

1. Введение

Контрольная работа предназначена для приобретения навыков по обработке опытных данных результатов многократных измерений физической величины, необходимых для определения действительного значения, которая позволит определить значение основной метрологической характеристики средств измерений – погрешности измерения.

К выполнению контрольной работы следует приступить после самостоятельного изучения дисциплины.

Вариант контрольной работы определяется по последней цифре зачетной книжки.

На выполнение контрольной работы предусматривается 10 часов.

Контрольная работа должна быть напечатана на компьютере на листах формата 210x297 мм.

2. Задание на контрольную работу

Проведено $n=20$ независимых измерений электрического напряжения. Результаты измерений представлены в виде вариационного ряда, т.е. в виде последовательности измеренных значений напряжения, расположенных в порядке возрастания от наименьшей величины к наибольшей.

Варианты контрольной работы приведены в табл. 1 и определяется по последней цифре шифра студента.

Таблица 1

Данные измерений, В	Варианты задания									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
48,5	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1
49	1	2	3	2	2	3	3	3	2	2
49,5	2	5	2	6	2	5	3	4	3	3
50	5	4	5	3	6	3	5	5	6	5
50,5	4	3	4	3	3	2	2	2	2	2
51	3	2	2	2	2	2	1	1	2	3
51,5	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2
52	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Требуется:

1. Составить интервальный систематический ряд распределения напряжений.

2. Вычислить среднее арифметическое и среднее статистическое значение напряжения.

3. Построить гистограмму и сделать вывод о предполагаемом законе распределения измеряемых напряжений.

4. Проверить согласие эмпирической функции распределения с нормальным законом с помощью критерия χ^2 Пирсона.

3. Пример решения контрольной работы

Вариационный ряд для решений контрольной работы приведён в табл. 2.

Таблица 2

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Напряжение	48	48,5	49	49,5	50	50,5	51	51,5	52
Количество измерений	1	1	1	2	5	4	3	2	1

1. Весь диапазон измеренных напряжений (48В...52В) разделим на некоторое число разрядов К, определяемое соотношением

$$K=3*\lg(n)+1=3*\lg(20)+1=5.$$

2. Ширина интервалов

$$h=(U_{\max}-U_{\min})/K=(52-48)/5=0,8В.$$

3. Используя третью строку табл. 2, подсчитаем количество попаданий напряжений в ширину интервалов - M_i .

4. Рассчитываем вероятность попадания величины напряжения в каждый разряд по формуле

$$P_i^* = \frac{M_i}{K}; \quad \sum_{i=1}^5 P_i^* = 1$$

5. Среднее значение напряжения в каждом интервале

$$\bar{U}_1 = \frac{u' + u''}{2} = \frac{48 + 48,8}{2} = 48,4$$

Аналогично находим $\bar{U}_2, \bar{U}_3, \bar{U}_4, \bar{U}_5$.

6. Результаты расчетов заносим в интервальный статистический ряд (табл. 3)

Таблица 3

T_i	48-48,8	48,8-49,6	49,6-50,4	50,4-51,2	51,2-52
	$\bar{U}_1=48,4$	$\bar{U}_2=49,2$	$\bar{U}_3=50$	$\bar{U}_4=50,8$	$\bar{U}_5=51,6$
M_i	2	3	5	7	3
P_i^*	0,1	0,15	0,25	0,35	0,15

7. Определяем среднее статистическое значений напряжения

$$m_4^x = \sum_{i=1}^5 \bar{U}_i * P_i^* = 48,4 * 0,1 + 49,2 * 0,15 + 50 * 0,25 + 50,8 * 0,35 + 51,6 * 0,15 = 50,21$$

8. Определяем среднее арифметическое значение напряжения

$$m_u = \frac{1}{K} * \sum_{i=1}^5 \bar{U}_i = \frac{48.4 + 49.2 + 50 + 50.8 + 51.6}{5} = 50.$$

9. Результаты расчетов позволяют построить гистограмму распределения случайных значений напряжений и аппроксимировать законом распределения (рис. 1).

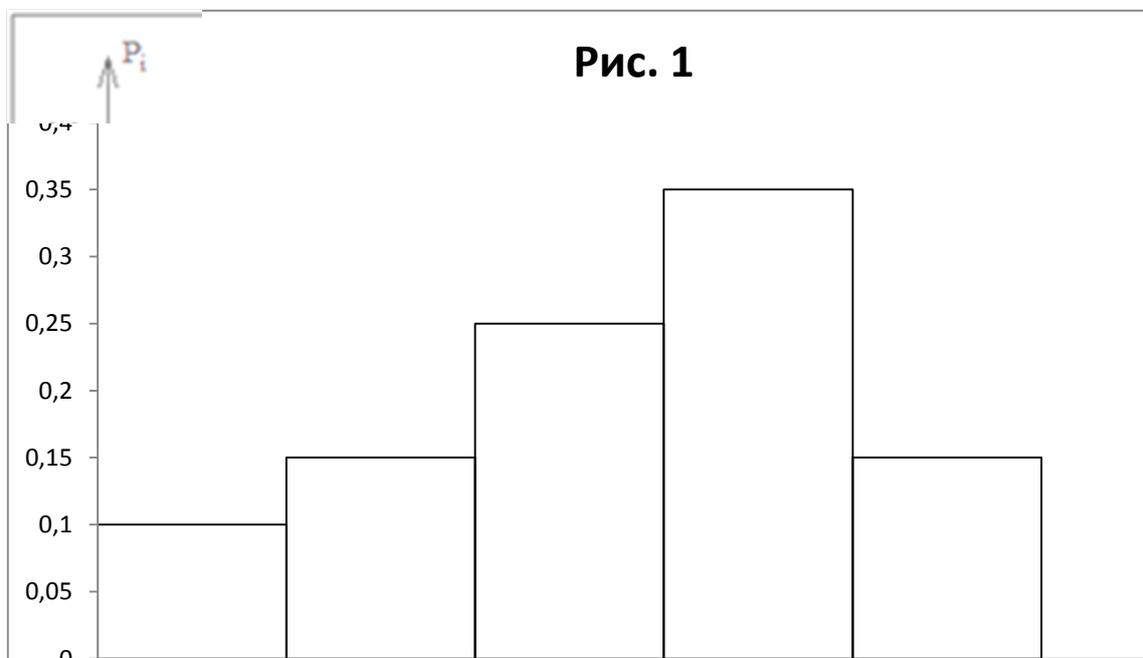


Рис. 1. Гистограмма распределения случайных значений напряжения

Из рис. 1 можно сделать вывод о нормальном законе распределения измеренных напряжений.

10. Рассчитаем дисперсию по формуле

$$\sigma_u^{*2} = \sum_{i=1}^5 (\bar{U}_i - m_u^*)^2 * P_i^* = (48.4 - 50.21)^2 * 0.1 + \\ + (49.2 - 50.21)^2 * 0.15 + (50 - 50.21)^2 * 0.25 + (50.8 - 50.21)^2 \\ * 0.35 + (51.6 - 50.21)^2 * 0.15 = 0.9$$

11. Находим среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_u^* = \sqrt{\sigma^{*2}} = 0.94$$

12. Находим теоретические вероятности попадания случайной величины U в каждый из разрядов по формуле

$$P_i = \Phi\left(\frac{U_{i+1} - m_u^*}{\sigma_u^*}\right) - \Phi\left(\frac{U_i - m_u^*}{\sigma_u^*}\right),$$

где Φ - функция Лапласа, таблица которой приведена в приложении 1.

Тогда

$$P1 = \Phi\left(\frac{(48.8 - 50.24)}{0.94}\right) - \Phi\left(\frac{(48 - 50.24)}{0.94}\right) = \Phi(-1.53) - \Phi(2.38) \\ = -0.4376 + 0.4913 = 0.06$$

$$P2 = \Phi\left(\frac{(49.6 - 50.24)}{0.94}\right) - \Phi\left(\frac{(48.8 - 50.24)}{0.94}\right) \\ = \Phi(-0.68) - \Phi(-1.53) = -0.25 + 0.43 = 0.18$$

$$P3 = \Phi\left(\frac{(50.4 - 50.24)}{0.94}\right) - \Phi\left(\frac{(49.6 - 50.24)}{0.94}\right) \\ = \Phi(0.17) - \Phi(-0.68) = 0.06 + 0.25 = 0.31$$

$$P4 = \Phi\left(\frac{(51.2 - 50.24)}{0.94}\right) - \Phi\left(\frac{(50.4 - 50.24)}{0.94}\right) = \Phi(1.02) - \Phi(0.17) \\ = 0.34 - 0.06 = 0.28$$

$$P5 = \Phi\left(\frac{(52 - 50.24)}{0.94}\right) - \Phi\left(\frac{(51.2 - 50.24)}{0.94}\right) = \Phi(1.78) - \Phi(1.02) \\ = 0.46 - 0.34 = 0.12$$

Обратим внимание, что сумма всех теоретических вероятностей меньше 1. Это расхождение объясняется тем, что из таблицы функции Лапласа берем значения до второго знака после запятой, а для получения в сумме 1 необходимо было брать с более высокой точностью, например до четвертого знака после запятой.

13. В качестве меры расхождения между теоретическими и статистическими вероятностями используется критерий Х-квадрат, который записывается в виде:

$$X^2 = n * \sum_{i=1}^K \frac{(P_i^* - P_i)^2}{P_i} = 20 * \\ * \left[\frac{(0.1 - 0.06)^2}{0.06} + \frac{(0.15 - 0.18)^2}{0.18} + \frac{(0.25 - 0.31)^2}{0.31} + \frac{(0.35 - 0.28)^2}{0.28} + \right. \\ \left. + \frac{(0.15 - 0.12)^2}{0.12} \right] = 1.34$$

Таким образом определен закон распределения случайной величины U, найдены параметры закона распределения и определена мера расхождения между теоретическими и статистическими вероятностями.

Литература

1. Логвин А.И. Метрология, стандартизация и сертификация: учеб. пособие. - М.: МГТУ ГА, 2005.

Содержание

1. Введение.....	3
2. Задание на контрольную работу.....	3
3. Пример решения контрольной работы.....	4
Приложение 1. Функция распределения Лапласа.....	7