

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Введение.....	4
2.	Цель и задачи дисциплины.....	4
3.	Структура курса.....	4
4.	Методические указания к изучению дисциплины.....	5
5.	Литература.....	11
6.	Методические указания к выполнению практических занятий.....	11
7.	Методические указания к выполнению лабораторного практикума	12
	7.1.Инструкция по работе с лабораторным практикумом на ПЭВМ.....	12
	7.2.ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.....	13
	7.3.ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.....	20
8.	ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ	23

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие содержит общие рекомендации по изучению дисциплины " Основы теории оптимизации " для студентов III курса направления образования 280700 дневного обучения МГТУ ГА: цели и задачи дисциплины, описание ее структуры, программу дисциплины с методическими указаниями по изучению ее разделов, список рекомендуемой литературы, контрольные вопросы, указания к выполнению лабораторных работ и практических занятий, а также перечень тем курсовой работы.

В связи с отсутствием учебников по данной дисциплине самостоятельная работа студентов по ее освоению должна проводиться с помощью предлагаемой основной литературы [1, 2], которая содержит необходимый минимум материала по дисциплине. При работе с другой литературой следует учитывать особенности применяемой терминологии и опираться на основную рекомендуемую литературу.

2. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины " Основы теории оптимизации " является формирование у студентов знаний основ и применение методов оптимизации процессов и систем авиационно-технической безопасности.

Задачи изучения дисциплины (минимально необходимый комплекс знаний и умений):

- иметь представление о методике разработки и применения моделей в научных и инженерных исследованиях, о принципе замены исходной задачи с помощью математических методов вычисления, что необходимо для оптимизации решения производственных, эксплуатационных и исследовательских задач авиационно-технической безопасности;
- знать основные понятия теории оптимизации, основные задачи оптимизации и методы их решения, основные алгоритмы решения задач оптимизации;
- уметь использовать методы оптимизации при решении типовых задач.

3. СТРУКТУРА КУРСА

На дневном отделении Московского государственного технического университета гражданской авиации дисциплина " Основы теории оптимизации " направления обучения 280700 обеспечивается в течение пятого семестра 9 лекциями, 14 практическими занятиями, 2 лабораторными работами и завершается сдачей экзамена.

Лекции предназначены для первичного ознакомления с материалом в методически правильной постановке и последовательности. И хотя дисциплина насыщена математическими формулами, на лекциях следует стремиться не столько к точному их конспектированию, сколько к пониманию логических связей отдельных элементов курса, разделов, методов. Поэтому рекомендуется

составлять конспект лекций на одной (правой) стороне разворота тетради, оставляя другую (левую) для последующей самостоятельной работы. В процессе самостоятельной работы с учебными пособиями и другой литературой можно восполнить пробелы конспекта, дополнить его новым материалом, а также зафиксировать свои собственные мысли. Все это позволит в дальнейшем продуктивно использовать конспект в качестве справочника.

Лабораторные работы предназначены для ознакомления с методами создания математических моделей механических систем и процессов, их идентификации, а также решения задач оптимизации в процессе эксплуатации авиационной техники. Лабораторные работы выполняются на компьютерах с помощью специального программного обеспечения. Отчет о выполненной лабораторной работе защищается у преподавателя.

Практические занятия предназначены для приобретения навыков решения задач оптимизации. Они выполняются студентами самостоятельно и защищаются у преподавателя рецензирования. Часть практических занятий проводится в виде семинаров.

Экзамен проводится после успешного выполнения всего учебного плана (после защиты всех лабораторных работ, курсовой работы и выполнения практических занятий) с помощью контролирующей программы на компьютерах в объеме контрольных вопросов каждого раздела программы дисциплины.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Общая теория моделирования. Основы классической теории оптимизации

1.1. Введение. Понятие моделирования. Классификация моделей. Математические модели и их виды – 2 часа.

Научная абстракция. Сходство объектов. Примеры задач теории оптимизации. Место дисциплины «Основы теории оптимизации» среди смежных дисциплин.

Понятия оригинала и модели. Понятие моделирования. Классификация моделей по особенностям выражения свойств оригинала и особенности функционирования модели. Классификация моделей по основаниям для преобразования свойств модели в свойства оригинала.

Математическое описание. Виды математического описания. Полнота математического описания. Отличие математической модели от ее математического описания. Виды математических моделей. Понятие "математическая модель в узком смысле" – подобная детерминированная математическая модель.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1 введение, с.9...20; 2, с. 15...19].

Центральные вопросы раздела: Научная абстракция. Оригинал и модель. Теория оптимизации. Математическое описание.

Контрольные вопросы:

- 1.1.1. Для чего необходима научная абстракция?
- 1.1.2. Понятие закона.
- 1.1.3. Понятие закономерности.
- 1.1.4. Понятие оригинала.
- 1.1.5. Понятие модели.
- 1.1.6. Цель научных и инженерных исследований.
- 1.1.6. Что такое математическое описание?
- 1.1.7. В чем заключается смысл оптимизации?

2. Понятие об обратных задачах

2.1. Задачи идентификации и оптимизации

Задача идентификации при построении математической модели. Методы решения задач идентификации. Понятие об обратных задачах. Задачи оптимизации.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, с.29...31].

Центральные вопросы раздела: Идентификация математических моделей. Обратные задачи. Оптимизация.

Контрольные вопросы:

- 2.1.1. Что такое идентификация математической модели?
- 2.1.2. Для чего необходима процедура идентификации математической модели?
- 2.1.3. Что такое обратная задача?
- 2.1.4. Методы решения обратных задач.
- 2.1.5. В чем заключается смысл задачи оптимизации?

3. Математические методы оптимизации

3.1. Основы классической теории оптимизации

Понятие оптимизации. Цель и задачи теории оптимизации. Введение в классическую теорию оптимизации. Основные понятия и определения: задача оптимизации, виды критериев и их свойства, оптимальное решение. Постановка задачи оптимизации. Типы оптимальных решений. Понятие градиента и его геометрическая интерпретация. Множество допустимых решений. Типовые постановки задач, их геометрическая интерпретация и методы решения.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с.20...46].

Центральные вопросы раздела: Классическая теория оптимизации. Критерии оптимизации. Оптимальное решение.

Контрольные вопросы:

- 3.1.1. Цель и задачи теории оптимизации.
- 3.1.2. Что такое логические модели и как они подразделяются?
- 3.1.3. Что такое задача оптимизации?
- 3.1.4. Какими свойствами должны обладать критерии задачи оптимизации?
- 3.1.5. Что такое оптимальное решение?
- 3.1.6. Какие бывают типы оптимальных решений?
- 3.1.7. Что такое множество допустимых решений?
- 3.1.8. Методы решения задач оптимизации.

3.2. Безусловная одномерная оптимизация

Аналитический и графический анализ функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Процесс численного нахождения оптимального решения. Начальное приближение. Контроль точности. Классификация численных методов. Поисковые методы точечного оценивания: метод обратного переменного шага, квадратичной аппроксимации, метод Пауэлла. Методы последовательного сокращения отрезка неопределенности: равномерный поиск, метод локализации оптимума, половинного деления, золотого сечения. Сравнительный анализ одномерных методов сужения интервала.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с.9...42].

Центральные вопросы раздела: Экстремум функции. Поисковые методы точечного оценивания экстремума.

Контрольные вопросы:

- 3.2.1. Анализ функции.
- 3.2.2. Необходимые и достаточные условия экстремума.
- 3.2.3. Что такое начальное приближение.
- 3.2.4. Классификация численных методов определения экстремума.
- 3.2.5. Методы точечного оценивания экстремума функции.

3.3. Безусловная многомерная оптимизация

Аналитический и графический анализ функции. Общая идея численных методов. Методы оценки точности решения. Классификация численных методов. Поисковые методы переборного типа: сканирования с равномерным и переменным шагом. Методы на основе пошаговой одномерной оптимизации: поочередного изменения переменных, Гаусса-Зейделя. Симплексные алгоритмы: обычный симплекс-метод. Методы случайного поиска: ненаправленный случайный поиск, метод случайных направлений. Многомерные методы оптимизации с использованием производных: градиентный, наискорейшего спуска (крутого восхождения). Сравнительный анализ многомерных методов оптимизации.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с.43–93].

Центральные вопросы раздела: Безусловная многомерная оптимизация. Сканирование с равномерным и переменным шагом. Симплексные алгоритмы. Градиентный метод.

Контрольные вопросы:

- 3.3.1. Назначение аналитического и графического анализа функции?
- 3.3.2. В чем заключается общая идея численных методов?
- 3.3.3. Классификация численных методов.
- 3.3.4. Поисковые методы переборного типа.
- 3.3.5. Методы на основе пошаговой одномерной оптимизации.
- 3.3.6. В чем сущность обычного симплекс-метода?
- 2.2.7. В чем сущность методов случайного поиска.
- 3.3.8. В чем сущность градиентного метода?

3.4. Методы линейного программирования

Постановка и особенности задач условной оптимизации. Классификация и характеристика методов решения. Линейное программирование. Примеры построения линейных оптимизационных моделей: оптимальная смесь, оптимизация плана производства, распределение ресурсов, и др. Геометрическая интерпретация и графический метод решения. Графический анализ устойчивости решения задачи линейного программирования. Каноническая форма задачи. Методы решения задач линейного программирования. Теоретическая основа симплекс-метода и алгоритм его реализации. Постановка и решение двойственной задачи линейного программирования. Двойственный симплекс-метод.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с.49...75; 82...142].

Центральные вопросы раздела: Условная оптимизация. Линейное программирование. Каноническая форма. Симплекс-метод.

Контрольные вопросы:

- 3.4.1. Что такое условная оптимизация?
- 3.4.2. Методы решения задач условной оптимизации.
- 3.4.3. Что такое линейное программирование.
- 3.4.4. Графический метод решения задач линейного программирования.
- 3.4.5. Анализ устойчивости решения задачи линейного программирования.
- 3.4.6. Каноническая форма задачи линейного программирования.
- 3.4.7. Методы решения задач линейного программирования.
- 3.4.8. Что такое симплекс-метод?
- 3.4.9. Алгоритм реализации симплекс-метода.

3.5. Специальные задачи линейного программирования

Целочисленная задача линейного программирования. Методы отсечения. Метод Гомори. Понятие о методе ветвей и границ. Постановка и методы решения транспортной задачи. Закрытая и открытая модель транспортной задачи. Задача о назначениях и выбора кратчайшего пути. Задача коммивояжера. Элементы теории игр. Основные понятия, классификация и описание игр.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с.147...188; 233; 314...351].

Центральные вопросы раздела: Целочисленная задача. Транспортная задача. Задача коммивояжера. Теория игр.

Контрольные вопросы:

- 3.5.1. В чем сущность целочисленной задачи линейного программирования?
- 3.5.2. Методы решения целочисленных задач линейного программирования.
- 3.5.3. Сущность метода ветвей и границ.
- 3.5.4. Сущность транспортной задачи.
- 3.5.5. Методы решения транспортной задачи.
- 3.5.6. Закрытая модель транспортной задачи.
- 3.5.7. Открытая модель транспортной задачи.
- 3.5.8. Сущность задачи коммивояжера.
- 3.5.9. Сущность теории игр.

3.6. Условная оптимизация. Нелинейное программирование

Постановка задачи и ее анализ. Выпуклое множество. Выпуклая и вогнутая функции. Выпуклая задача оптимизации. Классификация задач и методов нелинейного программирования. Постановка и геометрическая интерпретация задачи. Графический метод решения для функции двух переменных. Классические методы решения с ограничениями типа равенств: метод исключения, метод множителей Лагранжа. Неклассические методы решения с ограничениями типа неравенств. Выпуклая задача квадратичной оптимизации. Постановка и методы решения задачи квадратичного программирования. Поисковые методы решения задач нелинейного программирования: линейной аппроксимации, "скользящего" допуска, возможных направлений, штрафных и барьерных функций.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с. 150 ...356].

Центральные вопросы раздела: Выпуклая задача оптимизации. Нелинейное программирование. Метод множителей Лагранжа. Квадратичная оптимизация.

Контрольные вопросы:

- 3.6.1. Что такое условная оптимизация?
- 3.6.2. Определение выпуклой и вогнутой функции.

3.6.3. Сущность выпуклой задачи оптимизации.

3.6.4. Классификация задач нелинейного программирования.

3.6.5. Методы решения задач нелинейного программирования.

3.6.6. Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.

3.6.7. Сущность графических методов решения задач оптимизации для функции двух переменных.

3.6.8. Постановка задачи квадратичного программирования.

3.6.9. Методы решения задачи квадратичного программирования.

3.7. Динамическое программирование

Общая схема методов динамического программирования. Примеры задач динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Задача о распределении средств между предприятиями. Общая схема применения метода динамического программирования. Задача о замене оборудования.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, с.406...425].

Центральные вопросы раздела: Динамическое программирование. Принцип оптимальности.

Контрольные вопросы:

3.7.1. Что такое динамическое программирование?

3.7.2. Общая схема методов динамического программирования.

3.7.3. Принцип оптимальности.

3.7.4. Уравнение Беллмана.

3.7.5. Общая схема применения метода динамического программирования.

3.7.6. Постановка задачи о распределении средств между предприятиями.

3.7.7. Постановка задачи о замене оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Кубланов М.С. Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов: учебное пособие. Часть I. Третье издание. – М.: МГТУ ГА, 2004. – 108 с.

2. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. – М.: Изд. «Факториал пресс», 2002. – 824 с.

Дополнительная

3. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций: учеб. для вузов/ под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.- 436 с.

4. Карманов В. Г. Математическое программирование. - М.: Наука, 2002.

5. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие.- М.: Высшая школа, 2002.- 544 с.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

6.1. Общая теория моделирования (4 часа)

Практическое занятие 1, 2. 4 часа. Составление математического описания подобной детерминированной модели [1, § 2.1: с. 14 – 16, 19 – 20].

Математическое описание. Виды математического описания. Полнота математического описания. Отличие ММ от ее математического описания. Виды ММ. Понятие "имитационная модель" – стохастическая ММ. Состав математического описания имитационных моделей и их особенности. Основа разработки стохастических ММ – дисперсионные и регрессионные модели. Состав математического описания имитационных моделей и их особенности.

6.2. Математические методы оптимизации (24 часа)

Практическое занятие 3, 4. 4 часа. Графический и аналитический анализ функций одной переменной [1, § 2.1: с. 16 – 19].

Практическое занятие 5, 6. 4 часа. Графический и аналитический анализ функций нескольких переменных [1, § 2.2: с. 20 – 28].

Практическое занятие 7, 8. 4 часа. Графическое решение задач нелинейного программирования [2, § 5.7: с. 33 – 39].

Практическое занятие 9, 10. 4 часа. Решение задачи нелинейного программирования с ограничениями-равенствами и ограничениями неравенствами [1, § 2.3: с. 29 – 30].

Практическое занятие 11, 12. 4 часа. Графическое решение задачи линейного программирования [1, §§ 2.4, 2.5: с. 30 – 33].

Практическое занятие 13, 14. 4 часа. Решение транспортной задачи линейного программирования.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Согласно рабочей программе дисциплины лабораторный практикум состоит из двух лабораторных работ, выполняемых на компьютерах студентами в индивидуальном порядке.

Программное обеспечение (ПО) практикума разработано для IBM-совместимых компьютеров любого типа, со средой MS-DOS любой редакции с кириллицей. ПО запускается как с дискет, так и с винчестера и не предъявляет каких-либо требований к наименованию директории, где оно располагается.

ПО состоит из командного файла `mmlab.bat`, выполняемых файлов `mmk1.exe`, `mmk3.exe`, `pek3.exe`, `askk.exe`, `ncview.exe` и текстовых файлов краткого описания лабораторных работ `pe1.txt`, `pe2.txt`, `pe3.txt`. Для входа в практикум и проведения любой лабораторной работы следует запустить на выполнение лишь командный файл `mmlab.bat` – дальнейшие действия запрашиваются в диалоге со студентом.

7.1. Инструкция по работе с лабораторным практикумом на ПЭВМ

Программа работает в диалоге – внимательно следуйте подсказкам на экране. В случае появления непонятных сообщений следует немедленно обратиться к преподавателю, ведущему занятия.

Ввести число – означает набрать с клавиатуры число в предписанном формате **И** нажать клавишу "Enter" ("Ввод").

Формат **I4** означает, что четырехзначное число **БЕЗ ДЕСЯТИЧНОЙ ТОЧКИ** следует набирать с первой позиции без пробелов.

Формат **F5.3** (**F10.0**) воспринимает любое число **С ДЕСЯТИЧНОЙ ТОЧКОЙ**, расположенное в первых 5 (соответственно 10) позициях, если это число содержит не более 5 (соответственно 10) цифр, **ВКЛЮЧАЯ** десятичную точку.

НАЖАТЬ КЛАВИШУ – означает только **ОДНО** это действие.

В режиме просмотра текста или результатов листание осуществляется клавишами "PgUp" и "PgDn" или "↑" и "↓". Для окончания просмотра следует нажать клавишу "F10".

Все результаты выполнения лабораторной работы высвечиваются на экране, а также записываются в файл "labrez.dat", который можно просмотреть после выхода из расчетной части работы. Продолжение расчетов после выхода невозможно, поэтому **ВСЮ ПРОГРАММУ** расчетов надо выполнить за один вход в расчетную часть.

7.2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАЗБЕГА САМОЛЕТА АН-2 ПРИ ВЗЛЕТЕ

Цель лабораторной работы: разработка плана и проведение контрольного вычислительного эксперимента для идентификации одного недостающего числового параметра в математическом описании модели.

Теоретические основы

В процессе построения математических моделей при недостаточной степени их адекватности возникает необходимость уточнения, "доводки" модели. Такой процесс называется идентификацией (определением недостающих или неточно известных исходных) параметров или функциональных зависимостей модели с помощью результатов вычислительного эксперимента и данных о реальном поведении объекта.

Поскольку адекватность математической модели – это соответствие результатов вычислительного эксперимента поведению реального объекта, постольку для выявления этого соответствия необходимо провести сравнение параметров модели и оригинала в одних и тех же условиях. Если удовлетворительного с точки зрения задач исследования соответствия не наблюдается, то приходится проводить специальный контрольный вычислительный эксперимент по поэтапному подбору и коррекции параметров математической модели – подбору некоторых (неизвестных или неточно известных) входных данных математического описания по известным выходным результатам известного реального случая поведения объекта. Это и есть задача идентификации.

Чаще всего математические модели реальных объектов содержат в своем математическом описании нетривиальный вычислительный процесс, который не удастся обратить. Это значит, что невозможно построить прямой вычислительный процесс в обратном направлении с тем, чтобы определять входные параметры по известным выходным. Поэтому задача идентификации относится к классу обратных задач и решается в основном методами последовательных приближений.

Для безусловности получения результата решения задачи идентификации необходимо строгое применение методов последовательных приближений, представление о физической сути процесса и о влиянии идентифицируемого (подбираемого) параметра на выходной параметр. Нарушение этих строгостей чаще всего приводит не к решению поставленной задачи, а к случайному попаданию в благоприятную лишь на первый взгляд ситуацию (например, $2\frac{3}{4}$ землекопа) или к бесконечному вычислительному процессу. Даже в более благоприятном случае нельзя рассчитывать на то, что такая ситуация повторится когда-либо еще. Если же применять известные математические методы, то можно опереться на доказанность их сходимости к решению именно поставленной за-

дачи. Достаточно лишь проверить условия применимости выбранного метода, опираясь на представление о физической сути процесса.

Для идентификации одного входного скалярного параметра по известному значению выходного скалярного параметра можно воспользоваться методами деления отрезка пополам и секущих (хорд) – простейшими итерационными методами.

Для упомянутых итерационных методов сформулированы строгие математические условия применимости и доказана сходимость к решению уравнения. Произвольное искажение методов или "перебор" не гарантируют получение результата идентификации и в математическом моделировании недопустимы. Итерационные методы применяются для отыскания действительного корня нелинейного алгебраического уравнения. С этой целью уравнение преобразуется к виду $x = \varphi(x)$, и далее строится процесс последовательных приближений ("пошаговое уточнение") по итерационной формуле: $x^{[i+1]} = \varphi(x^{[i]})$, т.е. по найденному на $[i]$ -й итерации приближенному значению решения вычисляется $[i+1]$ -я итерация. Такой процесс продолжается до тех пор, пока не будут выполнены условия обеспечения требуемой точности.

Рассмотрим способы решения задачи идентификации единственного числового параметра математической модели разбега самолета Ан-2. В этом случае удобно представить вычисляемое значение дистанции разбега в виде функции от искомого параметра: $f(x)$. Тогда задача идентификации представится, как задача отыскания такого значения x , которое обеспечивает известное (например, из летных испытаний) значение дистанции разбега $g = f(x)$.

Метод деления отрезка пополам: использует итерационное уравнение в виде:

$$x^{[i+1]} = \frac{1}{2} x^{[i]} + x^{[i-1]}$$

и ПРИМЕНЯЕТСЯ ТОЛЬКО В ТОЙ ОБЛАСТИ ИЗМЕНЕНИЯ x , ГДЕ БЕЗУСЛОВНО СУЩЕСТВУЕТ ЕДИНСТВЕННЫЙ КОРЕНЬ ИСКОМОГО УРАВНЕНИЯ.

Для начала итераций выбирается такой интервал, на котором обязательно выполняются условия применимости метода. Такой выбор начального интервала называется **ОТДЕЛЕНИЕМ КОРНЕЙ**. Указанные условия можно выполнить, опираясь на теорему о монотонной на отрезке функции: всякая монотонная на отрезке функция принимает любое свое промежуточное значение в одной единственной точке внутри отрезка. В этом случае необходимо лишь показать монотонность на этом интервале исследуемой зависимости (для зависимости дистанции разбега от идентифицируемого параметра достаточно из физических или математических соображений обосновать ее монотонность), а также убедиться, что на концах этого отрезка $x^{[i-1]}$ и $x^{[i]}$ функция принимает значения по обе стороны от необходимого g (т.е. на одном конце $f(x) > g$, а на другом $f(x) < g$).

В итоге процедуры отделения корней получается, что положение корня

уравнения (искомое значение идентифицируемого параметра модели) известно с точностью до длины выбранного отрезка. Остается построить итерационный процесс таким образом, чтобы на каждой итерации уменьшать отрезок, на котором находится корень.

На каждом следующем шаге итераций метода деления отрезка пополам находится очередное приближение аргумента $x^{[i+1]}$ по вышеуказанному итерационному уравнению (в центре отрезка), затем с помощью математической модели вычисляется значение $f(x^{[i+1]})$ и выбирается та часть отрезка, на которой опять выполняются все условия применимости метода (рис. 1). Так как функция монотонна на всем отрезке, то она монотонна и на его части, поэтому достаточно выбрать тот (вдвое меньший) отрезок, где на одном конце $f(x) > g$, а на другом $f(x) < g$. Так как очередное приближение аргумента всегда лежит между концами отрезка текущей итерации, то после каждой итерации новый отрезок всегда меньше старого, и область возможного расположения корня постепенно сужается – стягивается в точку. Итерации завершают, когда будет выполнено

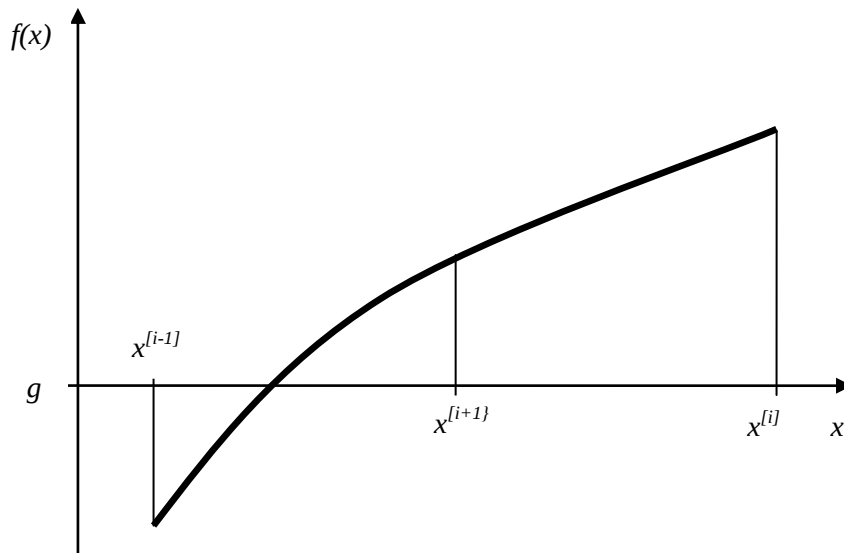


Рис.1

условие заданной точности: по аргументу $|x^{[i+1]} - x^{[i]}| < \varepsilon$ или по функции

$$|f(x^{[i+1]}) - g| < \delta.$$

Этот экономный метод, как видно из формулы, не использует значения функции для определения очередного приближения; и даже при выборе части интервала для следующего шага использует не столько значения функции, сколько лишь ее знаки. Алгоритм этого метода предельно прост.

Метод секущих (метод хорд): **ПРИМЕНЯЕТСЯ, ПРОВОДИТСЯ И ЗАВЕРШАЕТСЯ АНАЛОГИЧНО МЕТОДУ ДЕЛЕНИЯ ОТРЕЗКА ПОПОЛАМ**, но имеет другую итерационную формулу для отыскания очередного приближения, основанную на пропорции для подобных треугольников (рис. 2):

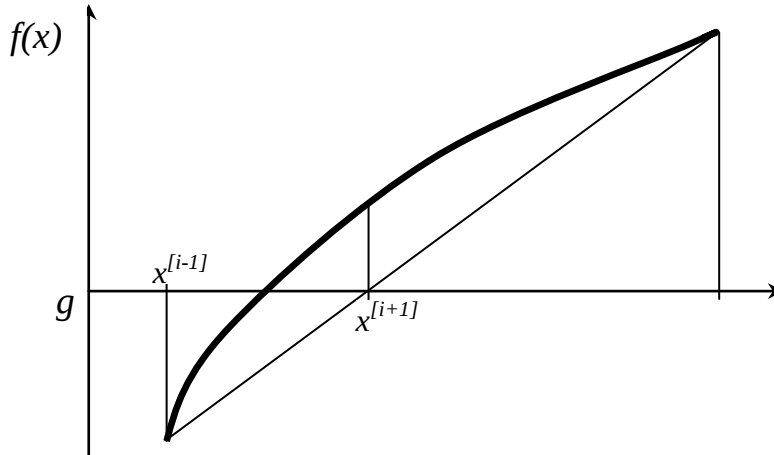


Рис.2

$$x^{[i+1]} = x^{[i]} - \frac{x^{[i]} - x^{[i-1]}}{f(x^{[i]}) - f(x^{[i-1]})} \cdot f(x^{[i]}) - g$$

Этот метод использует дополнительную информацию о значениях функции в точках последовательных приближений, поэтому он априорно сходится быстрее, чем метод деления отрезка пополам. Однако эта скорость сходимости существенно зависит от выбора исходного приближения $x^{[i]}$.

Программное обеспечение

Лабораторная работа № 1 выполняется с помощью учебной математической модели разбега самолета Ан-2 при взлете. Она позволяет рассчитывать дистанцию разбега при полностью заданном комплекте входных параметров математического описания.

Порядок выполнения работы

Комплект входных параметров, "истинное" значение дистанции разбега и указание недостающего (идентифицируемого) параметра приведены в таблице вариантов. В ней номер варианта выбирается по последним двум цифрам зачетной книжки студента, а идентифицируемый параметр, значение которого необходимо уточнить, подчеркнут.

Задавая полный комплект входных данных своего варианта с варьируемыми значениями идентифицируемого параметра (согласно применяемому методу последовательных приближений), необходимо добиться полного совпадения (до последней цифры) полученного расчетного значения дистанции разбега с заданным в варианте "истинным" ее значением, т.е. $|f(x^{[i+1]} - g| < 0,5$.

Порядок выполнения работы следующий:

1. Провести процедуру отделения корней.
2. Провести идентификацию значения недостающего параметра методом деления отрезка пополам.
3. Провести идентификацию значения недостающего параметра методом секущих (методом хорд), начиная с того же исходного отрезка, что и в методе деления отрезка пополам.
4. Сравнить объем вычислительных экспериментов по п. 2 и п. 3.
5. Сформулировать вывод.

Форма отчетности: описание и обоснование плана контрольного вычислительного эксперимента с приведением результатов вычислений всех приближений (указать для каждого приближения значение идентифицируемого параметра и соответствующее ему значение дистанции разбега); вывод.

Таблица вариантов индивидуальных данных

№ вар.	m кг	$f_{тр}$	$c_{ха}$	c_{ya}	P_0 кгс	$L_{разб},$ м
1	<u>4500</u>	0, 020	0, 25	1,30	1500	203
2	4625	0, 020	<u>0, 30</u>	1,30	2000	166
3	5000	0, 020	0, 25	1,30	<u>2000</u>	236
4	4125	0, 035	0, 25	1,30	<u>1500</u>	223
5	<u>5000</u>	0, 020	0, 35	1,70	1500	401
6	<u>5000</u>	0, 035	0, 25	1,30	1500	342
7	5250	0, 035	0, 25	<u>1,50</u>	2000	232
8	5000	0, 020	<u>0, 30</u>	1,70	1800	187
9	<u>4500</u>	0, 050	0, 25	1,30	1800	170
10	4750	0, 050	0, 25	1,30	<u>1500</u>	373
11	5125	0, 050	0, 25	1,30	<u>2000</u>	245
12	5500	0, 050	<u>0, 20</u>	1,30	1400	700
13	<u>4500</u>	0, 020	0, 25	1,50	1400	154
14	4500	0, 020	0, 25	<u>1,70</u>	2000	115
15	<u>5000</u>	0, 020	0, 25	1,50	1500	232
16	5250	0, 020	<u>0, 30</u>	1,50	1400	381

17	4000	0, 035	0, 25	1,50	<u>1500</u>	155
18	4375	0, 035	0, 25	<u>1,70</u>	2000	115
19	<u>5000</u>	0, 035	0, 25	1,50	1800	163
20	5125	0, 035	<u>0, 20</u>	1,50	1300	472
21	5500	0, 035	0, 25	1,50	<u>1500</u>	213
22	4250	0, 050	0, 25	1,50	<u>1500</u>	121
23	<u>4000</u>	0, 050	0, 25	1,50	1500	210
24	5000	0, 050	<u>0, 20</u>	1,50	2000	168
25	<u>4500</u>	0, 050	0, 25	1,50	1900	218
26	4000	0, 020	0, 25	1,70	<u>1500</u>	75
27	4375	0, 020	0, 25	<u>1,30</u>	1500	140
28	4750	0, 020	<u>0, 35</u>	1,70	1400	188
29	<u>4500</u>	0, 020	0, 25	1,70	1900	146
30	5500	0, 020	0, 25	1,70	<u>1500</u>	188
31	4250	0, 035	0, 25	1,70	<u>2000</u>	139
32	<u>5000</u>	0, 035	0, 25	1,70	1900	114
33	5000	0, 035	<u>0, 35</u>	1,70	2000	131
34	<u>5000</u>	0, 035	0, 25	1,70	1500	252
35	4125	0, 050	<u>0, 35</u>	1,70	1300	152
36	4500	0, 050	0, 25	1,70	<u>1500</u>	119
37	4875	0, 050	0, 25	<u>1,30</u>	1500	189
38	<u>4500</u>	0, 050	0, 25	1,70	2000	151
39	4250	0, 020	0, 30	1,30	<u>2000</u>	157
40	4625	0, 020	<u>0, 20</u>	1,30	1500	424
41	5000	0, 020	0, 30	<u>1,70</u>	2000	226
42	5375	0, 020	0, 30	1,30	<u>1500</u>	349
43	<u>5000</u>	0, 035	0, 30	1,30	1500	230
44	4500	0, 035	<u>0, 20</u>	1,30	2000	166
45	4875	0, 035	0, 30	1,30	<u>1500</u>	253
46	<u>4500</u>	0, 035	0, 30	1,30	2000	290
47	4000	0, 050	<u>0, 20</u>	1,30	1400	228
48	4375	0, 050	0, 30	<u>1,70</u>	2000	167
49	<u>4000</u>	0, 050	0, 30	1,30	1800	263
50	5500	0, 050	0, 30	1,30	<u>1500</u>	473
51	4125	0, 020	0, 30	<u>1,30</u>	1300	230
52	4500	0, 020	<u>0, 20</u>	1,50	2000	135
53	<u>4500</u>	0, 020	0, 30	1,50	1500	285
54	5250	0, 020	0, 30	1,50	<u>1500</u>	213
55	4000	0, 035	0, 30	<u>1,30</u>	2000	97
56	<u>5000</u>	0, 035	0, 30	1,50	1500	199
57	4750	0, 035	0, 30	<u>1,30</u>	1400	301
58	5125	0, 035	0, 30	1,50	<u>1500</u>	211

59	4500	0, 035	<u>0, 35</u>	1,30	2000	156
60	4250	0, 050	<u>0, 25</u>	1,50	1400	224
61	<u>4000</u>	0, 050	0, 30	1,50	1900	157
62	5000	0, 050	0, 30	1,50	<u>1500</u>	214
63	<u>4500</u>	0, 050	0, 30	1,50	1500	499
64	<u>5000</u>	0, 020	0, 30	1,70	1300	162
65	4375	0, 020	<u>0, 20</u>	1,70	2000	95
66	4750	0, 020	0, 30	<u>1,30</u>	2000	122
67	5125	0, 020	0, 30	1,70	<u>2000</u>	345
68	5250	0, 020	<u>0, 35</u>	1,70	1400	276
69	<u>5000</u>	0, 035	0, 30	1,70	1500	142
70	4750	0, 035	0, 30	1,70	<u>1500</u>	123
71	5000	0, 035	<u>0, 25</u>	1,70	2000	145
72	<u>4500</u>	0, 035	0, 30	1,70	1900	188
73	4125	0, 050	0, 30	<u>1,30</u>	1400	156
74	<u>5000</u>	0, 050	0, 30	1,70	1900	119
75	4875	0, 050	0, 30	1,70	<u>1500</u>	141
76	<u>4500</u>	0, 050	0, 30	1,70	1400	338
77	4125	0, 020	<u>0, 20</u>	1,30	1400	398
78	<u>5000</u>	0, 020	0, 35	1,30	1900	212
79	4875	0, 020	0, 35	<u>1,70</u>	2000	221
80	5250	0, 020	0, 35	1,30	<u>1500</u>	433
81	<u>5000</u>	0, 035	0, 35	1,30	1800	230
82	5125	0, 035	0, 35	1,30	<u>1500</u>	426
83	4250	0, 050	0, 35	<u>1,70</u>	1500	341
84	4625	0, 050	<u>0, 25</u>	1,30	2000	245
85	<u>4500</u>	0, 020	0, 35	1,30	1900	443
86	4000	0, 020	0, 35	1,50	<u>2000</u>	217
87	4375	0, 020	0, 35	<u>1,30</u>	1900	131
88	4750	0, 020	<u>0, 20</u>	1,50	1800	213
89	4250	0, 035	0, 35	1,50	<u>1500</u>	142
90	<u>5500</u>	0, 035	0, 35	1,50	1500	316
91	5000	0, 035	0, 35	1,50	<u>1500</u>	205
92	5375	0, 035	<u>0, 20</u>	1,50	1900	287
93	<u>4500</u>	0, 035	0, 35	1,50	2000	279
94	4125	0, 050	0, 35	1,50	<u>2000</u>	209
95	4500	0, 050	0, 35	<u>1,70</u>	2000	139
96	<u>4000</u>	0, 050	0, 35	1,50	1900	211
97	4250	0, 020	0, 35	1,70	<u>2000</u>	172
98	4625	0, 020	0, 35	<u>1,30</u>	2000	125
99	4000	0, 050	<u>0, 30</u>	1,30	1300	254
100	<u>5000</u>	0, 025	0, 30	1,60	1800	143

7.3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ НАИВЫГОДНЕЙШЕГО НАБОРА ВЫСОТЫ

Цель работы

Определение приборной скорости наивыгоднейшего набора высоты с целью минимизации времени набора заданной высоты.

Сведения о математической модели

Математическая модель динамики полета самолета Ил-96-300 для данной лабораторной работы обеспечивает следующие моменты:

- случайный выбор варианта (значения массы самолета) для каждого студента, выполняющего работу;
- запрос всех необходимых для варианта траектории сведений (значения приборной скорости набора высоты);
- интегрирование дифференциальных уравнений движения самолета Ил-96-300 в вертикальной плоскости при номинальном режиме работы всех двигателей (используются уравнения движения в скоростной системе координат);
- проверку условий достижения заданной высоты полета;
- сохранение в файле "labres.dat" всей информации о рассчитанных траекториях для просмотра по окончании работы с программой.

Особенности летной эксплуатации

Движение самолета при наборе высоты происходит под действием сил изображенных на рис. 3 и описывается уравнениями в проекции на оси координат:

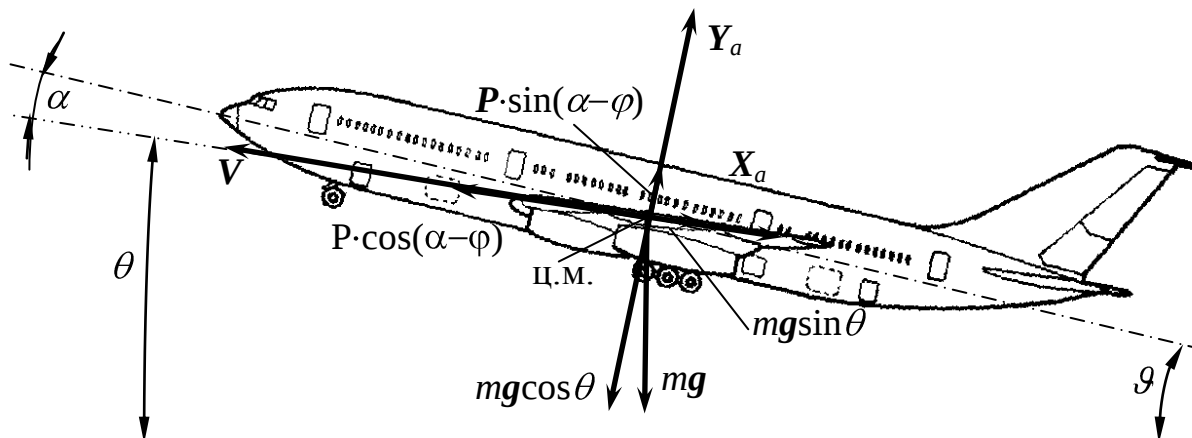


Рис.3

нат:

$$\begin{cases} m\dot{V} &= P \cdot \cos(\alpha - \phi) - X_a - mg \cdot \sin \theta, \\ mV\dot{\theta} &= P \cdot \sin(\alpha - \phi) + Y_a - mg \cdot \cos \theta, \end{cases}$$

Набор высоты гражданскими самолетами в реальных условиях осуществляется на номинальном режиме работы двигателей по траектории с изменяющимся углом наклона. При постоянном режиме работы двигателей от выбран-

ной стратегии изменения угла наклона траектории зависит не только скорость полета в данный момент времени, но и характеристики всего участка набора высоты - дальность, продолжительность, расход топлива, эксплуатационные затраты. Поэтому в летной эксплуатации немаловажное значение имеет решение задачи, в которой выбирается оптимальный режим набора высоты с точки зрения определенного критерия оптимальности (например, минимума расхода топлива или минимума времени).

Решение такого рода оптимизационных задач, особенно в условиях эксплуатационных ограничений, является достаточно сложной математической проблемой. Решать ее в летных предприятиях или тем более на борту самолета пока нет возможности. Поэтому для удобства эксплуатации подбираются такие простые стратегии пилотирования на участке набора высоты, которые дают наиболее близкие к оптимальным значения критерия оптимальности для возможно более широкой области условий эксплуатации. Для гражданской авиации такой простой стратегией оказалось выдерживание постоянного значения (наивыгоднейшей) приборной скорости, зависящей, как оказалось, только от массы самолета. Эти рекомендуемые значения наивыгоднейшей скорости набора высоты для минимизации эксплуатационных затрат приводятся в РЛЭ в зависимости от полетной массы самолета.

Поддержание заданной приборной скорости при постоянном номинальном режиме работы двигателей осуществляется изменением угла наклона траектории, который может быть тем больше, чем больше избыток тяги. А так как располагаемая тяга с высотой падает, то при наборе высоты уменьшается и крутизна траектории. В данной лабораторной работе с помощью математической модели определяется такая приборная скорость наивыгоднейшего набора высоты, выдерживая которую можно набрать заданную высоту за минимальное время. В процессе подбора такой скорости можно убедиться в том, что она находится внутри допустимого по РЛЭ диапазона скоростей полета. Начало набора высоты максимально приближено к реальным условиям эксплуатации и осуществляется из горизонтального полета на начальной высоте.

Подбор приборной скорости наивыгоднейшего набора высоты предлагается осуществлять **методом деления отрезка пополам** (рис. 4) – одного из **методов последовательных приближений**. Для этого необходимо, прежде всего, найти значения критерия оптимальности H (в нашем случае – времени набора высоты) для траекторий с минимальной допустимой $a = V_{\text{пр. min. доп}}$ и с максимальной допустимой $b = V_{\text{пр. max. доп}}$ приборными скоростями. Затем найти значения критериев при наборе высоты со скоростями, определяемыми серединой отрезка $\frac{a+b}{2}$ допустимых скоростей и скоростью на $\delta = 15$ км/ч больше:

$$\frac{a+b}{2} + 15 \text{ км/ч} \quad / \div \text{ (или меньше, по выбору).}$$

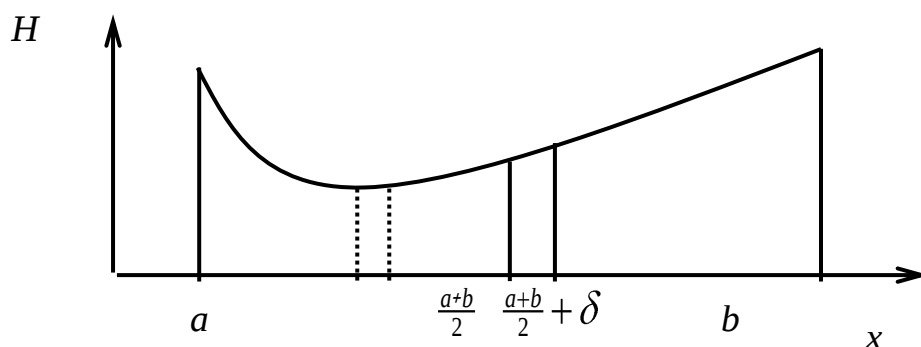


Рис.4

Для продолжения метода деления отрезка пополам на каждом последующем шаге выбирается та из половин отрезка, в сторону которой найденные значения критерия в середине отрезка убывают. Так следует поступать до тех пор, пока не будет выполнено одно из условий:

- разность скоростей двух последних приближений (крайних точек на очередном выбранном отрезке приборной скорости) меньше 15 км/ч,
- в последних трех приближениях (в средней и в крайних точках на очередном выбранном отрезке приборной скорости) найденные значения критерия (времени набора высоты) совпадают до последнего знака.

Порядок выполнения работы

1. По подсказкам с экрана монитора ввести необходимую информацию для расчета набора высоты самолета (от 400 м до 3000 м) с постоянной приборной скоростью набора высоты $V_{\text{пр.н.в.}} = V_{\text{пр.мин.доп.}}$.
2. По информации, высвечиваемой на экране во время расчета, записать итоговые значения времени t и дальности L .
3. Повторить работу по 1 и 2 пунктам для значения приборной скорости набора высоты $V_{\text{пр.н.в.}} = V_{\text{пр.мах.доп.}}$.
4. Повторить работу по 1 и 2 пунктам для значения приборной скорости набора высоты $V_{\text{пр.н.в.}} = 0,5 \cdot (V_{\text{пр.мин.доп.}} + V_{\text{пр.мах.доп.}})$.
5. Повторить работу по 1 и 2 пунктам для значения приборной скорости набора высоты $V_{\text{пр.н.в.}} = 0,5 \cdot (V_{\text{пр.мин.доп.}} + V_{\text{пр.мах.доп.}}) + 15$ км/ч.
6. Выбрать по методу деления отрезка пополам ту часть отрезка, на которой следует продолжать отыскание минимума.
7. **Повторять** работу по пунктам 1 – 6 для значений приборной скорости набора высоты $V_{\text{пр.н.в.}}$, определяемых по методу деления отрезка пополам (до точности 15 км/ч или до совпадения критерия $H = t$ в трех смежных точках), для минимизации времени t набора высоты. Записывать при каждом расчете итоговые значения $t(V_{\text{пр.н.в.}})$ и $L(V_{\text{пр.н.в.}})$ набора высоты.

8. По окончании расчетной части работы просмотреть информацию обо всех вариантах расчета.

9. Построить графики зависимости $V_y(H)$ для трех траекторий: $V_{\text{пр. min. доп.}}$, $V_{\text{пр. max. доп.}}$ и $t_{\text{min.}}$. Построить графики зависимостей $t(V_{\text{пр. н. в.}})$ и $L(V_{\text{пр. н. в.}})$.

10. Сформулировать выводы по проделанной работе.

8. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Метод Розенброка для задачи безусловной оптимизации.
2. Безусловная оптимизация методом сопряженных направлений.
3. Метод случайных направлений поиска безусловного экстремума.
4. Метод наискорейшего спуска.
5. Метод безусловной оптимизации Ньютона-Рафсона.
6. Определение начального базисного решения задачи линейного программирования методом штрафов (М- метод).
7. Общая и двойственная задача линейного программирования.
8. Решение задачи линейного программирования двухфазным симплекс-методом.
9. Целочисленная задача линейного программирования (метод Гомори – отсекающих плоскостей).
10. Целочисленная задача линейного программирования (метод ветвей и границ).
11. Решение задачи коммивояжера.
12. Транспортная задача (метод северо-западного угла).
13. Транспортная задача (метод минимального элемента).
14. Транспортная задача (улучшение плана - метод потенциалов).
15. Задача о кратчайшем пути (метод Фогеля).
16. Задача о кратчайшем пути (Метод Минти).
17. Задача о кратчайшем пути (алгоритм Дейкстры).
18. Задача о назначениях (венгерский метод).
19. Решение задачи нелинейного программирования методом множителей Лагранжа.
20. Метод проекции градиента для задачи условной оптимизации.
21. Метод возможных направлений Зойтендейка для решения задачи нелинейного программирования.
22. Случайный поиск (метод Монте-Карло) при наличии ограничений.
23. Графический метод решения задачи условной оптимизации.
24. Нелинейная распределительная задача (динамическое программирование).
25. Задача о замене оборудования (динамическое программирование).
26. Задача о найме работников (динамическое программирование).
27. Задача управления запасами без дефицита.
28. Задача управления запасами с дефицитом.

- 29. Задача управления запасами при случайном спросе.
- 30. Задача оптимизации порядка обслуживания требований.
- 31. Задача о максимальном потоке (метод Форда и Фалкерсона).
- 32. Выбор оптимальной стратегии в условиях неопределенности.