В подобных случаях следует использовать *обобщенные законы коммутации*.

1-й закон: Суммарное потокосцепление в любом замкнутом контуре не может измениться скачком $(\sum(L \cdot i)|_{0+} = \sum(L \cdot i)|_{0-})$

2-й закон: Суммарный заряд на емкостях, подключенных к какому-либо узлу, не может измениться скачком $(\sum(C \cdot u)|_{0+} = \sum(C \cdot u)|_{0-})$

Рассмотрим использование обобщенного закона коммутации на примере схемы рис. 1.4. Здесь $u_{C1}(0_-) = E$, $u_{C2}(0_-) = 0$.

Суммарный заряд до коммутации

$$Q(0_-) = C_1 u_{C1}(0_-) + C_2 u_{C2}(0_-) = C_1 E.$$

Суммарный заряд в первый момент после коммутации

$$Q(0_+) = C_1 u_{C1}(0_+) + C_2 u_{C2}(0_+) = (C_1 + C_2) u_C(0),$$

так как $u_{C1}(0_+) = u_{C2}(0_+) = u_C(0)$.

По 2-му обобщенному закону коммутации

$$Q(0_+) = Q(0_-) \text{ или } (C_1 + C_2) \cdot u_C(0) = C_1 E,$$

откуда $u_C(0) = C_1 E / (C_1 + C_2)$ - независимое начальное условие для переходного процесса в цепи.

График процесса изображен на рис. 1.6.

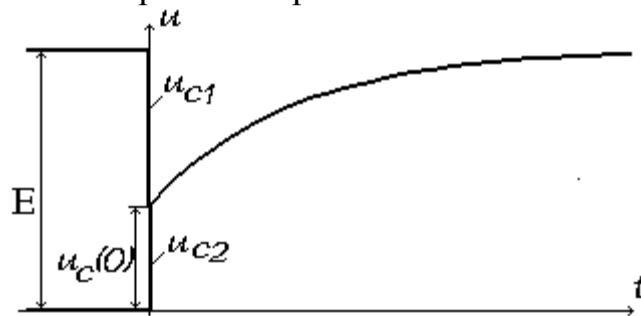


Рис. 1.6

1.2. Рабочее задание

1. Установить экспериментально влияние параметров R и C цепи апериодического разряда первого порядка на постоянную времени. Снять осциллограмму разряда.

2. Определить постоянную времени аperiodического разряда конденсатора для цепи первого порядка. Результат сравнить с расчетной величиной.

3. В цепи второго порядка экспериментально определить влияние параметров схемы на вид переходного процесса. Снять осциллограмму колебательного разряда конденсатора.

4. По осциллограмме колебательного разряда определить угловую частоту затухающих колебаний и коэффициент затухания. Результаты сравнить с соответствующими расчетными величинами.

5. Собрать схему для проверки 2-го обобщенного закона коммутации, определить начальные условия расчетом, сравнить с осциллограммой.

1.3. Описание лабораторной установки

В лабораторной работе используется следующее оборудование: источник постоянного напряжения, поляризованное реле, конденсатор, индуктивные катушки, магазин сопротивлений и электронно-лучевой осциллограф. Поляризованное реле обеспечивает повторяемость переходного процесса с частотой 50 Гц и, таким образом, возможность наблюдения его на экране осциллографа.

Данная лабораторная работа также может быть выполнена в полном объеме на компьютере с помощью программы Electronics WorkBench. При описании порядка выполнения работы схемы на рисунках с индексом «а» соответствуют реальному оборудованию, а с индексом «б» - компьютерной моделирующей программе Electronics WorkBench.

1.4. Порядок проведения лабораторной работы

1. Собрать схему, изображенную на рис. 1.7.

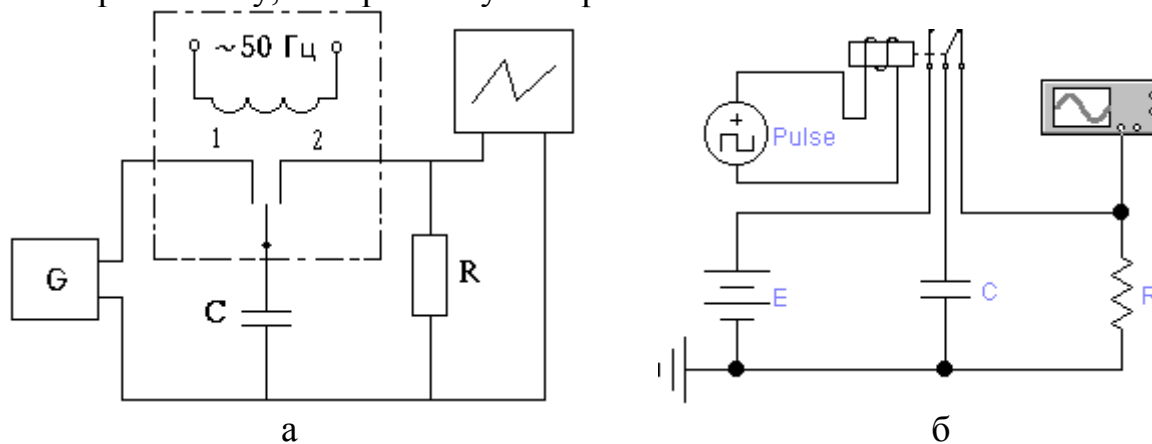


Рис. 1.7

Изменяя параметры схемы R и C , наблюдать по экрану осциллографа, как эти изменения влияют на кривую напряжения разряда.

2. Постоянная времени определяется по кривой разряда, наблюдаемой на экране осциллографа, при определенных фиксированных значениях емкости и сопротивления.

Время, в течение которого переключатель Q находится на контакте 2, достаточно для того, чтобы разряд конденсатора закончился. В положении переключателя 1 конденсатор практически мгновенно вновь заряжается до напряжения источника. Процесс повторяется с частотой, определяемой частотой переключения поляризованного реле, и при регулировании развертки осциллографа можно добиться изображения на экране только одного процесса, картинка, подобной рис. 1.8.

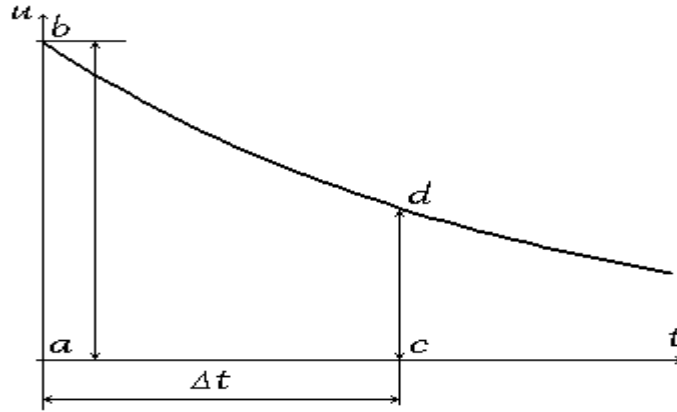


Рис. 1.8

Напряжение на конденсаторе уменьшается по аperiodическому закону

$$u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}} = E e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Приняв за 0 точку a , имеем

$$u_C(0) = E = m_U \cdot ab \quad (1.10)$$

где m_U - масштаб напряжений на осциллографе.

В точке c , то есть при $t = \Delta t$, имеем

$$u_C(\Delta t) = E e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} = m_U \cdot cd. \quad (1.11)$$

Поделив (1.10) на (1.11), получим $\frac{ab}{cd} = e^{\frac{\Delta t}{\tau}}$.

Откуда
$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln \frac{ab}{cd}}. \quad (1.12)$$

Таким образом, для определения постоянной времени необходимо, задавшись интервалом Δt на экране осциллографа (несколько клеток по горизонтали), измерить соответствующие отрезки ab и cd , затем выполнить расчет τ по формуле (1.12).

Расчетное (теоретическое) значение $\tau = RC$.

3. Собрать схему цепи, изображенной на рис. 1.9, установив индуктивную катушку с известной индуктивностью и активным сопротивлением.

Изменяя параметры схемы R и C , наблюдать по экрану осциллографа, как эти изменения влияют на кривую напряжения разряда.

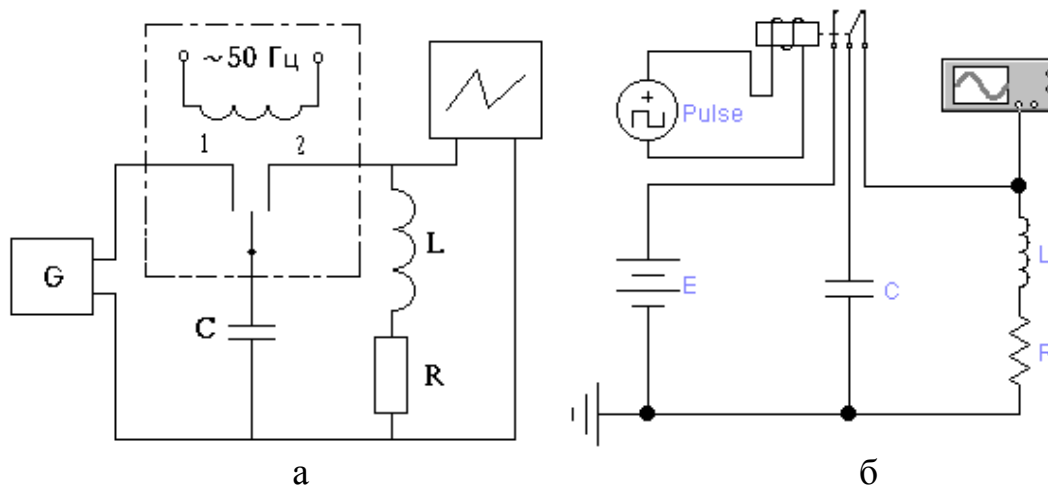


Рис. 1.9

Обратите внимание на изменение характера процесса (апериодический или колебательный) при сопротивлении большем и меньшем, чем

$$R_{кр} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

4. Зафиксировав параметры цепи, при которых явно имеет место колебательный процесс, по осциллограмме (примерный ее вид представлен на рис. 1.10) необходимо определить угловую частоту ω и затухание δ .

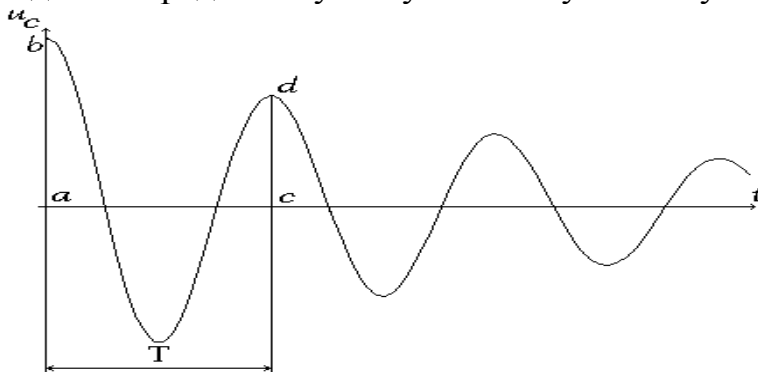


Рис. 1.10

Угловая частота вычисляется как $\omega = 2\pi/T$, где T - период колебаний, определяемый непосредственно по осциллограмме, а затухание вычисляется как $\delta = 1/\tau$, где постоянная времени τ определяется аналогично опыту с процессом первого порядка, то есть по формуле (1.12), в которой в качестве Δt следует взять период T .

Соответствующие расчетные (теоретические) значения

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad \text{и} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad \text{где} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1.13)$$

5. Для проверки 2-го обобщенного закона коммутации собрать схему, изображенную на рис. 1.11.

В опыте используются две батареи конденсаторов. Установить значения емкостей C_1 и C_2 .

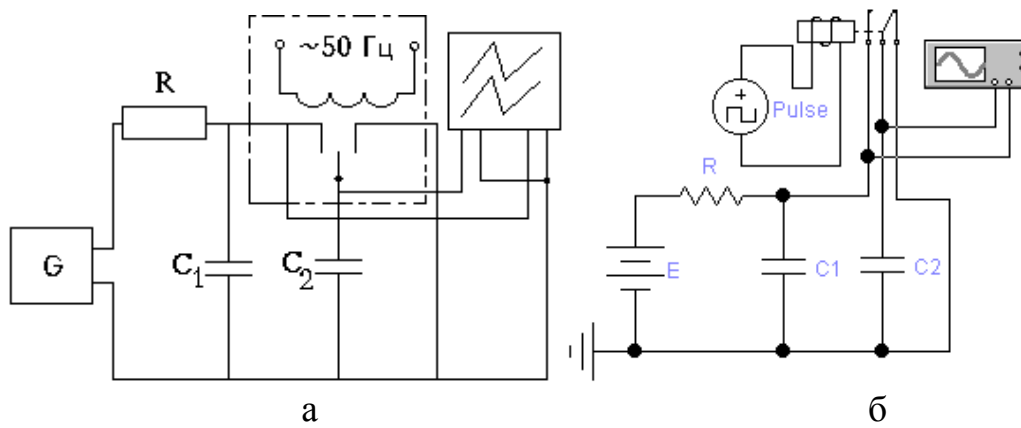


Рис. 1.11

Рассчитать начальное значение напряжения по формуле

$$u_c(0) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E$$

и постоянную времени процесса

$$\tau = R \cdot (C_1 + C_2).$$

Снять осциллограммы напряжений u_{C1} и u_{C2} . По ним определить начальное значение $u_c(0)$ и постоянную времени и сравнить с расчетом.

1.5. Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. Электрические схемы опытов.
3. Расчетные формулы и результаты расчетов.
4. Осциллограммы, выводы.

1.6. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте законы коммутации.
2. Сформулируйте обобщенные законы коммутации.
3. Что такое принужденная и свободная составляющие токов и напряжений в переходном процессе?
4. Как по корням характеристического уравнения определить характер переходного процесса?
5. Запишите выражение для свободной составляющей тока при апериодическом, критическом и колебательном процессах.
6. Объясните энергетический процесс при разряде конденсатора.
7. Как определить собственную частоту и волновое сопротивление контура через его параметры?
8. Объясните, почему при апериодическом разряде напряжение на индуктивности в момент $t=t_{кр}$ имеет нулевое значение, а при $t=2t_{кр}$ наступает его отрицательный максимум?
9. Как угловая частота и затухание при колебательном разряде зависят от параметров цепи R, L, C ?
10. Что такое постоянная времени переходного процесса?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ ЯВЛЕНИЙ В ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Цель работы: экспериментально проверить возникновение "стоячих" волн напряжения вдоль линии в режимах холостого хода и короткого замыкания, ознакомиться с методами измерения основных параметров линии.

2.1. Основные сведения

Линия с распределенными параметрами (длинная линия) используется для передачи сигналов от источника к нагрузке (рис. 2.1). Причем, как правило, теория длинных линий привлекается для анализа в том случае, когда длина линии l соизмерима или больше длины волны передаваемого в ней сигнала.

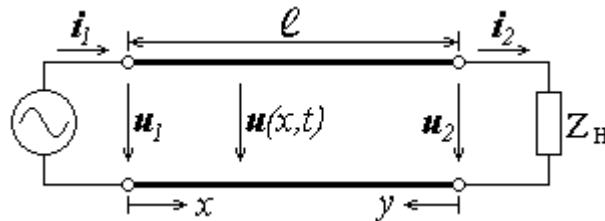


Рис. 2.1

Первичными параметрами однородной линии для гармонических сигналов с угловой частотой ω являются: продольное комплексное сопротивление единицы длины Z_0 и поперечная комплексная проводимость единицы длины Y_0 . Эквивалентная схема участка цепи длиной dx представлена на рис. 2.2.

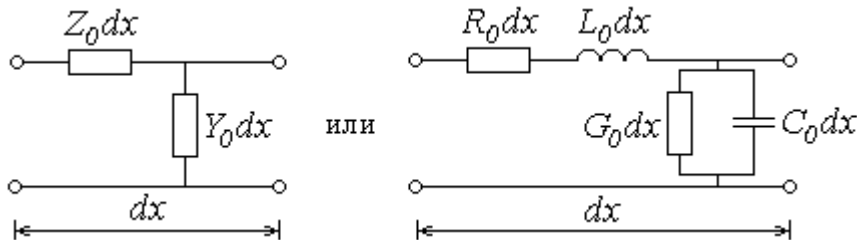


Рис. 2.2

Таким образом, $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$, $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$,

где R_0 , L_0 - продольные активное сопротивление и индуктивность,

G_0 , C_0 - поперечные активная проводимость и емкость единицы длины линии.

Вторичные параметры линии - волновое сопротивление Z_c и постоянная распространения γ - выражаются через первичные параметры так:

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}; \quad (2.1)$$

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta. \quad (2.2)$$

Действительная часть постоянной распространения (α) называется *коэффициентом затухания*, а мнимая часть (β) – *коэффициентом фазы*.

Из анализа распределения мгновенных значений напряжения и тока вдоль линии $u(x, t)$, $i(x, t)$ вытекает, что в ней существуют падающие и отраженные волны, то есть

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_{над} + u_{отр}, \\ u_{над} &= A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \Psi_{над}), \\ u_{отр} &= A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{отр}), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где A_1, A_2 – постоянные, имеющие смысл амплитуд падающей и отраженной волн в начале линии (при $x = 0$).

При анализе длинных линии используются также понятия:

$$\text{фазовая скорость} - v_\phi = \omega/\beta, \text{ м/с}; \quad (2.4)$$

$$\text{длина волны} - \lambda = v_\phi/f, \text{ м}, \quad (2.5)$$

где $f = \omega/2\pi$, рад/с – угловая частота.

Отсюда следует, что $\beta = 2\pi/\lambda$, рад/м.

Линия без потерь.

Для линии без потерь характерно выполнение условий:

$$R_0 \ll \omega L_0 \text{ и } G_0 \ll \omega C_0.$$

Иначе говоря, активными сопротивлением и проводимостью можно пренебречь: $R_0 \approx 0$, $G_0 \approx 0$.

Тогда

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}, \text{ Ом}; \quad (2.6)$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{L_0 C_0}, \text{ 1/м}. \quad (2.7)$$

Последнее означает, что в линии без потерь волновое сопротивление является действительным числом, коэффициент затухания $\alpha = 0$, а коэффициент фазы

$$\beta = \omega\sqrt{L_0 C_0} \text{ рад/м}. \quad (2.8)$$

Для двухпроводной *воздушной* линии (иначе говоря, находящейся в воздухе, или в среде, где относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости равны единице) первичные параметры L_0 и C_0 могут быть рассчитаны по формулам:

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{r}, \text{ Гн/м} \\ C_0 &= \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{d}{r}}, \text{ Ф/м} \end{aligned}, \quad (2.9)$$

где d , м – расстояние между проводами;

r , м – радиус провода;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Для определения токов и напряжений в линии без потерь при гармонических сигналах пользуются уравнениями в комплексной форме:

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= \dot{U}_2 \cos \beta y + j \dot{I}_2 Z_C \sin \beta y, \\ \dot{I}(y) &= j \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sin \beta y + \dot{I}_2 \cos \beta y, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где \dot{U}_2, \dot{I}_2 – комплексные ток и напряжение в конце линии;

y – расстояние от конца линии до точки, в которой определяются напряжение $\dot{U}(y)$ и ток $\dot{I}(y)$.

Разделив первое уравнение на второе, получим выражение комплексного входного сопротивления

$$Z_{BX}(y) = Z_C \cdot \frac{Z_H + jZ_C \operatorname{tg} \beta y}{Z_C + jZ_H \operatorname{tg} \beta y}, \quad (2.11)$$

где $Z_H = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$, Ом – комплексное сопротивление нагрузки.

Падающие и отраженные волны в линии без потерь распространяются без затухания, то есть с неизменной амплитудой во всех точках линии:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_{nad} + u_{omp}, \\ u_{nad} &= A_1 \sin(\omega t - \beta x + \Psi_{nad}), \\ u_{omp} &= A_1 \sin(\omega t + \beta x + \Psi_{omp}). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Режим холостого хода: $Z_H = \infty$ или $\dot{I}_2 = 0$.

Уравнения (2.10), (2.11) примут вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= \dot{U}_2 \cos \beta y, \\ \dot{I}(y) &= j \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sin \beta y, \\ Z_{BX}(y) &= -j \frac{Z_C}{\operatorname{tg} \beta y} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Переходя к мгновенным значениям и полагая начальную фазу \dot{U}_2 равной нулю, для напряжения получим

$$u(y, t) = \sqrt{2} U_2 \cos \beta y \cdot \sin \omega t. \quad (2.14)$$

Выражение (2.14) описывает пульсирующие, или "стоячие" волны напряжения в линии. Точки линии, где $u(y,t) = 0$, называются узлами, а точки, где $u(y,t)$ достигает максимального значения, – пучностями стоячей волны.

Действующее значение напряжения при этом изменяется вдоль линии по закону

$$U(y) = U_2 |\cos \beta y|. \quad (2.15)$$

Зависимость (2.15) изображена на рис. 2.3.



Рис. 2.3

Между узлами и пучностями в стоячей волне расстояние равно $\lambda/4$ или $\beta y = \pi/2$.

Возникновение стоячих волн можно объяснить тем, что в режиме холостого хода амплитуды падающей и отраженной волн равны, в пучностях их фазы совпадают, а в узлах – отличаются на π (2.12). Результат сложения падающей и отраженной волн в этом случае и дает стоячую волну.

Режим короткого замыкания: $Z_H = 0$ или $\dot{U}_2 = 0$.

Уравнения (2.10), (2.11) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= j\dot{I}_2 Z_C \sin \beta y, \\ \dot{I}(y) &= \dot{I}_2 \cos \beta y, \\ Z_{BX}(y) &= -jZ_C \operatorname{tg} \beta y. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Переходя к мгновенным значениям и полагая начальную фазу $\dot{I}_2 = 0$ равной нулю, для напряжения получим

$$u(y,t) = \sqrt{2} I_2 Z_C \sin \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.17)$$

Таким образом, в режиме короткого замыкания в линии также имеют место стоячие волны. Действующее значение напряжения при этом изменяется вдоль линии по закону

$$U(y) = I_2 Z_C |\sin \beta y|. \quad (2.18)$$

В режиме короткого замыкания амплитуды падающей и отраженной волн равны, а их фазы в конце линии при $y = 0$ различаются на π (2.12).

Зависимость (2.18) изображена на рис. 2.4.

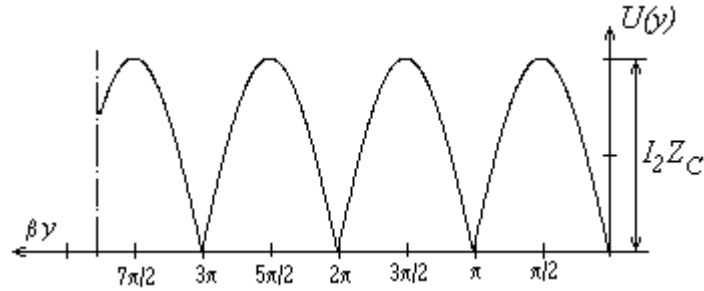


Рис. 2.4

Режим согласованной нагрузки.

Нагрузка называется согласованной, если $Z_H = Z_C$ или $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_C$

В этом случае уравнения (2.10), (2.11) примут вид:

$$\begin{aligned}\dot{U}(y) &= \dot{U}_2 (\cos \beta y + j \sin \beta y) = \dot{U}_2 e^{j\beta y}, \\ \dot{I}(y) &= \dot{I}_2 (\cos \beta y + j \sin \beta y) = \dot{I}_2 e^{j\beta y}, \\ Z_{BX}(y) &= Z_C\end{aligned}\quad (2.19)$$

Переходя к мгновенным значениям, получим для напряжения

$$u(y, t) = \sqrt{2} U_2 \sin(\omega t + \beta y). \quad (2.20)$$

То есть в линии отсутствуют отраженные волны, имеет место только падающая волна.

Действующее значение напряжения при этом вдоль линии не изменяется

$$U(y) = U_2 = \text{const}. \quad (2.21)$$

Режим несогласованной нагрузки. В общем случае в линии имеют место падающая и отраженная волны не равной амплитуды. Распределение действующего значения напряжения вдоль линии имеет характер периодической функции, имеющей максимумы и минимумы, отстоящие друг от друга на расстояние $\lambda/4$ (рис. 2.5).

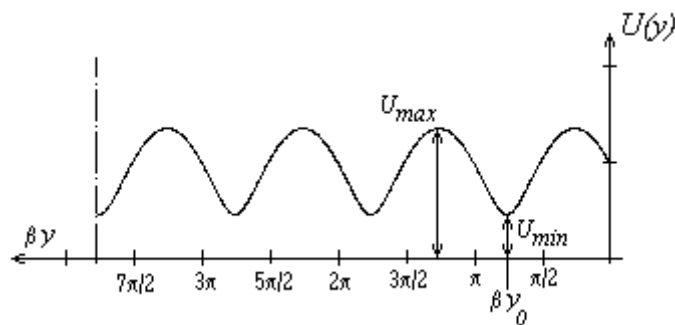


Рис. 2.5

Глядя на это распределение напряжения вдоль линии, сопротивление несогласованной нагрузки можно определить по формуле

$$Z_H = Z_C \cdot \frac{k - j \operatorname{tg} \beta y_0}{1 - j k \operatorname{tg} \beta y_0}. \quad (2.22)$$

где $k = U_{\min}/U_{\max}$ – коэффициент бегущей волны;

y_0 – расстояние от конца линии до ближайшего минимума напряжения.

2.2. Описание лабораторной установки

В лаборатории смонтирована модель двухпроводной линии (сборка схемы не требуется), имеющая следующие размеры: $d = 55$ мм, $2r = 8$ мм. В начале линии подключен коротковолновый генератор. Для измерения напряжения в точках линии используется короткозамкнутая измерительная линия, имеющая четвертьволновую длину $\lambda/4$. Так как в точке подключения этой линии входное сопротивление равно бесконечности (2.16), то ее включение практически не изменяет режима работы исследуемой линии. В качестве индикатора напряжения используется детекторный микроамперметр, включенный в индуктивно связанную с короткозамкнутой линией петлю. Показания микроамперметра пропорциональны напряжению в линии.

2.3. Рабочее задание

1. Ознакомившись с основными теоретическими положениями, необходимо записать уравнения, описывающие распределение напряжения и тока вдоль линии без потерь; выражения для волнового и входного сопротивлений, коэффициента фазы, скорости распространения и длины волны.

2. Исследовать распределение напряжения вдоль линии в режимах холостого хода и короткого замыкания. Построить графики распределения напряжения в этих режимах. Определить длину волны, частоту переменного напряжения и коэффициент фазы (β).

3. Включить на конце линии конденсатор известной емкости и измерить волновое сопротивление исследуемой линии.

4. Включив на конце линии комплексную нагрузку, снять распределение напряжения вдоль линии. Определить по кривой распределения напряжения сопротивление комплексной нагрузки.

2.4. Порядок проведения лабораторной работы

Перед проведением опытов необходимо ознакомиться с условиями, в которых проводятся исследования линии: расположение линии, измерительной короткозамкнутой линии, индикатора напряжения, место подключения коротковолнового генератора.

1. Включить генератор, измерить напряжения в точках линии через каждые 5 см при холостом ходе. Измерения осуществить от конца линии в 25-ти ее точках. Результаты занести в табл. 2.1.

По данным эксперимента построить график $U(y)$ и по нему определить длину волны λ , частоту переменного тока f и коэффициент фазы β .

Таблица 2.1

у, м											
U, дел											
у, м											
U, дел											

2. Снять напряжение в тех же точках при коротком замыкании линии. Результаты занести в табл. 2.2.

Таблица 2.2

у, м											
U, дел											
у, м											
U, дел											

Построить график $U(y)$.

3. По заданной руководителем емкости конденсатора C определить волновое сопротивление линии. Для этого необходимо снять кривую распределения напряжения при включенном в конце линии конденсаторе с известной емкостью и определить расстояние y_0 от конца линии до второго узла напряжения. Результаты измерений занести в табл. 2.3.

Таблица 2.3

у, м											
U, дел											
у, м											
U, дел											

По формуле для входного сопротивления линии, которое в узлах равно нулю

$$Z_{BX} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z_C \cdot \frac{Z_H + jZ_C \operatorname{tg} \beta y_0}{Z_C + jZ_H \operatorname{tg} \beta y_0} = 0.$$

Откуда $Z_C = \frac{Z_H}{j \operatorname{tg} \beta y_0}$, где $Z_H = -jX_C$ при чисто емкостной нагрузке.

Подсчитать волновое сопротивление линии Z_C и сравнить с расчетным его значением, полученным по формулам (2.6) и (2.11).

4. Включив комплексное сопротивление Z_H в конце линии, снять кривую распределения напряжений вдоль линии. Результаты опыта занести в табл. 2.4.

По данным табл. 2.4 построить график $U(y)$ и определить по нему расстояние от конца линии до второго минимума напряжения y_0 . Определить значение комплексного сопротивления нагрузки по формуле (2.22).

Таблица 2.4

у, м											
U, дел											
у, м											
U, дел											

2.5. Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. Результаты исследования по пунктам.
3. Графики и результаты расчетов.
4. Выводы.

2.6. Контрольные вопросы

1. Как получить уравнения для напряжения и тока в однородной линии с распределенными параметрами без потерь в комплексной форме?
2. Как определить коэффициент распространения?
3. Как определить волновое сопротивление для двухпроводной линии без потерь?
4. Как определить из опыта коэффициент фазы?
5. Сформулируйте условия образования пульсирующих "стоячих" электромагнитных волн в линии без потерь.
6. Как распределяются волны напряжения и тока вдоль линии без потерь в режимах ее холостого хода и короткого замыкания?
7. Почему с помощью короткозамкнутого шлейфа можно имитировать индуктивную нагрузку линии?
8. Почему измерительная линия длиной в $\frac{1}{4} \lambda$ не влияет на режим работы исследуемой линии?
9. Как можно измерить емкостное и индуктивное реактивные сопротивления нагрузки линии с помощью линии без потерь? Покажите, почему при реактивной нагрузке линии образуются "стоячие" волны?
10. Как определить фазовую скорость распространения волны для линии без потерь? Как определить длину волны, а по длине волны – частоту генератора?
11. Что такое согласованная нагрузка линии и как распределяется напряжение вдоль линии без потерь с несогласованной и с согласованной нагрузками?
12. Как осуществить согласование нагрузки?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ФЕРРОРЕЗОНАНСА В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ЦЕПЯХ

Цель работы: изучить экспериментально явления феррорезонанса и свойства феррорезонансных нелинейных цепей переменного тока.

3.1. Основные сведения

Явление феррорезонанса наблюдается в цепи, содержащей нелинейную индуктивность (катушку со сталью)* и конденсатор. В связи с образованием высших гармоник в кривых тока и напряжения оно описывается сложными уравнениями. Проще в первом приближении оценивать это явление по эквивалентным синусоидам тока и напряжения. При этом феррорезонансные состояния цепи будут наступать при совпадении по фазе эквивалентных токов и напряжений на входе некоторого нелинейного двухполюсника, содержащего конденсатор и нелинейную индуктивность. В отличие от резонанса в линейной цепи феррорезонанс в нелинейной цепи может наступать не только в результате изменения ее параметров, но и при изменении входного напряжения.

Феррорезонанс наблюдается как в последовательной, так и в параллельной цепи.

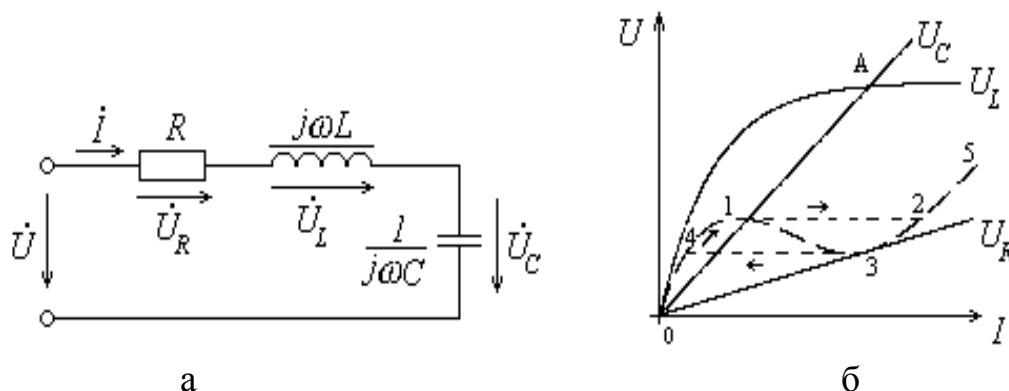


Рис. 3.1

На рис. 3.1а изображена последовательная цепь с активным сопротивлением, нелинейной индуктивностью и конденсатором, а на рис. 3.1б их вольт-амперные характеристики.

Феррорезонанс наблюдается в точке (А) пересечения вольт-амперных характеристик нелинейной индуктивности $U_L(I)$ и конденсатора $U_C(I)$.

Напряжение на входе цепи определяется следующим уравнением

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C.$$

При феррорезонансе $\dot{U}_L = -\dot{U}_C$ и, следовательно, $\dot{U} = \dot{U}_R = \dot{I}R$.

*Примечание. При выполнении настоящей работы следует ознакомиться с основными положениями теории катушки со сталью.

Действующее значение напряжения на входе цепи определяется по выражению, вытекающему из векторной диаграммы

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

По этому выражению можно построить зависимость входного напряжения в функции тока, т.е. вольтамперную характеристику всей цепи $U(I)$. Она имеет вид кривой 041325. Если увеличивать напряжение на входе постепенно, то изображающая точка будет перемещаться от 0 до точки 1. В точке 1 произойдет изменение тока в цепи скачком, и изображающая точка перейдет в точку 2. Дальнейшее увеличение напряжения будет происходить на участке от 2 до 5. Снижая напряжение, можно попасть в точку 3, а затем ток снова скачком уменьшится до точки 4. Такое изменение тока называется триггерным эффектом в феррорезонансной цепи.

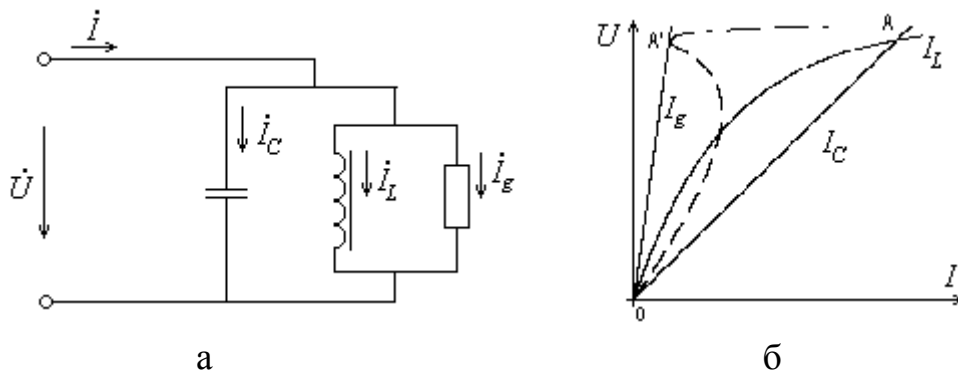


Рис. 3.2

При параллельном соединении нелинейной индуктивности и конденсатора наблюдается явление феррорезонанса токов. На рис. 3.2а изображена схема параллельного соединения.

В точке пересечения вольт-амперных характеристик нелинейной индуктивности и емкости имеет место феррорезонанс токов. При этом входной ток будет равен току активной проводимости катушки со сталью, которая представлена на рис. 3.2а как параллельное соединение двух проводимостей: активной и реактивной.

В этом можно убедиться, если записать уравнение токов по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I} = \dot{I}_g + \dot{I}_L + \dot{I}_C,$$

но в точке феррорезонанса (А) мы имеем $\dot{I}_L = -\dot{I}_C$.

Следовательно, $\dot{I} = \dot{I}_g$.

Действующее значение тока на входе определится из соотношения, вытекающего из векторной диаграммы

$$I = \sqrt{I_g^2 + (I_L - I_C)^2}.$$

В соответствии с этим выражением на рис. 3.2б изображена вольт-амперная характеристика параллельного соединения. Постепенно повышая напряжение на входе цепи, мы получим перемещение изображающей точки по пунктирной кривой. В точке A' наступает минимум тока, затем ток будет резко возрастать. Так как каждому значению U на этой кривой соответствует одно значение I , то при изменении напряжения мы не получим триггерного эффекта, скачков тока не будет.

Если подключить цепь к источнику тока, то можно получить скачки напряжения. Явление феррорезонанса используется для создания различного рода стабилизаторов напряжения.

3.2. Рабочее задание

1. Снять вольтамперную характеристику катушки со сталью. Для разных точек проследить на экране осциллографа за формой тока катушки.

2. Снять вольтамперную характеристику цепи, содержащей катушку со сталью и конденсатор, включенные последовательно. Объяснить явление триггерного эффекта. Построить зависимости: $U_{вх}(I)$; $U_L(U_{вх})$; $U_C(U_{вх})$.

Оценить стабилизирующие свойства цепи с последовательным феррорезонансом.

3. Снять вольт-амперную характеристику цепи, содержащей катушку со сталью и конденсатор, включенные параллельно. Построить график $U_{вх}(I)$.

3.3. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка содержит катушку со сталью, смонтированную на стенде, батарею конденсаторов, лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), осциллограф и измерительные приборы.

3.4. Порядок проведения лабораторной работы

1. Для снятия вольтамперной характеристики катушки со сталью собрать электрическую схему, изображенную на рис. 3.3. Напряжение на входе цепи изменять плавно посредством ЛАТР. Результаты измерений занести в табл. 3.1. Осциллограммы тока зарисовать.

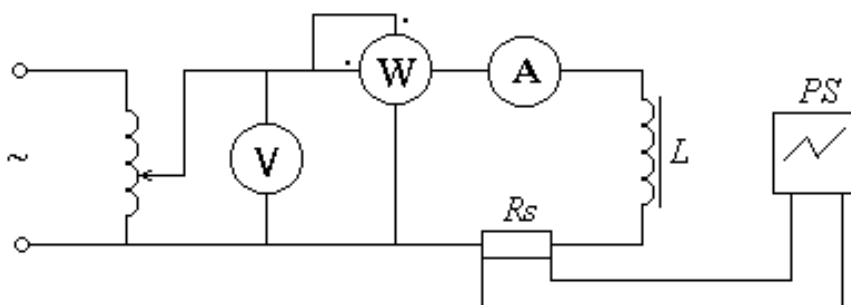


Рис. 3.3

По данным табл. 3.1 построить зависимости: $U(I)$; $Z_K(I)$; $X_K(I)$; $R_K(I)$.

Таблица 3.1

I, A										
U, B										
P, B_T										
Z_K, OM										
X_K, OM										
R_K, OM										

2. Собрать схему цепи, изображенной на рис. 3.4. Конденсатор подобрать по указанию руководителя лабораторных работ. Изменяя плавно входное напряжение, снять результирующую вольтамперную характеристику $U(I)$. Просмотреть форму кривой тока на экране осциллографа. Результаты записать в табл. 3.2.

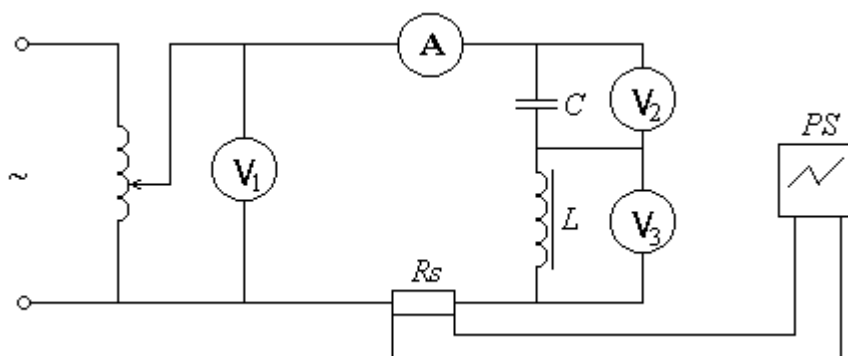


Рис. 3.4

Таблица 3.2

U, B									
I, A									
U_L, B									
U_C, B									

По данным табл. 3.2 построить графики $U(I)$, $U_L(U)$, $U_C(U)$. Отметить триггерный эффект и стабилизирующие свойства схемы, приняв за напряжение на входе показания вольтметра V_1 , а за напряжение на выходе – показания вольтметра V_3 .

3. Собрать схему для исследования явления параллельного феррорезонанса, изображенную на рис. 3.5. Изменяя плавно входное напряжение посредством лабораторного автотрансформатора (ЛАТР), записать показания приборов и наблюдать осциллограммы токов. Результаты эксперимента записать в табл. 3.3.

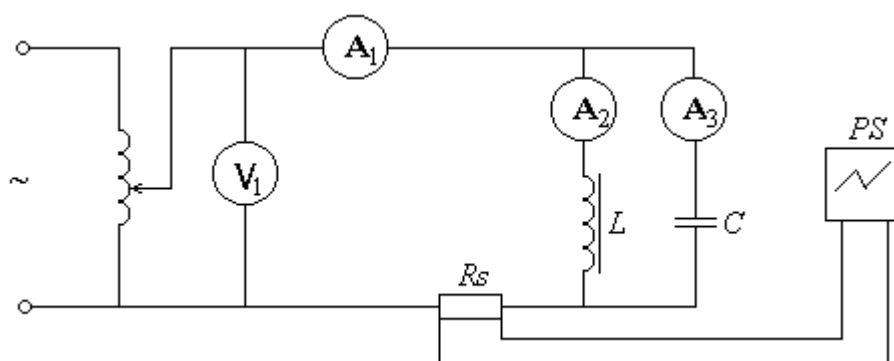


Рис. 3.5

Таблица 3.3

$U, \text{В}$								
$I, \text{А}$								
$I_L, \text{В}$								
$I_C, \text{В}$								

По данным табл. 3.3 построить зависимости $I(U)$, $I_L(U)$, $I_C(U)$. Объяснить отсутствие триггерного эффекта при параллельном феррорезонансе.

3.5. Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. Схемы опытов, данные измерительных приборов.
3. Таблицы и расчеты.
4. Графики, осциллограммы, выводы.

3.6. Контрольные вопросы

1. Постройте векторную диаграмму напряжений для катушки со сталью.
2. Объясните зависимость R_K и X_K от эквивалентного тока для катушки со стальным сердечником.
3. Объясните явление последовательного феррорезонанса.
4. Объясните явление параллельного феррорезонанса.
5. Объясните триггерный эффект при последовательном и параллельном феррорезонансе и при каких условиях он возможен.
6. Как можно получить стабилизатор напряжения, используя явление феррорезонанса?
7. Постройте векторные диаграммы напряжений и токов, соответствующие феррорезонансу напряжений и токов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПОЛЯ НА МОДЕЛИ

Цель работы: ознакомление с одним из методов моделирования плоскопараллельного потенциального поля.

4.1. Основные сведения

При анализе сложных по конфигурации электрических и магнитных полей, когда не представляется возможным дать аналитическое описание поля, прибегают к моделированию и графическому построению картины поля. Подобная задача возникает, например, при описании магнитного поля в межполюсном пространстве и в воздушных зазорах электрических машин, а также при описании электрического и магнитных полей, образуемых круглым или плоским токопроводом, прокладываемым в фюзеляже или других конструктивных элементах самолета.

По известной картине поля можно определить удельные параметры (емкость, индуктивность, электрическую и магнитную проводимость) для рассматриваемой системы токопроводов или магнитной цепи.

В основе моделирования, т.е. эквивалентной замены поля одной физической природы, например, электростатического или магнитного, полем другой физической природы, например, полем постоянного тока в проводящей среде, лежит принципиальная аналогия между законами и соотношениями, описывающими их.

В *электростатическом* поле:

$$\begin{aligned}
 \bar{D} &= \varepsilon_a \bar{E} ; \\
 \oint_S (\bar{D} d\bar{S}) &= \sum q_{\text{св}} ; \\
 \bar{E} &= -\text{grad} \varphi ; \\
 U &= \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\bar{E} d\bar{l}) ; \\
 \oint_l (\bar{E} d\bar{l}) &= 0 ; \\
 \nabla^2 \varphi &= 0 \quad (\text{для областей, не занятых зарядами}); \\
 E_{t1} &= E_{t2}; D_{n1} = D_{n2} \quad \text{- граничные условия.}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

В поле *постоянного тока* в проводящей среде:

$$\begin{aligned}
 \bar{\delta} &= \gamma \bar{E} ; \\
 \int_S (\bar{\delta} d\bar{S}) &= \Phi; \oint_S (\bar{\delta} d\bar{S}) = 0 ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E} &= -grad\varphi ; \\
U &= \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\bar{E}d\bar{l}) ; \\
\oint_l (\bar{E}d\bar{l}) &= 0 ; \\
\nabla^2\varphi &= 0 ; \\
E_{t1} &= E_{t2}; \delta_{n1} = \delta_{n2} - \text{граничные условия.}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

В магнитном поле постоянного тока:

$$\begin{aligned}
\bar{B} &= \mu_a \bar{H} ; \\
\int_S (\bar{B}d\bar{S}) &= \Phi; \oint_S (\bar{B}d\bar{S}) = 0 ; \\
\bar{H} &= -grad\varphi_M ; \\
U_M &= \varphi_{M1} - \varphi_{M2} = \int_1^2 (\bar{H}d\bar{l}) ; \\
\oint_l (\bar{H}d\bar{l}) &= I = \int_S (\bar{\delta}d\bar{S}) ; \\
\nabla^2\varphi_M &= 0 \text{ (для областей, не занятых токами);} \\
H_{t1} &= H_{t2}; B_{n1} = B_{n2} - \text{граничные условия.}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

В приведенных выше выражениях:

\bar{E} , В/м - напряженность электрического поля;

\bar{D} , Кл/м² - вектор электрической индукции;

φ , В - потенциал электрического поля;

$\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon$ - абсолютная диэлектрическая проницаемость;

ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость;

$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

$q_{св}$, Кл⁻¹ свободный заряд;

U , В - напряжение;

$\bar{\delta}$, А/м² - плотность тока проводимости;

γ , Сим/м - удельная проводимость среды;

I , А - ток;

\bar{H} , А/м - напряженность магнитного поля;

\bar{B} , Тл - магнитная индукция;

φ_M , А - скалярный магнитный потенциал;

$\mu_a = \mu_0 \mu$ - абсолютная магнитная проницаемость;

μ - относительная магнитная проницаемость;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м};$$

Φ , Вб - магнитный поток;

U_M , А - магнитное напряжение.

Таким образом, между электрическим полем постоянного тока в проводящей среде и электростатическим полем в областях, не занятых зарядами, существует полное соответствие.

Между электростатическим полем и магнитным полем постоянного тока в областях, не занятых током, существуют два типа соответствия.

Первый тип – когда одинаково распределение линейных зарядов, создавших электростатическое поле, и линейных токов, создавших магнитное поле. В этом случае картина магнитного поля (сетка эквипотенциальных и силовых линий) подобна картине соответствующего электростатического поля с той разницей, что силовые линии одного поля соответствуют эквипотенциальным линиям другого и наоборот.

Второй тип – когда одинакова форма граничных условий в электростатическом и магнитном поле. В этом случае картина поля оказывается совершенно одинаковой.

Электрическая емкость $C = q_{\text{св}} / U$, Ф.

Электрическая проводимость $G = I / U$, Сим.

Магнитная проводимость $G_M = \Phi / U_M$, Гн.

Индуктивность $L = \Phi / I$, Гн.

Внешняя индуктивность тождественно равна магнитной проводимости.

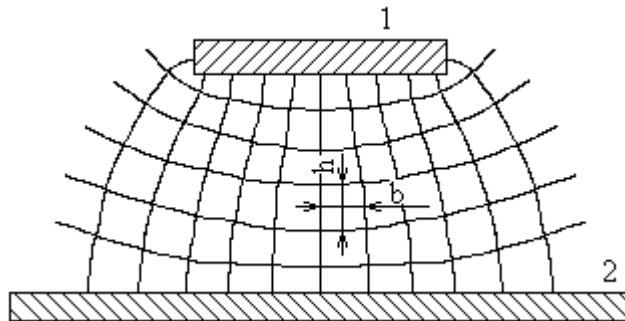


Рис. 4.1

Рассмотрим конфигурацию электродов, представленную на рис. 4.1. Она может соответствовать прямоугольному токопроводу (1), расположенному вблизи поверхности фюзеляжа (2). Представим, что между электродами находится проводящая среда с удельной проводимостью γ , и к ним приложено напряжение $U_{12} = U$. Тогда от электрода 1 к электроду 2 будет протекать ток. Примерная картина силовых линий тока и эквипотенциальных линий показана на рис. 4.1. Между проведенными силовыми линиями образуются так называемые трубки тока (на рисунке $m = 12$ трубок), а в пересечении трубок и эквипотенциальных линий – ячейки (на рисунке $n = 6$ ячеек).

Ток, протекающий через произвольную (i -ю) ячейку в j -й трубке,

$$\Delta I_{ij} = \delta_{ij} \cdot \Delta S_{ij} = \delta_{ij} \cdot b_{ij} \cdot l,$$

где δ_{ij} – плотность тока в ячейке (считаем постоянной для данной ячейки);

b_{ij} – ширина ячейки;

l – длина ячейки в направлении, перпендикулярном чертежу.

Напряжение на i -й ячейке

$$\Delta U_i = E_{ij} \cdot h_{ij},$$

где E_{ij} – напряженность электрического поля в ячейке;

h_{ij} – высота ячейки.

Так как $E_{ij} = \Delta U_i / h_{ij}$ и $\delta_{ij} = \gamma \cdot E_{ij}$, то

$$\Delta I_{ij} = \gamma \cdot \Delta U_i \cdot \frac{b_{ij}}{h_{ij}} \cdot l. \quad (4.4)$$

Если эквипотенциали проведены так, что между соседними линиями одинаковая разность потенциалов ΔU , а силовые линии проведены таким образом, что для всех ячеек сохраняется примерное постоянство отношения высоты к ширине $b_{ij} / h_{ij} = b / h$, то в каждой трубке течет одинаковый ток

$$\Delta I = \gamma \cdot \Delta U_i \cdot \frac{b}{h} \cdot l. \quad (4.5)$$

В свою очередь $\Delta U = U / n$, следовательно,

$$\Delta I = \gamma \cdot \frac{1}{n} \cdot \Delta U \cdot \frac{b}{h} \cdot l. \quad (4.6)$$

Полный ток между электродами

$$I = \Delta I \cdot m = \gamma \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{h} \cdot \Delta U \cdot l. \quad (4.7)$$

Следовательно, проводимость на единицу длины может быть определена так:

$$G_0 = \gamma \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{h}, \text{ Сим/м.} \quad (4.8)$$

Пользуясь аналогией между полем постоянного тока в проводящей среде и электростатическим полем, запишем формулу для емкости

$$C_0 = \varepsilon_0 \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{h}, \text{ Ф/м.} \quad (4.9)$$

Картина магнитного поля, созданная токами данных токопроводов, будет такой же (первый тип аналогии), но трубки и ячейки меняются местами. Поэтому индуктивность определим по формуле

$$L_0 = \mu_0 \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{h}{b}, \text{ Гн/м.} \quad (4.10)$$

Если иметь в виду, что на рис. 4.1 электрод 1 изображает не токопровод, а полюс электрической машины, то в таком случае магнитный поток полностью соответствует току, и магнитную проводимость можно найти как

$$G_M = \mu_0 \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{h}, \text{ Гн/м.} \quad (4.11)$$

В последнем случае граничные условия в электрическом и магнитном поле совпадают: у проводника (электрода) удельная проводимость может быть принята равной бесконечности, следовательно, внутри проводника напряженность $E = \delta / \gamma = 0$, а на границе $E_t = 0$; в магнитном поле полюс – это ферромагнитная среда, магнитная проницаемость которой может быть приближенно принята равной бесконечности, следовательно, внутри полюса $H = B / \mu_a \approx 0$, а на границе $H_t = 0$. Иначе говоря, границы электродов (полюса) являются эквипотенциальными линиями, а силовые линии поля перпендикулярны им.

4.2. Описание лабораторной установки

В качестве проводящей среды в работе используется лист проводящей бумаги. На электроды подается разность потенциалов, создаваемая источником переменной ЭДС (рис. 4.2).

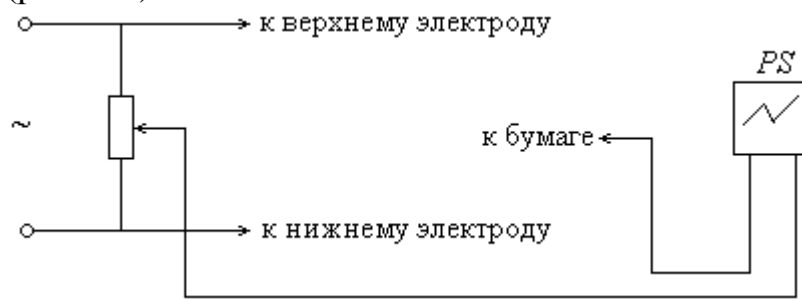


Рис. 4.2

Потенциал одного из электродов принимается равным нулю, потенциал другого равен полному приложенному напряжению. С делителя напряжения потенциал, равный определенной части приложенного напряжения, подается на один полюс осциллографа, второй полюс осциллографа соединен со щупом, который перемещают по проводящей бумаге. При совпадении потенциала точки на бумаге и потенциала, заданного положением движка делителя, на экране осциллографа наблюдается нулевой уровень напряжения. Выявив таким образом достаточное количество точек равного потенциала, можно построить эквипотенциальную линию, соответствующую заданному потенциалу.

4.3. Рабочее задание

1. Собрать схему модели (рис. 4.2), снять картину эквипотенциальных линий электрического поля через равные интервалы напряжения.
2. Построить силовые линии поля.
3. Измерить методом вольтметра и амперметра проводимость между электродами.
4. Определить проводимость на единицу длины по графической картине поля.

5. Рассчитать удельную емкость и индуктивность токопровода и плоскости.

6. Рассчитать магнитную проводимость между полюсом и поверхностью.

Примечание. Удельную проводимость токопроводящей бумаги записать по данным руководителя работ.

4.4. Порядок проведения лабораторной работы

1. Количество эквипотенциальных линий, которые необходимо построить, определяется преподавателем. Каждая эквипотенциаль соответствует определенному значению потенциала между нулем и максимумом. Этот потенциал определяется положением движка потенциометра-делителя напряжения. Для установки очередного значения потенциала присоедините щуп к нижнему электроду и, перемещая движок, наблюдайте по экрану осциллографа за размахом сигнала, пока не будет достигнуто желаемое значение. Затем, перемещая щуп по бумаге, найти точки равного потенциала. После этого повторить тоже для другого потенциала и т.д.

2. Силовые линии строить, выполняя требования взаимной перпендикулярности силовых и эквипотенциальных линий, включая поверхности электродов, а также подобие ячеек $b/h = const$.

3. Измерить проводимость между электродами методом амперметра и вольтметра.

4. Подсчитав число трубок и ячеек, рассчитать проводимость по формуле (4.8). Сравнить с результатом п. 3.

5. Расчет вести по формулам (4.9), (4.10).

6. Расчет вести по формуле (4.11).

4.5. Содержание отчета

1. Название и цель работы.

2. Схемы опытов.

3. Картина поля.

4. Таблицы, расчетные формулы, результаты расчетов.

5. Выводы.

4.6. Контрольные вопросы

1. На чем основано моделирование потенциального поля?

2. В чем заключается аналогия между электрическим и магнитным полями?

3. Что такое емкость, индуктивность, проводимость?

4. Основные соотношения для электрического и магнитного поля.

5. Объясните методику определения по картине поля основных параметров электромагнитных устройств.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ЭКРАНИРОВАНИЕ

Цель работы: установить влияние металлических экранов на поле электромагнитного воздействия.

5.1. Основные сведения

Из теории электромагнитного поля известно, что переменная электромагнитная волна резко затухает в проводящей среде. Это обстоятельство используется с целью подавления радиопомех металлическими экранами. Аппаратура, излучающая электромагнитные волны, размещается в металлических экранах, а авиационные провода – в металлической оплетке. Для защиты от радиопомех, излучаемых с низкой частотой, используются экраны, изготовленные из ферромагнитных материалов.

Глубиной проникновения (Δ) электромагнитного поля в металлическую среду называется расстояние, пройдя которое амплитуда падающей волны уменьшается в $e = 2,72$ раза. Из решения уравнений Максвелла для проводящей среды вытекает, что эта величина определяется параметрами среды и частотой

$$k = \sqrt{\frac{\gamma \omega \mu_a}{2}} = \sqrt{\gamma \pi f \mu_0 \mu}, \quad (5.1)$$

где μ – относительная магнитная проницаемость материала экрана;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

γ – проводимость материала экрана: для меди $5,4 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}\text{Ом}^{-1}$;
 для алюминия $3,2 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}\text{Ом}^{-1}$;
 для стали $10^7 \text{ м}^{-1}\text{Ом}^{-1}$ ($\mu = 10$);
 для латуни $1,33 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}\text{Ом}^{-1}$;

f , Гц – частота переменного электромагнитного поля.

$$\text{Глубина проникновения } \Delta = \frac{1}{k}, \text{ м.} \quad (5.2)$$

Зная k , можно определить фазовую скорость распространения электромагнитной волны в проводящей среде (помехи в материале экрана)

$$v_\phi = \frac{2\pi f}{k}, \text{ м/с} \quad (5.3)$$

и длину волны

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \text{ м.} \quad (5.4)$$

В данной лабораторной работе исследуется взаимодействие двух индуктивно связанных катушек (рис. 5.1). Первая катушка запитывается током от генератора регулируемой частоты, а наводимая при этом во второй катушке ЭДС измеряется вольтметром. Коэффициент экранирования

$$S = E_s / E_o, \quad (5.5)$$

где E_o – ЭДС, наводимая в измерительной катушке 2 без экрана;

$E_э$ – ЭДС, наводимая в измерительной катушке 2 при наличии экрана, существенно зависит от толщины и материала экрана, которым накрывают вторую катушку.

Коэффициент экранирования S связан с глубиной проникновения электромагнитной волны следующим выражением

$$S = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{d \cdot R}{\Delta^2}}}, \quad (5.6)$$

где d , м – толщина стенок экрана;

R , м – эквивалентный радиус экрана.

Существенное влияние на экранирование помех оказывают стыки в стенках экрана. Так, щель в стенках экрана, совпадающая с линиями магнитного поля, оказывает существенное влияние на снижение помехозащитных свойств экрана. Щели в стенках экрана, направленные перпендикулярно линиям помехи, оказывают слабое влияние на помехозащитные свойства экрана.

5.2. Описание лабораторной установки

Для исследования зависимости коэффициента экранирования от частоты электромагнитного поля используется установка, схема которой изображена на рис. 5.1. Поле электромагнитной помехи создается катушкой 1, питаемой от звукового генератора G.

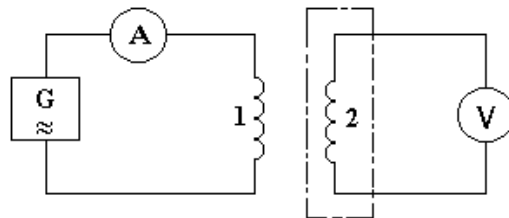


Рис. 5.1

Внутри экрана располагается измерительная катушка 2, присоединенная к ламповому вольтметру (V). Измерительная катушка может размещаться внутри экранов, имеющих различную толщину и изготовленных из разных материалов.

Исследование одновременного экранирования поля помехи и защищаемой катушки производится на установке, схема которой показана на рис. 5.2.

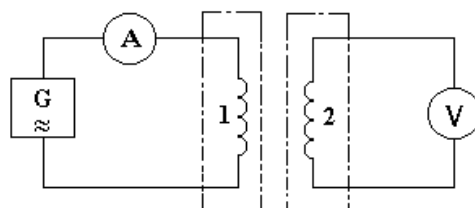


Рис. 5.2

5.3. Рабочее задание

1. Установить зависимость коэффициента экранирования от толщины экранов, изготовленных из одного материала.
2. Исследовать влияние стыков на величину коэффициента экранирования.
3. Исследовать зависимость коэффициента экранирования от материала экрана (медь, алюминий, сталь).
4. Исследовать одновременное экранирование помехонесущего поля и защищаемой катушки.

5.4. Порядок проведения лабораторной работы

1. Собрать схему установки (рис. 5.1).

Произвести измерение ЭДС, наводимой в измерительной катушке, без экрана и при наличии экранов различной толщины, но изготовленных из одного материала. Измерения произвести для четырех частот в диапазоне от 50 Гц до 2000 Гц. При измерениях величину тока поддерживать неизменной.

По формулам (5.1), (5.2) и (5.6) рассчитать глубину проникновения поля и коэффициенты экранирования для $f < 500$ Гц и для $f > 500$ Гц. Используя формулу (5.5), рассчитать коэффициент экранирования на основе данных, получаемых в эксперименте. Результаты измерений и вычислений занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1

	Условия проведения опыта	f , Гц	I , А	E , В	Вычислено			Примечание
					S		Δ , м	
					из опыта	по формуле (5.5)		

2. Используя схему на рис. 5.1, исследовать влияние стыков на величину коэффициента экранирования. Для этого произвести измерения ЭДС, наводимой в измерительной катушке, для двух одинаковых экранов, в одном из которых зазор сделан поперек линий магнитной индукции поля помехи, а в другом – вдоль. Измерения произвести для четырех частот в диапазоне от 50 Гц до 2000 Гц. При измерениях величину тока поддерживать такой же, как в п. 1. По формуле (5.5) рассчитать коэффициент экранирования. Результаты занести в табл. 5.1.

3. Используя схему (рис. 5.1), исследовать зависимость коэффициента экранирования от материала экрана. Для этого произвести измерения ЭДС, наводимой в измерительной катушке, при наличии экранов, имеющих одинаковую толщину, но изготовленных из разных материалов. Измерения и вычис-

ления при выполнении этого задания проводить в соответствии с указаниями, приведенными в п. 1. Результаты измерений и вычислений занести в табл. 5.1.

4. Для исследования одновременного экранирования поля электромагнитной помехи и защищаемой измерительной катушки собирается схема, изображенная на рис. 5.2, и производится измерение ЭДС, наводимой в защищаемой измерительной катушке 2, при двух частотах в диапазоне (1000 ... 3000) Гц для ферромагнитных и алюминиевых экранов, для случаев:

- а) катушки 1 и 2 без экранов;
- б) экран на источнике помехонесущего поля (катушка 1);
- в) экран на защищаемой катушке (2);
- г) экраны на обеих катушках (1 и 2).

При измерениях величину тока поддерживать неизменной. Рассчитать коэффициент экранирования по формуле (5.5). Результаты измерений и вычислений занести в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Условия проведения опыта	f , Гц	I , А	E , В	$S = E_3 / E_0$	Примечание

5.5. Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. Перечень измерительных приборов с указанием систем, классов точности и пределов измерений.
3. Схемы экспериментов.
4. Результаты измерений и вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для бакалавров. - М.: Издательство Юрайт, 2012.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для бакалавров. - М.: Издательство Юрайт, 2013.

СОДЕРЖАНИЕ

Организация работ.....	3
Оформление отчета и защита.....	3
Лабораторная работа № 1. Исследование переходных процессов при разряде конденсатора.....	4
Лабораторная работа № 2. Исследование установившихся явлений в линии с распределенными параметрами.....	14
Лабораторная работа № 3. Исследование явлений феррорезонанса в последовательной и параллельной цепях.....	22
Лабораторная работа № 4. Исследование плоскопараллельного поля на модели.....	27
Лабораторная работа № 5. Электромагнитное экранирование.....	33
Литература.....	36