

1. Сведения из теории

Машина Тьюринга представляет собой устройство для выполнения алгоритмов преобразования информации. В теории алгоритмов машина Тьюринга используется как средство для описания алгоритмов. Считается, что если алгоритм решения некоторой задачи существует, то этот алгоритм может быть реализован на машине Тьюринга, т.е. для этого алгоритма может быть построена машина Тьюринга. С точки зрения теории цифровых автоматов машина Тьюринга (более строго - ее блок управления) представляет собой универсальный преобразователь информации.

Машина Тьюринга (МТ) может иметь структуру, показанную на рис. 1.1.

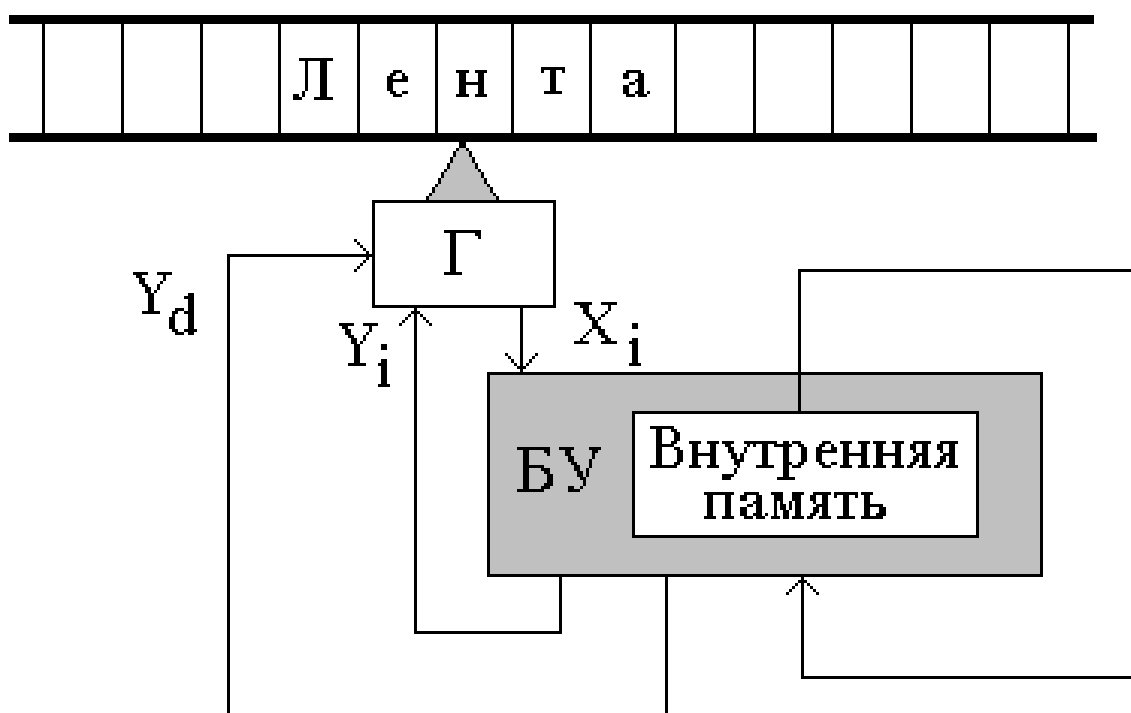


Рис.1.1. Структура машины Тьюринга

В состав машины входят:

- лента, на которой записаны исходные данные и на которую записываются результаты решения задачи;
- головка записи/чтения информации (Г);
- блок управления (БУ).

Лента состоит из отдельных ячеек. В каждую ячейку может быть записан символ из некоторого алфавита. На ленту предварительно записывается исход-

Лабораторная работа № 1

ная информация. В процессе работы МТ с ленты с помощью головки считывается символ, находящийся над головкой (текущий символ X_i). При считывании информация в ячейке стирается. После считывания символа X_i в результате работы машины на данном шаге на ленту вместо X_i записывается новый символ Y_i . Лента считается бесконечной в одну или обе стороны и является внешней памятью машины. Головка служит для чтения и записи информации и с помощью привода может перемещаться вдоль ленты вправо или влево на одну ячейку на каждом шаге. В каждый момент времени для записи или чтения доступна только одна ячейка ленты.

Блок управления организует работу машины в целом. Он анализирует считываемую информацию и управляет записью символов Y_i на ленту, а также перемещением головки. Блок управления имеет внутреннюю память. Информация во внутренней памяти представляет собой **состояние** машины Тьюринга. Реакция машины на считанный символ X_i зависит не только от значения этого символа, но и от состояния машины, которое на каждом шаге ее работы может изменяться. Новое состояние машины определяется значением символа X_i и старым состоянием машины.

Перед началом работы на ленту наносится исходная информация. Головка устанавливается под ячейкой ленты, в которой записан первый символ. Машина переводится в начальное состояние.

Процесс преобразования информации в машине Тьюринга состоит из отдельных шагов. На каждом шаге машина выполняет следующие элементарные операции:

- чтение символа X_i из ячейки, под которой размещена головка;
- анализ считанного символа в соответствии с алгоритмом решения задачи;
- запись в ячейку вместо символа X_i нового символа Y_i (он может совпадать с X_i);
- перемещение головки на одну ячейку влево или вправо;
- переход машины в новое состояние (запись новой информации во внутреннюю память).

На каждом шаге работы значение символа Y_i , направление перемещения головки и новое состояние машины зависят от значения символа X_i и текущего состояния машины. Поэтому процесс работы машины Тьюринга может быть описан в виде совокупности команд, каждая из которых имеет следующий вид:

$$X_i Q_i \rightarrow Y_i Y_d Q_j,$$

где X_i - символ, считанный с ленты;

Лабораторная работа № 1

Q_i - текущее состояние машины;

Y_i - символ, записываемый на ленту;

$Y_d = (П, Л, Ст)$ - сигнал управления движением головки (П - сигнал движения головки вправо; Л - сигнал движения головки влево; Ст - сигнал останова); Q_j - новое состояние машины.

Алгоритм работы машины Тьюринга может быть описан с помощью ориентированного графа. При этом вершины графа соответствуют состояниям машины, а дуги указывают переходы из одного состояния в другое. На дугах графа отмечаются входные символы X_i и соответствующие им сигналы Y_i и Y_d .

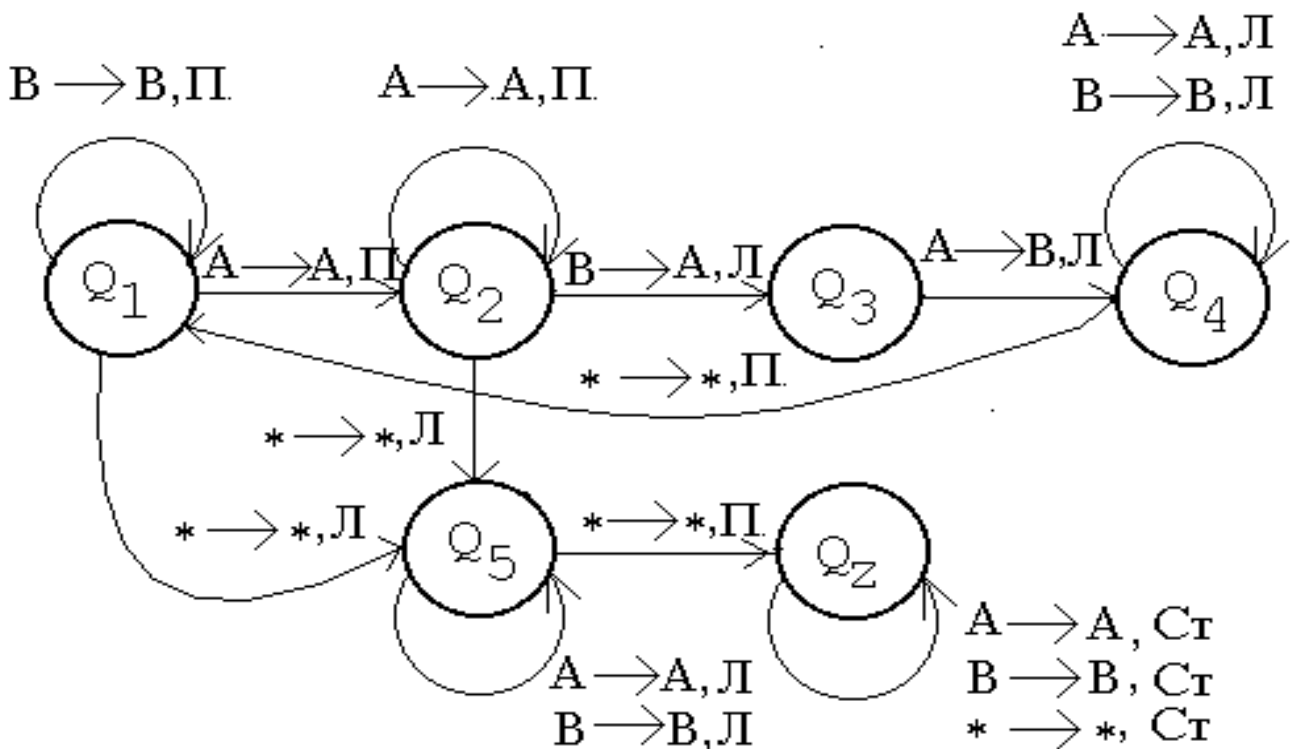


Рис. 1.2. Граф машины Тьюринга

В качестве примера на рис. 1.2 показан граф машины Тьюринга, которая обрабатывает информацию на ленте, составленную из букв А и В. Массив обрабатываемой информации ограничен слева и справа разделителями *. Перед началом работы головка устанавливается справа от левого символа*, а машина переводится в начальное состояние Q_1 .

Суть обработки заключается в том, что машина просматривает информацию на ленте, последовательно перемещая головку вправо, и при обнаружении пары символов АВ заменяет ее на пару ВА (выполняет подстановку $AB \rightarrow VA$). Решение задачи заканчивается, если на ленте не останется ни одной комбинации

Лабораторная работа № 1

символов вида АВ.

Особенность задачи заключается в том, что в результате такой подстановки на ленте могут появляться новые комбинации, которых ранее на ленте не было. Поэтому принят алгоритм, при котором после каждой подстановки головка возвращается в исходное положение и просмотр ленты повторяется. В этом случае признаком отсутствия на ленте комбинаций типа АВ является достижение головки при её движении вправо ячейки, в которой записан символ *. Тогда головка перемещается влево в исходное положение, и машина останавливается, переходя в конечное состояние Q_z . Для примера на рис. 1.3 показан вид ленты с исходной и преобразованной информацией.

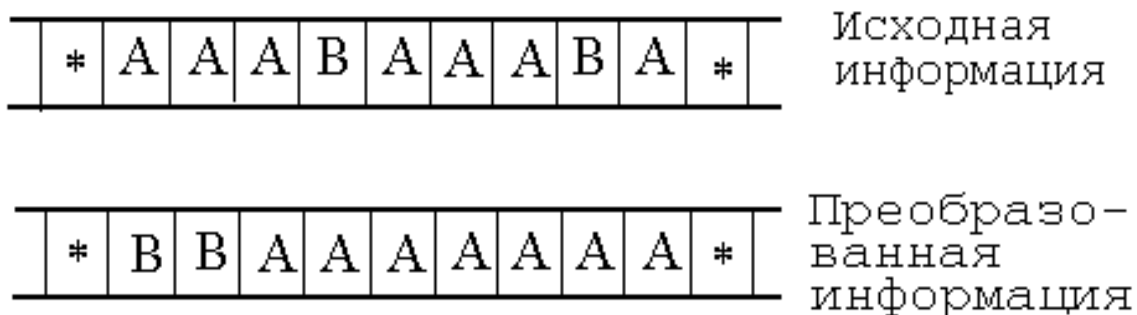


Рис. 1.3. Лента машины Тьюринга

Каждое состояние на графе рис. 1.2 имеет свои особенности. Переход машины из одного состояния в другое происходит в случае считывания определенной информации и этот факт необходимо запомнить. В данном случае состояния можно определить следующим образом:

- состояние Q_1 - исходное состояние. В этом состоянии машина перемещает головку вправо до обнаружения символа А;
- состояние Q_2 - состояние, в которое машина переходит, если при движении головки вправо последний считанный символ был символом А. В состоянии Q_2 машина "ждет" символ В;
- состояние Q_3 - состояние, в которое машина переходит при обнаружении комбинации вида АВ. В этом состоянии символ В заменяется на символ А и головка смещается влево на один шаг;
- состояние Q_4 - состояние, в которое машина переходит после замены всей комбинации АВ на комбинацию ВА. В этом состоянии машины головка перемещается влево в исходное положение;

Лабораторная работа № 1

□ состояние Q_5 - состояние, в которое машина переходит, если при движении головки вправо из исходного положения на ленте не обнаружено ни одной комбинации вида АВ. В этом состоянии машины головка перемещается влево в исходное положение;

□ состояние Q_z - конечное состояние, в которое машина переходит, если закончена обработка информации на ленте и головка установлена в исходное положение.

Алгоритм работы машины Тьюринга может быть описан также в табличной форме. Для этой цели используется таблица переходов и выходов машины. В этой таблице строки соответствуют состояниям Q_i , а столбцы - входным сигналам X_i . На пересечении строки Q_i и столбца X_i записываются выходные символы Y_i , d и Q_i .

Таблица переходов и выходов машины, граф работы которой показан на рис. 1.2, имеет вид табл. 1.1.

Таблица 1.1

Таблица переходов и выходов машины Тьюринга

Состояния МТ Q_i	Входные символы X_i		
	А	В	*
Q_1	А, П, Q_2	В, П, Q_1	*, Л, Q_5
Q_2	А, П, Q_2	А, Л, Q_3	*, Л, Q_5
Q_3	В, Л, Q_4	—	—
Q_4	А, Л, Q_4	В, Л, Q_4	*, П, Q_1
Q_5	А, Л, Q_5	В, Л, Q_5	*, П, Q_z
Q_z	А, СТ, Q_z	В, СТ, Q_z	*, СТ, Q_z

Рассматриваемая машина Тьюринга работает следующим образом. Из исходного положения головка перемещается вправо до обнаружения пары символов АВ. При появлении такой комбинации головка перемещается влево и производится последовательная замена символа В на символ А, затем символа А на символ В. После замены головка перемещается влево до символа *, затем делает шаг вправо и устанавливается в исходное положение.

Далее начинается новый цикл поиска комбинации АВ при движении головки вправо. Работа МТ продолжается до тех пор, пока на ленте не останется ни одной пары символов АВ. Признаком этого является то, что головка при движе-

Лабораторная работа № 1

нии вправо доходит до символа *. Тогда машина переходит в состояние Q5, в котором организуется возвращение головки в исходное положение. Затем машина переходит в состояние Qz, головка останавливается, и работа машины заканчивается. Результат работы машины остается в виде информации на ленте (рис. 1.3).

2. Подготовка к выполнению работы

При подготовке к выполнению работы необходимо:

- ✎ Изучить теоретическую часть.
- ✎ Составить граф и таблицу переходов и выходов машины Тьюринга, которая просматривает информацию на ленте и выполняет подстановки, заданные в табл. 1.2. Номер варианта соответствует двум последним цифрам номера зачетной книжки.
- ✎ Составить схему алгоритма имитационного моделирования работы машины Тьюринга.

Таблица 1.2

Таблица вариантов задания

№ вар	Подстановка	№ вар	Подстановка	№ вар	Подстановка	№ вар	Подстановка
00	100-101	25	AAA-BBB	50	ABB-ABA	75	111-000
01	AAA-BBB	26	AAB-BBB	51	111-011	76	110-000
02	AAB-BAА	27	ABA-BBB	52	110-011	77	101-000
03	ABA-BAА	28	ABB-BBB	53	101-011	78	100-000
04	ABB-BAА	29	BAA-ABB	54	100-011	79	011-100
05	BAA-AAA	30	BAB-ABB	55	011-111	80	010-100
06	BAB-AAA	31	BBA-ABB	56	010-111	81	001-100

Лабораторная работа № 1

07	BBA-AAA	32	BBB-ABB	57	001-111	82	000-100
08	BBB-AAA	33	AAA- ABB	58	000-111	83	111-100
09	AAA-BAB	34	AAB- ABB	59	111-010	84	110-100
10	AAB-BAB	35	ABA- AAA	60	110-010	85	101-111
11	ABA-BAB	36	ABB- AAA	61	101-010	86	100-111
12	BAA-AAB	37	BAA- BBA	62	011-110	87	011-001
13	BAB-AAB	38	BAB-BBA	63	010-110	88	010-001
14	BBA-AAB	39	BBA- BAA	64	001-110	89	001-011
15	ABB-BAB	40	BBB-BAA	65	100-010	90	000-011
16	BBB-AAB	41	AAA- ABA	66	000-110	91	111-101
17	AAA-BBA	42	AAB- AAA	67	111-110	92	110-111
18	AAB-BBA	43	ABA- AAB	68	110-001	93	101-110
19	ABA-BBA	44	ABB- AAB	69	101-001	94	100-110
20	ABB-BBA	45	BAA-BBB	70	100-001	95	011-000
21	BAA-ABA	46	BAB-BBB	71	011-101	96	010-000

22	ВAB-ABA	47	ВBA-BAВ	72	010-101	97	001-010
23	ВBA-ABA	48	ВВВ-BAВ	73	001-101	98	000-010
24	ВВВ-ABA	49	ААВ- AAA	74	000-101	99	110-111

✎ Составить программу моделирования, имитирующую процесс работы машины Тьюринга. При составлении программы можно использовать любой язык программирования.

✎ Подготовить материалы для отчета.

3. Рекомендации по моделированию

При моделировании лента обычно представляется в виде одномерного массива символьных элементов. Количество элементов должно быть не менее 0. Обрабатываемая информация должна быть ограничена слева и справа символами-ограничителями. В качестве таких символов можно использовать любые символы, отличающиеся от записанных во входном слове.

Перемещение головки влево и вправо имитируется изменением индекса элемента массива (влево - уменьшение на единицу, вправо - увеличение).

Логику работы машины Тьюринга удобно программировать по таблице переходов и выходов. В этом случае каждой строке таблицы будет соответствовать помеченная (обычно метками вида Q1, Q2 ...) группа условных операторов, каждый из которых описывает реакцию машины на входной сигнал Xi. Для каждого элемента таблицы записывается один условный оператор. Например, элементу таблицы для состояния Q1 и входного сигнала A, рассмотренной выше машины Тьюринга, будет соответствовать следующий условный оператор (лента моделируется массивом *LENTA*):

```
Q1: IF LENTA[I]=A THEN BEGIN LENTA[I]:=A; I:=i+1;
      GOTO Q2;
      END
```

Следующие два оператора этой группы опишут поведение машины для состояния Q1 и входных сигналов B и *.

При выводе результатов необходимо предусмотреть печать исходного массива, промежуточных результатов после каждой замены и окончательного результата работы машины.

Лабораторная работа № 1

Программа на языке Паскаль, моделирующая работу машины Тьюринга в соответствии с табл. 1.1, показана ниже.

```

PROGRAM MT;
USES CRT;
VAR J,I:INTEGER;
    S:STRING[11];
    F:TEXT;
LABEL Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,QZ;
BEGIN
    CLRSCR;
    ASSIGN(F,'C:\PASCAL\TEST\Lqres.txt');
    REWRITE(F);
    WRITELN('ВВЕДИТЕ ИСХОДНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ');
    WRITELN(F,'ВВЕДИТЕ ИСХОДНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ');      FOR
I:=1 TO 11 DO BEGIN READ (S[I]);
                        END;
    FOR I:=1 TO 11 DO BEGIN WRITE(F,S[I]);
                        END;

    WRITELN(F);
    WRITELN (F,'ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВВЕДЕНА');
    WRITELN (F,'ПРОЦЕСС РАБОТЫ MT');
    I:=2;
    Q0: IF S[I] = 'A' THEN BEGIN INC(I); GOTO Q1; END;
        IF S[I] = 'B' THEN BEGIN INC(I); GOTO Q0; END;
        IF S[I] = '*' THEN BEGIN DEC(I); GOTO Q4; END;
    Q1: IF S[I] = 'A' THEN BEGIN INC(I); GOTO Q1; END;
        IF S[I] = 'B' THEN BEGIN S[I]:='A'; DEC(I); GOTO Q2;
                        END;
        IF S[I] = '*' THEN BEGIN DEC(I); GOTO Q4; END;
    Q2:          S[I]:='B'; DEC(I);
        J:=I;
        FOR I:=1 TO 11 DO WRITE(F,S[I]);
                        WRITELN(F);

        I:=J;
    Q3: IF S[I] = 'A' THEN BEGIN DEC(I); GOTO Q3; END;
        IF S[I] = 'B' THEN BEGIN DEC(I); GOTO Q3; END;
        IF S[I] = '*' THEN BEGIN INC(I); GOTO Q0; END;

```

Лабораторная работа № 1

```

Q4: IF S[I] = 'A' THEN BEGIN DEC(I); GOTO Q4; END;
    IF S[I] = 'B' THEN BEGIN DEC(I); GOTO Q4; END;
    IF S[I] = '*' THEN BEGIN INC(I); GOTO QZ; END;
QZ: WRITELN (F,'РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ МТ');
    FOR I:=1 TO 11 DO WRITE(F,S[I]);
    CLOSE(F);
END.

```

Полученные при работе программы результаты имеют следующий вид:

ВВЕДИТЕ ИСХОДНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

ААВААВВАА

*ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВВЕДЕНА. ПРОЦЕСС РАБОТЫ МТ*АВАААВВАА**

ВААААВВАА

ВАААВАВАА

ВААВААВАА

ВАВАААВАА

ВВААААВАА

ВВАААВААА

ВВААВАААА

ВВАВААААА

ВВВАААААА

РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ МТ

ВВВАААААА

4. Порядок выполнения работы

Работу необходимо выполнять в следующем порядке:

- ✓ Ввести и отладить программу моделирования.
- ✓ Выбрать вариант исходных данных и получить результат работы машины Тьюринга.
- ✓ Исследовать работоспособность модели при различных вариантах исходных данных, обеспечивающих проверку работы всех ветвей программы.
- ✓ Провести анализ полученных результатов и сделать выводы по работоспособности модели.
- ✓ Составить отчет о выполненной работе

5. Содержание отчета

В отчет по лабораторной работе включить следующие материалы:

- ☞ Содержание задания.
- ☞ Граф работы машины Тьюринга.
- ☞ Таблица переходов и выходов машины Тьюринга.
- ☞ Схема алгоритма моделирования.
- ☞ Программа моделирования на алгоритмическом языке.
- ☞ Результаты работы машины Тьюринга.
- ☞ Анализ полученных результатов.
- ☞ Выводы по работе.

6. Контрольные вопросы

- ✈ Какие элементарные операции выполняет машина Тьюринга?
- ✈ Что такое состояние машины Тьюринга?
- ✈ Что такое команда машины Тьюринга?
- ✈ Как составляется граф машины Тьюринга?
- ✈ Как составляется таблица переходов и выходов машины Тьюринга?
- ✈ Как записывается информация на ленте машины Тьюринга?
- ✈ Что такое машина Тьюринга?
- ✈ В каком порядке выполняется команда машины Тьюринга?
- ✈ Как представить ленту машины Тьюринга в памяти ЭВМ?

