МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

Кафедра аэродинамики, конструкции и прочности летательных аппаратов

В. В. Трофимов

ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ
ПОСОБИЕ
по изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и практических занятий

для студентов III курса
направления образования 280700
дневного обучения

Москва - 2013

ББК 518
Т

Редактор и рецензент д-р техн. наук, проф. М. С. Кубланов

Трофимов В. В.
Т Прикладные методы вычислений: Пособие к изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и практических занятий для студентов III курса направления образования 280700 дневного обучения. – М.: МГТУ ГА, 2013. – *с.

Данное пособие издается в соответствии с учебным планом для студентов III курса направления образования 280700 дневного обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры АКПЛА протокол № 8 от 7.03.2013 г. и методического совета по направлению образования 280700 протокол № 7 от 7.03.2013 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие содержит общие рекомендации по изучению дисциплины "Прикладные методы вычислений" для студентов III курса направления 280700 дневного обучения МГТУ ГА: цели и задачи дисциплины, описание ее структуры, программу дисциплины с методическими указаниями по изучению ее разделов, список рекомендуемой литературы, контрольные вопросы, а также указания к выполнению лабораторных работ и практических занятий.

В связи с отсутствием учебников по данной дисциплине самостоятельная работа студентов по ее освоению должна проводиться с помощью предлагаемой основной литературы [1], которая содержит необходимый минимум материала по дисциплине. При работе с другой литературой следует учитывать особенности применяемой терминологии и опираться на основную рекомендуемую литературу.

2. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины "Прикладные методы вычислений" является формирование у студентов знаний основ прикладных методов вычислений, применяемых в современных компьютерных технологиях для решения задач гражданской авиации.

Задачи изучения дисциплины (минимально необходимый комплекс знаний и умений):

– иметь представление о методике разработки моделей в научных и инженерных исследованиях, о методике применения моделей в научных и инженерных исследованиях, о методах оценки адекватности моделей поведению изучаемого объекта, об ограниченных возможностях применения математических методов вычисления; о приближенном характере математических методов вычисления, о принципе замены исходной задачи с помощью математических методов вычисления, что необходимо для решения производственных, эксплуатационных и исследовательских задач гражданской авиации;

– знать основные понятия теории моделирования; понятие итерации; понятия интерполяции и аппроксимации; понятие разностной схемы; виды задач оптимизации;

– уметь составлять математическое описание математических моделей; выбрать тип применимого метода вычисления; проводить верификацию метода вычисления.

3. СТРУКТУРА КУРСА

На дневном отделении Московского государственного технического университета гражданской авиации дисциплина "Прикладные методы вычислений " направления 280700 обеспечивается в течение пятого семестра 9 лекциями, 10 практическими занятиями, 4 лабораторными работами и завершается сдачей экзамена.

Лекции предназначены для первичного ознакомления с материалом в методически правильной постановке и последовательности. И хотя дисциплина насыщена математическими формулами, на лекциях следует стремиться не столько к точному их конспектированию, сколько к пониманию логических связей отдельных элементов курса, разделов, методов. Поэтому рекомендуется составлять конспект лекций на одной (правой) стороне разворота тетради, оставляя другую (левую) для последующей самостоятельной работы. В процессе самостоятельной работы с учебными пособиями и другой литературой можно восполнить пробелы конспекта, дополнить его новым материалом, а также зафиксировать свои собственные мысли. Все это позволит в дальнейшем продуктивно использовать конспект в качестве справочника.

Лабораторные работы предназначены для ознакомления с методами создания математических моделей механических систем и процессов, их идентификации. Лабораторные работы выполняются на компьютерах с помощью специального программного обеспечения. Отчет о выполненной лабораторной работы защищается у преподавателя.

Практические занятия предназначены для приобретения навыков выполнения прикладных вычислений алгебраических уравнений, определенных интегралов и дифференциальных уравнений. Они выполняются студентами самостоятельно и защищаются у преподавателя после рецензирования.

Экзамен проводится после успешного выполнения всего учебного плана (после защиты всех лабораторных работ, выполнения практических занятий) с помощью контролирующей программы на компьютерах в объеме контрольных вопросов каждого раздела программы дисциплины.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Общая теория моделирования

1.1. Введение в основы моделирования и прикладные методы вычисления

Научная абстракция. Законы и закономерности. Особенность сложных систем и процессов. Сходство объектов. Понятия оригинала и модели. Примеры моделей.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1 введение, § 1.1: с. 5 … 9].

Центральные вопросы раздела: Научная абстракция. Оригинал и модель.

Контрольные вопросы:

1.1.1. Для чего необходима научная абстракция?
1.1.2. Понятие закона.
1.1.3. Понятие закономерности.

1.1.4. Понятие оригинала.
1.1.5. Понятие модели.
1.1.6. Цель научных и инженерных исследований.

1.2. Понятие моделирования

Понятие моделирования. Процесс моделирования и необходимая последовательность этапов этого процесса. Причины, вынуждающие применять моделирование.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 1.1: с. 10 … 11].

Центральные вопросы раздела: Модель. Математическое описание модели.

Контрольные вопросы:
1.2.1. Модель и оригинал.
1.2.2. Что такое моделирование?
1.2.3. Для чего необходим этап постановки задачи в процессе моделирования?
1.2.4. На какие условия следует обратить внимание при выборе модели?

1.3. Классификация моделей

Два аспекта отношения модели к оригиналу. Классификация моделей по особенностям выражения свойств оригинала и особенности функционирования модели. Классификация моделей по основаниям для преобразования свойств модели в свойства оригинала.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 1.2: с. 12 … 13].

Центральные вопросы раздела: Два аспекта отношения модели к оригиналу.

Контрольные вопросы:
1.3.1. По каким аспектам классифицируются модели?
1.3.2. Что такое логические модели и как они подразделяются?
1.3.3. Что такое материальные модели и как они подразделяются?
1.3.4. Что такое условные модели?
1.3.5. Что такое аналогичные модели?
1.3.6. Какие бывают виды математических моделей?
1.3.7. На чем основаны математические модели?

2. Вычислительные методы алгебры

2.1. Решения систем линейных алгебраических уравнений

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений – методы исключения, итерационные методы.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [2, § 6.1, 6.2: с.46 … 53].

Центральные вопросы раздела: Алгебраическое уравнение. Система линейных алгебраических уравнений

Контрольные вопросы:

2.1.1. Алгебраическое уравнение.

2.1.2. Линейное алгебраическое уравнение.

2.1.3. Система линейных алгебраических уравнений.

2.1.4. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом исключения.

2.1.5. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом итераций.

2.2. Нелинейные алгебраические уравнения

Понятие о рекуррентных формулах и процедуре отделения корней. Методы решения нелинейных алгебраических уравнений – деления отрезка пополам, секущих (хорд), золотого сечения, касательных (Ньютона).

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 4.1: с. 55 … 58].

Центральные вопросы раздела: Существование и единственность решения уравнений итерационными методами.

2.2.1. Для решения каких задач применяются итерационные методы?

2.2.2. Общая характеристика итерационных методов.

2.2.3. В каких методах применяется пошаговое уточнение значения искомого параметра?

2.2.4. Что такое рекуррентная формула для решения нелинейного уравнения?

2.2.5. Для чего служат условия сходимости итерационного метода?

2.2.6. Каким свойствам должна удовлетворять зависимость на исходном интервале для применимости методов деления отрезка пополам, секущих, золотого сечения?

2.2.7. Характеристика метода секущих.

2.2.8. Характеристика метода деления отрезка пополам.

2.2.9. Характеристика метода золотого сечения.

2.2.10. Характеристика метода касательных (Ньютона).

2.3. Интерполяции. Вычисления определенных интегралов.

Методы интерполяции – линейная, квадратичная, полиномиальная, сплайновая. Сравнение с аппроксимацией. Методы вычисления определенных интегралов.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 4.1: с. 58 … 62].

Центральные вопросы раздела: Интерполяция. Аппроксимация. Определенный интеграл.

Контрольные вопросы:

2.3.1. Для чего служат методы интерполяции функций?
2.3.2. Характеристика линейной интерполяции.
2.3.3. Характеристика полиномиальной интерполяции.
2.3.4. Характеристика сплайновой интерполяции.
2.3.5. Общий принцип методов аппроксимации.
2.3.6. В чем принципиальное различие между понятиями интерполяции и аппроксимации?
2.3.7. Что такое определенный интеграл?
2.3.8. Геометрическая интерпретация определенного интеграла.

3. Методы решения дифференциальных уравнений

3.1. Разностные методы решения дифференциальных уравнений

Понятие о разностных методах. Задача Коши. Методы Эйлера, Адамса, прогноз-коррекция, Рунге-Кутта. Понятие о возможности контроля погрешности и изменения шага интегрирования.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 4.2: с. 63 … 67].

Центральные вопросы раздела: Разностные методы. Задача Коши. Изменение шага интегрирования.

Контрольные вопросы:

3.1.1. На чем основаны разностные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений?
3.1.2. Какой вид дифференциальных уравнений решается методом Эйлера?
3.1.3. Основная идея метода Эйлера для решения задачи Коши.
3.1.5. Характеристика методов Рунге-Кутта.
3.1.6. Характеристика метода Адамса.
3.1.7. Характеристика методов "прогноза-коррекции".
3.1.8. Какие методы допускают оценку погрешности на шаге интегрирования?
3.1.9. Какие методы допускают изменение шага интегрирования в процессе вычислений?
3.1.10. С какой целью применяется изменение шага интегрирования в процессе вычислений?

3.2. Решения задачи Коши

Пример: сравнение простейших методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (решения задачи Коши). Два подхода к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 4.2: с. 67 … 69].

Центральные вопросы раздела: Численное интегрирование дифференциальных уравнений. Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений высокого порядка.

Контрольные вопросы:

3.2.1. Чем определяется порядок разностных методов?

3.2.2. Два подхода к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка.

3.3. Решения краевых задач

Методы решения краевых задач: методы прогонки и стрельбы. Методы интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными – разностные методы, сеточные функции.

Методические указания к изучению раздела

Литература: [1, § 4.2: с. 69 … 72].

Центральные вопросы раздела: Краевые задачи. Дифференциальные уравнения с частными производными.

Контрольные вопросы:

3.3.1. Что такое краевая задача?
3.3.2. Какие методы применяются для решения краевых задач?
3.3.3. Краткая характеристика метода прогонки.
3.3.4. Краткая характеристика метода стрельбы.
3.3.5. На чем основываются методы интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными?

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1.Кубланов М.С. Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов: учебное пособие. Часть I. Третье издание. – М.: МГТУ ГА, 2004.

Дополнительная

1. Советов Б. Я., Яковлев С. Я. Моделирование систем: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1998.
2. Лебедев А. Н. Моделирование в научно-технических исследованиях. – М.: Радио и связь, 1989.
3.Костомаров Д. П., Фаворский А. П. Вводные лекции по численным методам: учебное пособие. – М.: Логос, 2004.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

6.1. Общая теория моделирования (16 часа)

Практическое занятие 1. 2 часа. Математические модели и их виды [1, § 2.1: с. 14 – 16, 19 – 20]

Математическое описание. Виды математического описания. Полнота математического описания. Отличие ММ от ее математического описания. Виды ММ. Понятие "имитационная модель" – стохастическая ММ. Состав математического описания имитационных моделей и их особенности. Основа разработки стохастических ММ – дисперсионные и регрессионные модели. Состав математического описания имитационных моделей и их особенности.

Практическое занятие 2. 2 часа. Составление подобной детерминированной модели [1, § 2.1: с. 16 – 19]

Пример: математическая модель разбега самолета Ан-2 при взлете.

Практическое занятие 3. 2 часа. Адекватность математических моделей [1, § 2.2: с. 20 – 28]

Вычислительный эксперимент. Достоверность результата. Пример. Понятие об адекватности ММ. Понятие адекватности ММ для механических систем и процессов. Точность и непротиворечивость. Необходимые данные для проверки адекватности. Примеры. Точность и погрешность. Причины возникновения погрешности при математическом моделировании. Оценка погрешности. Правила оценки погрешности арифметических операций.

Практическое занятие 4. 2 часа. Алгоритм оценки адекватности модели [2, § 5.7: с. 33 – 39]

Оценка адекватности математической модели как задача математической статистики. Случайность и закономерность рассогласования. Систематическая погрешность. Оценка рассогласования. Построение статистического закона распределения и определение статистических оценок его параметров. Доверительные интервалы для оценки точности.

Практическое занятие 5. 2 часа. Понятие об обратных задачах: задачи идентификации и оптимизации [1, § 2.3: с. 29 – 30]

Задача идентификации при построении математической модели. Пример идентификации математической модели разбега самолета Ан-2 при взлете. Методы решения задач идентификации. Понятие об обратных задачах.

Практическое занятие 6. 2 часа. Алгоритм научных исследований с помощью моделирования [1, §§ 2.4, 2.5: с. 30 – 33]

Строгость процесса моделирования. Алгоритм научных исследований с помощью моделирования. Процессы построения модели и ее идентификации. Примеры. Основные принципы моделирования механических систем и процессов.

Практическое занятие 7 – 8. 4 часа. Ознакомление с конкретными разработками в области математического моделирования.

Ознакомление с Системой математического моделирования динамики полета летательных аппаратов (СММ ДП ЛА) и Системой интерактивного анимационного моделирования (СИАМ).

6.2. Математические свойства методов вычисления

Практическое занятие 9 – 10. 4 часа. [1, § 4.4: с. 77 – 80]

Математические свойства методов вычисления. Понятие устойчивости решений и методов (по начальным условиям, по коэффициентам уравнений, по промежуточным результатам – "жесткость"). Понятие сходимости. Свойство аппроксимации.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Согласно рабочей программе дисциплины лабораторный практикум состоит из четырех лабораторных работ, выполняемых на компьютерах студентами в индивидуальном порядке.

Программное обеспечение (ПО) практикума разработано для IBM-совместимых компьютеров любого типа, со средой MS-DOS любой редакции с кириллицей. ПО запускается как с дискет, так и с винчестера и не предъявляет каких-либо требований к наименованию директории, где оно располагается.

ПО состоит из командного файла mmlab.bat, выполняемых файлов mmk1.exe, mmk3.exe, pek3.exe, askk.exe, ncview.exe и текстовых файлов краткого описания лабораторных работ pe1.txt, pe2.txt, pe3.txt. Для входа в практикум и проведения любой лабораторной работы следует запустить на выполнение лишь командный файл mmlab.bat – дальнейшие действия запрашиваются в диалоге со студентом.

7.1. Инструкция по работе с лабораторным практикумом на ПЭВМ

Программа работает в диалоге – внимательно следуйте подсказкам на экране. В случае появления непонятных сообщений следует немедленно обратиться к преподавателю, ведущему занятия.

Ввести число – означает набрать с клавиатуры число в предписанном формате **И** нажать клавишу "Enter" ("Ввод").

Формат I4 означает, что четырехзначное число БЕЗ ДЕСЯТИЧНОЙ ТОЧКИ следует набирать с первой позиции без пробелов.

Формат F5.3 (F10.0) воспринимает любое число С ДЕСЯТИЧНОЙ ТОЧКОЙ, расположенное в первых 5 (соответственно 10) позициях, если это число содержит не более 5 (соответственно 10) цифр, ВКЛЮЧАЯ десятичную точку.

НАЖАТЬ КЛАВИШУ – означает только ОДНО это действие.

В режиме просмотра текста или результатов листание осуществляется клавишами "PgUp" и "PgDn" или "↑" и "↓". Для окончания просмотра следует нажать клавишу "F10".

Все результаты выполнения лабораторной работы высвечиваются на экране, а также записываются в файл "labrez.dat", который можно просмотреть после выхода из расчетной части работы. Продолжение расчетов после выхода невозможно, поэтому ВСЮ ПРОГРАММУ расчетов надо выполнить за один вход в расчетную часть.

7.2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
Идентификация математической модели разбега самолета Ан-2 при взлете

Цель лабораторной работы: разработка плана и проведение контрольного вычислительного эксперимента для идентификации одного недостающего числового параметра в математическом описании модели.

Теоретические основы

В процессе построения математических моделей при недостаточной степени их адекватности возникает необходимость уточнения, "доводки" модели. Такой процесс называется идентификацией (определением недостающих или неточно известных исходных) параметров или функциональных зависимостей модели с помощью результатов вычислительного эксперимента и данных о реальном поведении объекта.

Поскольку адекватность математической модели – это соответствие результатов вычислительного эксперимента поведению реального объекта, постольку для выявления этого соответствия необходимо провести сравнение параметров модели и оригинала в одних и тех же условиях. Если удовлетворительного с точки зрения задач исследования соответствия не наблюдается, то приходится проводить специальный контрольный вычислительный эксперимент по поэтапному подбору и коррекции параметров математической модели – подбору некоторых (неизвестных или неточно известных) входных данных математического описания по известным выходным результатам известного реального случая поведения объекта. Это и есть задача идентификации.

Чаще всего математические модели реальных объектов содержат в своем математическом описании нетривиальный вычислительный процесс, который не удается обратить. Это значит, что невозможно построить прямой вычислительный процесс в обратном направлении с тем, чтобы определять входные параметры по известным выходным. Поэтому задача идентификации относится к классу обратных задач и решается в основном методами последовательных приближений.

Для безусловности получения результата решения задачи идентификации необходимо строгое применение методов последовательных приближений, представление о физической сути процесса и о влиянии идентифицируемого (подбираемого) параметра на выходной параметр. Нарушение этих строгостей чаще всего приводит не к решению поставленной задачи, а к случайному попаданию в благоприятную лишь на первый взгляд ситуацию (например, 2¾ землекопа) или к бесконечному вычислительному процессу. Даже в более благоприятном случае нельзя рассчитывать на то, что такая ситуация повторится когда-либо еще. Если же применять известные математические методы, то можно опереться на доказанность их сходимости к решению именно поставленной задачи. Достаточно лишь проверить условия применимости выбранного метода, опираясь на представление о физической сути процесса.

Для идентификации одного входного скалярного параметра по известному значению выходного скалярного параметра можно воспользоваться методами деления отрезка пополам и секущих (хорд) – простейшими итерационными методами.

Для упомянутых итерационных методов сформулированы строгие математические условия применимости и доказана сходимость к решению уравнения. Произвольное искажение методов или "перебор" не гарантируют получение результата идентификации и в математическом моделировании недопустимы.
Итерационные методы применяются для отыскания действительного корня нелинейного алгебраического уравнения. С этой целью уравнение преобразуется к виду x = φ(x), и далее строится процесс последовательных приближений ("пошаговое уточнение") по итерационной формуле: $x^{[i+1]} = \varphi(x^{[i]})$, т.е. по найденному на $[i]$-й итерации приближенному значению решения вычисляется $[i+1]$-я итерация. Такой процесс продолжается до тех пор, пока не будут выполнены условия обеспечения требуемой точности.

Рассмотрим способы решения задачи идентификации единственного числового параметра математической модели разбега самолета Ан-2. В этом случае удобно представить вычисляемое значение дистанции разбега в виде функции от искомого параметра: $f(x)$. Тогда задача идентификации представится, как задача отыскания такого значения x, которое обеспечивает известное (например, из летных испытаний) значение дистанции разбега $g = f(x)$.

Метод деления отрезка пополам: использует итерационное уравнение в виде:

$$x^{[i+1]} = \frac{1}{2}\ x^{[i]} + x^{[i-1]}$$

и **ПРИМЕНЯЕТСЯ ТОЛЬКО В ТОЙ ОБЛАСТИ ИЗМЕНЕНИЯ x, ГДЕ БЕЗУСЛОВНО СУЩЕСТВУЕТ ЕДИНСТВЕННЫЙ КОРЕНЬ ИСКОМОГО УРАВНЕНИЯ.**

Для начала итераций выбирается такой интервал, на котором обязательно вы полняются условия применимости метода. Такой выбор начального интервала называется **ОТДЕЛЕНИЕМ КОРНЕЙ**. Указанные условия можно выполнить, опираясь на теорему о монотонной на отрезке функции: всякая монотонная на отрезке функция принимает любое свое промежуточное значение в одной единственной точке внутри отрезка. В этом случае необходимо лишь показать монотонность на этом интервале исследуемой зависимости (для зависимости дистанции разбега от идентифицируемого параметра достаточно из физических или математических соображений обосновать ее монотонность), а также убедиться, что на концах этого от резка $x^{[0]}$ и $x^{[1]}$ функция принимает значения по обе стороны от необходимого g (т.е. на одном конце $f(x) > g$, а на другом $f(x) < g$).

В итоге процедуры отделения корней получается, что положение корня уравнения (искомого значения идентифицируемого параметра модели) известно с точностью до длины выбранного отрезка. Остается построить итерационный процесс таким образом, чтобы на каждой итерации уменьшать отрезок, на котором находится корень.

На каждом следующем шаге итераций метода деления отрезка пополам находится очередное приближение аргумента $x^{[i+1]}$ по вышеуказанному итерационному уравнению (в центре отрезка), затем с помощью математической модели вычисляется значение $f(x^{[i+1]})$ и выбирается та часть отрезка, на которой опять выполняются все условия применимости метода (рис. 1). Так как функция монотонна на всем отрезке, то она монотонна и на его части, поэтому достаточно выбрать тот (вдвое меньший) отрезок, где на одном конце $f(x) > g$, а на другом $f(x) < g$. Так как очередное приближение аргумента всегда лежит между

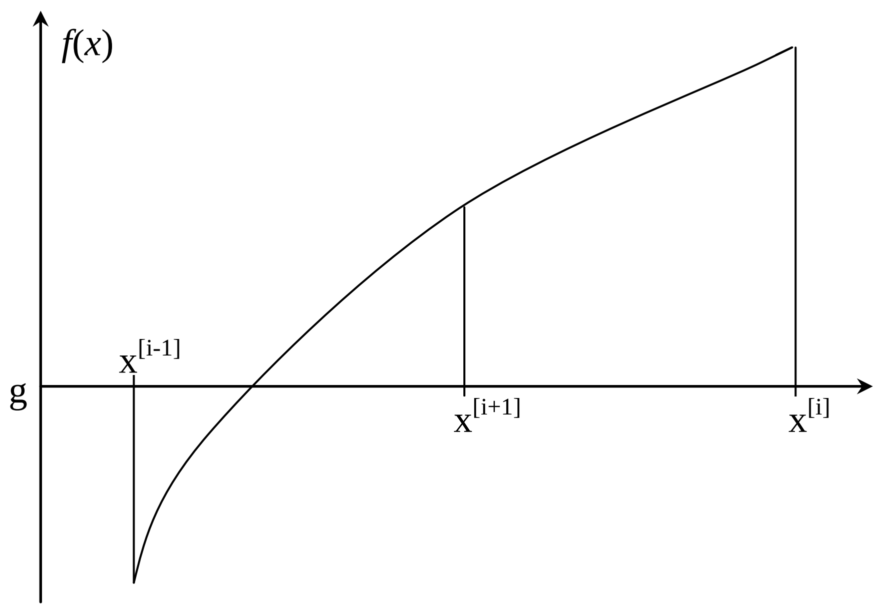

Рис. 1

концами отрезка текущей итерации, то после каждой итерации новый отрезок всегда меньше старого, и область возможного расположения корня постепенно сужается – стягивается в точку. Итерации завершают, когда будет выполнено условие заданной точности: по аргументу $\left|x^{[i+1]} - x^{[i]}\right| < \varepsilon$ или по функции $\left|f\ \ x^{[i+1]}\ \ - g\right| < \delta$.

Этот экономный метод, как видно из формулы, не использует значения функции для определения очередного приближения; и даже при выборе части интервала для следующего шага использует не столько значения функции, сколько лишь ее знаки. Алгоритм этого метода предельно прост.

Метод секущих (метод хорд): **ПРИМЕНЯЕТСЯ, ПРОВОДИТСЯ И ЗАВЕРШАЕТСЯ АНАЛОГИЧНО МЕТОДУ ДЕЛЕНИЯ ОТРЕЗКА ПОПОЛАМ**, но имеет другую итерационную формулу для отыскания очередного приближения, основанную на пропорции для подобных треугольников (рис. 2):

$$x^{[i+1]} = x^{[i]} - \frac{x^{[i]} - x^{[i-1]}}{f(x^{[i]}) - f(x^{[i-1]})} \cdot\ \ f(x^{[i]}) - g$$

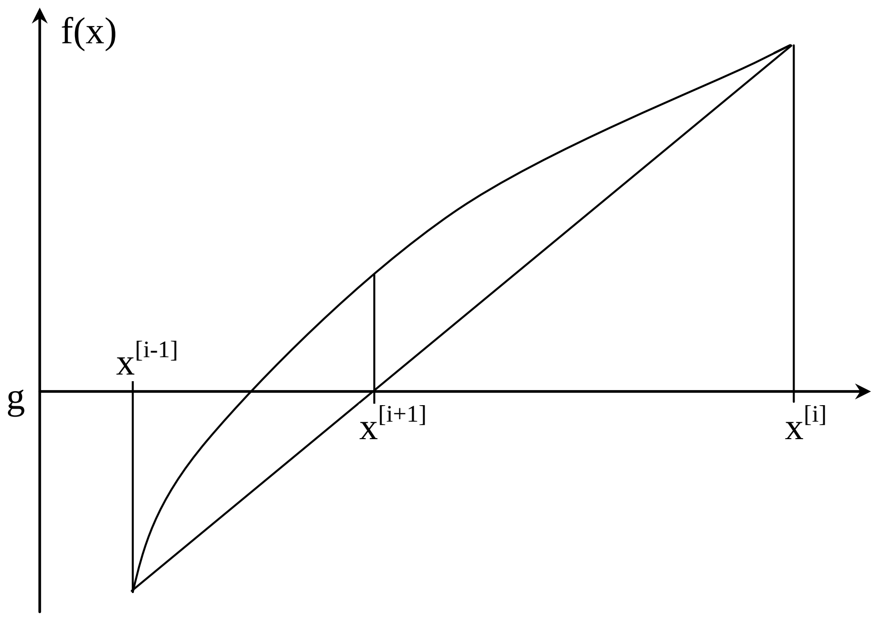

Рис. 2

Этот метод использует дополнительную информацию о значениях функции в точках последовательных приближений, поэтому он априорно сходится быстрее, чем метод деления отрезка пополам. Однако эта скорость сходимости существенно зависит от выбора исходного приближения.

Программное обеспечение

Лабораторная работа № 3 выполняется с помощью учебной математической модели разбега самолета Ан-2 при взлете. Она позволяет рассчитывать дистанцию разбега при полностью заданном комплекте входных параметров математического описания.

Порядок выполнения работы

Комплект входных параметров, "истинное" значение дистанции разбега и указание недостающего (идентифицируемого) параметра приведены в таблице вариантов. В ней номер варианта выбирается по последним двум цифрам зачетной книжки студента, а идентифицируемый параметр, значение которого необходимо уточнить, подчеркнут.

Задавая полный комплект входных данных своего варианта с варьируемыми значениями идентифицируемого параметра (согласно применяемому методу последовательных приближений), необходимо добиться полного совпадения (до последней цифры) полученного расчетного значения дистанции разбега с заданным в варианте "истинным" ее значением, т.е. $|f(x^{[i+1]} - g| < 0{,}5$.

1. Провести процедуру отделения корней.
2. Провести идентификацию значения недостающего параметра методом деления отрезка пополам.
3. Провести идентификацию значения недостающего параметра методом секущих (методом хорд), начиная с того же исходного отрезка, что и в методе деления отрезка пополам.
4. Сравнить объем вычислительных экспериментов по п. 2 и п. 3.
5. Сформулировать вывод.

Форма отчетности: описание и обоснование плана контрольного вычислительного эксперимента с приведением результатов вычислений всех приближений (указать для каждого приближения значение идентифицируемого параметра и соответствующее ему значение дистанции разбега); вывод.

Таблица вариантов индивидуальных данных

№ вар.	m кг	$f_{тр}$	c_{xa}	c_{ya}	P_0 кгс	$L_{разб}$, м
1	4500	0, 020	0, 25	1,30	1500	203
2	4625	0, 020	0, 30	1,30	2000	166
3	5000	0, 020	0, 25	1,30	2000	236
4	4125	0, 035	0, 25	1,30	1500	223
5	5000	0, 020	0, 35	1,70	1500	401
6	5000	0, 035	0, 25	1,30	1500	342
7	5250	0, 035	0, 25	1,50	2000	232
8	5000	0, 020	0, 30	1,70	1800	187
9	4500	0, 050	0, 25	1,30	1800	170
10	4750	0, 050	0, 25	1,30	1500	373
11	5125	0, 050	0, 25	1,30	2000	245

12	5500	0, 050	0, 20	1,30	1400	700
13	4500	0, 020	0, 25	1,50	1400	154
14	4500	0, 020	0, 25	1,70	2000	115
15	5000	0, 020	0, 25	1,50	1500	232
16	5250	0, 020	0, 30	1,50	1400	381
17	4000	0, 035	0, 25	1,50	1500	155
18	4375	0, 035	0, 25	1,70	2000	115
19	5000	0, 035	0, 25	1,50	1800	163
20	5125	0, 035	0, 20	1,50	1300	472
21	5500	0, 035	0, 25	1,50	1500	213
22	4250	0, 050	0, 25	1,50	1500	121
23	4000	0, 050	0, 25	1,50	1500	210
24	5000	0, 050	0, 20	1,50	2000	168
25	4500	0, 050	0, 25	1,50	1900	218
26	4000	0, 020	0, 25	1,70	1500	75
27	4375	0, 020	0, 25	1,30	1500	140
28	4750	0, 020	0, 35	1,70	1400	188
29	4500	0, 020	0, 25	1,70	1900	146
30	5500	0, 020	0, 25	1,70	1500	188
31	4250	0, 035	0, 25	1,70	2000	139
32	5000	0, 035	0, 25	1,70	1900	114
33	5000	0, 035	0, 35	1,70	2000	131
34	5000	0, 035	0, 25	1,70	1500	252
35	4125	0, 050	0, 35	1,70	1300	152
36	4500	0, 050	0, 25	1,70	1500	119
37	4875	0, 050	0, 25	1,30	1500	189
38	4500	0, 050	0, 25	1,70	2000	151
39	4250	0, 020	0, 30	1,30	2000	157
40	4625	0, 020	0, 20	1,30	1500	424
41	5000	0, 020	0, 30	1,70	2000	226
42	5375	0, 020	0, 30	1,30	1500	349
43	5000	0, 035	0, 30	1,30	1500	230
44	4500	0, 035	0, 20	1,30	2000	166
45	4875	0, 035	0, 30	1,30	1500	253
46	4500	0, 035	0, 30	1,30	2000	290
47	4000	0, 050	0, 20	1,30	1400	228
48	4375	0, 050	0, 30	1,70	2000	167
49	4000	0, 050	0, 30	1,30	1800	263
50	5500	0, 050	0, 30	1,30	1500	473
51	4125	0, 020	0, 30	1,30	1300	230
52	4500	0, 020	0, 20	1,50	2000	135
53	4500	0, 020	0, 30	1,50	1500	285

54	5250	0, 020	0, 30	1,50	1500	213
55	4000	0, 035	0, 30	1,30	2000	97
56	5000	0, 035	0, 30	1,50	1500	199
57	4750	0, 035	0, 30	1,30	1400	301
58	5125	0, 035	0, 30	1,50	1500	211
59	4500	0, 035	0, 35	1,30	2000	156
60	4250	0, 050	0, 25	1,50	1400	224
61	4000	0, 050	0, 30	1,50	1900	157
62	5000	0, 050	0, 30	1,50	1500	214
63	4500	0, 050	0, 30	1,50	1500	499
64	5000	0, 020	0, 30	1,70	1300	162
65	4375	0, 020	0, 20	1,70	2000	95
66	4750	0, 020	0, 30	1,30	2000	122
67	5125	0, 020	0, 30	1,70	2000	345
68	5250	0, 020	0, 35	1,70	1400	276
69	5000	0, 035	0, 30	1,70	1500	142
70	4750	0, 035	0, 30	1,70	1500	123
71	5000	0, 035	0, 25	1,70	2000	145
72	4500	0, 035	0, 30	1,70	1900	188
73	4125	0, 050	0, 30	1,30	1400	156
74	5000	0, 050	0, 30	1,70	1900	119
75	4875	0, 050	0, 30	1,70	1500	141
76	4500	0, 050	0, 30	1,70	1400	338
77	4125	0, 020	0, 20	1,30	1400	398
78	5000	0, 020	0, 35	1,30	1900	212
79	4875	0, 020	0, 35	1,70	2000	221
80	5250	0, 020	0, 35	1,30	1500	433
81	5000	0, 035	0, 35	1,30	1800	230
82	5125	0, 035	0, 35	1,30	1500	426
83	4250	0, 050	0, 35	1,70	1500	341
84	4625	0, 050	0, 25	1,30	2000	245
85	4500	0, 020	0, 35	1,30	1900	443
86	4000	0, 020	0, 35	1,50	2000	217
87	4375	0, 020	0, 35	1,30	1900	131
88	4750	0, 020	0, 20	1,50	1800	213
89	4250	0, 035	0, 35	1,50	1500	142
90	5500	0, 035	0, 35	1,50	1500	316
91	5000	0, 035	0, 35	1,50	1500	205
92	5375	0, 035	0, 20	1,50	1900	287
93	4500	0, 035	0, 35	1,50	2000	279
94	4125	0, 050	0, 35	1,50	2000	209
95	4500	0, 050	0, 35	1,70	2000	139

96	<u>4000</u>	0, 050	0, 35	1,50	1900	211
97	4250	0, 020	0, 35	1,70	<u>2000</u>	172
98	4625	0, 020	0, 35	<u>1,30</u>	2000	125
99	4000	0, 050	<u>0, 30</u>	1,30	1300	254
100	<u>5000</u>	0, 025	0, 30	1,60	1800	143

7.4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
Исследование возможностей самолета в горизонтальном полете

<u>Цель работы</u>: Исследование режимов горизонтального полета с помощью математической модели динамики полета самолета Ил-96-300.

<u>Сведения о математической модели</u>: Математическая модель динамики полета самолета Ил-96-300 для данной лабораторной работы обеспечивает следующие моменты:

– случайный выбор варианта (значения массы самолета и высоты полета) для каждого студента, выполняющего работу;

– запрос всех необходимых сведений варианта траектории (от минимальной или от максимальной скорости на различном числе работающих двигателей);

– интегрирование дифференциальных уравнений горизонтального неустановившегося полета самолета Ил-96-300 при постоянном номинальном режиме работы двигателей (используются уравнения движения в скоростной системе координат);

– проверку условий достижения минимальной допустимой и максимальной допустимой скоростей полета, а также выхода на режим установившегося движения с постоянной скоростью;

– сохранение в файле "labres.dat" всей информации о рассчитанных траекториях для просмотра по окончании расчетной части работы.

<u>**Краткие сведения о математическом моделировании динамики полета летательных аппаратов**</u>: Уравнения движения центра масс летательного аппарата в скоростной системе координат (или в траекторной без учета движения атмосферы относительно земли) в вертикальной плоскости без учета изменения массы, центростремительного ускорения и вращения земли, без крена и скольжения имеют вид:

$$\begin{cases} m\dot{V} = P\cdot\cos(\alpha-\phi) - X_a - mg\cdot\sin\theta - f_{тр}\cdot N, \\ mV\dot{\theta} = P\cdot\sin(\alpha-\phi) + Y_a - mg\cdot\cos\theta + N, \end{cases} \quad (1)$$

где приняты обозначения по ГОСТ 20058-80. Отдельные члены этих уравнений представляют собой определенные механические явления: $m\dot{V}$ – произведение постоянной массы на продольное ускорение (сила инерции в терминах теоретической механики) в направлении движения; $P\cdot\cos(\alpha-\varphi)$ – проекция силы тяги двигателей на направление движения; α – угол атаки, φ – угол установки двигателей; $X_a = c_{xa}\cdot½\rho V^2S$ – аэродинамическое лобовое сопротивление; $mg\cdot\sin\theta$ – проекция силы тяжести самолета на направление движения; θ – угол наклона траектории; $F = f_{тр}\cdot N$ – сила трения при контакте шасси с взлетно-посадочной полосой (ВПП); N – нормальная реакция опоры, сила взаимодействия между самолетом и ВПП; $mV\dot{\theta}$ – произведение постоянной массы на ускорение (сила инерции в терминах теоретической механики) по оси подъемной силы; $P\cdot\sin(\alpha - \varphi)$ – проекция силы тяги двигателей на ось подъемной силы; $Y_a = c_{ya}\cdot½\rho V^2S$ – аэродинамическая подъемная сила; $mg\cdot\cos\theta$ – проекция силы тяжести на ось подъемной силы.

После этого подробного анализа легко рассмотреть особенности движения самолета на различных участках полета и различных режимах

<u>Горизонтальный полет</u> характеризуется постоянным нулевым значением угла наклона траектории: $\theta = \dot{\theta} = 0$ и описывается уравнениями, вытекающими из (1):

$$\begin{cases} m\dot{V} = P\cdot\cos(\alpha-\phi)-X_a, \\ 0 = P\cdot\sin(\alpha-\phi)+Y_a-mg, \end{cases} \quad (2)$$

По оси подъемной силы, совпадающей с вертикалью, выдерживается определенный баланс между подъемной силой и силой тяжести (в первом приближении можно пренебречь проекцией силы тяги $P\cdot\sin(\alpha - \varphi)$ по сравнению с Y_a и mg). По направлению движения разгон осуществляется при тяге, большей лобового сопротивления, а торможение – наоборот.

<u>Горизонтальный установившийся полет</u> характеризуется условиями: $\theta = \dot{\theta} = 0$ и $\dot{V} = 0$ при постоянной скорости (или $\dot{V}_{пр} = 0$ при постоянной приборной скорости, что одно и то же на постоянной высоте) и описывается уравнениями, вытекающими из (2):

$$\begin{cases} 0 = P\cdot\cos(\alpha-\phi)-X_a, \\ 0 = P\cdot\sin(\alpha-\phi)+Y_a-mg, \end{cases} \quad (3)$$

В этом случае баланс сил выдерживается в обоих координатных направлениях: как между подъемной силой и силой тяжести, так и между тягой и лобовым сопротивлением.

Все приведенные выше формулы являются математической записью незыблемых физических законов в оговоренных предположениях. Если к ним добавить характеристики конкретного самолета, т.е. значения m, φ, S и связи P, c_{xa}, c_{ya} с параметрами движения, характеристики внешних условий ρ, $f_{тр}$ и начальные условия участка полета – значения интегрируемых переменных V_0, θ_0,

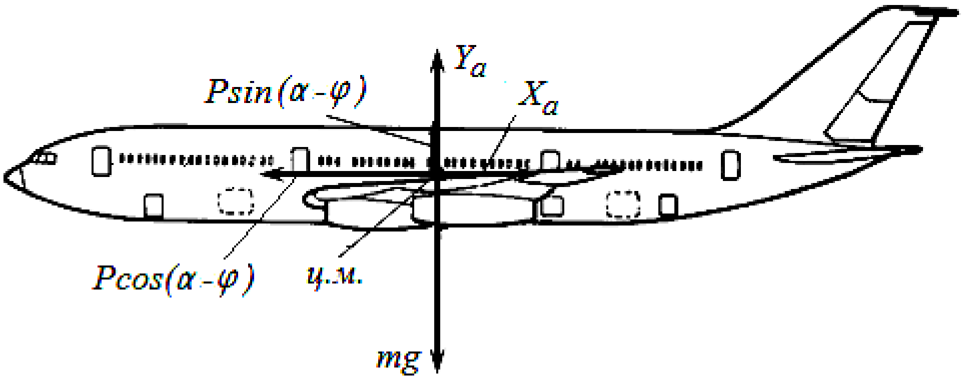

Рис. 3

то все вместе это составит математическое описание поведения реального самолета. С другой стороны, это же математическое описание можно использовать для построения траектории и законов движения с помощью интегрирования дифференциальных уравнений движения математическими методами. Факт использования одного и того же математического описания позволяет говорить, что во втором случае мы имеем дело с математической моделью динамики полета реального самолета. Остается лишь реализовать эту математическую модель на бумаге (проводя расчеты вручную), или на моделирующих аналоговых установках (воспроизводящих все параметры задачи в виде электрических токов и напряжений), или в виде программного обеспечения на цифровых ЭВМ.

В настоящее время лабораторные работы по траекторным задачам в МГТУ ГА проводятся на ПЭВМ, реализующих программное обеспечение математического моделирования динамики полета самолета Ил-96-300. Это программное обеспечение гарантирует удовлетворительную степень адекватности результатов расчетов реальному поведению самолета, что обеспечено апробированным численным методом интегрирования дифференциальных уравнений движения, использованием "паспортных" характеристик самолета, прошедшего комплекс испытаний, и скрупулезным воспроизведением всей технологии производства полетов, требуемой Руководством по летной эксплуатации самолета Ил-96-300.

Особенности летной эксплуатации: В горизонтальном полете без бокового движения используются три режима:

– установившийся, когда все действующие на самолет силы уравновешивают друг друга;

– разгон, когда равнодействующая всех сил, действующих на самолет, направлена вперед;

– торможение, когда равнодействующая всех сил, действующих на самолет, направлена назад.

Во всех этих случаях условием сохранения горизонтальности полета является условие равновесия вертикальных составляющих всех действующих на самолет сил, доминирующими из которых являются сила тяжести и аэродинамическая подъемная сила. Поэтому в области эксплуатационных режимов горизонтального полета самолета с одной и той же массой справедливо утверждение: установившийся полет при большей скорости требует использования более высокого режима работы двигателей и меньшего угла атаки.

Следует различать области ВОЗМОЖНЫХ и ДОПУСТИМЫХ скоростей полета. В Руководство по летной эксплуатации (РЛЭ) каждого типа самолета заносятся единые упрощенные для запоминания и использования ограничения.

Основой такого упрощения является использование приборной скорости $V_{\text{пр}}$, определяемой пилотом по прибору – указателю скорости. Так как почти во всех перечисленных факторах прослеживается определяющая роль скоростного напора, то естественно применять индикаторную скорость:

$$V_i = V\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}}, \tag{4}$$

которая определяется именно скоростным напором q и не носит на себе следов влияния барометрической высоты. Приборная же скорость $V_{\text{пр}}$ (регистрируемая непосредственно с помощью ПВД – приемника воздушного давления) отличается от индикаторной V_i только поправками на сжимаемость воздуха и на особенности обтекания ПВД, связанные с местом его установки на самолет. Таким образом, наиболее компактный вид ограничения допустимого диапазона скоростей полета приобретают в форме единого значения максимальной допустимой приборной скорости $V_{\text{пр}.max.\text{доп}}$ для всех условий и одной зависимости минимальной допустимой приборной скорости $V_{\text{пр}.min.\text{доп}}$ от полетной массы самолета.

Наиболее ответственная часть деятельности экипажа связана с попаданием в усложненные, сложные и нештатные ситуации. Стресс и дефицит времени в таких случаях не позволяют долго рассуждать для правильной оценки ситуации и принятия верного решения. Поэтому экипаж должен четко осознавать аэродинамические и энергетические возможности своего самолета. Фундаментальным в этом плане является представление не только о допустимом, но и о возможном диапазоне скоростей горизонтального полета. Прежде всего, это необходимо в случаях отказа двигателей и потери части располагаемой тяги. Необходимо это также при оценке возможностей перехода в пикирование или кабрирование.

В данной лабораторной работе с помощью математической модели исследуются области возможных и допустимых скоростей горизонтального полета самолета при различном количестве работающих на номинальном режиме двигателей. Самолет Ил-96-300 имеет 4 двигателя типа ПС-90А, режимы работы которых в свободном полете (не при взлете или посадке) ограничены снизу "полетным малым газом" и сверху "номинальным" режимами. В данной лабораторной работе режим работающих двигателей принят "номинальным" – наибольшим из возможных в свободном полете. Это позволяет выявить "энергетические" возможности поддержания горизонтального полета при 4-х, 3-х, 2-х и 1-м работающих двигателях.

Порядок выполнения работы:

1) по подсказкам с экрана монитора ввести необходимую информацию для расчета полета самолета на 4-х работающих двигателях от минимальной допустимой скорости $V_{\text{пр}.min.\text{доп}}$ до установившейся скорости полета;

2) повторить работу, аналогичную 1 пункту, для следующих вариантов:

– от минимальной допустимой скорости $V_{\text{пр}.min.\text{доп}}$ на 3-х работающих двигателях;

– от минимальной допустимой скорости $\mathbf{V}_{\text{пр}.min.\text{доп}}$ на 2-х работающих двигателях;

– от максимальной допустимой скорости $V_{\text{пр}.max.\text{доп}}$ на 1-м работающем двигателе;

– от максимальной допустимой скорости $V_{\text{пр}.max.\text{доп}}$ на 2-х работающих двигателях;

– от максимальной допустимой скорости $V_{\text{пр}.max.\text{доп}}$ на 3-х работающих двигателях;

3) по окончании расчетов всех вариантов следует выйти из расчетной части работы и войти в режим просмотра результатов. Необходимо построить график зависимости $V_{\text{пр}}(t)$ и отметить значения $V_{\text{пр}.min.\text{доп}}$ и $V_{\text{пр}.max.\text{доп}}$;

4) проанализировать время и дистанцию полета во всех исследованных расчетных вариантах;

5) сформулировать выводы по проделанной работе.

7.5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Идентификация математической модели – особые случаи, консультации, ликвидация задолженностей 4 часа.

7.6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Репетиция экзамена, консультации по контрольным домашним заданиям. 4 часа. Ознакомление с программой GARLINA для приема экзамена

Цель лабораторной работы: Ознакомиться и отработать навыки работы с программой GARLINA для приема экзамена.

Порядок выполнения работы

Работа проводится в компьютерном классе в режиме, имитирующем экзамен.

Отчетность не требуется.